

Министерство образования и науки Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет"(ННГАСУ)**

Кафедра строительных материалов

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Методические указания

**к выполнению лабораторных работ по дисциплинам "Технология
бетонных и железобетонных изделий", "Статистическая обработка
результатов эксперимента" для студентов с профилем обучения
290600 - "Производство и применение строительных материалов,
изделий и конструкций"**

Нижний Новгород

ННГАСУ

2012

УДК 581.3:666.973

Корреляционный анализ. Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплинам "Технология бетонных и железобетонных изделий", "Статистическая обработка результатов эксперимента" для студентов с профилем обучения 290600 - "Производство и применение строительных материалов, изделий и конструкций". -Н.Новгород: ННГАСУ, 2012. –23 с.

В методических указаниях изложены основные положения корреляционного анализа и методика его выполнения.

Рис. - 5, табл. 3, библиограф. назв. 12

Составитель **Н.М.КОННОВ**

Рецензент **Никулин В.Т.**, доцент кафедры строительных материалов, кандидат технических наук.

© Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 2012.

ВВЕДЕНИЕ

Данная методическая разработка является дальнейшим развитием предыдущей [1] и предназначена для студентов III и IV курсов с профилем обучения 290600 - ПСМ и необходима им при выполнении лабораторных работ по курсу "Технология бетонных и железобетонных изделий", а также при выполнении лабораторных работ по дисциплине "Статистическая обработка результатов эксперимента".

Основной задачей выполняемой лабораторной работы является закрепление студентами знаний в области статистического анализа зависимостей, более подробное ознакомление с потенциальными возможностями и методикой проведения корреляционного анализа и приобретение практических навыков его выполнения.

Производство сборных бетонных и железобетонных конструкций сопровождается непрерывным контролем: входной контроль, включающий в себя контроль качества сырьевых материалов; операционный - контроль подготовки сырьевых материалов, рецептуры бетонной смеси, технологических процессов; контроль готовой продукции. При этом заводские лаборатории и отделы технического контроля фиксируют все результаты контрольных испытаний в соответствующих журналах.

Таким образом, журналы заводских лабораторий и отделов технического контроля представляют собой богатейшую и ценнейшую информацию, которая при соответствующем статистическом анализе может быть плодотворно использована для установления характера качественных и количественных причинно-следственных связей между зафиксированными в журналах рецептурно-технологическими характеристиками и показателями свойств полуфабрикатов и изделий.

В результате соответствующего статистического анализа этой информации становится возможным получение математических моделей технологического процесса или отдельных его переделов при изготовле-

нии изделий, а также рецептуры и свойств бетона. Полученные связи и модели в дальнейшем могут быть реализованы для оптимизации состава бетона и технологии, а также внедрения автоматизированных систем управления технологическим процессом, что позволит повысить качество изделий и улучшить технико-экономические показатели производства.

Целью данной работы является ознакомление с возможностями и методикой выполнения корреляционного анализа путем вычисления коэффициента парной корреляции показателей свойств материалов или изделий и приобретение навыков технологической интерпретации полученных результатов.

В методических указаниях использованы материалы

А.К.Яворского

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.1. Общие положения

В природе и технике, в том числе в технологии бетона и других строительных материалов, получили практическое применение три вида статистического анализа экспериментальных данных: регрессионный, дисперсионный и корреляционный.

Регрессионный анализ исследует зависимость среднего значения какой-либо величины от некоторой другой величины или от нескольких величин по уровням регрессии [2]. Дисперсионный анализ при обработке результатов наблюдений позволяет их общую вариацию (дисперсию) разложить на систематическую вариацию, обусловленную влиянием изучаемых факторов, и на вариацию случайную, обусловленную влиянием случайных, неучтенных факторов. Оценка достоверности систематической вариации по сравнению со случайной вариацией и составляет сущность дисперсионного анализа [3].

С регрессионным и дисперсионным анализом студенты будут знакомиться при изучении дисциплины "Математическое планирование эксперимента".

Суть корреляционного анализа сводится к установлению уравнения регрессии (алгебраического уравнения), то есть вида прямолинейной или криволинейной связи между случайными величинами, оценке тесноты (силы) связей и достоверности результатов измерений [4].

Выбор того или иного вида анализа обуславливается как технологической постановкой задачи, так и типом связи между исследуемыми переменными (параметрами, факторами). Основные схемы связей между переменными величинами систематизированы С.А. Айвазяном [2].

Схема "А" - связь (зависимость) между неслучайными величинами называется функциональной, если каждому значению одной величины X соответствует одно и только одно определенное (детерминированное)

значение другой величины Y , например, радиус и площадь круга или давление и температура насыщенного водяного пара в автоклаве.

Схема "B" - связь между случайной переменной \mathcal{E} и неслучайной переменной X может быть двойкой:

"B₁" - измерение \mathcal{E} неизбежно связано с некоторыми случайными ошибками измерения, а переменные X измеряются без ошибок или с ошибками пренебрежительно малыми по сравнению с ошибками измерений зависимой переменной \mathcal{E} , например, при изучении изменения модуля упругости бетона во времени, когда в процессе испытаний время X , в сутках определяется практически без ошибок, а измерение величины модуля обусловлено погрешностями работы прессового оборудования, индикаторов и тензодатчиков, центрирования образцов, неоднородностью бетона в серии испытываемых образцов и т.п. Таким образом \mathcal{E} (модуль упругости) является случайной величиной. В этом случае при связи типа "B₁" применяется регрессионный анализ.

"B₂" - значения \mathcal{E} зависят не только от соответствующих значений X , но и еще от целого ряда неконтролируемых факторов, а поэтому при каждом фиксированном значении X соответствующее значение \mathcal{E} неизбежно подвержено некоторому случайному разбросу (рассеиванию), например, при исследовании влияния расхода воды затворения (или модуля крупности песка) X на прочность бетона \mathcal{E} , которая зависит не только от формализованного изменения указанной независимой переменной X , но и от изменения при этом некоторых неконтролируемых свойств бетонной смеси (подвижности, жесткости) и бетона (средней плотности, структуры).

Схема "C" - связь между случайными величинами \mathcal{E} может быть двойкой :

"С₁" - исследуемые величины ϵ зависят от совокупностей неконтролируемых факторов и таким образом являются случайными по своей физической природе, например, между прочностью бетона и скоростью распространения в нем ультразвуковых волн. В этом случае при изучении связи "С₁" используется корреляционный анализ.

"С₂" - исследуемые величины не случайны, однако могут быть измерены только с некоторыми случайными ошибками $\sigma_{\{\epsilon\}}$, близкими между собой по величине, например, связь между термическим сопротивлением наружной стены и ее толщиной, эта связь близка к функциональной, но при фактических измерениях этих величин неизбежны ошибки, что и обуславливает вероятностный характер связи.

1.2. Корреляционная связь

Корреляционная связь, в отличие от функциональной является типично вероятностной (стохастической), при этом одной независимой величине соответствует несколько переменных величин, варьирующих (изменяющихся) около какой-то средней величины, например, одному значению прочности (R) керамзитобетона соответствует его средняя плотность (ρ_M) в каких-то пределах, например, при R=5 МПа $\rho_M=900\dots 1000$ кг/м³.

Корреляционная связь может быть прямолинейной и криволинейной, прямой и обратной.

Прямолинейной, или просто линейной, называется такая корреляция, когда равным изменениям одного свойства в среднем соответствуют равные изменения другого свойства, например, зависимость прочности бетона на гранитном щебне от прочности растворной части является линейной в определенном диапазоне (рис. 1.1) или прочности керамзитобетона от объемной концентрации керамзита (рис.1.2).

Криволинейной называется такая корреляция, когда равным изменениям одного свойства могут соответствовать любые, как равные, так и неравные, возрастающие или убывающие средние значения другого свойс-

тва, например, зависимость прочности бетона от коэффициента уплотнения бетонной смеси (рис. 1.3) или жесткости бетонной смеси от содержания в ней воды (рис.1.4).

При прямой (положительной) корреляции увеличение численного значений одной переменной приводит к неуклонному возрастанию среднего значения другой переменной (рис. 1.1 и рис. 1.3).

При обратной (отрицательной) корреляции с увеличением численных значений одной переменной средние численные значения другой переменной непрерывно убывают, уменьшаются (рис. 1.2 и рис. 1.4).

Корреляционная связь между варьирующими переменными не определяет причины зависимости между ними, корреляция устанавливает только величину (степень тесноты) связи между переменными, причинную же зависимость нужно искать в самой сущности явления.

1.3. Корреляционный анализ

Корреляционный анализ, как правило, используется как вспомогательный инструмент в ходе реализации различных технологических процессов. Например, при определении свойств газобетона одновременно фиксируются его прочность при сжатии и изгибе, влажность, средняя плотность и другие характеристики. Из технической литературы известно, что между прочностью на сжатие и средней плотностью (или между прочностью и влажностью газобетона) имеется сильная, близкая к функциональной зависимость. Если при определении свойств и последующем анализе оказывается, что связь между этими характеристиками чрезвычайно слабая или вовсе отсутствует, то это свидетельствует о том, что в технологии изготовления газобетонных изделий допускаются грубые ошибки. Корреляционный анализ не может указать где и в каком месте технологического процесса совершаются эти ошибки, но они могут быть выявлены при тщательном анализе технологического процесса. Корреляционная связь может быть парная (между двумя переменными) или множественная

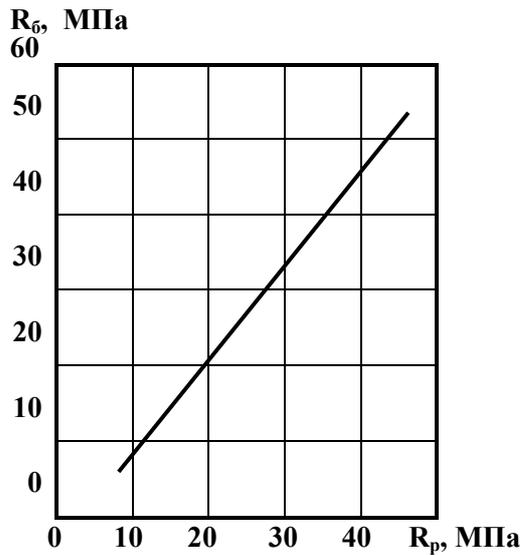


Рис. 1.1. Линейная положительная корреляция между прочностью бетона (R_c) на гранитном щебне и растворной частью этого бетона (R_p)

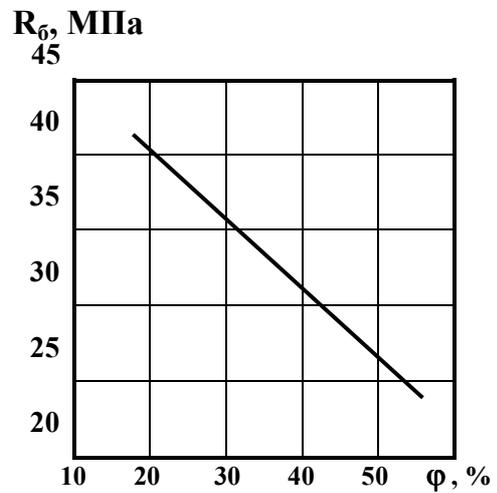


Рис. 1.2. Линейная отрицательная корреляция между прочностью бетона (R_c) и объёмной концентрацией керамзита в нём (ϕ)

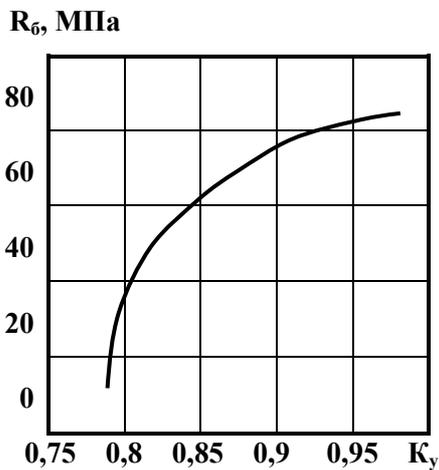


Рис. 1.3. Криволинейная положительная корреляция между прочностью бетона (R_c) и коэффициентом уплотнения бетонной смеси (K_y)

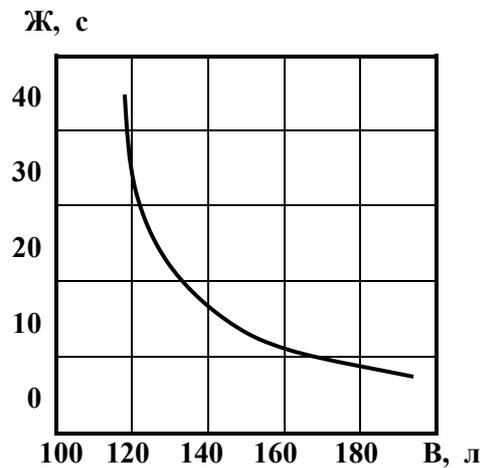


Рис. 1.4. Криволинейная отрицательная корреляция между прочностью бетона (R_c) и жесткостью ($Ж$) и водосодержанием (B) бетонной смеси

(между тремя и более переменными). В данных методических указаниях рассматривается только парная корреляция.

Величиной выражающей прямолинейную зависимость между двумя свойствами, является коэффициент корреляции (r).

Количественной оценкой криволинейных корреляционных связей служит корреляционное отношение (η).

Численное значение коэффициента корреляции и корреляционного отношения колеблется от -1 до + 1. Знак плюс указывает на положительную связь, знак минус – на отрицательную. Численное значение коэффициента корреляции (r) и корреляционного отношения (η) от 0 до ± 1 указывают на степень тесноты (силу) связи переменных.

Близость значений коэффициента корреляции и корреляционного отношения к единице указывает на существование между переменными почти строгой функциональной зависимости (положительной или отрицательной).

Коэффициент корреляции для независимых случайных величин равен нулю. Такие переменные называются некоррелированными.

Коэффициент корреляции может быть близок к нулю также и для случая коррелированных переменных, если связь между ними не линейная, а криволинейная.

Таким образом, равенство нулю коэффициента корреляции необходимое, но не достаточное условие некоррелированности переменных, поэтому, если коэффициент корреляции (r) близок к нулю, необходимо определить численное значение корреляционного отношения (η) и по нему судить о тесноте уже нелинейной связи.

Корреляционное отношение (η) не может быть меньше абсолютного значения коэффициента корреляции (r), характеризующего связь между теми же переменными. В случае линейной связи численные значения (r) и (η) совпадают.

Целью корреляционного анализа является установление тесноты (силы) и достоверности корреляционной связи между переменными. В случае наличия линейной связи это достигается путём вычисления коэффициента корреляции (r). Выборочное значение коэффициента корреляции может быть вычислено по формуле [4]

$$r_{(X,Y)} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \times (Y_i - \bar{Y})}{(n-1) \times S_x \times S_y} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \times Y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \times \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \times \left[\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}}. \quad (1)$$

где X_i - значение первого измеряемого параметра в каждом опыте (наблюдении);

\bar{X}_i - среднее значение первого измеряемого параметра;

Y_i - значение второго измеряемого параметра в каждом опыте (наблюдении);

\bar{Y}_i - среднее значение второго измеряемого параметра;

n - число опытов в эксперименте (число парных наблюдений переменных X и Y);

S_x - среднее квадратическое отклонение, рассчитанное по всем частным значениям первого параметра;

S_y - среднее квадратическое отклонение, рассчитанное по всем частным значениям второго параметра.

Величина коэффициента корреляции $0 > r < |\pm 1|$ характеризует тесноту (силу) корреляционной связи. Обычно считают тесноту связи удовлетворительной при $r \geq 0,5$; хорошей при $r = 0,8 \dots 0,85$. Для более точной и достоверной оценки тесноты связи обычно проводят оценку значимости коэффициента корреляции.

Оценка значимости коэффициента корреляции производится путем

проверки гипотезы об отсутствии корреляции между X и Y , так называемой "нуль-гипотезы" $H_0 = r(X, Y)$. Эта проверка выполняется по t - критерию Стьюдента. Для этого вычисляется его фактическое значение по формуле

$$t_{(r)} = \frac{r_{(x,y)}}{\sqrt{1 - (r_{(x,y)})^2}} \times \sqrt{n - 2} . \quad (2)$$

где $r_{(x,y)}$ - коэффициент корреляции между, переменными X и Y ;
 n - число парных вариантов (число парных измерений).

Полученное значение $t_{(r)}$ сопоставляется с табличным $t_{табл}$ при числе степеней свободы $f = n - 2$ и уровне значимости α , обычно равном $\alpha=0,05$. Если фактическое значение $t_{(r)} > t_{табл}$, то гипотеза об отсутствии связи отвергается, то есть статистически доказывається достоверность наличия корреляционной связи.

Таблица 1.1.

Критерий Стьюдента $t_{табл}$, при $\alpha=0,05$ и числе степеней свободы $f = n - 2$

$f = n - 2$	$t_{табл}$	$f = n - 2$	$t_{табл}$
10	2,23	70	1,999
20	2,09	80	1,990
30	2,04	90	1,987
40	2,02	100	1,984
50	2,01	∞	1,960
60	2,00		

Достоверность корреляционной связи можно также доказать, вычислив доверительный интервал коэффициента корреляции:

$$r - \frac{1,96 \cdot (1 - r^2)}{\sqrt{n}} \leq r \leq r + \frac{1,96 \cdot (1 - r^2)}{\sqrt{n}} . \quad (3)$$

Если нижняя граница доверительного интервала $(r - 1,96 \cdot (1 - r^2) / \sqrt{n})$

оказывается больше нуля, то наличие линейной корреляционной связи достоверно доказано.

Поскольку коэффициент корреляции характеризует линейную связь между переменными, после вычисления последнего и проверки его на достоверность оказывается возможным представить эту связь в аналитической форме в виде уравнений типа:

$$Y = b_0 + b_1 \times X \quad , \quad (4)$$

или

$$X = b'_0 + b'_1 \times Y \quad . \quad (5)$$

Уравнения (3) и (4) могут быть записаны с учётом вычисленных величин коэффициента корреляции и среднеквадратичных отклонений S_X , и S_Y , вычисленных по значениям первого и второго параметра [5]

$$Y - \bar{Y} = r_{(x,y)} \frac{S_y}{S_{(x)}} \times (X - \bar{X}) \quad , \quad (6)$$

$$X - \bar{X} = r_{(x,y)} \frac{S_x}{S_{(y)}} \times (Y - \bar{Y}) \quad . \quad (7)$$

Если $r_{(x,y)} \neq 1$, то уравнения связи (6) и (7) при графическом построении дают две разные прямые, пересекающиеся в точке с координатами (\bar{X}, \bar{Y}) . Поэтому уравнение (7) нельзя получить из уравнения (6) простым алгебраическим преобразованием.

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗУЧАЕМОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СВЯЗИ

Технологический анализ результатов исследования включает в себя оценку полученных характеристик:

- средних арифметических значений свойств X и Y ;
- коэффициентов вариации свойств X и Y ;
- коэффициента корреляции между свойствами X и Y ;
- анализ аналитических уравнений связи.

Следует отметить, что вычисление статистических характеристик (средних арифметических и коэффициентов вариации) подробно разобрано в методических указаниях [6].

Оценка средних арифметических величин изучаемых свойств производится с позиций установления их соответствия требованиям нормативной и инструктивной литературы, а также проектных положений.

Оценка численных значений коэффициентов вариации изучаемых свойств также производится в свете рекомендаций современной нормативной литературы. Например, при изучении связи между прочностью при сжатии и средней плотностью керамзитобетона коэффициент вариации не должен превышать 13,5 % по прочности и 5 % по средней плотности согласно ГОСТ 18105-2010.

Оценка значимости коэффициента корреляции и его достоверности имеет своей целью установление вида и тесноты корреляционной связи, а также возможность и целесообразность управления технологическим процессом или качеством изделий на основе полученных аналитических выражений связи.

Пример расчёта статистических характеристик, коэффициента корреляции, оценка достоверности корреляционной связи, а также её аналитическое описание и технологический анализ приведён в разделе 3.

3. ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ СВЯЗИ

Данные для примера заимствованы из журнала заводской лаборатории, в котором фиксировались данные выходного контроля качества наружных стен, изготавливаемых из керамзитобетона класса В3,5 (марка по прочности при сжатии М50) и проектной средней плотности в сухом состоянии не более 1000 кг/м³.

Таблица 3.1.

Исходные данные по средней плотности и прочности керамзитобетона

№ п/п	Средняя плотность бетона, ρ кг/м ³	Прочность при сжатии, R МПа	№ п/п	Средняя плотность бетона, ρ кг/м ³	Прочность при сжатии, R МПа
1	2	3	4	5	6
1.	1050	5,6	31.	1060	5,4
2.	970	4,8	32.	980	6,5
3.	1020	5,1	33.	1050	6,0
4.	940	5,8	34.	960	5,5
5.	990	5,3	35.	910	5,6
6.	1030	6,1	36.	900	5,1
7.	980	4,5	37.	1000	4,6
8.	960	5,6	38.	1060	6,1
9.	910	4,0	39.	1000	5,2
10.	970	5,8	40.	930	4,8
11.	1010	5,9	41.	1040	5,4
12.	960	6,1	42.	1000	5,6
13.	990	4,8	43.	930	6,6
14.	1060	6,4	44.	960	6,4
15.	990	6,5	45.	1040	6,6
16.	1030	6,5	45.	920	5,2
17.	970	5,2	47.	990	6,3
18.	950	6,0	48.	960	5,3
19.	980	5,9	49.	960	6,1
20.	960	5,0	50.	940	5,4
21.	1000	5,0	51.	970	5,6
22.	1050	6,8	52.	1020	5,9
23.	1010	4,6	53.	1020	6,1
24.	990	6,1	54.	950	6,4
25.	1060	6,0	55.	930	4,6

Продолжение таблицы 3.1.

26.	990	5,7	56.	970	5,5
27.	1030	6,2	57.	1000	6,5
28.	940	5,3	58.	930	5,1
29.	1020	5,1	59.	1000	5,7
30.	1000	5,4	60.	970	4,6

Для облегчения вычисления коэффициента корреляции и коэффициентов уравнений корреляционной связи составим расчётную таблицу промежуточных величин, обозначив при этом среднюю плотность через Y , а прочность – через X :

Таблица 2.2.

Расчётная таблица промежуточных величин

№ п/п	Y	Y^2	X	X^2	XY
1	2	3	4	5	6
1	1050	1102500	5.6	31.36	5880
2	970	940900	4.8	23.04	4656
3	1020	1040400	5.1	26.01	5202
4	940	883600	5.8	33.64	5452
5	990	980100	5.3	28.09	5247
6	1030	1060900	6.1	37.21	6283
7	980	960400	4.5	20.25	4410
8	960	921600	5.6	31.36	5376
9	910	828100	4.0	16.00	3640
10	970	940900	5.8	33.64	5626
11	1010	1020100	5.9	34.81	5959
12	960	921600	6.1	37.21	5856
13	990	980100	4.8	23.04	4752
14	1060	1123600	6.4	40.96	6784
15	990	980100	6.5	42.25	6435
16	1030	1060900	6.5	42.25	6695
17	970	940900	5.2	27.04	5044
18	950	902500	6.0	36.00	5700
19	980	960400	5.9	34.81	5782
20	960	921600	5.0	25.00	4800
21	1000	1000000	5	25.00	5000
22	1050	1102500	6.8	46.24	7140

Продолжение таблицы 3.1.

1	2	3	4	5	6
23	1010	1020100	4.6	21.16	4646
24	990	980100	6.1	37.21	6039
25	1060	1123600	6.0	36.00	6360
26	990	980100	5.7	32.49	5643
27	1030	1060900	6.2	38.44	6386
28	940	883600	5.3	28.09	4982
29	1020	1040400	5.1	26.01	5202
30	1000	1000000	5.4	29.16	5400
31	1060	1123600	5.4	29.16	5724
32	980	960400	6.5	42.25	6370
33	1050	1102500	6.0	36.00	6300
34	960	921600	5.5	30.25	5280
35	910	828100	5.6	31.36	5096
36	900	810000	5.1	26.01	4590
37	1000	1000000	4.6	21.16	4600
37	1060	1123600	6.1	37.21	6466
39	1000	1000000	5.2	27.04	5200
40	930	864900	4.8	23.04	4464
41	1040	1081600	5.4	29.16	5616
41	1000	1000000	5.6	31.36	5600
43	930	864900	6.6	43.56	6138
44	960	921600	6.4	40.96	6144
45	1040	1081600	6.6	43.56	6864
46	920	846400	5.2	27.04	4784
47	990	980100	6.3	39.69	6237
48	960	921600	5.3	28.09	5088
49	960	921600	6.1	37.21	5856
50	940	883600	5.4	29.16	5076
51	970	940900	5.6	31.36	5432
52	1020	1040400	5.9	34.81	6018
53	1020	1040400	6.1	37.21	6222
54	950	902500	6.4	40.96	6080
55	930	864900	4.6	21.16	4278
56	970	940900	5.5	30.25	5335
57	1000	1000000	6.5	42.25	6500
58	930	864900	5.1	26.01	4743
59	1000	1000000	5.7	32.49	5700
60	970	940900	4.6	21.16	4462
Σ	59160	58436000	336.8	1914.70	332640

Среднее арифметическое значение средней плотности (параметр Y) составит:

$$\bar{\rho} = \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y}{n} = \frac{59160}{60} = 986 \text{ кг/м}^3.$$

Дисперсия параметра Y (дисперсия по средней плотности ρ_M) составит:

$$S_Y^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right] = \frac{1}{60-1} \left[58436000 - \frac{1}{60} \times 59160^2 \right] = 1766,8 \text{ (кг/м}^3)^2.$$

Среднее квадратичное отклонение параметра Y :

$$S_Y = \sqrt{S_Y^2} = \sqrt{1766,8} = 42,03 \text{ кг/м}^3.$$

Коэффициент вариации средней прочности

$$V_Y = \frac{S_Y}{\bar{Y}} = \frac{42,03}{986} = 0,0426 \text{ или } 4,26\%.$$

Среднее арифметическое значение прочности (параметр X) составит:

$$\bar{R} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X}{n} = \frac{336,8}{60} = 5,61 \text{ МПа}.$$

Дисперсия параметра X (дисперсия по прочности R) составит:

$$S_X^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] = \frac{1}{60-1} \left[1914,7 - \frac{1}{60} \times 336,8^2 \right] = 0,409 \text{ (МПа)}^2.$$

Среднее квадратичное отклонение параметра X :

$$S_X = \sqrt{S_X^2} = \sqrt{0,409} = 0,64 \text{ МПа}$$

Коэффициент вариации прочности

$$V_X = \frac{S_X}{\bar{X}} = \frac{0,64}{5,61} = 0,114 \text{ или } 11,4\%.$$

Коэффициент корреляции определится по формуле (1)

$$r_{(X,Y)} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \times Y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \times \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \times \left[\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right]}} =$$

$$= \frac{332640 - \frac{1}{60} 336,8 \times 59160}{\sqrt{\left[1914,7 - \frac{1}{60} (336,8)^2 \right] \times \left[58436000 - \frac{1}{60} (59160)^2 \right]}} = 0,35.$$

Для оценки значимости коэффициента корреляции рассчитываем критерий Стьюдента по формуле (2)

$$t_{(r)} = \frac{r_{(x,y)}}{\sqrt{1 - (r_{(x,y)})^2}} \times \sqrt{n-2} = \frac{0,35}{\sqrt{1-0,35}} \times \sqrt{60-2} = 3,306.$$

Табличное значение критерия Стьюдента при уровне значимости $\alpha=0,05$ и числе степеней свободы $f = n-2=60-2=58$ $t_{табл}=2,006$. Так как $t_{табл}=2,006 < t_{(r)}=3,306$, то с достоверностью не менее 95 % ($P=1 - \alpha$) можно утверждать, что исследуемые переменные коррелированы, т.е. связь между средней плотностью и прочностью при сжатии достоверно доказана. Доверительный интервал коэффициента корреляции вычисляется по формуле (3)

$$r_{XY} - \frac{1,96 \times (1 - r_{XY}^2)}{\sqrt{n}} \leq r_{XY} \leq r_{XY} + \frac{1,96 \times (1 - r_{XY}^2)}{\sqrt{n}}.$$

$$0,35 - \frac{1,96(1 - 0,35^2)}{\sqrt{60}} \leq r_{XY} \leq 0,35 + \frac{1,96 \times (1 - 0,35^2)}{60}.$$

$$0,32 < r_{XY} < 0,39.$$

Поскольку нижняя граница доверительного интервала существенно отличается от нуля, то можно утверждать, что наличие корреляционной связи достоверно доказано.

Для аналитического описания полученной связи составляем равенства (6, 7)

$$Y - \bar{Y} = r_{(x,y)} \frac{S_y}{S_{(x)}} \times (X - \bar{X}); Y - 986 = 0,35 \frac{42,03}{0,64} (R - 5,61); Y = \rho = 22,99R + 857,0.$$

$$X - \bar{X} = r_{(x,y)} \frac{S_x}{S_{(y)}} \times (Y - \bar{Y}); X - 5,61 = 0,35 \frac{0,64}{42,03} (\rho - 986); X = R = 0,005\rho + 0,355.$$

Графическое изображение полученных уравнений связи строится по элементарным правилам аналитической геометрии в граничных значениях фактического варьирования переменных X и Y и принимает вид, изображённый на рис. 3.5.

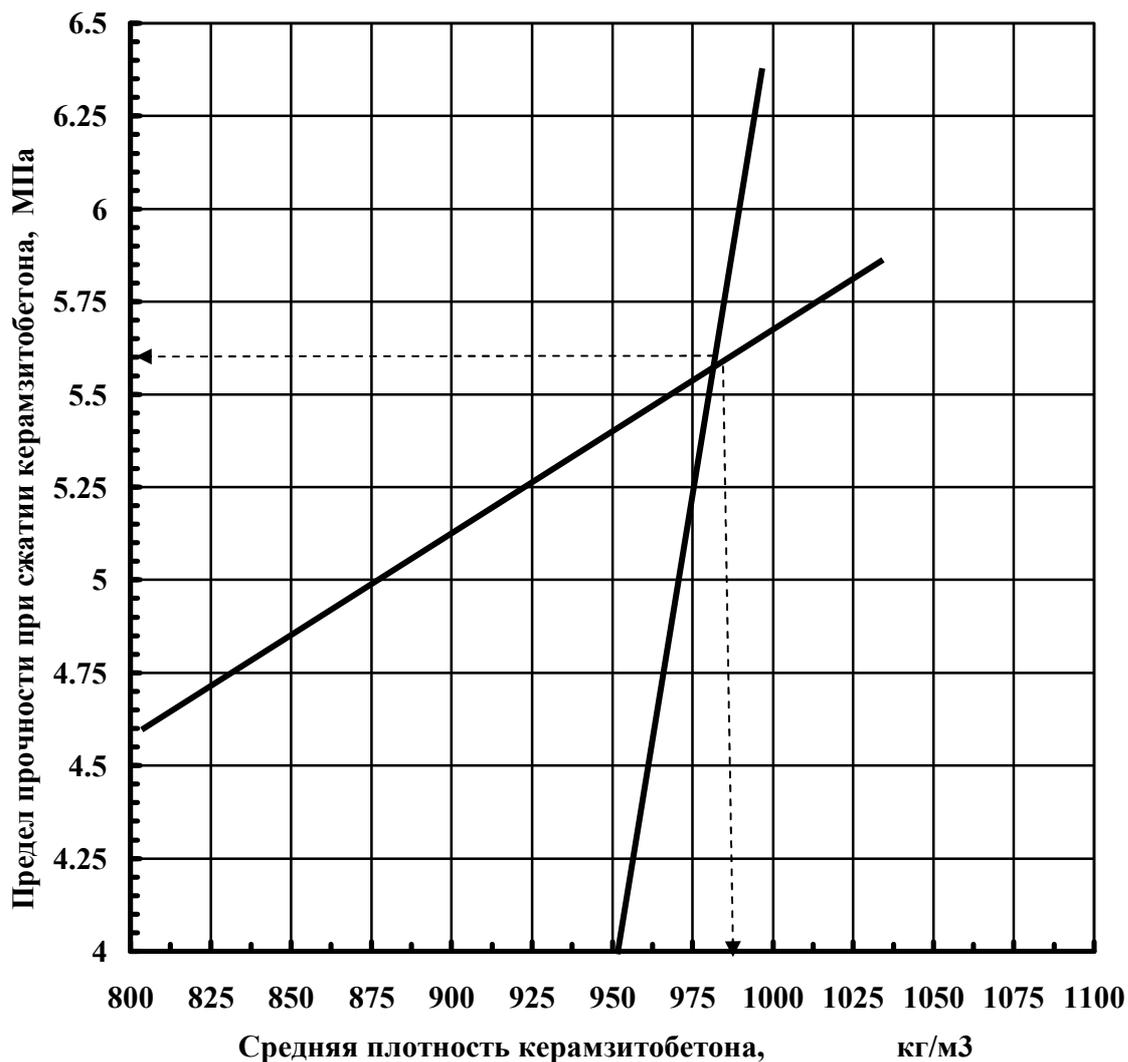


Рисунок 3.5. Графическое изображение уравнений связи между исследуемыми величинами

Технологический анализ полученных результатов показывает следующее:

— среднее значение средней плотности и прочности при сжатии керамзитобетона, равные соответственно 968 кг/м^3 и $5,61 \text{ МПа}$ вполне удовлетворяют проектным данным;

— коэффициент вариации средней плотности керамзитобетона, равный $4,26 \%$, вполне укладывается в лимитированные значения [11, 12];

— коэффициент вариации по прочности при сжатии, равный $11,4 \%$, также укладывается в нормированные значения [11, 12];

— численное значение коэффициента корреляции, 0,35, показывает сравнительно слабую связь между исследуемыми переменными, при этом наличие корреляции достоверно доказано путём проверки по критерию Стьюдента и при помощи вычисления доверительного интервала коэффициента корреляции, и она может быть аппроксимирована как аналитическим уравнением, так и графически прямой линией.

Аналитическое описание связи вполне может служить статистической моделью для оптимизации рецептуры и технологии производства керамзитобетона на данном технологическом комплексе в фактических или близких к ним граничных значениях варьирования прочности и средней плотности.

Список литературы

1. Коннов Н.М. Статистическая обработка результатов эксперимента: Учебное пособие. –Н.Новгород: ННГАСУ, 2007. –90 с.
2. Айвазян С.А. Статистические исследования зависимостей. – М.: Металлургия, 1968. -227 с.
3. Леонтьев, П.Л. Техника статистических вычислений. Изд. 2-е испр. и дополн. –М.: Лес. пром., 1966. – 250 с.
4. Сиденко В.М., Грушко И.М. Основы научных исследований. – Харьков: Выща школа, 1978. -200 с.
5. Вознесенский В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях. – М.:Статистика, 1974. – 192 с.
6. Коннов Н.М. Статистические характеристики малой выборочной совокупности. Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине "Численные методы решения строительно-технологических задач на ЭВМ" для студентов специальности №1207 "Производство строительных изделий и конструкций". – Горький, 1988. - 32 с.
7. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.:Высшая школа, 1997. – 479 с.
8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.:Высшая школа, 1997. – 400 с.
9. Ахназарова С. Л., Кафаров В.В. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии. – М.:Высшая школа, 1978. – 319 с.
10. Баженов Ю.М., Вознесенский В.А. Перспективы применения математических методов в технологии сборного железобетона. – М.:Стройиздат, 1974. – 191 с.
11. ГОСТ 25820-2000. Бетоны легкие. Технические условия.
12. ГОСТ 18105-2010. Бетоны. Правила контроля и оценки прочности.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Теоретическая часть	5
1.1. Общие положения	5
1.2. Корреляционная связь	7
1.3. Корреляционный анализ	8
2. Технологический анализ изучаемой корреляционной связи	14
3. Пример определения корреляционной связи	15
Список литературы	22

Коннов Николай Михайлович

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

**Методические указания
к выполнению лабораторных работ по дисциплинам "Технология бетонных и железобетонных изделий", "Статистическая обработка результатов эксперимента" для студентов специальности 290600 - "Производство и применение строительных материалов, изделий и конструкций"**

Подписано к печати "..."..... 2012 г.
Формат 60x90 1/16. Бумага газетная. Печать трафаретная.
Уч. изд. л. 1,1 Усл. печ. л. 1,5
Тираж 200 экз. Заказ №

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет"(ННГАСУ),
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.
Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Нижний Новгород,
ул. Ильинская, 65.