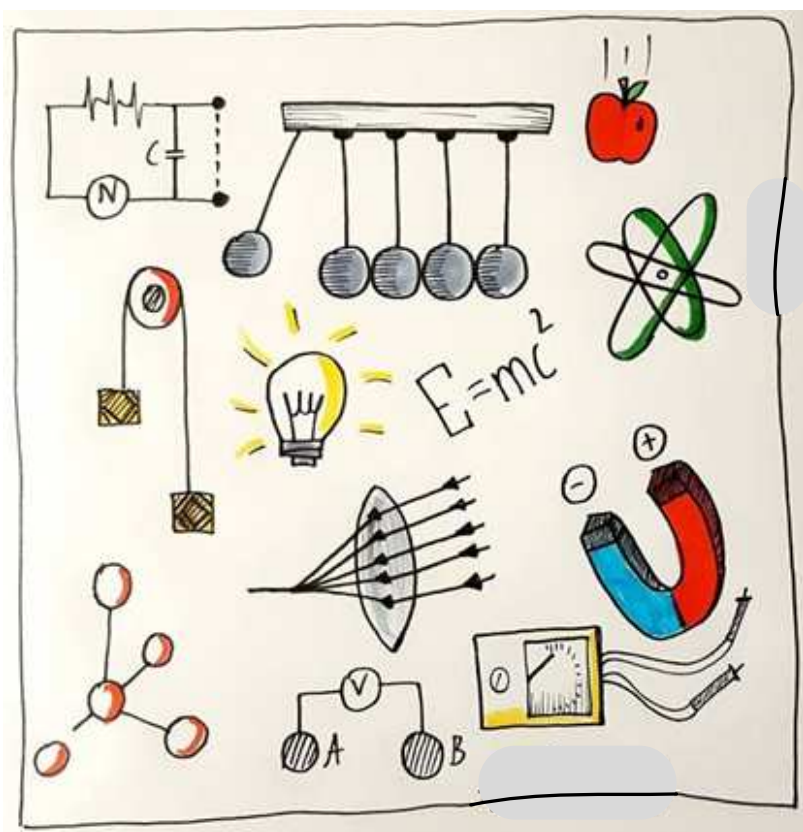


ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

Часть II

Учебное пособие



Нижний Новгород

2026

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

Часть II

Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

Нижний Новгород
ННГАСУ
2026

УДК 539.3
М 16
ББК 22.3

Печатается в авторской редакции

Рецензенты:

- С. В. Хазанова* – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики полупроводников, электроники и наноэлектроники ФГАОУ ВО «Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского»
- Г. А. Малиновская* – канд. техн. наук, доцент кафедры математического моделирования в экономике и управлении ФГБОУ ВО «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (Нижегородского института управления – филиала РАНХиГС)

Маковкин, Г.А. Лекции по физике. Часть II : учебное пособие / Г. А. Маковкин, Е. А. Ревунова, В. Б. Штенберг, О. М. Бархатова, Л. П. Коган, А. А. Краснов, Н. Е. Демидова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород : ННГАСУ, 2026. – 114 с.: ил. – ISBN 978-5-528-00618-5; 978-5-528-00661-1. – Текст : непосредственный.

Учебное пособие содержит краткое изложение трёх разделов курса общей физики, а именно: электромагнетизм, колебания и волны, основы оптики. Изложение рассчитано на студентов, обучающихся по инженерным строительным специальностям, и включает в себя основные определения физических величин и формулировку основных физических законов. Даются все необходимые пояснения для успешного усвоения излагаемого материала.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство».

ББК 22.3

ISBN 978-5-528-00618-5; 978-5-528-00661-1

© Коллектив авторов, 2026
© ННГАСУ, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

Тема 4: ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	6
§1 Магнитное поле и его характеристики	6
1.1 Опыт Эрстеда	6
1.2 Опыт Ампера	7
§2 Определение вектора магнитной индукции	8
§3 Закон Био-Савара-Лапласа	11
§4 Примеры расчета магнитных полей	13
4.1 Магнитное поле прямого тока	13
4.2 Магнитное поле в центре кругового проводника с током	14
§5 Сила Лоренца	15
§6 Свойства магнитного поля	16
6.1 Магнитный поток	16
6.2 Теорема Гаусса для магнитного поля	17
6.3 Циркуляция вектора магнитной индукции	18
§7 Магнитное поле в веществе	20
§8 Проводник с током в магнитном поле. Закон Ампера	24
Работа, совершаемая при перемещении проводника	
§9 с током в магнитном поле	27
§10 Контур с током в магнитном поле	28
10.1 Магнитный момент	28
10.2 Вращающий момент сил, приложенных к контуру	29
§11 Электромагнитная индукция	30
§12 Явление самоиндукции. Индуктивность контура	32
§13 Взаимная индукция	34
§14 Энергия магнитного поля	36
§15 Токи при замыкании и размыкании цепи	38
§16 Уравнения Максвелла для электромагнитного поля	40
16.1 Теорема Гаусса для электрического поля	41

	(первое уравнение)	
	Закон Гаусса для магнитного поля	
16.2	(второе уравнение)	41
	Закон электромагнитной индукции Фарадея	
16.3	(третье уравнение)	42
	Закон полного тока с током смещения	
16.4	(четвертое уравнение)	42
Тема 5: КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ		43
§1	Гармонические колебания и их характеристики	43
§2	Дифференциальное уравнение гармонических колебаний	46
	Преобразование энергии в процессе	
§3	гармонических колебаний	48
§4	Физический маятник	49
§5	Математический маятник	51
	Свободные гармонические колебания	
§6	в колебательном контуре	52
§7	Сложение колебаний одного направления	55
	Сложение колебаний одинаковой частоты,	
7.1	имеющих одинаковое направление в пространстве	56
	Сложение колебаний с неравными,	
7.2	но мало отличающимися частотами	58
§8	Сложение взаимно перпендикулярных колебаний	60
§9	Затухающие колебания	62
9.1	Затухающие колебания пружинного маятника	62
	Затухающие колебания в электрическом	
9.2	колебательном контуре	64
§10	Вынужденные колебания, резонансная кривая	65
§11	Волновые процессы, классификация волн	69
§12	Плоские и сферические волны	71

§13	Волновое уравнение для плоских волн	74
§14	Электромагнитные волны.....	74
Тема 6:	ОСНОВЫ ОПТИКИ	78
	ВОЛНОВАЯ ОПТИКА	78
§1	О природе света	78
§2	Интерференция света	79
§3	Способы наблюдения интерференции	83
§4	Дифракция света	88
§5	Зоны Френеля	90
§6	Дифракция Френеля от простейших преград	93
6.1	Дифракция Френеля от круглого отверстия	93
6.2	Дифракция от круглого диска	95
§7	Дифракция Фраунгофера от щели	96
	ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА	100
§8	Понятие о световых лучах	100
§9	Основные законы геометрической оптики	100
9.1	Закон независимости световых лучей	101
9.2	Закон прямолинейного распространения света	101
§10	Закон отражения света	102
§11	Закон преломления света	103
§12	Прохождение света через линзу	105
12.1	Уравнение тонкой линзы	108
12.2	Построение изображения при прохождении луча света через линзу	109
§13	Фотометрия	111
	ЛИТЕРАТУРА	114

Тема 4: ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

§1 Магнитное поле и его характеристики

Опыт показывает, что подобно тому, как в пространстве, окружающем неподвижные электрические заряды, возникает электростатическое поле (являющееся средой взаимодействия между ними), так и в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое **магнитным полем**.

1.1 Опыт Эрстеда

Название «магнитное поле» связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием силового поля, создаваемого током. Это явление впервые обнаружил датский физик Ханс Кристиан Эрстед в 1820 г. При пропускании по прямолинейному горизонтальному проводнику постоянного тока силой I находящаяся под ним магнитная стрелка поворачивается вокруг своей вертикальной оси, стремясь расположиться перпендикулярно проводнику с током (рис. 1.1). Эрстед обнаружил, что направление поворота северного полюса (N) стрелки под действием электрического тока изменяется на противоположное при изменении направления тока в проводнике.

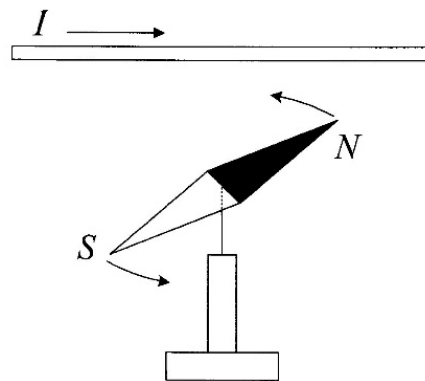


Рис.1.1

Из Опыта Эрстеда следует, что магнитное поле имеет направленный характер и должно характеризоваться векторной величиной. Эту величину принято обозначать буквой $\vec{B}$, называемой **вектором магнитной индукции**. Вектор

магнитной индукции $\vec{B}$ является основной силовой характеристикой магнитного поля.

1.2 Опыт Ампера

Французский физик Андре-Мари Ампер в 1820г. обнаружил, что два тонких прямолинейных проводника, по которым текут токи, притягивают друг друга, если токи имеют в них одинаковое направление, и отталкивают друг друга, если токи противоположны (рис. 1.2). Ампер установил, что сила взаимодействия токов, приходящаяся на единицу длины каждого проводника, пропорциональна величинам токов в них I_1 и I_2 и обратно пропорциональна расстоянию d между ними.

$$F_{\text{ед}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{d}, \quad (1.1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – *магнитная постоянная*.

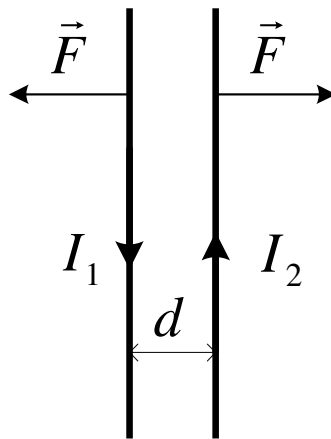


Рис.1.2

Опыт имел следующее объяснение: каждый из проводников с током создает магнитное поле, действующее на другой проводник с током.

Таким образом, эксперименты показали, что

- 1) вокруг проводников с током и постоянных магнитов существует магнитное поле, которое обнаруживается по его силовому действию на другие проводники с током, постоянные магниты, движущиеся электрические заряды.
- 2) В отличие от электрического поля магнитное поле не оказывает действия на покоящийся заряд.

§2. Определение вектора магнитной индукции

Для характеристики способности магнитного поля оказывать силовое действие на проводники с током вводится физическая величина, называемая **вектором магнитной индукции**.

Магнитное поле исследуют с помощью замкнутого контура с током. Контур должен иметь малые размеры по сравнению с расстояниями, на которых магнитное поле заметно изменяется (*рис. 2.1.а*). Подводящие проводники сплетают вместе, чтобы результирующая сила, действующая на них со стороны магнитного поля, была равна нулю.

Если пропустить ток через рамку и провод, то рамка поворачивается и располагается так, что провод оказывается в плоскости рамки (*рис. 2.1.б*). Рамка поворачивается под действием момента сил. Если брать разные по площади рамки с разными токами, то моменты сил, действующие на эти рамки в данной точке поля, будут разными.

Однако, отношение максимального момента сил к произведению силы тока в рамке на ее площадь будет для данной точки поля одним и тем же. Это отношение принимают в качестве величины, характеризующей магнитное поле, и называют **индукцией магнитного поля** в данной точке

$$\vec{B} = \frac{\vec{M}_{max}}{IS} \quad (2.1)$$

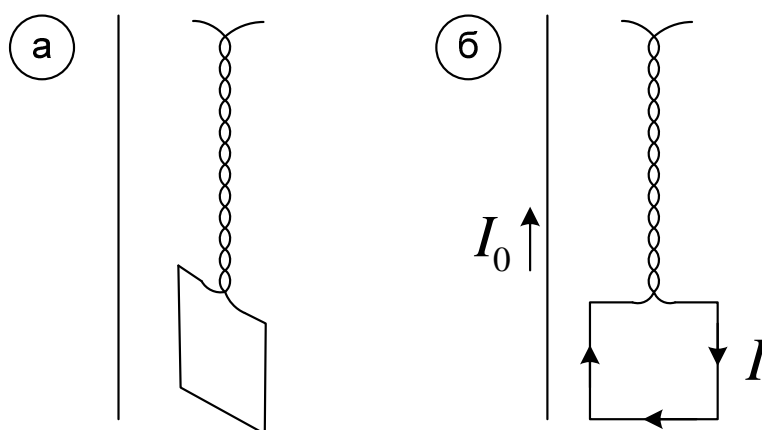


Рис. 2.1

Магнитная индукция $\vec{B}$ это векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой магнитного поля (2.1). Она численно равна отношению максимального момента сил M_{max} , действующего на рамку с током со стороны магнитного поля, к произведению силы тока I в рамке на ее площадь S .

В международной системе единиц (SI) магнитная индукция измеряется в теслах, 1 Тл равен магнитной индукции однородного магнитного поля, в котором на плоский контур с током, имеющий магнитный момент $1\text{ А}\cdot\text{м}^2$, действует вращающий момент, равный $1\text{ Н}\cdot\text{м}$.

Так как магнитное поле является силовым, его, по аналогии с электрическим полем, изображают с помощью *линий магнитной индукции*. Касательные к линиям магнитной индукции в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$. Их направление определяется правилом буравчика: рукоятка винта, который ввинчивается в направлении тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с токами или постоянные магниты. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются разомкнутыми. (Как известно, линии напряженности электростатического поля начинаются на по-

ложительных зарядах, заканчиваются на отрицательных и вблизи поверхности заряженного тела направлены перпендикулярно к ней).

Согласно предположению французского физика Андрэ-Мари Ампера, в любом теле существуют микроскопические (молекулярные) токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макроскопических токов (токов, текущих в проводниках). Так, если вблизи какого-то тела (среды) поместить проводник с током, то есть **макроток**, то под действием его магнитного поля микротоки в атомах тела определенным образом ориентируются, создавая тем самым дополнительное магнитное поле. Поэтому вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует **резльтирующее магнитное поле**, создаваемое всеми макро- и микротоками. Таким образом при одном и том же токе I и прочих равных условиях вектор $\vec{B}$ в различных средах будет иметь разные значения.

Магнитное поле, создаваемое макротоками, характеризуется вектором напряженности $\vec{H}$. Для однородной изотропной среды связь между векторами индукции $\vec{B}$ и напряженности $\vec{H}$ магнитного поля определяется выражением

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad (2.2)$$

где μ – магнитная проницаемость среды (безразмерная величина), показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков усиливается за счет поля микротоков данной среды.

Единица напряженности магнитного поля:

1 А/м - напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Тл}$.

§3. Закон Био-Савара-Лапласа

После опытов Эрстеда начались интенсивные исследования магнитного поля постоянного тока. Французские физики Био и Савар в первой четверти XIX в. изучали магнитные поля, создаваемые в воздухе прямолинейным током, круговым током, катушкой с током и тому подобные явления. На основании многочисленных экспериментов они пришли к выводу, что магнитная индукция поля проводника с током:

- пропорциональна силе тока,
- зависит от формы и размеров проводника,
- зависит от расположения рассматриваемой точки поля относительно проводника.

Био и Савар попытались получить закон, который позволял бы рассчитывать индукцию в каждой точке магнитного поля, создаваемого током в проводнике любой формы. Однако формализовать данную задачу они не смогли. По их просьбе этой задачей занялся французский физик и математик Лаплас (Пьер-Симон де Лаплас). Он учел векторный характер магнитной индукции и высказал гипотезу, что для магнитного поля справедлив принцип суперпозиции, то есть принцип независимости действия полей:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i = \int_l d\vec{B} \quad (3.1)$$

где $d\vec{B}$ индукция магнитного поля малого элемента dl проводника с током, а интегрирование проводится по всей длине проводника.

Закон Био-Савара-Лапласа для проводника с током I , элемент которого dl создает в некоторой точке A индукцию поля $d\vec{B}$ (рис. 3.1) записывается в виде:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l}, \vec{r}] \quad (3.2)$$

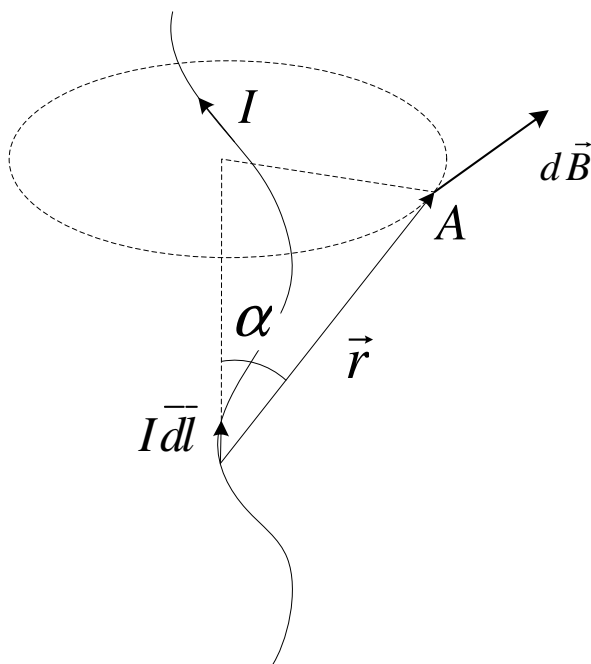


Рис. 3.1

где

$d\vec{l}$ – вектор, по модулю равный длине элемента dl проводника и совпадающий по направлению с током;

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента $d\vec{l}$ проводника в точку A поля;

r – модуль радиуса-вектора.

Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление находится по правилу буравчика.

Так как модуль векторного произведения $[d\vec{l}, \vec{r}]$ равен $dl r \sin \alpha$, то модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \alpha}{r^2} \quad (3.3)$$

Таким образом, магнитная индукция поля, создаваемого в вакууме током I , идущим по проводнику конечной длины и любой формы, равна

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} \quad (3.4)$$

Закон Био-Савара-Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет рассчитывать магнитные поля, создаваемые любыми проводниками с током.

§4. Примеры расчета магнитных полей

4.1 Магнитное поле прямого тока

Пусть магнитное поле создается прямым бесконечным проводником с током, (рис. 4.1). В произвольной точке A , удаленной от оси проводника на расстояние R , векторы $d\vec{B}$ от всех элементов тока dl имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. В качестве переменной интегрирования выберем угол α , выразив через него все остальные величины. Из рис. 4.1 следует, что $\sin \alpha = \frac{R}{r}$, откуда $r = \frac{R}{\sin \alpha}$

С другой стороны, $\sin \alpha = \frac{CD}{dl} = \frac{r d\alpha}{dl}$, откуда $dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$

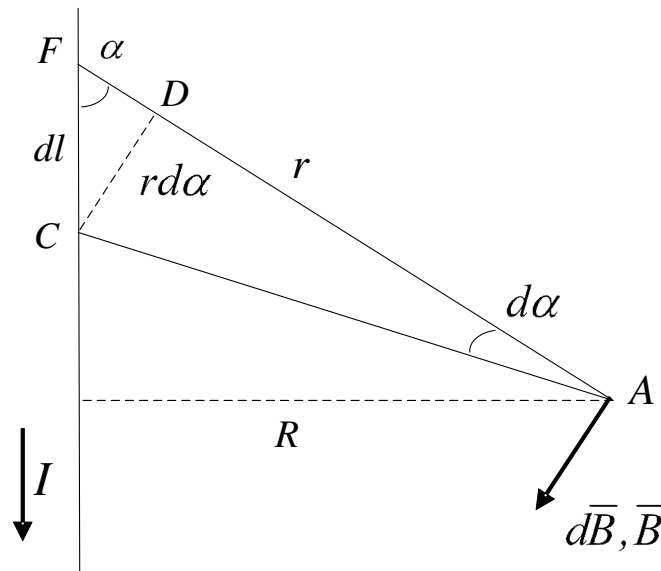


Рис 4.1.

Подставляя эти выражения в формулу (3.3), получим:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{r d\alpha \sin \alpha^2}{\sin \alpha \cdot R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin \alpha d\alpha \quad (4.1)$$

Так как угол α для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от 0 до π , то согласно закону Био-Савара-Лапласа получим:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (4.2)$$

4.2 Магнитное поле в центре кругового проводника с током

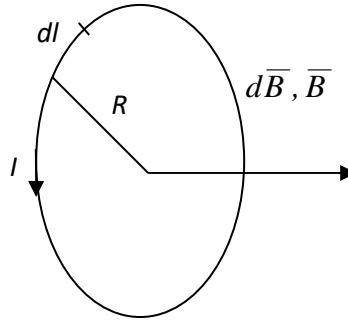


Рис. 4.2.

В данном случае все элементы dl кругового проводника с током создают в центре магнитное поле одинакового направления – вдоль нормали от витка (рис. 4.2). Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно также заменить сложением их модулей. Так как все элементы проводника dl перпендикулярны радиус-вектору ($\sin \alpha = 1$) и расстояние всех элементов проводника до центра кругового витка одинаково и равно R , то

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \alpha}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{R^2} \quad (4.3)$$

Интегрируя это выражение по l , получим:

$$B = \int_l dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi} dl = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (4.4)$$

§5. Сила Лоренца

Магнитное поле действует на отдельные заряженные частицы, движущиеся в магнитном поле. Сила $\vec{F}_L$, действующая на электрический заряд, движущийся в магнитном поле, называется силой Лоренца. **Сила Лоренца** рассчитывается по формуле:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (5.1)$$

Модуль силы Лоренца равен

$$F_L = qBv \sin \alpha, \quad (5.2)$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Эта формула еще раз показывает, что магнитное поле не действует на покоящиеся электрические заряды.

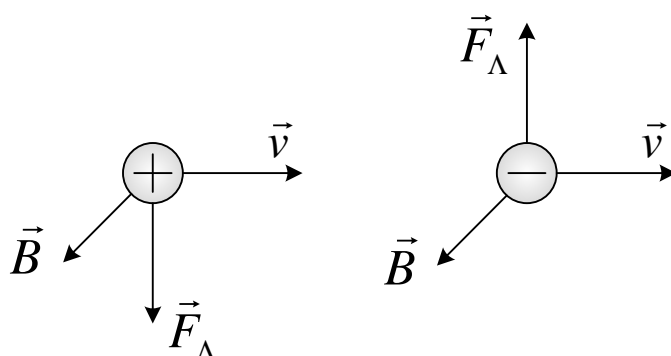


Рис. 5.1

Направление силы Лоренца определяется **правилом левой руки**: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входили линии индукции магнитного поля, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора $\vec{v}$, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на **положительный заряд** (рис. 5.1). На отрицательный заряд сила Лоренца действует в противоположном направлении.

Сила Лоренца всегда перпендикулярна вектору $\vec{v}$ движения заряженной частицы, поэтому она не изменяет модуля ее скорости. Это означает, что посто-

янное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ действует и электрическое поле напряженностью $\vec{E}$, то результирующая сила, приложенная к заряду, равна векторной сумме двух составляющих – электрической и магнитной (*формула Лоренца*):

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (5.2)$$

Разделение силы Лоренца на электрическую и магнитную составляющие относительно, так как они зависят от выбора инерциальной системы отсчета. Это объясняется тем, что при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой изменяются не только скорость заряда, но и силовые характеристики полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$. Таким же образом разделение электромагнитного поля на электрическое и магнитное поля тоже относительно.

§6 Свойства магнитного поля

6.1. Магнитный поток

Потоком вектора магнитной индукции или магнитным потоком $d\Phi$ сквозь площадку dS называется скалярная физическая величина

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = B dS \cos \alpha \quad (6.1)$$

где $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$;

$\vec{n}$ - единичный вектор нормали к площадке;

α – угол между направлением нормали и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ (рис.6.1).

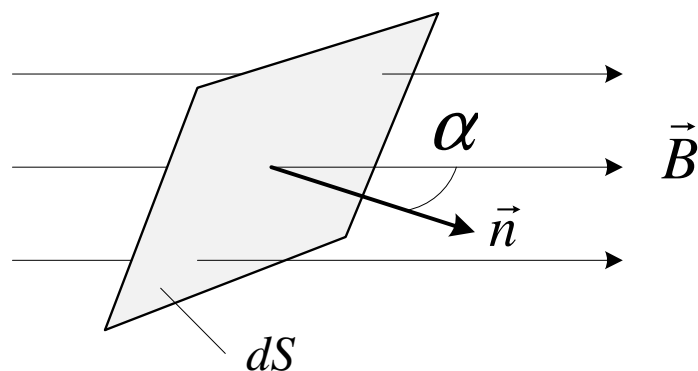


Рис. 6.1

В международной системе единиц величина магнитного потока измеряется в веберах: $[\Phi] = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м} = 1 \text{ Вб (вебер)}$.

Магнитный поток сквозь произвольную поверхность S можно найти путём интегрирования:

$$\Phi = \int_S d\Phi \quad (6.2)$$

Если поле однородное ($\vec{B} = \text{const}$), а поверхность интегрирования плоская, то

$$\Phi = BS \cos \alpha \quad (6.3)$$

6.2. Теорема Гаусса для магнитного поля

Теорема Гаусса для магнитного поля является обобщением опытных данных. Согласно теореме Гаусса

поток вектора $\vec{B}$ сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (6.4)$$

Теорема Гаусса отражает тот экспериментальный факт, что линии вектора $\vec{B}$ не имеют ни начала, ни конца. Поэтому число линий вектора $\vec{B}$, выходящих из любого объема, ограниченного замкнутой поверхностью S , всегда равно числу линий, входящих в этот объем.

Формула (6.4) выражает также и тот факт, что в природе не существует магнитных зарядов, на которых начинались бы или заканчивались линии вектора $\vec{B}$.

6.3. Циркуляция вектора магнитной индукции

Циркуляцией вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по замкнутому контуру l называется интеграл вида

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint B_l dl \quad (6.5)$$

где $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура;

$B_l = B \cos \alpha$ – составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной к контуру с учетом выбранного обхода контура;

α – угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ или закон полного тока для магнитного поля в вакууме формулируется следующим образом:

Циркуляция вектора $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром, то есть

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k \quad (6.6)$$

где n – число проводников с токами, охватываемых произвольным контуром l .

Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода контура правилом правого винта. Ток противоположного направления считается отрицательным.

Например, для системы токов, охваченных контуром l на рис. 6.2, закон полного тока запишется следующим образом:

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 (I_1 + 2I_2 - 0 - I_4) \quad (6.7)$$

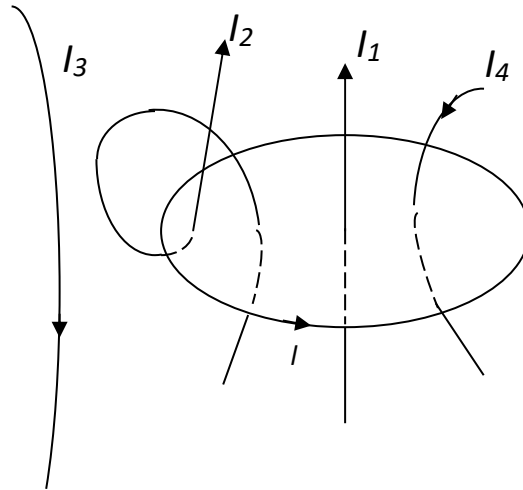


Рис. 6.2.

Выражение (6.6) справедливо только для магнитного поля в вакууме, так как для поля в веществе необходимо дополнительно учитывать молекулярные токи (микротоки).

Убедимся в справедливости теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$ на примере магнитного поля прямого тока I , перпендикулярного плоскости чертежа и направленного «к нам» (рис. 6.3).

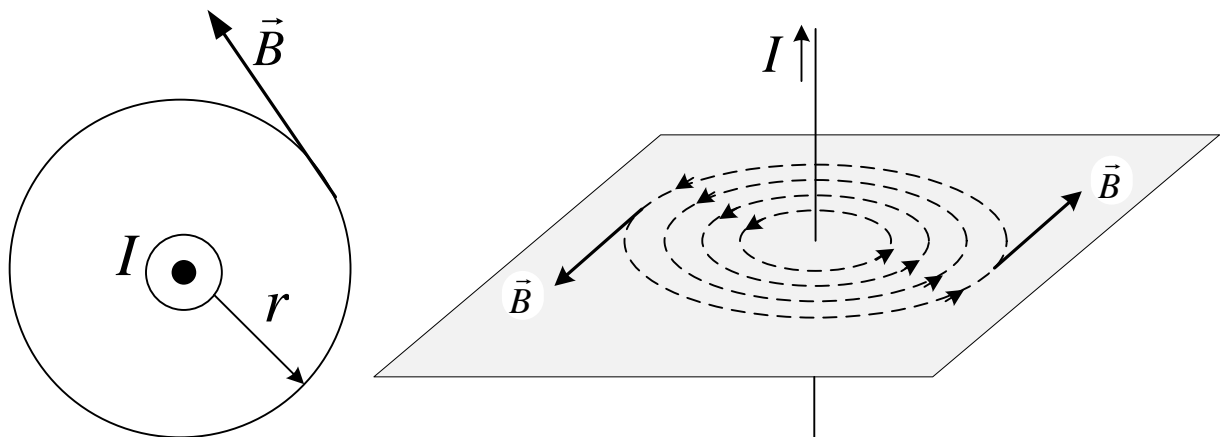


Рис. 6.3.

Представим себе замкнутый контур l в виде окружности радиуса r . В каждой точке этой окружности вектор $\vec{B}$ одинаков по модулю и направлен по кас-

тельной к ней. Следовательно, в данном случае циркуляция вектора $\vec{B}$ будет равна

$$\oint_l B dl = B \oint_l dl = B \cdot 2\pi r \quad (6.8)$$

Согласно выражению (6.2) получим $2\pi r B = \mu_0 I$

откуда
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (6.9)$$

что полностью согласуется с выражением для индукции магнитного поля прямого тока, выведенным на основе закона Био-Савара-Лапласа.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био-Савара-Лапласа.

§7 Магнитное поле в веществе

Всякое вещество под действием магнитного поля намагничивается, то есть приобретает магнитный момент. Намагничивание объясняется существованием в веществе так называемых микроскопических токов, создаваемых движением электронов в атомах и молекулах и характеризующихся определенным магнитным моментом. В отсутствие внешнего магнитного поля ($\vec{B}_0=0$) магнитный момент тела равен нулю (рис. 7.1,а). Под действием внешнего магнитного поля ($\vec{B}_0 \neq 0$) магнитные моменты атомов приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении, вследствие чего суммарный магнитный момент тела становится отличным от нуля (рис. 7.1,б).

Степень намагничивания характеризуют вектором $\vec{J}$ намагниченности, который определяется магнитным моментом единицы объема тела.

При намагничивании магнитные поля микротоков отдельных атомов, вследствие их определенной ориентации, уже не компенсируют друг друга и создают в теле дополнительное поле $\vec{B}_{\text{соб}}$.

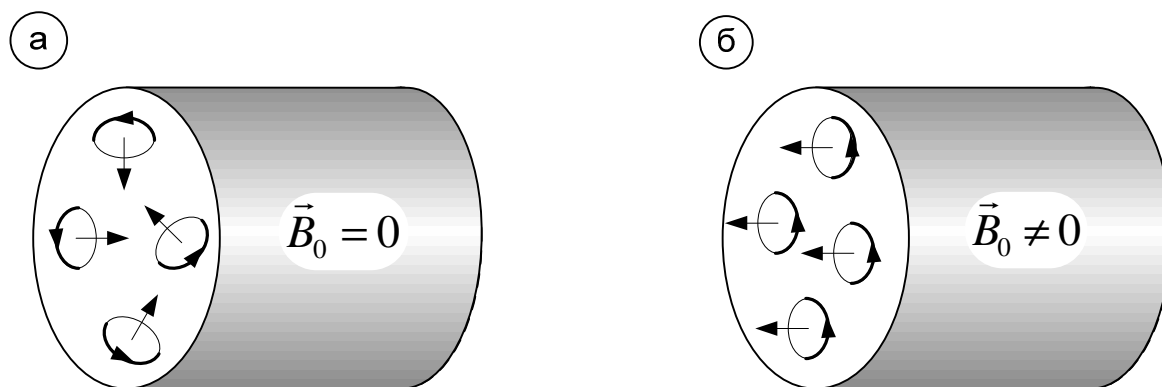


Рис. 7.1

Таким образом, вектор магнитной индукции характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{соб}} \quad (7.1)$$

Магнитное поле характеризуется также вектором напряженности $\vec{H}$, значение которого определяется только силой макротоков. Вектор $\vec{H}$ связан простыми соотношениями с векторами $\vec{B}$ и $\vec{J}$:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}, \quad \vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (7.2)$$

где χ - магнитная восприимчивость вещества, $\mu = 1 + \chi$;

μ - относительная магнитная проницаемость вещества;

χ и μ - величины безразмерные;

единицей напряженности поля в системе СИ является А/м.

В зависимости от величины и знака магнитной восприимчивости все вещества разделяются на три группы,

1. **Диамагнетики**, у которых $\chi < 0$ и мала, $\mu < 1$. Магнитные моменты атомов и молекул диамагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля равны нулю. Внешнее магнитное поле приводит к появлению у атомов диамагнетика маг-

нитных моментов, направленных противоположно направлению внешнего поля. Поэтому у диамагнетика направления векторов $\vec{J}$ и $\vec{H}$ противоположны.

2. **Парамагнетики**, у которых $\chi > 0$ и её значение невелико, а $\mu > 1$. Атомы парамагнитных веществ имеют магнитные моменты и в отсутствие внешнего магнитного поля. Намагничивание парамагнитных тел обусловлено процессом преимущественной ориентации атомных магнитных моментов по направлению внешнего поля.

3. Особый класс веществ образуют **ферромагнетики** (железо, никель, кобальт и ряд других), намагниченность которых в многократно превосходит намагниченность других веществ (диа- и парамагнетиков), а $\mu \gg 1$.

Особенностью ферромагнетиков является также:

- 1) нелинейный характер зависимости $\vec{J}$ и $\vec{B}$ от напряженности поля $\vec{H}$;
- 2) наличие **гистерезиса**, в результате которого $\vec{J}$ и $\vec{B}$ не являются однозначными функциями H , а зависят от того, в каких магнитных полях образец побывал ранее.

На рис.7.2 дана кривая намагничения ферромагнетика, магнитный момент которого первоначально был равен нулю (она называется основной или нулевой кривой намагничения).

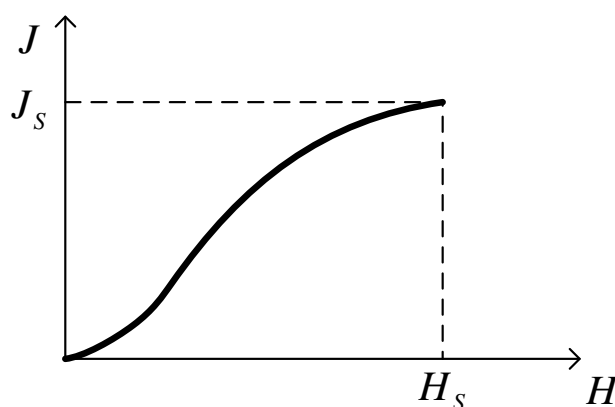


Рис. 7.2

Как видно из графика, при достаточно больших напряженностях магнитного поля ($H \geq H_s$) намагничивание достигает насыщения:

$$J = J_{\varsigma} \tag{7.3}$$

На *рис. 7.3* приведена основная кривая в координатах В–Н (кривая 0-1). При многократном изменении магнитного поля от значения H_m до $-H_m$ и опять до H_m магнитная индукция изменяется в соответствии с кривой 1-2-3-4-5-1, называемой петлей гистерезиса.

Различным максимальным значениям напряженности H_m соответствуют различные петли гистерезиса. Геометрическим местом вершин таких петель гистерезиса при разных H_m является коммутационная кривая намагничивания, близкая к основной кривой 0–1.

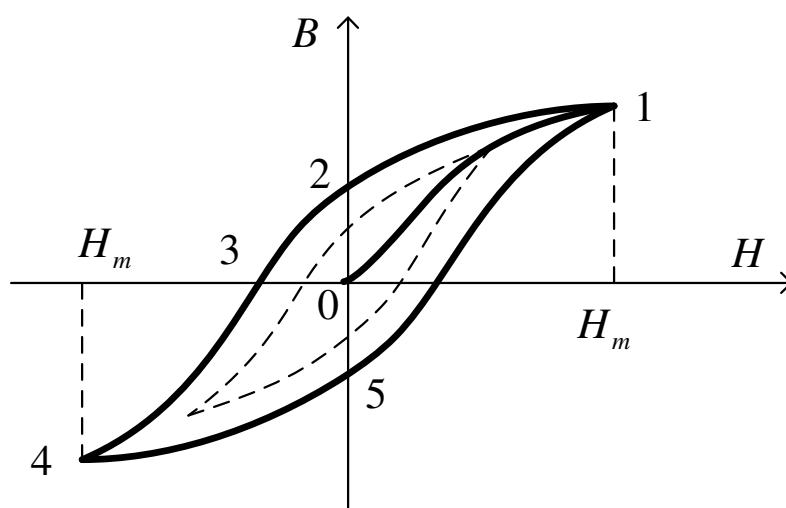


Рис. 7.3

Магнитная проницаемость μ также является функцией напряженности поля (Рис.7.4). С увеличением напряженности H намагничивающего поля μ сначала возрастает, а затем, достигнув максимума, уменьшается, асимптотически приближаясь к единице при неограниченном возрастании H .

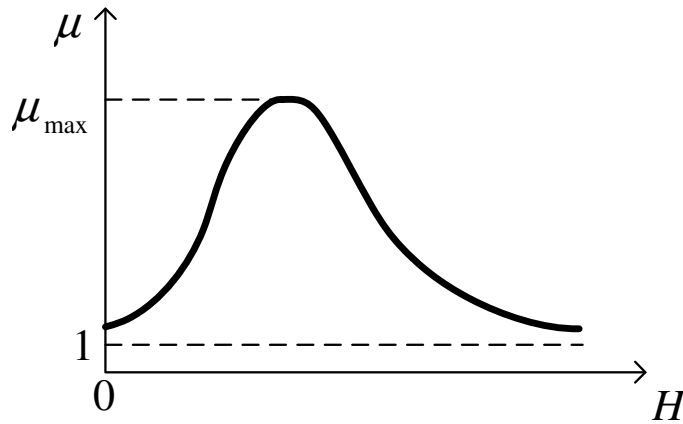


Рис.7.4

§8 Проводник с током в магнитном поле. Закон Ампера

Обобщая результаты действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил следующее:

Сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент $d\vec{l}$ проводника с током, находящегося в магнитном поле, прямо пропорциональна силе тока I в проводнике и векторному произведению элемента длины $d\vec{l}$ проводника на магнитную индукцию $\vec{B}$:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}] \quad (8.1)$$

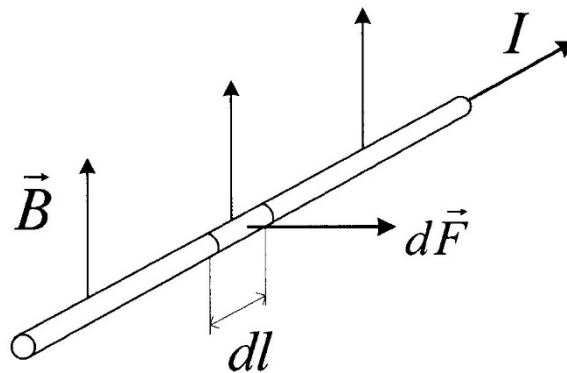


Рис. 8.1

Направление силы $d\vec{F}$ определяется правилом левой руки (рис.8.1). Модуль силы Ампера находится по формуле

$$dF = IBdl \sin \alpha \quad (8.2)$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Из формулы (8.2) следует, что сила dF максимальна, если элемент проводника с током расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции:

$$dF_{max} = IB dl \quad (8.3)$$

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия токов. Рассмотрим два протяженных параллельных проводника с токами I_1 и I_2 , расстояние между которыми r (рис. 8.2).

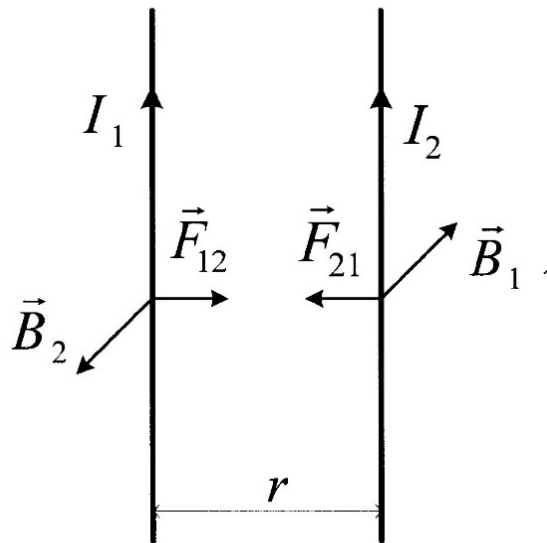


Рис. 8.2

Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Определим силу, с которой действует магнитное поле тока I_1 на элемент l длины второго проводника с током I_2 . Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии индукции которого пред-

ставляют собой концентрические окружности. Направление вектора $\vec{B}_1$ определяется правилом буравчика, а модуль находится по уже известной формуле

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \quad (8.4)$$

Направление силы $\vec{F}_{21}$, с которой поле $\vec{B}_1$ действует на участок длины l второго проводника с током, определяется по правилу левой руки и указано на рисунке. Модуль этой силы с учетом того, что угол между элементом тока I_2 и вектором $\vec{B}_1$ прямой, равен

$$F_{21} = I_2 B_1 l \quad (8.5)$$

Подставляя сюда значение B_1 , получим:

$$F_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l \quad (8.6)$$

Рассуждая аналогично, можно определить силу $\vec{F}_{12}$, с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент длины l первого проводника с током I_1 . Эта сила направлена в противоположную сторону и по модулю равна

$$F_{12} = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l \quad (8.7)$$

Видно, что $F_{12} = F_{21}$, то есть два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l \quad (8.8)$$

Обычно эту силу рассчитывают на единицу длины проводников. Тогда из (8.8) получим

$$F_{\text{ед}} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \quad (8.9)$$

Если токи в проводниках имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними будут действовать силы отталкивания, определяемые формулами (8.6) и (8.7).

§9 Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле

Рассмотрим цепь с источником постоянного тока, образованную неподвижными проводами и скользящим по ним подвижным проводником длиной l . Цепь находится в однородном магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$), направленном перпендикулярно плоскости чертежа (рис. 9.1).

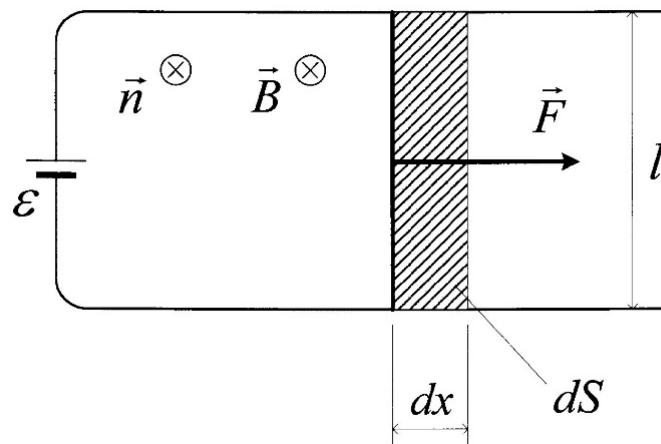


Рис.9.1

На проводник действует сила Ампера, F , направление которой определяется по правилу левой руки. Она совершает работу по перемещению проводника, которую можно вычислить по формуле:

$$dA = F dx = IBl dx = IB dS, \text{ где } dS = l dx \quad (9.1)$$

Здесь учтено, что сила Ампера перпендикулярна перемещению, и ток в проводнике перпендикулярен магнитному полю. Для площади, пересекаемой проводником при движении, использовано обозначение dS (эта же величина представляет собой увеличение площади замкнутого контура, по которому течет ток).

Величина $d\Phi = B dS$ представляет собой **поток вектора магнитной индукции (или магнитный поток) через площадку dS** , перпендикулярную магнитному полю. Таким образом, полученная нами формула для работы может быть записана с использованием понятия магнитного потока:

$$dA = I d\Phi, \text{ или } A = \int I d\Phi = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (9.2)$$

что означает, что работа по перемещению проводника с постоянным током в магнитном поле равна величине тока, умноженной на изменение магнитного потока через замкнутый контур, в который входит проводник.

Данная формула является универсальной, хотя мы получили ее для частного случая. Её удобно применять при вычислении работы магнитного поля, чтобы избежать интегрирования (например, вычисляя работу при повороте рамки с током в магнитном поле).

§10 Контур с током в магнитном поле

10.1 Магнитный момент

Магнитным моментом $\vec{P}_m$ плоского замкнутого контура с током I называется векторная физическая величина, численно равная произведению тока I на площадь контура S :

$$\vec{P}_m = IS\vec{n} \quad (10.1)$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор положительной нормали к поверхности, ограниченной этим контуром.

Положительной называется нормаль, направление которой связано с направлением тока в контуре правилом правого винта (*рис. 10.1*)

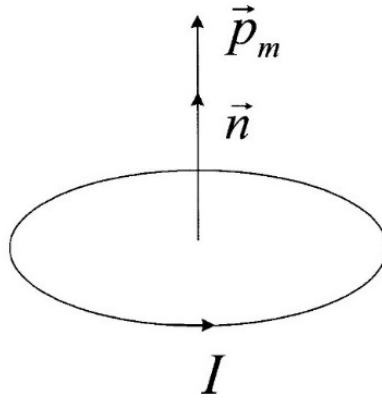


Рис. 10.1

Магнитным моментом определяется как поле, создаваемое контуром, так и поведение контура во внешнем магнитном поле.

10.2 Вращающий момент сил, приложенных к контуру

Рассмотрим плоский контур, находящийся в однородном магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$). Пусть контур ориентирован так, что линии магнитной индукции параллельны плоскости контура (рис. 10.2). На стороны 1–2 и 3–4 контура по закону Ампера действуют равные по величине силы $F_{12} = F_{34} = Iba$.

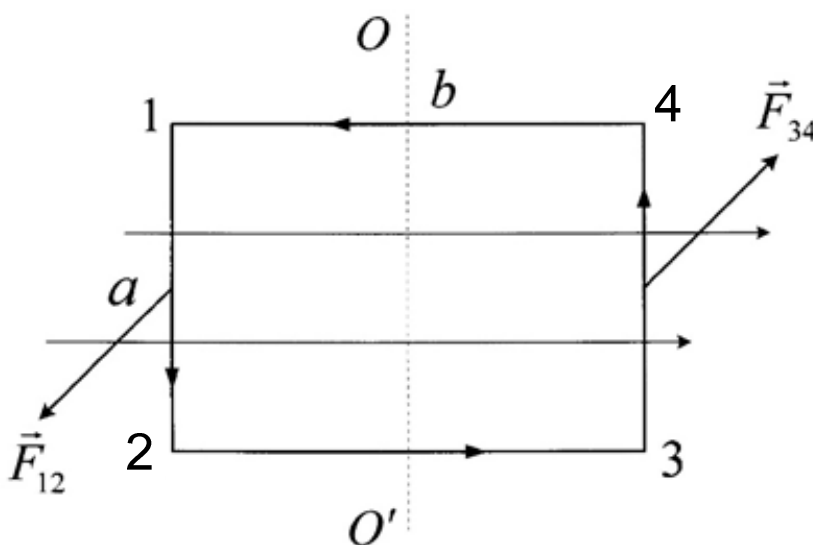


Рис. 10.2

Эти силы, стремятся повернуть контур так, чтобы его вектор $\vec{P}_m$ оказался сонаправленным с вектором $\vec{B}$. Таким образом, на контур действует пара сил, момент которой равен произведению плеча пары $b \sin \varphi$ на одну из сил пары F_{12} или F_{34} :

$$M = F_{12}b = F_{34}b = IBab \sin \varphi = IB S \sin \varphi \quad (10.2)$$

где φ – угол между направлением вектора $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к контуру,

S – площадь контура.

Заменив произведение IS на магнитный момент P_m , получим

$$M = P_m B \sin \varphi \quad (10.3)$$

Эту формулу можно записать в векторном виде:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B} \quad (10.4)$$

Направление вращающего момента $\vec{M}$ определяется по правилу правого винта. Если магнитное поле $\vec{B}$ направлено перпендикулярно к плоскости контура, то векторы $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$ будут сонаправлены. В этом случае вращающий момент $\vec{M}$ будет равен нулю.

§11. Электромагнитная индукция

Как отмечалось, вокруг любого проводника с электрическим током возникает магнитное поле. Английский физик Майкл Фарадей считал, что между электрическими и магнитными явлениями существует тесная взаимосвязь: раз вокруг проводника с током возникает магнитное поле, то должно иметь место и обратное явление – возникновение электрического тока в замкнутом проводнике под действием магнитного поля.

В 1831г. Фарадей экспериментально обнаружил, что при изменении магнитного потока, пронизывающего замкнутый контур, в нем возникает электрический ток. Это явление было названо *электромагнитной индукцией* (слово «индукция» означает «наведение»).

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея, ЭДС электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (11.1)$$

При этом несущественно, чем вызвано изменение магнитного потока. Это может быть деформация, поворот или перемещение контура во внешнем поле, или изменение магнитного поля во времени.

Знак « $-$ » введен в формулу (11.1) в соответствии с *правилом Ленца*:

индукционный ток имеет такое направление, что созданный им магнитный поток противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

Если замкнутый контур состоит из N последовательно соединенных витков (например, соленоид), то закон электромагнитной индукции записывается следующим образом:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d(N\Phi)}{dt} \quad (11.2)$$

Величину $N\Phi$ называют *полным магнитным потоком* или *потокосцеплением*.

Возбуждение ЭДС индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца, возникающей при перемещении проводника. Вместе с тем согласно закону Фарадея, возникновение индукционного тока возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в переменном магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не

действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение ЭДС электромагнитной индукции.

Джеймс Максвелл для объяснения ЭДС индукции в неподвижных проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. В этом случае проводник является лишь индикатором индуцированного (вихревого) электрического поля: поле приводит в движение свободные электроны проводника и тем самым обнаруживает себя.

Таким образом, *сущность явления электромагнитной индукции заключается не столько в появлении индукционного тока, сколько в возникновении вихревого электрического поля, являющегося носителем энергии.* Это является одним из фундаментальных положений электродинамики.

§12. Явление самоиндукции. Индуктивность контура

Электрический ток, протекающий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция $\vec{B}$ которого по закону Био–Савара–Лапласа пропорциональна силе тока ($B \sim I$). Следовательно, сцепленный с контуром магнитный поток Φ , также пропорционален силе тока :

$$\Phi = LI \quad (12.1)$$

где L – коэффициент пропорциональности, называемый **индуктивностью контура** или **коэффициентом самоиндукции**.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться ЭДС, обусловленная изменением его собственного магнитного поля. Такая ЭДС **назы-**

вается ЭДС самоиндукции. Самоиндукция является частным случаем явления электромагнитной индукции.

Из выражения (12.1) определяется единица индуктивности – **генри** (Γ_n):

$1 \Gamma_n$ – индуктивность такого контура, магнитный поток которого при силе тока 1 A равен 1 Вб :

$$1 \Gamma_n = 1 \text{ Вб/A} \quad (12.2)$$

Индуктивность контура зависит от его геометрической формы, размеров и от магнитных свойств среды, в которой он находится. Например, для катушки (соленоида) длиной l и площадью сечения витка S , намотанной на сердечник с магнитной проницаемостью μ

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l} \quad (12.3)$$

где N – общее число витков соленоида, μ_0 – магнитная постоянная.

Учитывая, что объем соленоида $V = ls$, а $n = N / l$ – число витков, приходящихся на единицу длины, формулу (12.2) можно переписать в виде

$$L = \mu_0 \mu n^2 V \quad (12.4)$$

Из формул (12.3) и (12.4) следует, что индуктивность катушки, имеющей железный сердечник, больше, чем у катушки без сердечника. Катушка с железным сердечником, имеющая большой коэффициент самоиндукции, называется **дросселем**.

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим, что ЭДС самоиндукции равна

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L \frac{dI}{dt}, \quad (12.5)$$

где знак «минус», обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению изменения в нем тока.

- Если ток в контуре возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\mathcal{E}_s < 0$, то есть ток самоиндукции направлен навстречу току внешнего источника и тормозит его возрастание.
- Если ток в контуре уменьшается, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\mathcal{E}_s > 0$, то есть возникающий ток самоиндукции замедляет убывание тока внешнего источника.

Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает **электрическую инертность**, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность цепи.

Из выражения (12.5) следует еще одно определение единицы индуктивности: 1 Гн – это индуктивность такого контура, в котором при изменении тока на $1 \text{ ампер в секунду}$ возникает ЭДС самоиндукции в 1 В , то есть $1 \text{ Гн} = 1 (\text{В} \cdot \text{с})/\text{А}$.

§13. Взаимная индукция

Если два контура расположены один возле другого и в каждом из них изменяется сила тока, то они будут взаимно влиять друг на друга. Изменение I_1 в первом контуре вызовет появление индуцированной ЭДС во втором контуре и, наоборот, изменение тока I_2 и магнитного поля второго контура будет причиной появления индуцированной ЭДС в первом контуре. Это явление называется **взаимоиндукцией**, а ЭДС, возникающая вследствие влияния контуров друг на друга, называется **ЭДС взаимной индукции**. Таким образом, явление взаимной индукции – это тоже одна из разновидностей электромагнитной индукции. Явление взаимной индукции характеризуется **коэффициентом взаимной индукции** L_{12} или L_{21} . Его называют также **взаимной индуктивностью** контуров. Коэффициент взаимной индукции измеряют в тех же единицах, что и коэффициент самоиндукции, то есть в *генри*.

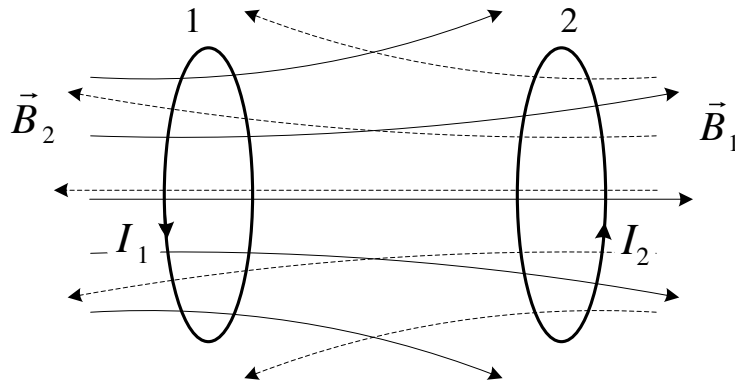


Рис.13.1

Рассмотрим два неподвижных контура, расположенных достаточно близко друг от друга (рис. 13.1). Если в контуре 1 течет ток силой I_1 , то магнитный поток, создаваемый этим током, пропорционален I_1 . Часть этого потока Φ_{21} , пронизывающая контур 2, будет равна

$$\Phi_{21} = L_{21}I_1 \quad (13.1)$$

где L_{21} – взаимная индуктивность контуров.

Если ток I_1 изменяется, то в контуре 2 индуцируется ЭДС

$$\varepsilon_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad (13.2)$$

Аналогично, при протекании тока силой I_2 в контуре 2 его магнитный поток пронизывает контур 1 и

$$\Phi_{12} = L_{12}I_2 \quad (13.3)$$

$$\varepsilon_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (13.4)$$

Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что $L_{12} = L_{21}$. Эти коэффициенты зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и магнитной проницаемости среды, окружающей контуры.

Явление взаимной индукции используется в электротехнических устройствах, которые применяются для повышения и понижения напряжения переменного

тока. Такие устройства называют *трансформаторами*. Индукционные явления служат причиной возникновения внутри металлов паразитных токов. Эти токи называют *вихревыми токами* или *токами Фуко*.

Природа вихревых токов индуктивная, и возникают они в соответствии с правилом Ленца. Вихревые токи появляются в массивных проводниках, находящихся в переменном магнитном поле. Каждый такой ток образует как бы свой небольшой электромагнит. Магнитные поля, обусловленные вихревыми токами, взаимодействуют с основным полем.

Следствием появления вихревых токов является нагревание металла, которое является потерей энергии вследствие выделения джоулевой теплоты. Для уменьшения таких потерь часто железные сердечники электротехнических устройств изготавливают из отдельных пластин, изолированных друг от друга.

В металлургии вихревые токи используются для плавки металлов в индукционных печах. Торможение, которое появляется вследствие взаимодействия магнитного поля вихревых токов с основным магнитным полем, используется в некоторых измерительных устройствах.

§14. Энергия магнитного поля

Магнитное поле, подобно электрическому полю, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна той работе, которая затрачивается электрическим током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L , по которому течет ток силой I . С данным контуром сцеплен магнитный поток $\Phi = LI$, причем при изменении тока на величину dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = L dI$. Однако для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ ток должен совершить работу

$$dA = F dx = IBl dx = IB dS = I d\Phi = LI dI \quad (14.1)$$

Тогда работа по созданию магнитного потока Φ , численно равная энергии магнитного поля, связанного с контуром, будет равна

$$A = W = \int_0^I LI \, dI = \frac{LI^2}{2} \quad (14.2)$$

Формулу (14.2) можно получить также, воспользовавшись законом Ома. При изменении тока I в замкнутом контуре возникает ЭДС самоиндукции, противодействующая этому изменению. По закону Ома сила тока в контуре с сопротивлением R и индуктивностью L равна

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_s}{R} \quad (14.3)$$

где ε - ЭДС источника электроэнергии;

ε_s - ЭДС самоиндукции, которая по закону Фарадея равна $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$.

Таким образом,

$$\varepsilon = IR + L \frac{dI}{dt} \quad (14.4)$$

Работа, совершаемая источником электроэнергии за время dt , равна

$$\varepsilon I \, dt = I^2 R \, dt + LI \, dt \quad (14.5)$$

Первое слагаемое в правой части выражения представляет собой джоулеву работу, расходуемую на нагревание проводника, второе – дополнительную работу, обусловленную индукционными явлениями. Следовательно, работа, затрачиваемая на увеличение силы тока в контуре от нуля до I , равна

$$A = W = \int_0^I LI \, dI = \frac{LI^2}{2} \quad (14.6)$$

Таким образом, увеличение силы тока в проводнике вызывает соответствующее усиление его магнитного поля и увеличение энергии магнитного поля этого контура с током.

Сравнивая выражения для энергии контура с током $W_M = \frac{LI^2}{2}$ с кинетической $W_K = \frac{mv^2}{2}$ энергией тела, можно провести аналогию между электромагнитными и механическими явлениями. Видно, что для магнитного поля индуктивность L аналогична массе тела m . Таким образом, еще раз можно заключить, что *индуктивность является мерой инертности контура по отношению к изменению в нем тока.*

§15. Токи при замыкании и размыкании цепи

При замыкании цепи, содержащей постоянную ЭДС, сила тока за счет ЭДС самоиндукции устанавливается не мгновенно, а через некоторый промежуток времени. При выключении источника (размыкании цепи) ток не прекращается мгновенно. Это объясняется тем, что в контуре появляется индукционный ток, который по правилу Ленца противодействует изменению тока в цепи, вызвавшего явление самоиндукции. Индукционный ток, накладываясь на основной ток, замедляет его возрастание или препятствует его убыванию.

а) Замыкание цепи

Рассмотрим схему (рис.15.1), состоящую из параллельно соединенных сопротивления R и индуктивности L , к которым подключен источник тока с эдс ε через переключатель Π .

После замыкания ключа до тех пор, пока сила тока не достигнет установившегося значения I_0 , в цепи кроме ЭДС источника ε , будет действовать эдс самоиндукции ε_s . В соответствии с законом Ома

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L \frac{dI}{dt} \quad (15.1)$$

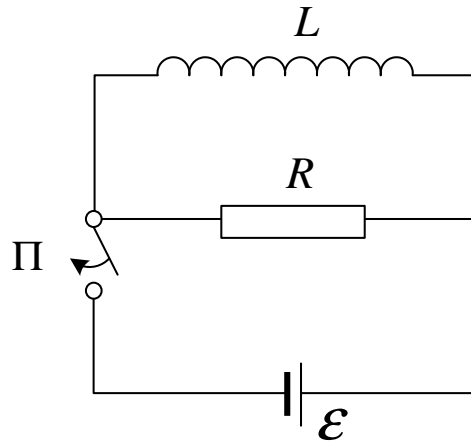


Рис.15.1

Решив данное линейное неоднородное дифференциальное уравнение и, учитывая, что в момент времени $t=0$ сила тока равна нулю, получим:

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (15.2)$$

График возрастания силы тока приведен на рис. 15.2. Из графика видно, что чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление, тем быстрее нарастает ток.

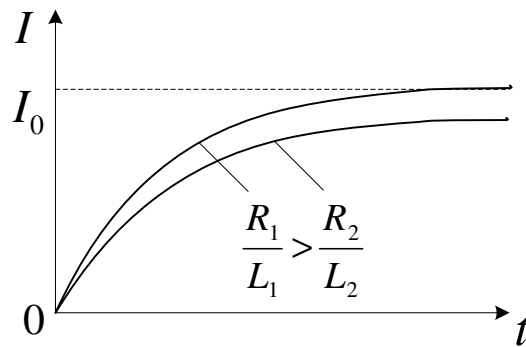


Рис. 15.2

б) Размыкание цепи

При размыкании цепи (рис. 15.1) сила тока начнет убывать, и в цепи возникает ЭДС самоиндукции. По закону Ома:

$$IR = \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} \quad (15.3)$$

Решив данное линейное однородное дифференциальное уравнение и учитывая, что при $t=0$ сила тока имела значение I_0 , получим:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (15.4)$$

После отключения источника сила тока в цепи убывает по экспоненциальному закону. График зависимости силы тока от времени приведен на *рис.15.3*. Из графика видно, что чем больше индуктивность и чем меньше сопротивление, тем медленнее спадает ток в цепи.

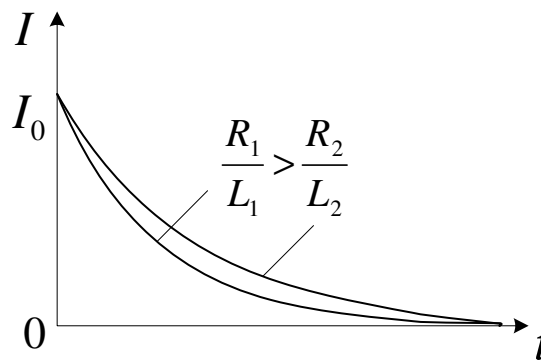


Рис. 15.3

§16. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

В 60-х годах XIX в. английский ученый Джеймс Максвелл (1831-1879) обобщил экспериментально установленные законы электрического и магнитного полей и создал законченную единую **теорию электромагнитного поля**. Эта теория позволила с единой точки зрения не только объяснить электрические и магнитные явления, но предсказать новые, существование которых было впоследствии подтверждено на практике (например, открытие электромагнитных волн).

Приведем уравнения Максвелла в интегральной форме, составляющие основу электромагнитной теории поля.

16.1. Теорема Гаусса для электрического поля (первое уравнение)

Поток вектора электрического смещения $\vec{D}$ через замкнутую поверхность S равен свободному заряду $Q_{\text{св}}$, находящемуся внутри нее:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{\text{св}} = \int_V \rho dV, \quad (16.1)$$

где $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$, вектор электрического смещения или электрической индукции, вспомогательная векторная величина, описывающая электрическое поле в диэлектриках. (Если приложить внешнее электрическое поле к диэлектрическому материалу, заряды в материале сместятся в ответ на поле, это называется поляризацией. Смещенные заряды создают свое собственное электрическое поле. Вектор смещения $\vec{D}$ - это полное электрическое поле внутри материала, внешнее поле *плюс* поле, созданное поляризацией.)

Физический смысл этого уравнения: Источниками электрического поля являются электрические заряды.

16.2. Закон Гаусса для магнитного поля (второе уравнение)

Поток вектора магнитной индукции $\vec{B}$ через любую замкнутую поверхность S равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (16.2)$$

Физический смысл: Магнитные заряды в природе не обнаружены; линии магнитного поля замкнуты.

16.3. Закон электромагнитной индукции Фарадея (третье уравнение)

Циркуляция вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ по замкнутому контуру L равна скорости изменения магнитного потока через поверхность S ограниченную этим контуром, взятой с обратным знаком:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (16.3)$$

Физический смысл: Переменное магнитное поле порождает электрическое поле.

16.4. Закон полного тока с током смещения (четвертое уравнение)

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ по замкнутому контуру L равна сумме тока проводимости $I_{\text{пр}} = \int_S \vec{j}_{\text{пр}} d\vec{S}$ и тока смещения $I_{\text{см}} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$ через поверхность S ограниченную контуром:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}, \quad (16.4)$$

где **ток смещения** $I_{\text{см}}$ это физическая величина, пропорциональная скорости изменения электрического поля (электрической индукции) во времени, введенная Джеймсом Максвеллом для описания вихревых магнитных полей в отсутствие токов проводимости. Он не переносит заряды, но создает магнитное поле, замыкая цепи переменного тока (например, в конденсаторах).

Физический смысл: Магнитное поле порождается либо токами проводимости (движущимися зарядами), либо изменяющимися во времени электрическими полями.

ТЕМА 5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 1. Гармонические колебания и их характеристики

Колебаниями или *колебательным процессом* называют любой периодический процесс, т.е. процесс, повторяющийся во времени.

Колебательные процессы окружают нас повсюду, и такой вид движения относится к самым распространенным в природе и технике. Колебания существуют не только в физических системах; это может быть биологический объект, экономический или социальный процесс и т.п. Физическая природа колебаний может быть различной, однако все колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и одинаковыми уравнениями.

Колебания возникают в любой системе, имеющей устойчивое состояние равновесия при отклонении от этого состояния. В механических колебательных системах при отклонении от равновесия возникает сила, которая стремится вернуть систему назад; её называют *возвращающей* или *квазиупругой силой*.

Например, в случае самой простой модели - груз на пружине — это сила упругости. Слово «сила» в общем случае не следует понимать буквально: в механике это может быть и момент силы, для электромагнитных колебаний эта «сила» обусловлена явлением самоиндукции.

Система, совершающая колебания, называется *колебательной системой* или *осциллятором*.

Колебания различаются по нескольким классификационным признакам:

1. По характеру возникновения колебания делятся на собственные (или свободные) и вынужденные. *Собственные колебания* — это колебания, вызванные только начальными условиями (например, начальным смещением или начальной скоростью). *Вынужденные колебания* — это колебания, вызванные действием периодически действующей внешней «силы».
2. По динамике процесса выделяют колебания *незатухающие*, *затухающие* (при этом амплитуда уменьшается со временем), *нарастающие* (амплитуда растёт). Например, собственные колебания всегда являются затухающими. Существуют также *автоколебания* - колебания, вызванные действием непер-

одической «силы» и **параметрические** колебания - колебания, вызванные периодическим изменением какого-либо параметра системы, связанного с его энергией (например, раскачивание качелей без внешнего воздействия).

3. По форме колебания делятся на **гармонические** и **негармонические**. **Гармонические колебания** – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по закону синуса или косинуса. Рассмотрение гармонических колебаний важно, поскольку колебания, встречающиеся в природе и технике, часто имеют характер близкий к гармоническому. Кроме того, любые периодические процессы можно представить как наложение нескольких гармонических колебаний.

Обозначим колеблющуюся величину, определяющую положение (координату) или состояние (заряд, давление, температуру и т.д.) колебательной системы (материальной точки, тела или электрического контура) за $x(t)$. Тогда гармонические колебания величины $x(t)$ будут описываться функцией времени вида (рис.1):

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.1)$$

или

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.2)$$

Здесь

A - максимальное значение колеблющейся величины x_{max} , называемое **амплитудой колебаний**. Амплитуда всегда положительная величина.

ω_0 - **угловая (циклическая) частота** – число колебаний за 2π секунд

$$[\omega_0] = \text{рад/с} = 1/\text{с} = \text{с}^{-1}.$$

φ – **фаза колебаний** – величина, определяющая мгновенное состояние колебательного процесса

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0 \quad (1.3)$$

где φ_0 – **начальная фаза колебаний** (значение фазы при $t=0$)

$$[\varphi] = \text{рад}.$$

На рис.1.1 показаны графики (*осциллограммы*) двух гармонических процессов. Если считать, что колебания происходят по закону синуса (1.1), то для первого из них начальная фаза будет равна нулю, а для второго — $\pi/2$.

Если же считать, что эти гармонические колебания происходят по закону косинуса (1.2), то для второго процесса начальная фаза станет равна нулю, а для первого — $3\pi/2$.

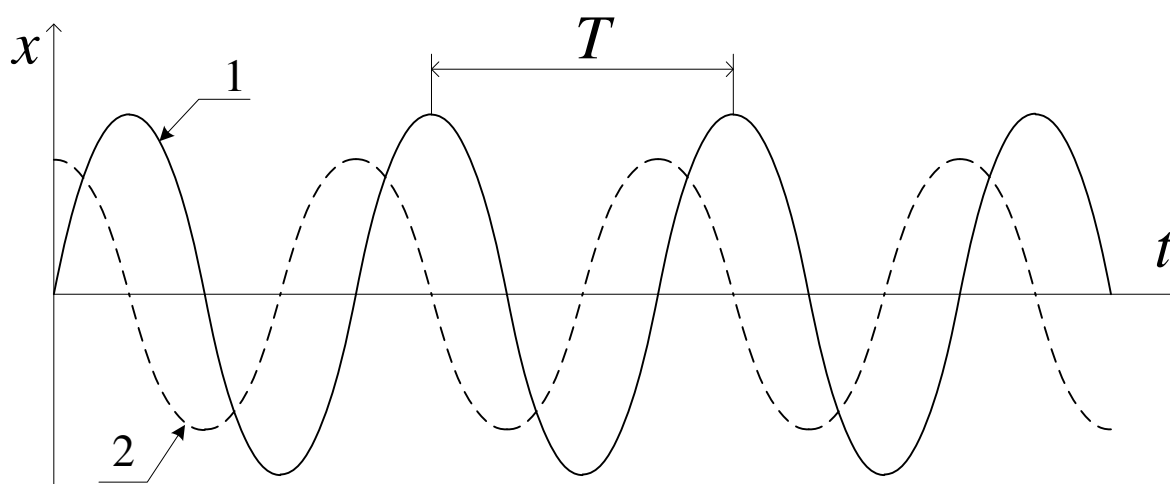


Рис.1.1

Другими параметрами гармонического колебательного процесса являются период и частота колебаний.

Период колебаний (T) – время одного полного колебания:

$$T = \frac{t}{N}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (1.4)$$

$$[T] = \text{с.}$$

Частота колебаний (ν) – число колебаний за единицу времени:

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad \nu = \frac{\omega_0}{2\pi}. \quad (1.5)$$

$$[\nu] = \text{Гц (герц)}.$$

Амплитуда и начальная фаза колебаний являются **начальными условиями**, а частота и период – свойствами самой колебательной системы. Если хотя бы один из этих параметров изменяется во времени, то колебания не являются гармоническими.

Пусть гармоническое колебание материальной точки, описывается уравнением (1.1), где $x(t)$ – её смещение.

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Тогда скорость v , которая является первой производной по времени от $x(t)$, и ускорение a как вторая производная от $x(t)$ будут определяться уравнениями:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.6)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.7)$$

Из уравнений (1.6) и (1.7) видно, что скорость и ускорение также изменяются по гармоническому закону с той же циклической частотой. Амплитуды скорости и ускорения, соответственно будут равны:

$$v_{max} = A\omega_0, \quad a_{max} = A\omega_0^2. \quad (1.8)$$

§2. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

Рассмотрим простейшую модель колебательной системы – груз массы m , закрепленный на пружине с коэффициентом жесткости k , который может перемещаться без трения в горизонтальном направлении (рис.2).

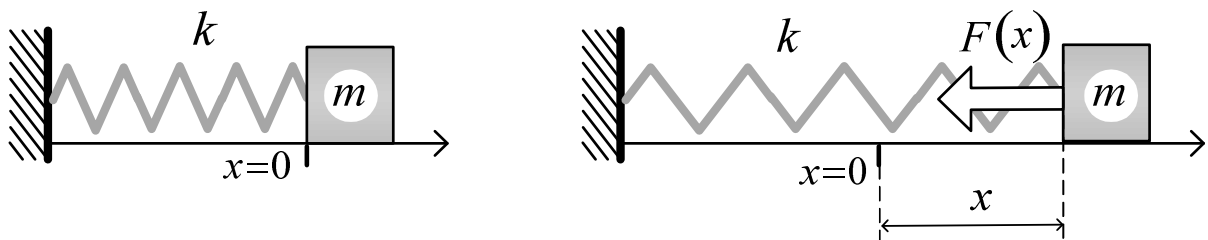


Рис.2.1

В произвольный момент времени t на него действует сила упругости, и второй закон Ньютона для груза имеет вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx. \quad (2.1)$$

Разделим выражение (2.1) на массу m и запишем его в форме:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (2.2)$$

Введем обозначение:

$$\omega_0^2 = k/m \quad (2.3)$$

Этот физический параметр, характеризует колебательные свойства системы и называется *собственной частотой колебаний*.

С учетом формулы (2.3) уравнение (2.2) можно записать в виде:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (2.4)$$

где обозначение $\ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2}$ означает вторую производную по времени.

Уравнение (2.4) называется *дифференциальным уравнением гармонических колебаний* или *уравнением гармонического осциллятора*. Оно имеет универсальный вид для любой системы, где возможны незатухающие гармонические колебания. Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.5)$$

Выясним, от чего зависит амплитуда и начальная фаза колебаний. Положив в формуле (1.1) и в формуле (1.6) время $t = 0$, получим:

$$x_0 = x(0) = A \sin \varphi, \quad v_0 = v(0) = A \omega_0 \cos \varphi. \quad (2.6)$$

Теперь можно выразить амплитуду и начальную фазу (возвести в квадрат и сложить, избавляясь от тригонометрических функций или разделить x_0 на v_0):

$$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}, \quad \varphi = \arctg\left(\frac{\omega_0 x_0}{v_0}\right). \quad (2.7)$$

Таким образом, амплитуда и начальная фаза собственных колебаний определяется начальными условиями. В рассмотренном примере это начальное смещение груза и начальная скорость. В частности, если колебание возникает из-за начального смещения (начальная скорость равна нулю), то, как видно из

(2.7), $A = x_0$, $\varphi_0 = \pi/2$. Если колебание вызвано начальным толчком (заданием начальной скорости в положении равновесия), то $A = \frac{v_0}{\omega_0}$, $\varphi_0 = 0$.

§3. Преобразование энергии в процессе гармонических колебаний

При любом колебательном процессе происходит периодическое преобразование энергии из одного вида в другой. В рассмотренной в §2 модели гармонического осциллятора — это потенциальная энергия деформированной пружины и кинетическая энергия груза. Они определяются выражениями:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.1)$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.2)$$

Поскольку $k = m\omega_0^2$, коэффициенты перед $\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$ и $\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$ одинаковы. Складывая эти формулы (и учтя основное тригонометрическое тождество $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, где $\alpha = \omega_0 t + \varphi_0$), получим:

$$E_p + E_k = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 = \text{const}. \quad (3.3)$$

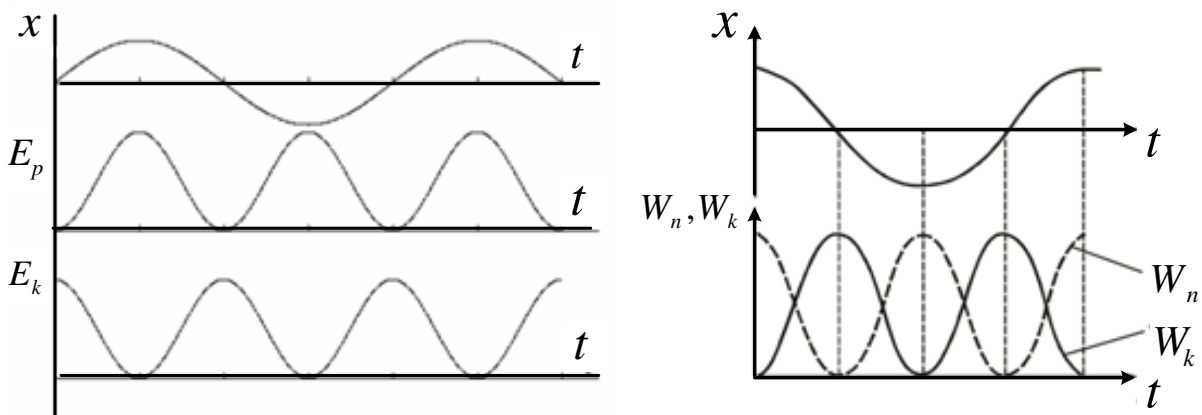


Рис.3.1

Видим, что несмотря на то, что потенциальная и кинетическая энергии изменяются со временем (рис.3.1), **полная энергия колебаний не зависит от времени и определяется выражением** (3.3). Сохранение энергии обусловлено тем, что мы пока не учтено трение. Другими словами, мы предполагаем, что энергия не рассеивается.

Видим также, что максимум кинетической энергии соответствует минимуму потенциальной и наоборот, а их сумма остается постоянной. При этом частота изменения энергии в два раза превышает частоту колебаний.

Формула (3.3) получена для простейшей модели колебательного движения. Однако, забегаая вперёд, скажем, что энергия колебаний в любой системе пропорциональна квадрату амплитуды и квадрату частоты.

§4. Физический маятник

Физический маятник – это любое тело, имеющее ось вращения, не совпадающую с его центром масс (например, маятник на рис.4.1, где C - центр масс тела, l – расстояние от оси вращения O до центра масс.).

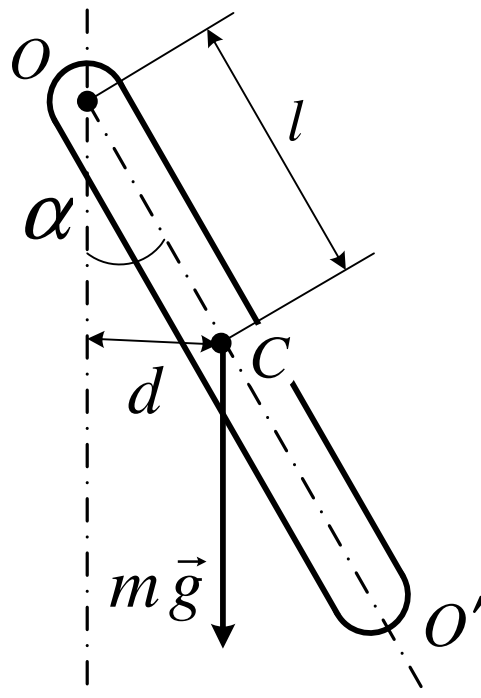


Рис.4.1

При выведении маятника из положения равновесия (отклонения на угол α), возникает вращающий момент M , который стремится вернуть маятник в положение равновесия. Вращающий момент создает только сила тяжести, поэтому его можно записать в виде:

$$M = -mg l \sin\alpha, \quad (4.1)$$

где m – масса маятника,

l – расстояние между точкой подвеса O и центром масс C .

Знак “–” означает, что момент силы тяжести стремится уменьшить угол отклонения маятника.

В соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела момент возвращающей силы можно записать также в виде:

$$M = J\beta = J\ddot{\alpha}, \quad (4.2)$$

где J – момент инерции маятника,

M – момент возвращающей силы,

β – угловое ускорение.

Подставим выражение (4.1) в уравнение динамики вращательного движения:

$$J\ddot{\alpha} = -mg l \sin\alpha. \quad (4.3)$$

Это уравнение можно записать в виде:

$$J\ddot{\alpha} + mg l \sin\alpha = 0 \quad (4.4)$$

или

$$\ddot{\alpha} + \frac{mg l \sin\alpha}{J} = 0. \quad (4.5)$$

Обозначив $\frac{mg l}{J} = \omega_0^2$, мы получим дифференциальное уравнение «похожее» на уравнение гармонического осциллятора (2.4).

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \sin\alpha = 0. \quad (4.6)$$

Конечно, это совсем другое уравнение и гармоническое колебание не является его решением, а значит, колебания физического маятника не являются в общем случае гармоническими. Однако, если они малы настолько, что можно считать, что $\sin\alpha \approx \alpha$, то уравнение (4.6) превратится в уравнение (2.4) (для текущего значения угла $\alpha(t)$):

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0, \quad (4.7)$$

где циклическая частота собственных колебаний определяется формулой:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}. \quad (4.8)$$

Следовательно, период колебаний равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \quad (4.9)$$

Решением уравнения (15) является функция вида:

$$\alpha = \alpha_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4.10)$$

§5. Математический маятник

Математический маятник— это идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на невесомой нерастяжимой нити и совершающей колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. Хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длинной нити.

Момент инерции математического маятника

$$J = ml^2, \quad (5.1)$$

где l — длина нити маятника.

Математический маятник является частным случаем физического маятника, вся масса которого сосредоточена в одной точке (шарике массой m). Под-

ставим выражение для момента инерции математического маятника в формулу (4.9) и получим выражение для периода математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5.2)$$

Из сопоставления формул (4.9) и (5.2) получается, что математический маятник с длиной

$$l_{\text{пр}} = \frac{J}{ml}. \quad (5.3)$$

будет иметь такой же период колебаний, как и данный физический маятник. Величину (5.3) называют приведенной длиной физического маятника. Приведенная длина физического маятника – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

§6. Свободные гармонические колебания в колебательном контуре

Рассмотрим теперь электромагнитные колебания. Заметим предварительно, что электромагнитные колебания, распространяющиеся в пространстве – электромагнитные волны – это неотъемлемая составляющая современной цивилизации: радио, телевидение, средства связи, радиолокация, интернет – вот основные формы их применения.

Для получения и поддержания электромагнитных колебаний используется колебательный контур. **Колебательный контур** состоит из катушки индуктивности L , конденсатора C и сопротивления R (рис. 6.1). Оно, как правило, не ставится специально, а представляет собой сопротивление катушки и проводов.

Рассмотрим сначала колебания, возникающие в идеализированном контуре, сопротивление которого пренебрежимо мало ($R \approx 0$). Для возбуждения колебаний в контуре конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряд $\pm q$. Тогда в начальный момент времени $t = 0$ между обкладками конденсатора возникает электрическое поле, энергия которого равна:

$$W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}. \quad (6.1)$$

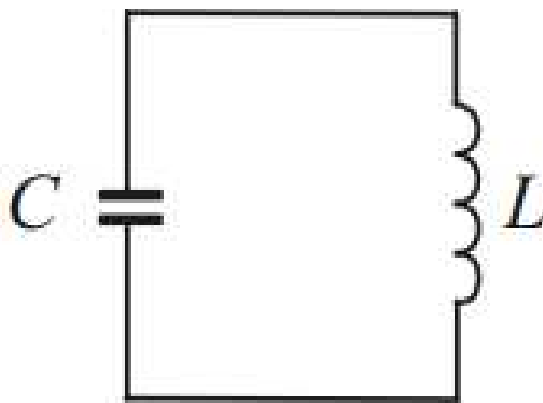


Рис. 5.1

При подключении конденсатора к катушке индуктивности, он начинает разряжаться и в контуре потечет возрастающий со временем электрический ток. При этом электрическое поле в конденсаторе уменьшается, а в катушке возникает магнитное поле с энергией:

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}. \quad (6.2)$$

Поскольку активное сопротивление R в контуре отсутствует, то согласно закону сохранения энергии, полная энергия системы должна оставаться постоянной:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}. \quad (6.3)$$

Когда конденсатор полностью разрядится энергия электрического поля будет равна нулю, а энергия магнитного поля и ток в катушке достигнут максимального значения. Далее ток в контуре будет убывать, а значит и магнитное поле в катушке начнет ослабевать, и в ней будет индуцироваться ЭДС самоиндукции, которая замедляет этот процесс. Спустя некоторый (в действительности, очень малый) промежуток времени конденсатор перезарядится (полярность пластин поменяется), и ток пойдет в обратном направлении. Так возникает колебательный режим. В колебательном контуре происходят колебания заряда $q(t)$ и напряжения на обкладках конденсатора $U(t)$, а также силы тока $I(t)$.

Согласно закону Ома, для колебательного контура с активным сопротивлением имеем:

$$IR + U_C = \varepsilon_i, \quad (6.4)$$

где IR – напряжение на резисторе,

$U_C = q/C$ – напряжение на конденсаторе,

$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}$ – ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке.

Следовательно, получаем:

$$IR + \frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (6.5)$$

Перенесем все в левую часть выражения и учтем, что сила тока – это первая производная от заряда по времени $I = \frac{dq}{dt}$, а значит $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$, и разделим все выражение на L :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0 \quad (6.6)$$

или

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (6.7)$$

Поскольку в данном колебательном контуре отсутствуют внешние ЭДС, то рассматриваемые колебания являются свободными. Если активное сопротивление $R=0$, то свободные электромагнитные колебания в контуре являются гармоническими. Исключим из выражения (6.7) активное сопротивление R и введем обозначение $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. Получим дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (6.8)$$

Решением этого уравнения является функция вида:

$$q = q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (6.9)$$

где $q_{\max}$ – максимальное значение заряда на обкладках конденсатора.

Следовательно, заряд на обкладках конденсатора изменяется по гармоническому закону. Период колебания заряда определяется по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (6.10)$$

Напряжение на конденсаторе и сила тока в цепи также изменяются по гармоническому закону.

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_{max}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (6.11)$$

где $U_{max} = q_{max}/C$ – максимальное значение напряжения на конденсаторе.

Продифференцировав выражение (6.9) по времени получим выражения для силы тока:

$$I = -\omega_0 q_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}) \quad (6.12)$$

где $I_{max} = \omega_0 q_{max}$ – амплитудное значение силы тока.

Таким образом, в колебательном контуре сила тока опережает по фазе напряжение на конденсаторе на $\pi/2$.

§7. Сложение колебаний одного направления

Возможны ситуации, когда в системе присутствуют одновременно два или несколько колебаний. Например, в антенне радиоприёмного устройства присутствует огромное число различных сигналов. Они могут иметь различные частоты и амплитуды, причем реальные сигналы, несущие информацию, в действительности не являются гармоническими, а имеют сложный спектральный состав (то есть они сами состоят из большого числа гармоник). При этом необходимо найти результирующее колебание, т.е. сложить несколько колебаний.

Сложение колебаний значительно упрощается и становится наглядным, если изображать колебания графически в виде векторов на плоскости. Изобразим (рис. 7.1) вектор длины A , отложенный из произвольной точки O на оси OX , имеющий первоначальный наклон к оси равный углу φ_0 . При вращении вектора A относительно т. O с постоянной угловой скоростью ω_0 , проекция вектора будет изменяться в пределах от $+A$ до $-A$, а угол наклона со временем будет изменяться по закону:

$$\varphi = (\omega_0 t + \varphi_0). \quad (7.1)$$

Тогда проекция вектора $\vec{A}$ на ось OX будет изменяться по закону

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (7.2)$$

Следовательно, гармоническое колебание может быть задано с помощью вектора, длина которого равна амплитуде колебания, а направление вектора образует с осью OX угол, равный фазе колебания. Такое изображение вектора на плоскости называется **векторной диаграммой**.

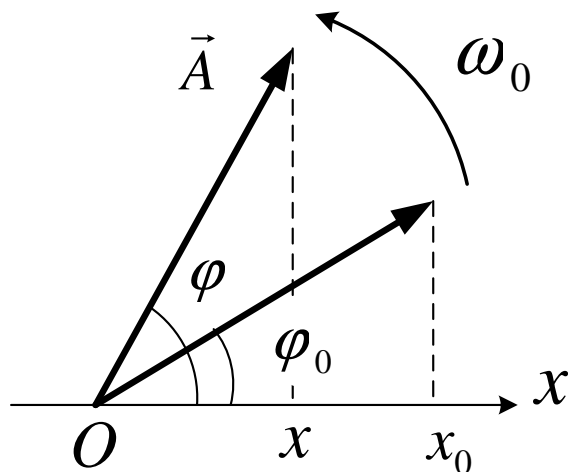


Рис.7.1

7.1. Сложение колебаний одинаковой частоты, имеющих одинаковое направление в пространстве.

Рассмотрим два колебания с совпадающими частотами:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}), \quad (7.3)$$

и произвольными амплитудами и фазами.

Сумма этих колебаний $x = x_1 + x_2$ будет гармоническим колебанием той же частоты, а амплитуда и фаза будут зависеть от амплитуд и фаз складываемых колебаний:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (7.4)$$

Воспользуемся векторной диаграммой для сложения колебаний x_1 и x_2 . От произвольной т. O на оси OX отложим векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$, равные по длине амплитудам A_1 и A_2 и имеющие углы наклона к оси OX φ_{01} и φ_{02} , соответственно (рис.7.2). Сложение векторов $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$, выполняется по правилу параллелограмма – их сумма представляет собой диагональ параллелограмма, сторо-

ны которого есть складываемые векторы. Длина результирующего вектора $\vec{A}$ определяется формулой:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (7.5)$$

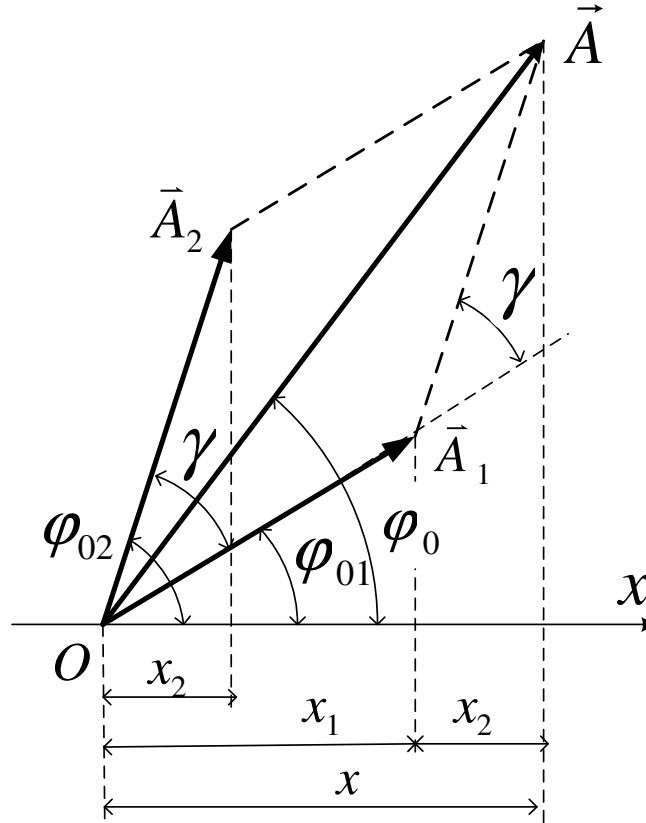


Рис. 7.2

Начальная фаза результирующего колебания задается соотношением:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (7.6)$$

Как следует из (7.5), результирующая амплитуда существенно зависит от разности фаз колебаний.

Максимальное значение амплитуды результирующего колебания $A_{\max} = A_1 + A_2$ будет при разности фаз равной нулю (или кратной 2π). Такие колебания называются **синфазными** (средний график на рис.7.3, на котором кривые 1, 2 – складываемые колебания, кривая 3 – их сумма).

Минимальное значение $A_{\min} = |A_1 - A_2|$ будет при разности фаз равной π , или $(2n + 1)\pi$. Такие колебания называются **противофазными** (нижний график на рис.7.3).

Верхний график на рис.8 соответствует сложению колебаний с разностью фаз $\Delta\varphi = \pi/2$.

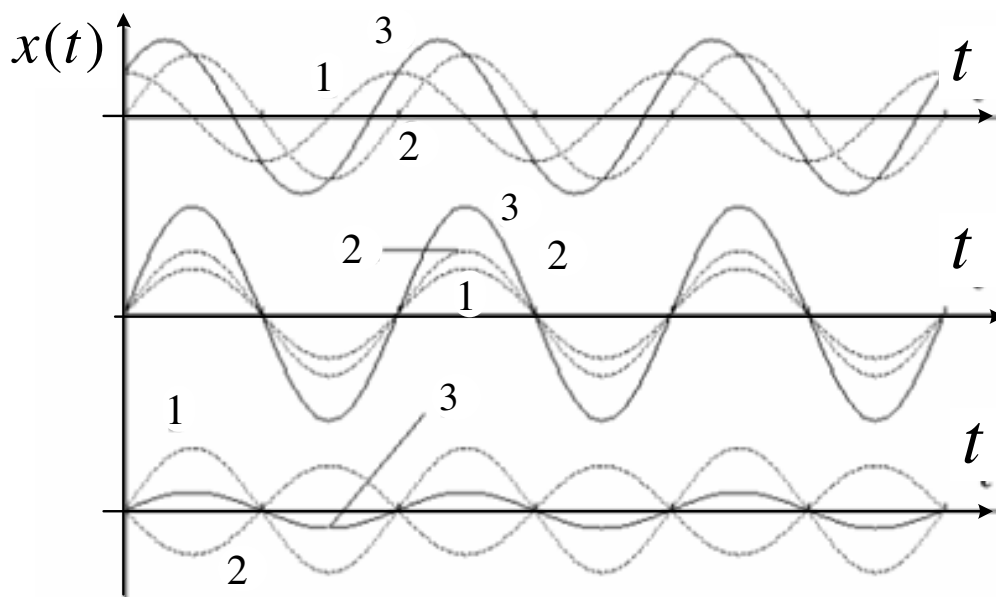


Рис. 7.3.

7.2. Сложение колебаний с неравными, но мало отличающимися частотами.

Рассмотрим два колебания с частотами, отличающимися на величину:

$$\Delta\omega_0 = \omega_{02} - \omega_{01} \ll \omega_{01} \quad (7.7)$$

Пусть амплитуды обоих колебаний одинаковы и равны A , а начальные фазы обоих колебаний равны нулю. С учетом этого уравнения складываемых колебаний будут иметь вид:

$$x_1 = A \cos \omega_0 t, \quad x_2 = A \cos(\omega_0 + \Delta\omega_0)t. \quad (7.8)$$

В данном случае сложение колебаний нужно проводить аналитически, подставляя в сумму $x = x_1 + x_2$ выражения для x_1 и x_2 . Результирующее колебание будет описываться уравнением:

$$x = A \cos \omega_0 t + A \cos(\omega_0 + \Delta\omega_0)t \quad (7.9)$$

Воспользуемся выражением для суммы косинусов. В первом множителе учтем четность функции косинуса, а во втором пренебрегаем $\Delta\omega_0 t$ по сравнению с $2\omega_0 t$:

$$\begin{aligned}
 x &= 2A \cos \frac{\omega_0 t - \omega_0 t - \Delta \omega_0 t}{2} \cos \frac{\omega_0 t + \omega_0 t + \Delta \omega_0 t}{2} = \\
 &= 2A \cos \frac{\Delta \omega_0 t}{2} \cos \omega_0 t.
 \end{aligned}
 \tag{7.10}$$

Таким образом, амплитуда результирующего колебания медленно меняется со временем по закону

$$A(t) = 2A \left| \cos \frac{\Delta \omega_0 t}{2} \right|. \tag{7.11}$$

Само колебание $x(t)$ уже не будет гармоническим; оно представляет собой произведение этой амплитуды на гармоническую функцию $\cos(\omega_0 t)$. Такие колебания называются **биениями** (рис. 7.4).

Период биений обратно пропорционален разности частот складываемых колебаний и определяется формулой:

$$T_6 = \frac{2\pi}{\Delta \omega_0}. \tag{7.12}$$

Метод биений используется для нахождения неизвестной частоты сигнала. На вход осциллографа подаётся сигнал неизвестной частоты и сигнал лабораторного генератора, частоту которого можно изменять. Настраивают генератор так, чтобы увидеть картинку биений и далее плавно подстраивают в сторону увеличения их периода.

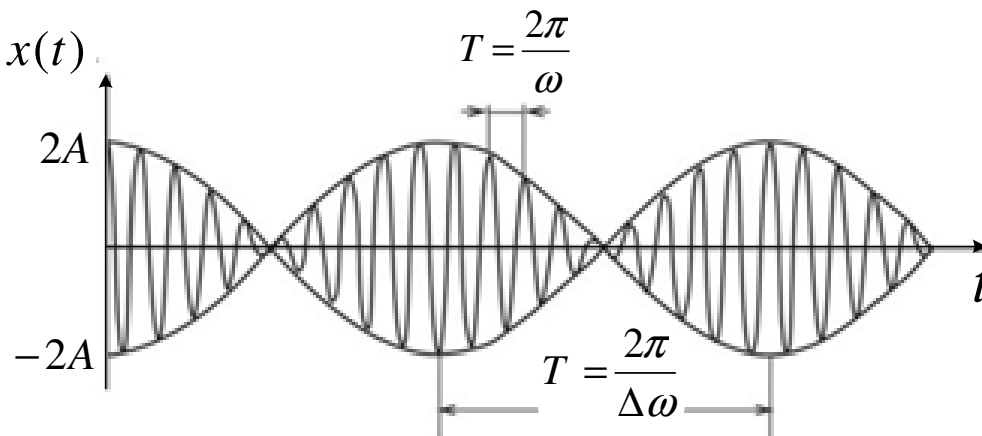


Рис.7.4.

При $T_6 \rightarrow \infty$ $\Delta \omega_0 \rightarrow 0$. Тем самым, мы настраиваем свой генератор на частоту неизвестного сигнала.

§8. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Рассмотрим теперь сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний. В качестве механической модели можно представить груз, закрепленный на двух расположенных перпендикулярно пружинах. Предположим, что точка участвует в двух колебательных движениях вдоль осей x и y . Начало отсчета выберем таким образом, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю. Уравнения колебаний будут иметь вид:

$$x = A_x \cos \omega_0 t, \quad y = A_y \cos(\omega_0 t + \Delta\varphi) \quad (8.1)$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз складываемых колебаний,

A_x и A_y – амплитуды колебаний.

Для получения траектории движения точки из этих уравнений нужно исключить время t . Запишем уравнения колебаний в виде:

$$\cos \omega_0 t = x/A_x, \quad \cos(\omega_0 t + \Delta\varphi) = y/A_y \quad (8.2)$$

Используя разложение косинуса $\cos(\omega_0 t + \Delta\varphi) = \cos \omega_0 t \cos \Delta\varphi - \sin \omega_0 t \sin \Delta\varphi$, и, заменяя $\cos \omega_0 t$ на x/A_x и $\sin \omega_0 t$ на $\sqrt{1 - (x/A_x)^2}$ получим уравнение траектории:

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - \frac{2xy}{A_x A_y} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi. \quad (8.3)$$

Траектория, описываемая этим уравнением, представляет собой эллипс, повернутый в общем случае на некоторый угол относительно координатных осей.

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Пусть разность фаз колебаний равна $\Delta\varphi = \pi/2$. Тогда из выражения (8.3) получаем:

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} = 1. \quad (8.4)$$

Это уравнение эллипса, ориентированного по координатным осям (кривая 1 на рис. 8.1).

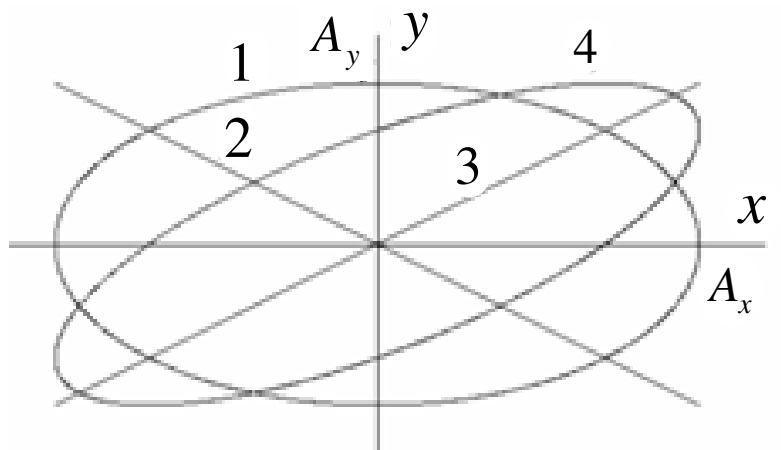


Рис. 8.1

2. Положим теперь $\Delta\varphi = 0$, или $\Delta\varphi = \pi$. При этом из выражения (8.3) получим уравнение отрезков прямых (соответственно кривые 2 и 3 на рис. 8.1):

$$y = \frac{A_y}{A_x} x, \quad x \leq A_x, \quad y \leq A_y. \quad (8.5)$$

3. Если частоты складываемых колебаний не равны, то в общем случае результирующая траектория незамкнута (точка постепенно «закрашивает» прямоугольник со сторонами $2A_x, 2A_y$).

4. Если частоты кратные, то есть $\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{m}{n}$, где m и n - целые числа, то получаются замкнутые кривые, состоящие из пересекающихся петель, называемые фигурами Лиссажу. На рис. 8.2 приведены фигуры Лиссажу, получаемые при сложении колебаний с отношением частот: а) 1/2, б) 3/2.

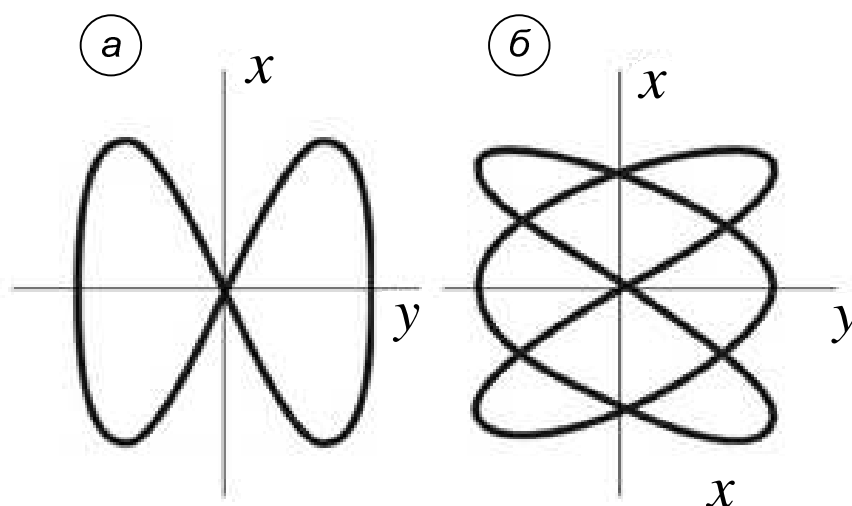


Рис. 8.2.

§9. Затухающие колебания

9.1 Затухающие колебания пружинного маятника

Любые собственные колебания со временем затухают из-за потерь энергии. В механических системах основной причиной таких потерь является вязкое трение – трение движущегося тела о среду. При малых скоростях движения сила вязкого трения пропорциональна скорости:

$$F_{\text{тр}} = -rv = -r\dot{x}. \quad (9.1)$$

где r - коэффициент вязкого трения (он зависит от вязкости среды, размеров и формы тела). Знак “-” обусловлен тем, что сила и скорость имеют противоположные направления.

Вернемся к простейшей модели – пружинному маятнику (см. §2) и учтем в формуле (2.2) кроме упругой силы и силу трения (9.1). При этом уравнение осциллятора запишется в виде:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 = 0 \quad (9.2)$$

где $\beta = r/2m$ – **коэффициент затухания**, характеризующий скорость затухания, а $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ – **собственная частота колебаний** – частота, с которой совершались бы свободные колебания при отсутствии трения.

Решением уравнения (9.2) являются затухающие колебания (рис. 9.1), то есть колебания, амплитуда которых уменьшается со временем:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (9.3)$$

Выражение (9.3) называется *уравнением затухающих колебаний*.

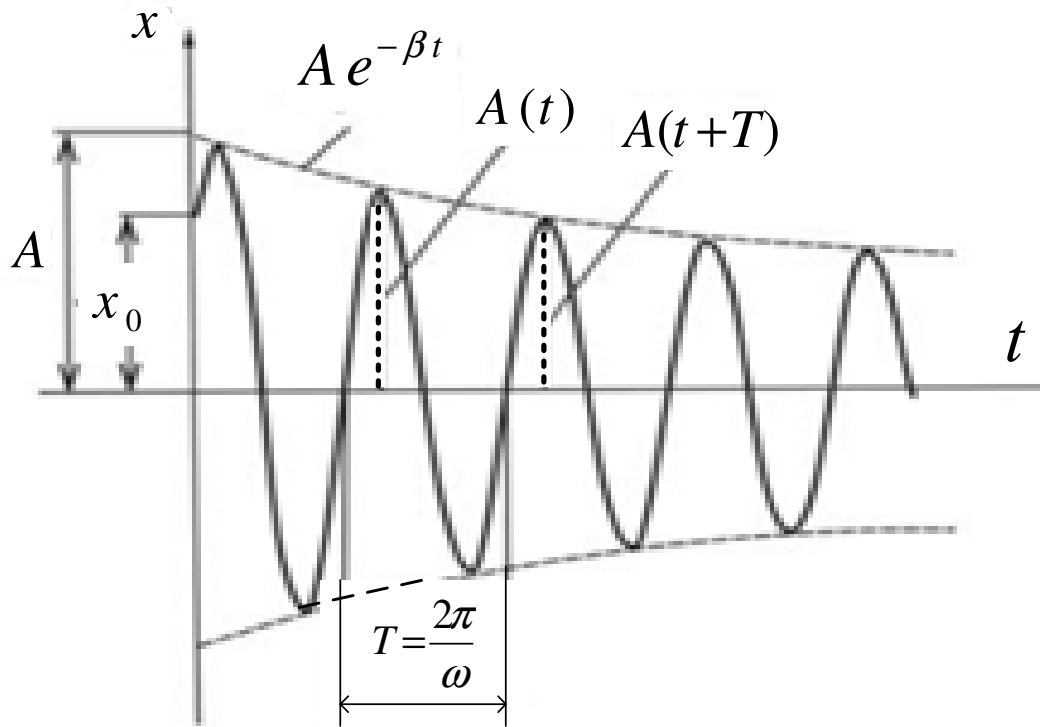


Рис.9.1

Частота затухающих колебаний несколько меньше частоты незатухающих:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (9.4)$$

При сильном затухании (если $\beta \geq \omega_0$, что соответствует сильно вязкой среде) колебательный режим превращается в аperiodический. В этом случае колебание затухает на промежутке времени меньше одного периода.

Кроме коэффициента затухания β также используются следующие характеристики затухающих колебаний.

- **Время релаксации** τ – есть время уменьшения амплитуды в $e = 2,71$ раз:

$$\tau = 1/\beta. \quad (9.5)$$

- **Логарифмический декремент затухания λ** – количественная характеристика быстроты затухания колебаний. Она численно равна натуральному логарифму отношения амплитуд двух последующих колебаний, время которых отличается на период.

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T, \quad \lambda = \beta T. \quad (9.6)$$

Логарифмический декремент затухания λ безразмерная величина/

- **Добротность колебательной системы Q** – безразмерная физическая величина, характеризующая убыль энергии за период. Если затухание невелико, то добротность определяется по соотношению:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega_0}{2\beta}. \quad (9.7)$$

Слабое затухание соответствует малому значению декремента, или большой ($Q \gg 1$) добротности.

9.2 Затухающие колебания в электрическом колебательном контуре

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний заряда в колебательном контуре имеет вид:

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Учитывая выражение для собственной частоты колебаний $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, и вводя обозначение $\beta = R/2L$, получим выражение:

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (9.8)$$

совпадающее по форме с уравнением для механических колебаний (9.2).

Решение уравнения (9.3) имеет вид:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (9.9)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний заряда на обкладках конденсатора.

Уравнение колебаний заряда (9.9) по своему виду совпадает с дифференциальным уравнением (9.3) для затухающих механических колебаний. График $q(t)$ имеет тот же вид, что и $x(t)$ (рис. 9.1).

§10. Вынужденные колебания, резонансная кривая

Вынужденные колебания возникают под действием периодически действующей внешней силы. Такая сила, приложенная к системе и вызывающая её колебания, называется **вынуждающей силой**. Рассмотрим колебания груза на пружине (§2) в среде с трением под действием вынуждающей силы F . Пусть вынуждающая сила изменяется по закону:

$$F = F_0 \cos \omega' t \quad (10.1)$$

где ω' - частота вынуждающей силы,

F_0 – ее амплитуда.

Тогда на груз вдоль оси OX будут действовать три силы: сила упругости, сила трения и вынуждающая сила. В этом случае второй закон Ньютона для груза в проекции на горизонтальную ось OX будет иметь следующий вид:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} + F. \quad (10.2)$$

Разделим это уравнение на массу m и, введя обозначения $2\beta = r/m$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ и $f_0 = F_0/m$ запишем его в виде:

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega' t. \quad (10.3)$$

Полученное уравнение является **дифференциальным уравнением вынужденных механических колебаний**. Решение данного неоднородного дифференциального уравнения x находят суммируя общее решение однородного уравнения x_1 и частное решение неоднородного x_2 :

$$x = x_1 + x_2. \quad (10.4)$$

Общее решение однородного уравнения уже было получено в §9 при рассмотрении затухающих колебаний (9.3):

$$x_1 = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (10.5)$$

Частное решение, удовлетворяющее правой части уравнения (27), имеет вид:

$$x_2 = A \cos(\omega' t - \varphi). \quad (10.6)$$

где $A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + 4\beta^2 \omega'^2}}$ – амплитуда вынужденного колебания,

$\varphi = \arctg \frac{2\beta\omega'}{\omega_0^2 - \omega'^2}$ – отставание по фазе вынужденного колебания от вынуждающей силы.

Таким образом, частное решение неоднородного уравнения (10.3) имеет вид:

$$x_2 = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + 4\beta^2 \omega'^2}} \cos(\omega' t - \arctg \frac{2\beta\omega'}{\omega_0^2 - \omega'^2}). \quad (10.7)$$

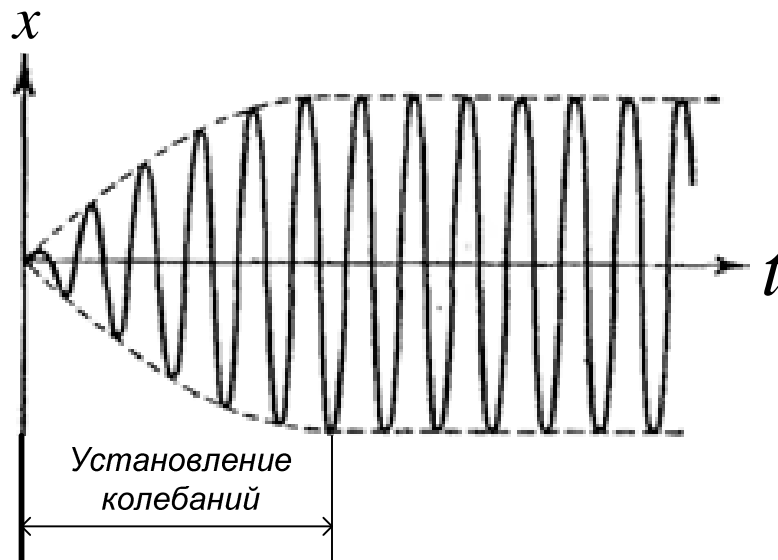


Рис.10.1.

Общее решение однородного уравнения играет роль только в начальной стадии процесса, при установлении колебаний, поскольку с увеличением времени амплитуда убывает по экспоненте. В установившемся режиме вынужденных колебаний основную роль играет частное решение и колебания совершаются с частотой вынуждающей силы ω' (рис.10.1).

Если рассматривать электрический колебательный контур, то роль вынуждающей «силы» для электромагнитных колебаний будет играть подводимая к контуру внешняя периодически изменяющаяся ЭДС или переменное напряжение U :

$$U(t) = U_0 \cos \omega' t. \quad (10.8)$$

С учетом выражения (10.8) уравнение (9.8) запишется в виде:

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0 q = \frac{U_0}{L} \cos \omega' t. \quad (10.9)$$

Это уравнение является **уравнением вынужденных колебаний заряда на конденсаторе** (уравнением вынужденных электромагнитных колебаний).

Решение уравнения вынужденных электромагнитных колебаний как и уравнения вынужденных механических колебаний, складывается из:

- общего решения однородного дифференциального уравнения

$$q_1 = q_{01} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (10.10)$$

- частного решения неоднородного дифференциального уравнения

$$q_2 = q_0 \cos(\omega' t - \varphi). \quad (10.11)$$

Если входное напряжение действует в течении времени большем времени затухания собственных колебаний, то решением дифференциального уравнения (9.8) будет колебание с частотой, равной частоте внешней силы ω' .

Амплитуда колебания и отставание по фазе φ определяются выражениями:

$$q_0 = \frac{U_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + 4\beta^2 \omega'^2}} = \frac{U_0}{\omega' \sqrt{R^2 + (\omega' L - \frac{1}{\omega' C})^2}}, \quad (10.12)$$

$$\varphi = \arctg \frac{2\beta \omega'}{\omega_0^2 - \omega'^2} = \frac{R}{\omega' L - \frac{1}{\omega' C}}, \quad (10.13)$$

где $\beta = R/2L$, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

Продифференцировав уравнение $q_2 = q_0 \cos(\omega' t - \varphi)$ по времени найдем силу тока в контуре при установившихся колебаниях:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega' q_0 \sin(\omega' t - \varphi) = I_0 \cos(\omega' t - \varphi + \pi/2), \quad (10.14)$$

$$\text{где } I_0 = \omega' q_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega' L - \frac{1}{\omega' C})^2}}. \quad (10.15)$$

Из полученных уравнений для амплитуд вынужденных механических и электромагнитных колебаний следует, что амплитуда вынужденных колебаний пропорциональна амплитуде вынуждающей силы и существенно зависит от её частоты. Эта зависимость не монотонна и имеет максимум на частоте

$$\omega \equiv \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad (10.16)$$

которую называют **резонансной частотой** (при малом затухании она близка к частоте собственных колебаний) Зависимость амплитуды от частоты называют **резонансной кривой**. На рис.10.2 показаны резонансные кривые, для которых значения коэффициента затухания соотносятся как $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3$.

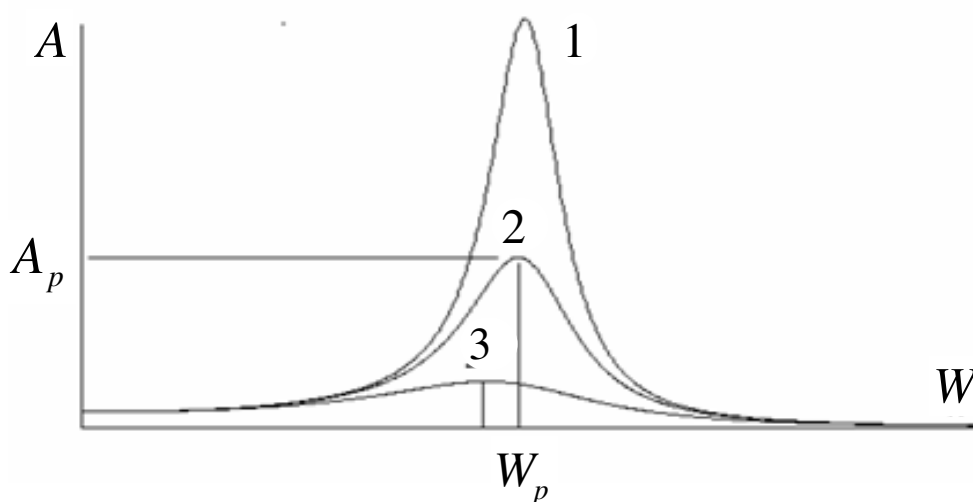


Рис.10.2

Резонанс, как свойство системы достаточно сильно откликаться на внешнее воздействие определенной частоты, имеет место для любых колебательных систем. Для механических колебаний это явление, как правило, нежелательное. Например, известны случаи разрушения мостов, когда марширующие воинские части шагали с частотой, близкой к резонансной.

С другой стороны, любые радиоприёмные устройства используют это свойство для выделения нужных сигналов из всех других. Например, пользуясь радиоприемником или телевизором, вы меняете резонансные частоты определенных колебательных контуров, настраивая их на частоту нужной станции или программы.

§11. Волновые процессы, классификация волн

Волновые процессы, или волны окружают нас повсюду: волны на воде, звуковые волны, электромагнитные волны (в частности, видимый свет, излучение тепла нагретым телом) — это далеко не полный перечень волновых процессов. Мы ограничимся весьма кратким рассмотрением этого класса физических явлений.

Итак, **волной** называют колебание какой-то физической величины, распространяющееся в пространстве, то есть волна – это бегущее колебание. Если колебание описывалось функцией одного аргумента – времени, то волна есть функция по крайней мере двух переменных – времени и пространственной координаты (в общем случае всех координат x , y , z). Основным свойством всех волн является отсутствие переноса вещества. При распространении волны происходит перенос энергии, а частицы среды совершают лишь колебания относительно своих положений равновесия.

Виды волн

1. По физической природе различают **механические** (*упругие*), **поверхностные** (*например, волны на воде*), **электромагнитные** и некоторые другие волны. К механическим волнам относятся механические возмущения, которые возникают в упругой среде. По этой причине механические волны называют также упругими волнами.
2. По направлению колебаний различают **волны продольные и поперечные**. Для первых направление колебаний совпадает с направлением распространения волны, для вторых – эти направления взаимно перпендикулярны (*рис. 11.1*). Например, звук в газах – это продольные волны, электромагнитные волны – волны поперечные

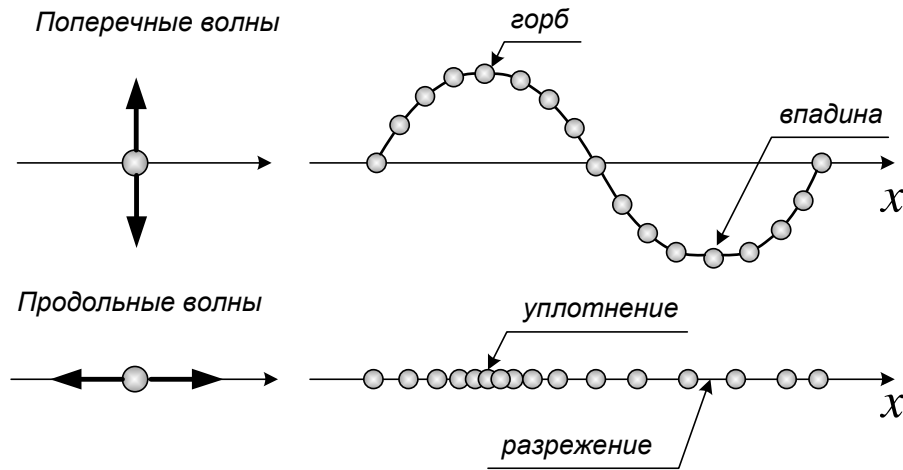


Рис. 11.1

Распространяясь от источника колебаний волновой процесс охватывает все новые области пространства. Поверхность, которая отделяет область пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли, называется **волновым фронтом**.

Геометрическое место точек пространства, где колебания имеют одинаковую фазу, называется **волновой поверхностью**. Волновых поверхностей можно провести бесконечно много, а волновой фронт в каждый момент времени только один. Волновой фронт также является волновой поверхностью, эта поверхность максимально удалена от источника колебаний.

3. По форме волнового фронта различают **плоские и сферические волны**.

Плоские волны создаются плоским излучателем, имеющим достаточно большие размеры (формально - бесконечной плоскостью). Если такая волна распространяется вдоль оси OX , то она описывается функцией двух переменных $\xi(x, t)$ (рис. 11.2, а).

Сферические волны создаются источником сферической формы (рис. 11.2, б). Например, источником таких звуковых волн может служить динамик с диффузором в виде шара. Заметим, однако, что на больших расстояниях (значительно превышающих размеры источника) волна будет сферической при любой форме источника колебаний. Другими словами, источник колебаний малых размеров излучает сферические волны. Такие волны описываются функцией $\xi(r, t)$, где r – расстояние от источника.

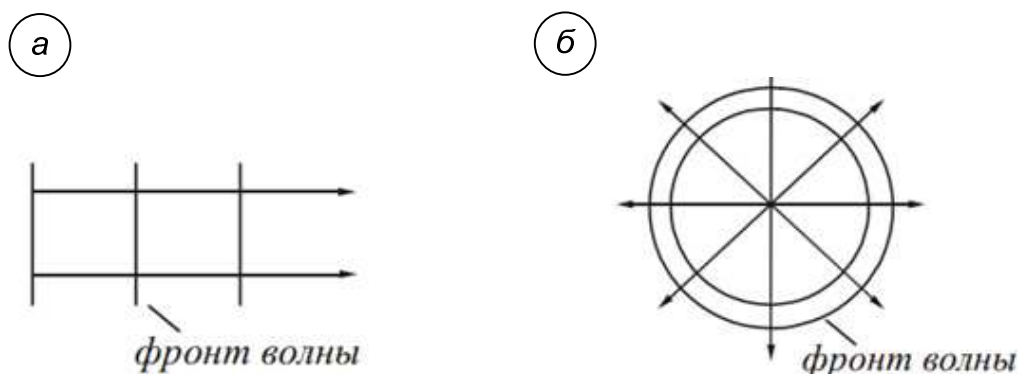


Рис.11.2

Предположим, что источник совершает гармонические колебания с частотой

$$\nu = 1/T = \omega/2\pi, \quad (11.1)$$

где T – период колебаний,

ω – циклическая частота.

В этом случае расстояние, пробегаемое волной за один период колебания, называется **длиной волны**:

$$\lambda = \nu T = \frac{v}{\nu}, \quad (11.2)$$

где v – скорость распространения волны.

§12. Плоские и сферические волны

Предположим, что в плоскости xy имеется источник, совершающий колебания только вдоль оси Ox . Будем считать эти колебания гармоническими с амплитудой A и циклической частотой ω . При этом в упругой среде колебания, вызванные колебаниями источника, передаются от точки к точке, и вдоль оси Ox побежит плоская волна (рис.12.1). В данном случае волновые поверхности будут перпендикулярны оси Ox и смещение частиц среды будет зависеть только от координаты x и времени t , то есть $\xi = \xi(x, t)$.

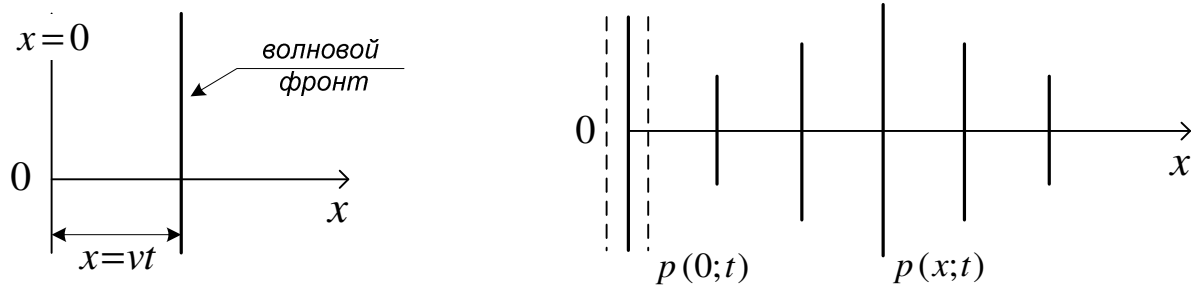


Рис.12.1

Колебания точек, лежащих в плоскости $x=0$, то есть колебания источника, имеют вид:

$$\xi(0, t) = A \cos \omega t. \quad (12.1)$$

Пренебрегая затуханием колебаний по мере их распространения, считаем, что колебание, которое пришло в точку x в момент времени t - это то же, что было в точке $x = 0$ в момент времени $t - \tau$, где $\tau = x/v$ - время пробега волны от начала координат до точки x . Таким образом, с учетом (12.1) имеем

$$\xi(x, t) = \xi(0, t - \tau) = A \cos[\omega(t - \tau)] = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right). \quad (12.2)$$

Уравнение

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (12.3)$$

называют уравнением плоской волны, распространяющейся вдоль направления оси OX .

Для волны, бегущей влево, в уравнении плоской волны следует поставить знак «+» в аргументе косинуса, поскольку направление скорости будет противоположным.

Для характеристики волн используют волновое число k :

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (12.4)$$

С учетом выражения для волнового числа, уравнение плоской волны можно записать в виде:

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx). \quad (12.5)$$

Предположим, что при распространении волны фаза остается постоянной:

$$\omega t - kx = \text{const.} \quad (12.6)$$

Продифференцируем это выражение по времени и разделим на волновое число k . Получим:

$$\frac{d\omega t}{dt} - \frac{dkx}{dt} = 0, \quad (12.7)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v. \quad (12.8)$$

Следовательно, скорость распространения волны v есть скорость перемещения фазы волны, поэтому эту скорость называют *фазовой скоростью*.

Предположим теперь, что в начале координат имеется точечный источник, совершающий гармонические колебания. Проводя аналогичные рассуждения, запишем уравнение вызванной им сферической волны в виде

$$\xi(r, t) = A(r) \cos(\omega t - kr), \quad (12.9)$$

где r – длина радиус-вектора, проведенного от источника колебаний в точку наблюдения.

Существенным отличием формулы сферической волны от плоской является то, что амплитуда здесь будет убывать по мере распространения даже в не поглощающей среде. В самом деле, площадь волнового фронта (сферы радиуса r) растёт пропорционально квадрату радиуса, а энергия колебаний на каждой такой сфере должна быть одинакова. Поскольку энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды, отсюда следует, что

$$A^2 r^2 = \text{const}, \quad (12.10)$$

а значит амплитуда сферической волны (33) должна меняться по закону

$$A(r) = \frac{A_0}{r}, \quad (12.11)$$

где A_0 – амплитуда колебаний источника.

§13. Волновое уравнение для плоских волн

Напомним, что гармоническое колебание является общим решением дифференциального уравнения (2.4), называемое уравнением гармонического осциллятора. Плоская волна (12.9) является общим решением дифференциального уравнения в частных производных

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (13.1)$$

которое называется **волновым уравнением** (v - скорость распространения волны в данной среде). В общем случае, когда волна распространяется в произвольном направлении, волновое уравнение будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (13.2)$$

Уравнение (13.2) возникает при решении многих физических проблем. Оно получается из

- законов механики при решении задач распространения колебаний в твердом деформируемом теле,
- газовых законов при исследовании распространения колебаний давления в газе,
- уравнений электродинамики в задачах распространения электромагнитных волн.

Конечно, в разных задачах физический смысл переменной ξ с различен.

Отметим, что уравнения гармонических волн (12.5 и 12.9) лишь часть из его решений. Ему удовлетворяет колебание любой формы, бегущее со скоростью v .

§14. Электромагнитные волны

Электромагнитные волны представляют собой взаимно связанные колебания напряженности электрического и магнитного полей, распространяющиеся в пространстве. Источником электромагнитных волн являются движущиеся с переменной скоростью электрические заряды.

Это могут быть

- хаотически движущиеся свободные электроны или ионы (в случае теплового излучения),
- переменный ток достаточно высокой частоты в проводнике (при излучении радиоволн),
- электроны, переходящие с верхних энергетических уровней на нижние (при излучении света газоразрядными трубками и лазерном излучении).

Электромагнитные волны могут распространяться в свободном пространстве (вакууме) или в средах, не проводящих электрический ток. В проводящей среде они вызывают движение зарядов, следовательно, их энергия превращается в тепло и волны быстро затухают. Скорость электромагнитных волн в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Её принято называть скоростью света. В среде с показателем преломления n их скорость меньше.

$$v = \frac{c}{n}, \quad n = \sqrt{\varepsilon/\mu}. \quad (14.1)$$

Здесь ε – диэлектрическая проницаемость среды,

μ – магнитная проницаемость среды.

В диэлектрических средах, где, собственно, и могут распространяться волны, $\mu=1$.

Электромагнитные волны поперечные: если, например, волна бежит вдоль оси OX , то колебания вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ направлены вдоль оси OY , а колебания напряженности магнитного поля $\vec{H}$ – вдоль оси OZ , которые перпендикулярны друг другу (рис.14.1).

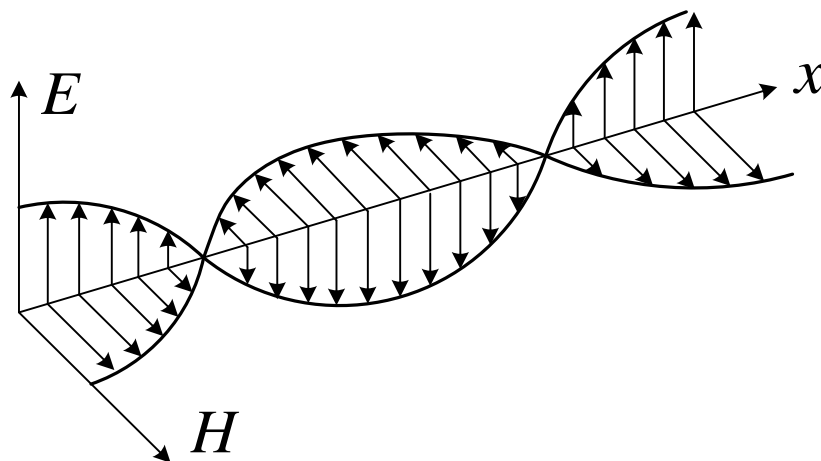


Рис.14.1

Волновые уравнения здесь имеют вид:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0, \quad (14.2)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = 0, \quad (14.3)$$

где $v = c/\sqrt{\epsilon}$.

Решение уравнений (14.2) и (14.3) при условии, что начальные фазы колебаний равны нулю, запишется в виде:

$$E_y = E_{max} \cos(\omega t - kx), \quad (14.4)$$

$$H_z = H_{max} \cos(\omega t - kx). \quad (14.5)$$

Индексы y и z при E_y и H_z подчеркивают то, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей OY и OZ . В этом случае $E_x = E_z = 0$, а $H_x = H_y = 0$. Колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой фазой.

Существование электромагнитного поля и связанных с ним электромагнитных волн было теоретически обосновано Максвеллом в 1860 году, а экспериментально обнаружены они были спустя примерно полвека Герцем. Практическое использование электромагнитных волн в современном мире постоянно растет. Приведем в заключение шкалу электромагнитных волн, где длине волны примерно соответствует указанный характер электромагнитного излучения (рис.14.2).

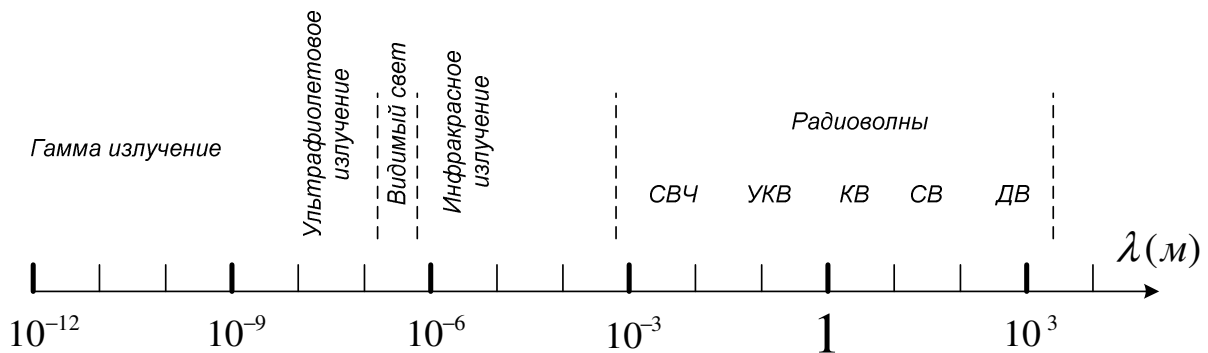


Рис.14.2.

Отметим, что видимый свет ограничен диапазоном длин волн $3,6 \cdot 10^{-7} \leq \lambda \leq 7,7 \cdot 10^{-7}$ м. Нижняя граница соответствует фиолетовому цвету, верхняя - красному. Излучение на длинах волн справа от этого интервала называется **инфракрасным** (воспринимается, как тепло), а слева от него - **ультрафиолетовым**.

Электромагнитное излучение с длинами волн, примерно от 10^{-3} м до 10^4 м, называют **радиоволнами** различных диапазонов. Они чрезвычайно широко используются в современной технике. Радио, телевидение, радиолокация – основные сферы их применения.

Тема 6: ОСНОВЫ ОПТИКИ

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

§1. О природе света

Волновая оптика – раздел физики, изучающий оптические явления, в которых проявляется волновая природа света. К таким явлениям относятся интерференция и дифракция. Говоря о свете, мы чаще всего подразумеваем видимый свет. Однако на шкале электромагнитных волн видимое излучение занимает весьма узкий диапазон. С точки зрения теории Максвелла, распространение видимого света ничем не отличается от распространения других электромагнитных волн: радиоволн, инфракрасного излучения, ультрафиолетового и гамма-излучения. В этом смысле оптика является частью электродинамики. В электромагнитной волне колеблются векторы напряженности электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей. Как показывают эксперименты, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются колебаниями вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$, который называют **световым вектором**.

Вопрос о природе света был поднят еще в XVII веке Гюйгенсом и Ньютоном. Гюйгенс считал, что свет — это упругая волна, распространяющаяся в мировом эфире. Ньютон считал, что свет — это поток частиц, летящих от источника по прямолинейным траекториям. В настоящее время установлено, что свет — это сложное явление: в одних случаях он проявляет свойства ЭМВ (интерференция, дифракция, поляризация), в других рассматривается как поток особых частиц фотонов (фотоэффект, эффект Комптона, тепловое излучение).

Рассмотрим явления, в которых свет проявляет свойства электромагнитных волн. Свет в вакууме распространяется со скоростью $c=3 \cdot 10^8$ м/с. Это максимальная скорость распространения волн и переноса вещества. В среде ско-

рость света уменьшается. Отношение скорости световой волны c в вакууме к фазовой скорости v в некоторой среде называют абсолютным показателем преломления этой среды n :

$$n = \frac{v}{c} \quad (1.1)$$

Скорость света в вакууме определяется соотношением:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (1.2)$$

Фазовая скорость в среде:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} \quad (1.3)$$

Тогда абсолютный показатель преломления оказывается зависящим от электрических и магнитных свойств среды:

$$n = \sqrt{\epsilon \mu}. \quad (1.4)$$

§2. Интерференция света

В реальной среде всегда распространяется несколько световых волн. В результате их наложения может наблюдаться явление интерференции. **Интерференция** — это явление перераспределения энергии светового потока в пространстве при наложении когерентных волн. В результате такого наложения в одних местах наблюдается усиление интенсивности, а в других ослабление. Классическая интерференционная картина представляет из себя чередование светлых и темных полос. Светлые полосы соответствуют максимуму интенсивности света, а темные - минимуму интенсивности.

Интерференция наблюдается только при наложении когерентных волн. **Когерентными волнами** называют волны, которые характеризуются постоянством разности фаз во времени в заданной точки пространства. Когерентными могут быть только волны с одинаковыми частотами. При равенстве частот колебаний разность фаз определяется разностью начальных фаз складываемых колебаний φ_1 и φ_2 .

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (2.1)$$

Свет от естественных источников является некогерентным. Когерентные волны можно получить, разделив волну от одного источника на две части (например, отражением или преломлением). Если такие лучи заставить пройти разные оптические пути L , а затем наложить друг на друга, то они будут интерферировать. **Оптический путь** — это произведение абсолютного показателя преломления среды на путь, пройденный волной в этой среде $L=nS$.

Условия максимумов и минимумов интерференции

Пусть 2 волны одинаковой частоты ω , накладываются друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления. Уравнения колебаний запишем в виде:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (2.2)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (2.3)$$

Амплитуда результирующего колебания будет равна:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta. \quad (2.4)$$

Интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды $I \sim A^2$. С учетом этого выражение (1) будет иметь вид:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta. \quad (2.5)$$

В случае некогерентных волн разность фаз δ изменяется непрерывно, принимая с равной вероятностью любые значения, а значит среднее по времени значение $\cos \delta = 0$. Слагаемое с косинусом зануляется, и средняя интенсивность будет равна

$$I = I_1 + I_2. \quad (2.6)$$

Следовательно, в случае наложения некогерентных волн амплитуда колебания и интенсивность световой волны увеличивается во всех точках пространства.

В случае когерентных волн разность фаз постоянна в данной точке пространства, значит и косинус будет иметь постоянное значение. В точках, где $\cos \delta > 0$ интенсивность света $I > I_1 + I_2$ увеличиваются. В этих точках наблюда-

ется усиление света (светлые полосы). В точках, где $\cos\delta < 0$ интенсивность света $I < I_1 + I_2$ уменьшаются. В этих точках наблюдается ослабление света (темные полосы).

Определим условия наблюдения максимумов и минимумов интерференции.

Рассмотрим волну, разделение которой происходит в т. О. Первая волна, распространяющаяся со скоростью v_1 , проходит в среде с n_1 путь S_1 , вторая - со скоростью v_2 , в среде с n_2 путь S_2 (рис.2.1)

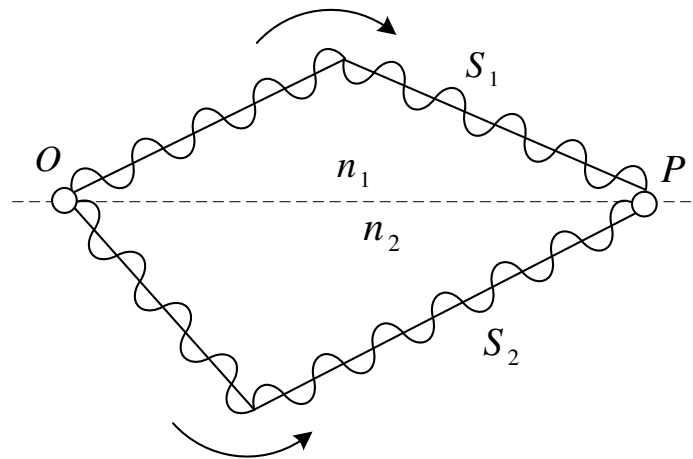


Рис. 2.1

Если в т. О фаза колебаний ωt , то в точке Р, где волны снова встречаются, колебание будет отставать от колебания в т.О на время τ , необходимое для переноса волны от т. О до т. Р. Время τ будет равно отношению пути, пройденного волной в среде к ее фазовой скорости в этой среде:

$$\tau = \frac{S}{v}. \quad (2.7)$$

Тогда уравнения колебаний в т. Р для первой и второй волны, соответственно, будут иметь вид:

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{S_1}{v_1} \right), \quad (2.8)$$

$$x_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{S_2}{v_2} \right). \quad (2.9)$$

Разность фаз колебаний в точке Р будет равна:

$$\delta = \omega \left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right). \quad (2.10)$$

Выразим фазовую скорость волны в среде через абсолютный показатель преломления среды и скорость света в вакууме:

$$v = c/n. \quad (2.11)$$

С учетом последнего выражения разность фаз (2.10) можно записать в виде:

$$\delta = \frac{\omega}{c} (n_2 S_2 - n_1 S_1). \quad (2.12)$$

Учтем, что $c = \lambda_0 \nu$, $\omega = 2\pi \nu$, а величина в скобках, равная разности оптических путей, пройденных волнами, является оптической разностью хода $\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1$:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta. \quad (2.13)$$

Все величины, кроме оптической разности хода Δ , входящие в эту формулу, постоянные величины для данной волны. Следовательно изменение разности фаз связано с оптической разностью хода.

1) интенсивность света будет максимальна если $\cos \delta = 1$. При этом разность фаз равна четному числу π :

$$\delta = \pm 2\pi m. \quad (2.14)$$

В этом случае выражение (2.13) будет иметь вид:

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \pm 2\pi m, \quad (2.15)$$

откуда оптическая разность хода будет равна:

$$\Delta = \pm m \lambda_0, \quad (2.16)$$

где $m = 0, 1, 2$ и т.д. – номер максимума (светлой полосы), Это выражение является *условием наблюдения максимума интерференции*:

максимум интерференции наблюдается при равенстве оптической разности хода целому числу длин волн (или четному числу полуволн), поскольку

при этом разность фаз будет кратной 2π , и колебания будут происходить с одинаковой фазой (синфазные колебания усиливают друг друга).

2) интенсивность света будет минимальна, если $\cos\delta = -1$. При этом разность фаз равна нечетному числу π :

$$\delta = \pm(2m + 1)\pi. \quad (2.17)$$

Оптическая разность хода при этом будет равна:

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2} \quad \text{или} \quad \Delta = \pm(m + \frac{1}{2})\lambda_0. \quad (2.18)$$

где $m = 0, 1, 2$ и так далее – номер минимума интерференции (темной полосы). Это выражение является *условием наблюдения минимума интерференции: минимум интерференции наблюдается при равенстве оптической разности хода нечетному числу длин волн, так как в этом случае колебания будут находиться в противофазе.*

Если волна отражается от оптически более плотной среды, то фаза колебаний светового вектора $\mathbf{E}$ изменяется на противоположную, то есть на π . Оптический путь при этом изменится на половину длины волны:

$$L = nS - \frac{\lambda_0}{2} \quad \text{или} \quad L = nS + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (2.19)$$

§3. Способы наблюдения интерференции

Интерференцию можно наблюдать, например, при наложении когерентных волн от точечных источников (*опыт Юнга*), при отражении света от тонких пленок (плоскопараллельных пластинок) и при отражении света от узких зазоров между стеклянными поверхностями (*кольца Ньютона*). Рассмотрим некоторые случаи.

Интерференция при отражении света от тонких пластинок

Рассмотрим плоскопараллельную прозрачную пленку толщиной d и показателем преломления $n_2 = n$, на которую, под углом i_1 падает плоская монохроматическая волна с длиной волны λ .

Предположим, что пластинка расположена в воздухе и абсолютный показатель преломления среды $n_1=1$ (рис.3.1). Падающую волну можно рассматривать как параллельный пучок лучей. Каждый падающий луч даст две отраженные волны 1 и 2. Первая волна отражается от верхней поверхности пластины в точке O (угол отражения равен i_1), вторая волна проходит в пластину, преломляясь под углом i_2 , падает на нижнюю границу пластины под тем же углом и отражается от нее под углом i_2 в точке C . Отражение первой волны идет от оптически более плотной среды, значит оптический путь этой волны изменится на $\lambda/2$. Проведем перпендикуляр AB . На пути от этой плоскости разность фаз лучей 1 и 2 не меняется. Следовательно, разность хода этих лучей будет равна:

$$\Delta = nS_2 - S_1$$

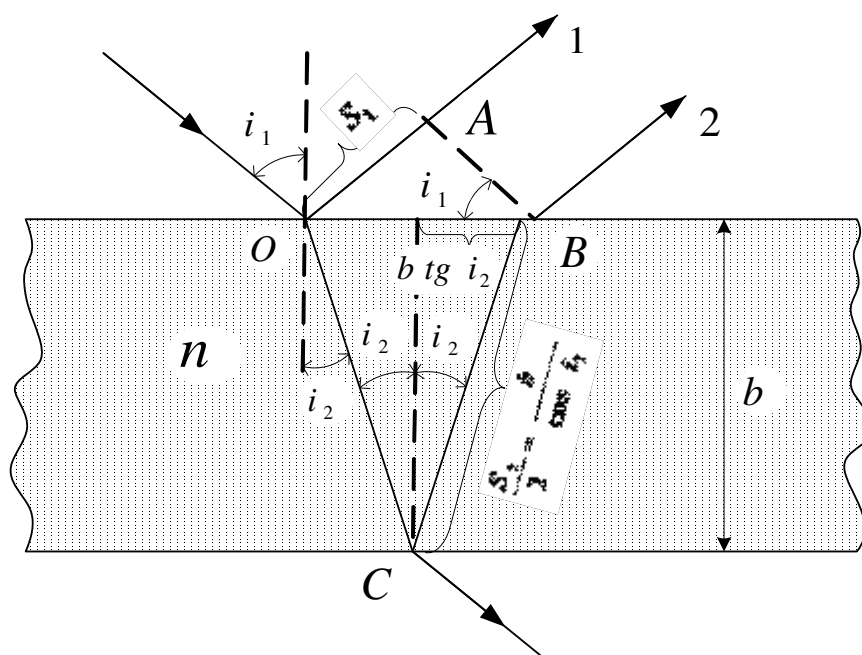


Рис.3.1

Путь S_2 , пройденный вторым лучом в пластинке будет равен $S_2 = OC + CB$, путь первого луча $S_1 = AO$.

По закону преломления

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n. \quad (3.1)$$

Проведение математических преобразований (из геометрических построений) даст следующее выражение:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}. \quad (3.2)$$

Осталось учесть изменение оптического пути первой волны на $\lambda/2$. В точке C отражение волны происходит от оптически более плотной среды, поэтому фаза колебаний вектора $\mathbf{E}$ изменяется на π . Изменение фазы учитывают, вычитая из оптической разности Δ хода половину длины волны. В результате получаем:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.3)$$

Максимум интерференции наблюдается при равенстве оптической разности хода целому числу длин волн, т.е.:

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 i_2} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda. \quad (3.4)$$

Минимум интерференции наблюдается при равенстве оптической разности хода полуцелому числу длин волн, то есть:

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 i_2} = \pm(m + 1)\lambda. \quad (3.5)$$

Из формулы (3.3) следует, что при постоянных d , n и угла падения значение Δ для всей пленки будет одним и тем же, а интенсивность отраженного от неё света одинакова для любой точки поверхности. В этом случае интерференция не наблюдается, а интенсивность отраженного света либо максимальна, либо минимальна в зависимости от значения оптической разности хода Δ .

Интерференционные полосы в отраженном свете возникают в случае, если либо толщина пленки d , либо угол падения для разных точек поверхности будет различным. Изучая интерференцию в тонких пленках, различают полосы равного наклона и полосы равной толщины.

Полосы равного наклона наблюдаются в тех случаях, когда на плоскопараллельную тонкую пленку падает сходящийся (или расходящийся) пучок света

под разными углами. Так как толщина пленки d и ее показатель преломления n везде одинаковы, то оптическая разность хода интерферирующих лучей изменяется вдоль поверхности пленки из-за изменения угла падения.

Полосы равной толщины наблюдаются при отражении параллельного пучка лучей (угол падения одинаков для всех лучей) от тонкой прозрачной пластины, толщина которой d неодинакова в разных местах. Условия интерференции будут одинаковы в тех точках, которым соответствуют одинаковые значения d .

Рассмотрим еще один пример возникновения интерференции – **кольца Ньютона**.

Кольца Ньютона – это интерференционные полосы равной толщины в форме колец, расположенные концентрически вокруг точки касания двух поверхностей (двух сфер, плоскости и сферы и т.д.). Установка для наблюдения колец Ньютона показана на *рис. 3.2*. На *рис.3* R – радиус кривизны линзы, r – радиус колец Ньютона, d – толщина воздушного зазора между пластинкой и линзой (зазор может быть заполнен жидкостью).

При нормальном падении света на установку – наблюдаются концентрические окружности, при падении света под углом – эллипсы. Наблюдатель в точке A наблюдает за интерференцией в отраженном свете, в точке B – в проходящем свете (*рис.3.2*). В отраженном и проходящем свете интерференционным максимумы и минимумы меняются местами (темные и светлые полосы меняются местами) (*рис.3.3*).

При нормальном падении ($i_1=0$) светового луча I он проходит в линзу не отражаясь. Этот луч доходит до воздушного зазора и частично отражается от него II, частично проходит в него, преломляясь. Преломленный луч отражается от плоскопараллельной пластинки III. При наложении лучей II и III возникает интерференция (*рис.3.3*).

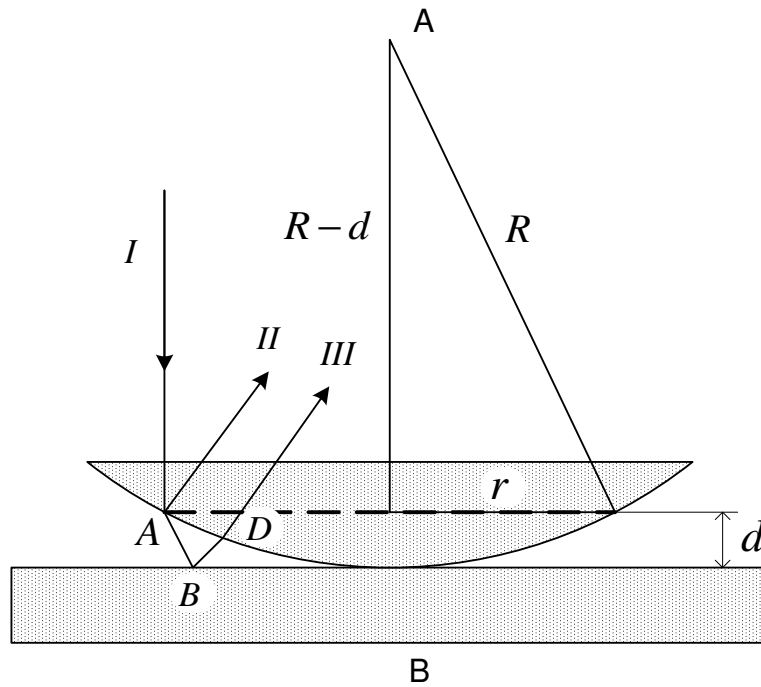


Рис.3.2

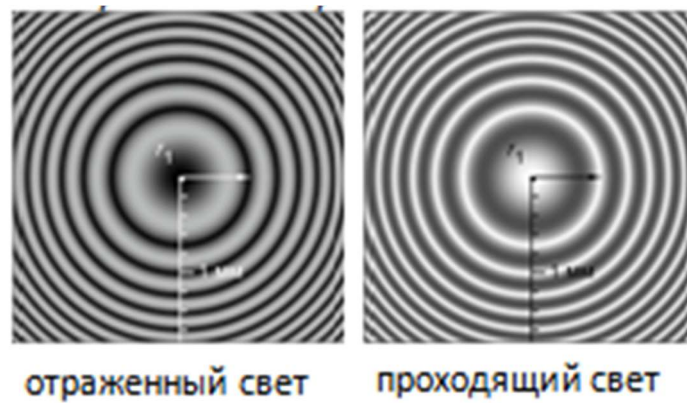


Рис. 3.3

Поскольку отражение идет от тонкого зазора, оптическая разность хода будет определяться так же, как в прошлом примере, только в этом случае от оптически более плотной среды отражается луч III. Следовательно, к оптической разности хода нужно прибавить половину длины волны:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.6)$$

Рассмотрев интерференцию в отраженном свете, можно получить выражения для расчета радиуса светлых и темных колец Ньютона, соответствующих максимуму и минимуму интерференции в отраженном свете:

$$r_{\text{св}} = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) R \lambda}, \quad (3.7)$$

$$r_{\text{т}} = \sqrt{m R \lambda}. \quad (3.8)$$

где r – радиус кольца, m – номер кольца, R – радиус кривизны линзы.

§4. Дифракция света

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Эти отклонения не сводятся к отражению и преломлению света. Дифракция наблюдается при огибании волной края препятствия и проникновении в область геометрической тени. При падении света на препятствия большого размера свет распространяется прямолинейно. Если же размеры препятствия будут малы и сравнимы с длиной волны, то прямолинейный ход лучей нарушается, волновой процесс достигает тех точек, где должна быть тень от препятствия. В этих местах наблюдается дифракционная картина: чередование светлых и тёмных полос. Чем больше отношения длины волны к размеру препятствия, тем больше расходимость волны, то есть тем больше будет угол, на которой расходится эта волна.

В явлениях интерференции и дифракции нет существенного физического различия. И в том, и в другом случае наблюдается перераспределение энергии в результате суперпозиций волн. Понятие интерференции используется в случае, если рассматривается конечное число дискретных когерентных источников (например, 2 щели). О дифракции говорят в том случае, когда когерентные источники света расположены непрерывно (например, одна щель)

Выделяют 2 типа дифракции: **дифракция Френеля** — это дифракция сферических волн и **дифракция Фраунгофера** — это дифракция в параллельных лучах света, когда источник находится, находится очень далеко от препятствия.

Закономерности дифракционных картин можно описать с помощью **принципа Гюйгенса-Френеля**. Основные положения принципа Гюйгенса-Френеля:

1. Каждую точку волнового фронта можно рассматривать, как источник вторичных сферических волн. Например, свет падает на преграду виде узкой щели. Волна, дошедшая до щели, возбуждает в каждой точке этого пространства колебания, которые становятся источниками вторичных сферических волн. Эти сферические волны распространяются, заходя в область геометрической

тени и накладываясь друг на друга. При рассмотрении *принципа Гюйгенса* вторичные сферически волны вторичные волны нужно рассматривать как математические сферы, а не реальные волны. Их суммарные действия проявляется только на огибающей этих волн.

2. Вторичные волны когерентны, поэтому они интерферируют между собой.

3. Амплитуда колебаний в любой точке определяется как результат интерференции вторичных волн от бесконечного множества вторичных источников, при этом амплитуда колебаний вторичных волн пропорциональна величине элемента dS волновой поверхности (рис.4.1).

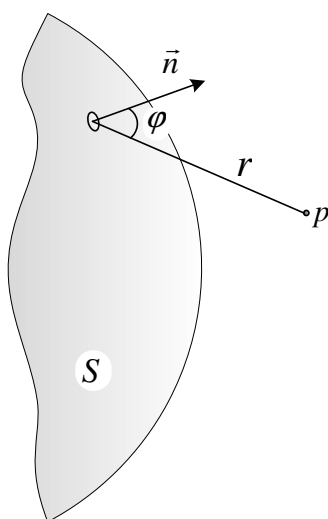


Рис.4.1.

Амплитуда колебаний, приходящий в точку P от поверхности dS будет зависеть от:

- коэффициента K , определяемого углом φ между нормалью к поверхности dS и расстоянием от поверхности до точки наблюдения P . Чем больше угол φ , тем меньше коэффициент K .
- от амплитуды светового колебания a_0 в том месте, где находится элемент поверхности dS .
- от площади элемента поверхности dS .
- от расстояния r от элемента поверхности dS до точки P .

Таким образом, уравнение колебания от элемента dS будет иметь вид:

$$d\xi = K \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr). \quad (4.1)$$

Результирующие колебания от всех элементов волновой поверхности представляет из себя сумму колебаний от каждого элемента dS .

$$\xi = \int_S K \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kr) dS, \quad (4.2)$$

здесь k – волновое число.

Решение этого уравнения достаточно сложная задача. Для определения амплитуды колебания, возбуждаемого в точке P сферического волной используется метод “зон Френеля”.

§ 5. Зоны Френеля

Определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке P сферической волной, распространяющейся в изотропной однородной среде из точечного источника S (рис.5.1). Для такой волны все волновые поверхности будут симметричны относительно SP .

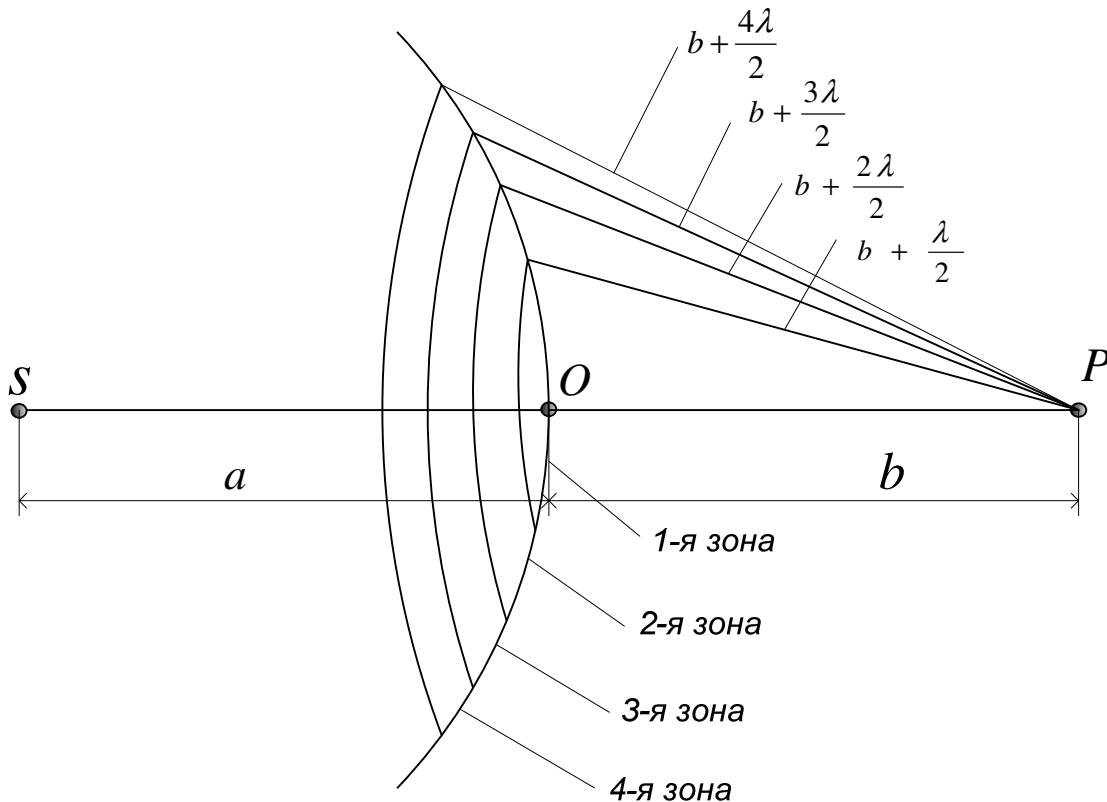


Рис.5.1

Обозначим:

a – расстояние от источника S до точки O , точки пересечения прямой SP и волны;

b – расстояние от точки O до точки наблюдения P .

Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны, построенные таким образом, чтобы расстояние от краев каждой зоны до точки P отличалось от предыдущей зоны на $\lambda/2$.

Получим, что

- расстояние от центральной точки O до точки P равно b ,
- расстояние от края первой зоны до точки P равно $b + \lambda/2$,
- расстояние от края второй зоны – $b + 2\lambda/2$,
- расстояние от края третьей зоны $b + 3\lambda/2$ и так далее.

Расстояние до m -ой зоны можно найти как:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}, \quad (5.1)$$

где m - номер зоны.

Такие зоны называют **зонами Френеля** (рис.5.1).

Оптический путь, проходимый волной от аналогичных точек соседних зон, отличается на $\lambda/2$ и колебания, приходящие от них в т. P находятся в противофазе. Следовательно, результирующие колебания от каждой из зон будут отличаться от соседних на π , а такие колебания ослабляют друг друга.

Оценим амплитуду колебаний от разных зон при увеличении номера зоны. Из принципа Гюйгенса-Френеля следует, что она зависит от четырех параметров – K, a_o, r, dS (5.2):

$$K \frac{a_o dS}{r}. \quad (5.2)$$

При увеличении номера зоны m :

- коэффициент K уменьшается,
- амплитуда колебаний на волновой поверхности a_o не изменяется, а
- расстояние r увеличивается.

Площадь зон Френеля dS не зависит от номера зоны. Следовательно, при увеличении номера зоны, амплитуда колебаний, возбуждаемых m -зоной, монотонно убывает:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots \quad (5.3)$$

Таким образом амплитуда колебаний от каждой следующей зоны немного меньше, чем от предыдущей.

Фазы колебаний в соседних зонах отличаются на π , это значит, что результирующая амплитуда будет находиться следующим образом (четные зоны – один знак, нечетные – другой):

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \dots, \quad (5.4)$$

Здесь амплитуды колебаний от четных зон Френеля имеют знак «–», а от нечетных зон – знак «+».

Вследствие монотонного убывания амплитуды, последнее выражение можно записать в виде:

$$A = \frac{A_1}{2}, \quad (5.5)$$

так как остальные колебания погасят друг друга.

Таким образом, мы получили, что амплитуда колебаний от всей волновой поверхности равна половине амплитуды колебания центральной точки. Если поставить преграду и оставить только центральную точку, то амплитуда в точке P вырастет в два раза (а интенсивность света в 4 раза) и будет больше, чем без преграды.

Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе, и ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку (ее называют зонной, *рис.5.2*), перекрывающую четные или нечетные зоны, то интенсивность света резко возрастет.

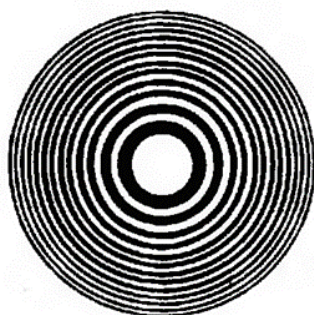


Рис.5.2

Большой эффект возникает, при изменении фазы колебаний зоны (четной или нечетной) на π . Это достигается с помощью прозрачной пластинки разной толщины. В местах, соответствующих четным или нечетным зонам, толщина меняется на надлежащим образом на подобранную величину для того, чтобы колебания, приходящие от соседних зон, усиливали друг друга. Такая пластинка называется фазовой зонной пластинкой (*рис.5.3*).

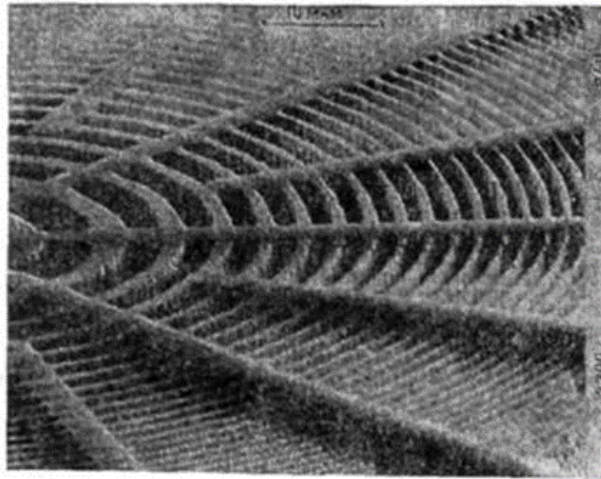


Рис.5.3

Такие пластинки позволяют увеличить амплитуду светового колебания в 2 раза, а его интенсивность в 4 раза. Их используются в оптических приборах в условиях недостаточной освещенности (вечером или ночью) для усиления интенсивности света.

§6. Дифракция Френеля от простейших преград

Рассмотрим примеры дифракции Френеля от простейших преград – круглого отверстия и круглого диска.

6.1. Дифракция Френеля от круглого отверстия

На пути сферической световой волны поставим непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r_0 таким образом, что перпендикуляр, проведенный от источника до экрана, попадает в центр отверстия. На продолжении перпендикуляра возьмем точку наблюдения P (рис. 6.1,а). Если r_0 много меньше расстояний a и b (рис. 6.1,а), то можно считать, что a – это расстояние от источника до преграды, b – расстояние от преграды до точки P .

Если a и b удовлетворяют условию:

$$r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda, \quad (6.1)$$

то отверстие оставит открытым m первых зон Френеля, построенных для точки P . Число открытых зон m можно определить соотношением:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (6.2)$$

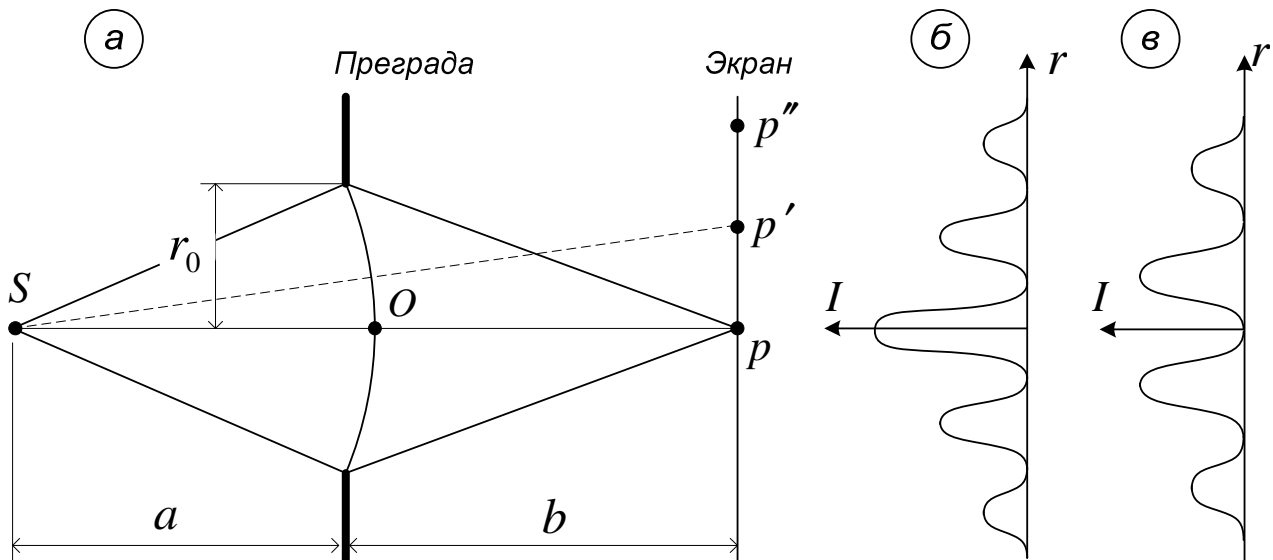


Рис. 6.1

В этом случае, если открыто четное число зон Френеля, то амплитуда результирующего колебания в точке P , для произвольного значения числа m определяется выражением:

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m. \quad (6.3)$$

Если преграда оставляет открытым нечетное число зон, то амплитуда результирующего колебания в точке P будет находиться выражением:

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}. \quad (6.4)$$

При малых значениях числа m амплитуда колебаний m -ой зоны A_m мало отличается от амплитуды колебаний первой зоны Френеля A_1 , в силу монотонности убывания амплитуды. Следовательно, при открытом нечетном числе зон $A = A_1$ и в центре дифракционной картины наблюдается светлое пятно. Интенсивность в центре будет максимальна, следующие светлые кольца имеют убывающую интенсивность (рис. 6.1,б; рис. 6.2).

При открытом четном числе зон, в центральной точке P результирующая амплитуда будет равна нулю $A=0$. В этом случае в центре будет находиться темное пятно. Интенсивность первых двух светлых колец будет максимальна, далее интенсивность убывает (рис. 6.1,в; рис. 6.2).

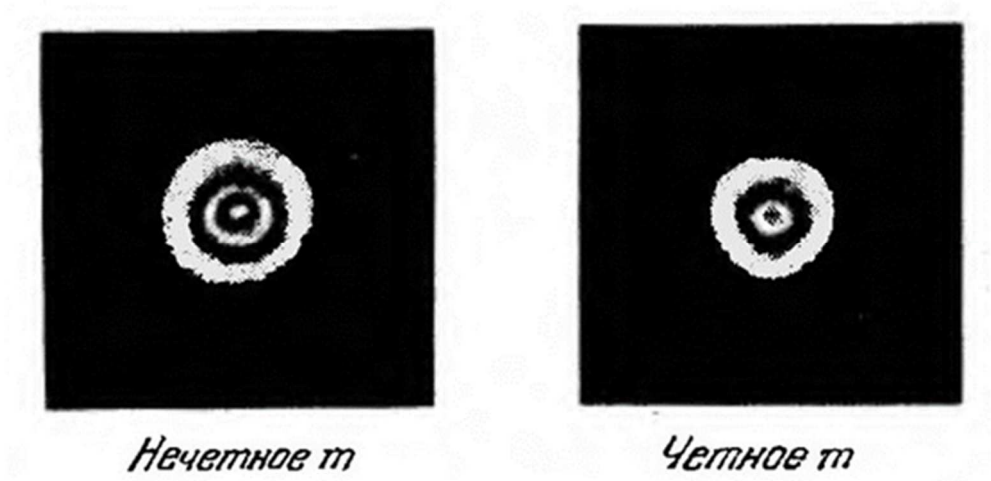


Рис. 6.2

6.2. Дифракция от круглого диска

Теперь на пути световой волны ставим круглый диск радиуса r_0 (рис.6.3,а).

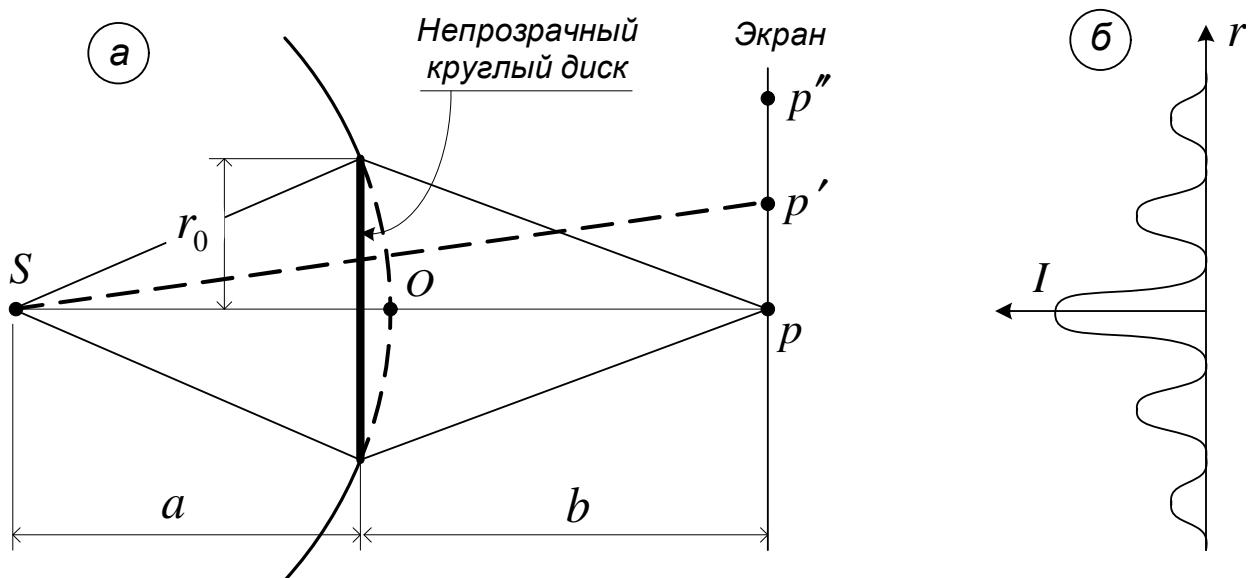


Рис. 6.3

Диск будет закрывать m первых зон Френеля. Значит амплитуда в точке P будет равна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots \quad (6.5)$$

С учетом монотонного убывания амплитуды получим:

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (6.6)$$

Результирующая амплитуда колебаний в точке P равна половине амплитуды колебаний от первой открытой зоны. Если число закрытых зон мало, то амплитуда первой открытой зоны A_{m+1} мало отличается от амплитуды колебаний центральной зоны A_1 . Значит интенсивность в точке P будет почти такая же, как без преграды. Интенсивность света в центральной точке будет максимальной (рис. 6.3,б).

§7. Дифракция Фраунгофера от щели

Дифракция Фраунгофера – это дифракция в параллельных лучах света. Наиболее распространённое применение этого вида дифракции – это дифракция от щели: на бесконечно длинную щель, шириной b (длина во много раз больше, чем ее ширина) падает плоская световая волна (рис. 7.1).

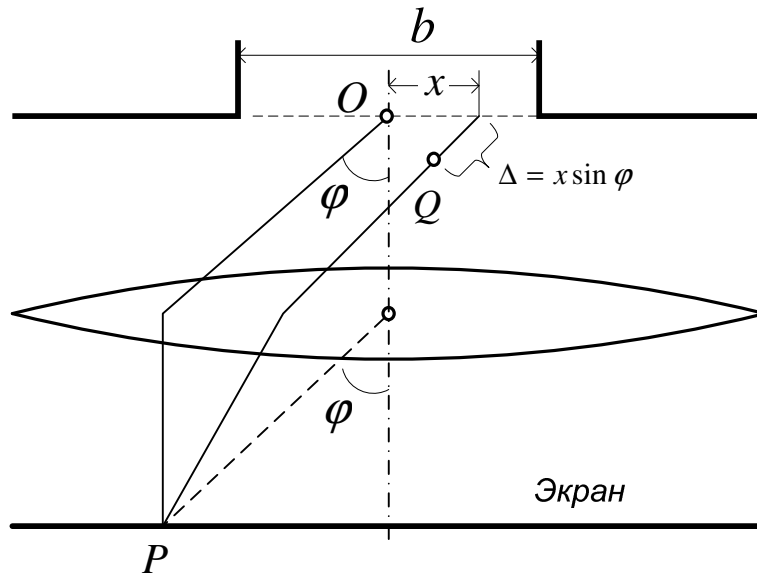


Рис. 7.1

За щелью размещают линзу, а в фокальной плоскости линзы – экран, на котором наблюдают дифракционную картину в виде чередования светлых и темных полос (рис. 7.2).

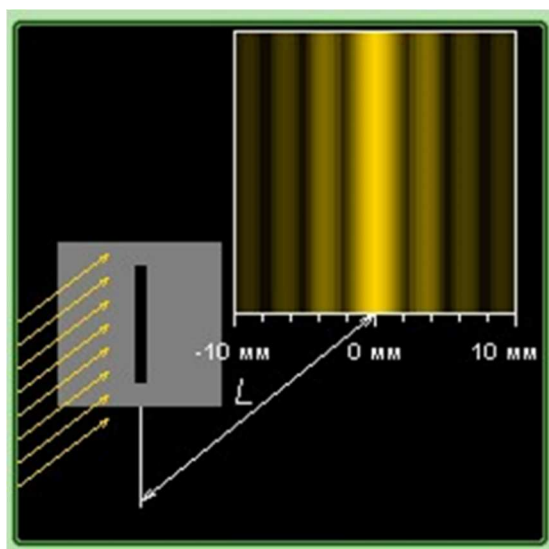


Рис. 7.2

В результате дифракции пучок утрачивает параллельность, то есть появляется свет, распространяющийся в направлениях, отличных от первоначального направления распространения. На *рис. 7.1* показано одно из направлений распространения света под углом φ . Угол φ называют углом дифракции. **Угол дифракции** – это угол между направлением распространения света и направлением, в котором тот распространялся первоначально

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, каждая точка щели становится источником вторичной волны. Лучами на *рис. 7.1* показано одно из направлений распространения таких волн. Для определения амплитуды результирующего колебания в точке P щель также разбивают на зоны. Только в этом случае разбивка выполняется на параллельные зоны, а не на концентрические окружности. Оптическая разность хода волн, идущих от соседних зон, будет определяться выражением:

$$\Delta = x \sin \varphi, \quad (7.1)$$

где x – ширина зоны, φ – угол дифракции,

или

$$\Delta = b \sin \varphi, \quad (7.2)$$

где b – ширина щели.

Если щель открывает четное число зон Френеля, то они гасят друг друга и будет наблюдаться **минимум интенсивности света**. Условия положения минимумов для дифракции Фраунгофера от щели записывается в виде:

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad (7.3)$$

или с учетом (7.2)

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (7.4)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$ – номер темной полосы.

Максимум интенсивности будет наблюдаться, если открыто нечетное число зон Френеля. В этом случае колебания от одной зоны остаются не скомпенсированными. Условия положения максимумов можно записать в виде:

$$\Delta = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad b \sin \varphi = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda. \quad (7.5)$$

Получаемая дифракционная картина симметрична относительно главного фокуса линзы, интенсивность центральной светлой полосы максимальна (рис. 7.3).

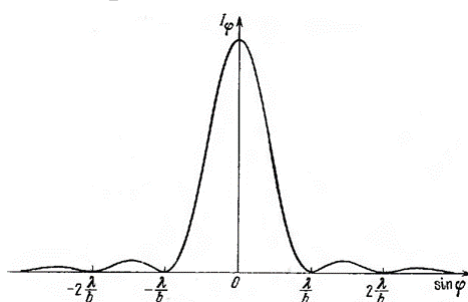


Рис. 7.3

Дифракция Фраунгофера в параллельных лучах света применяется для создания спектрального прибора, называемого дифракционной решеткой.

Дифракционной решеткой называют совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одинаковые расстояния щелей (рис. 7.4).

Проходя через дифракционную решетку, световые волны огибают препятствия решетки (штрихи, щели или выступы) с разным углом отклонения θ . Для каждой длины волны существует свой угол дифракции, и белый свет раскладывается штрихами решетки в спектр. Расстояние d между серединами соседних щелей называется **периодом решетки**:

$$d = a + b, \quad (7.6)$$

где a – ширина щели, b – размер препятствия решетки.

Пусть световая волна падает на решетку нормально (то есть перпендикулярно к ее поверхности). Из каждой щели выходят лучи по всем направлениям. Выберем из множества лучей те, которые отклонились на угол дифракции φ от первоначального направления. (рис. 7.4).

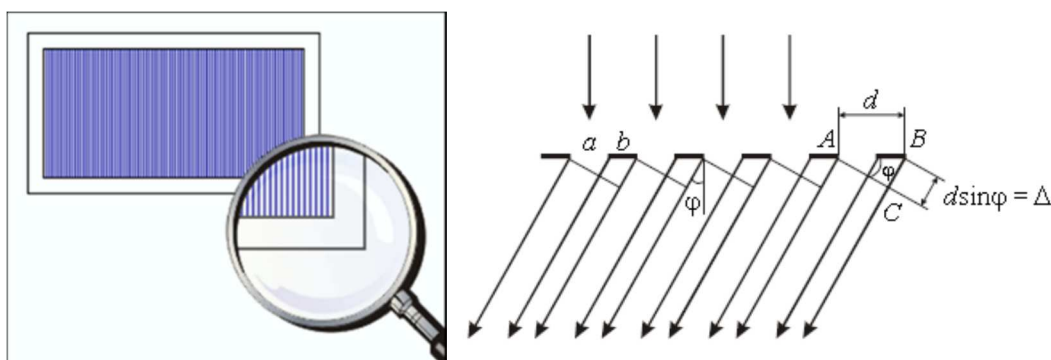


Рис. 7.4

С помощью линзы эти лучи собирают в одну точку на экране. В этой точке колебания являются суммой вторичных волн, проходящих от разных щелей. Это многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Условие максимума дифракции: разность хода Δ между волнами, испущенными соседними щелями, должна быть равна целому числу длин волн:

$$\Delta = d \sin \varphi = m\lambda, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (7.7)$$

где m – целое число, которое называется **порядком дифракционного максимума**.

В тех точках экрана, для которых это условие выполнено, располагаются так называемые **главные максимумы дифракционной картины**. *Условие наблюдения минимума дифракции* такое же, как условия минимума для одной щели:

$$b \sin \varphi = m\lambda. \quad (7.8)$$

Дифракционную картину получают на экране, который располагают в фокальной плоскости собирающей линзы. Дифракционная картина будет иметь вид узких светлых полос, разделенных темными промежутками. Центральный максимум ($m = 0$) имеет наибольшую интенсивность. Все другие располагаются симметрично относительно центрального максимума справа и слева. По мере удаления от центра их интенсивность уменьшается. Согласно (7.7) положения максимумов зависят от длины волны λ . При освещении решетки белым светом на экране наблюдается неокрашенный центральный максимум нулевого порядка, а по обе стороны от него – дифракционные спектры 1-го, 2-го и т.д. порядков. Спектры имеют вид радужных полосок, у которых наблюдается непрерывный переход окраски от фиолетового цвета у внутреннего края спектра к красному у внешнего края.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

§8. Понятие о световых лучах

Оптика рассматривает вопросы распространения света. Под этим термином будем понимать видимые глазом электромагнитные волны от 380 до 780 нм. При этом следует подчеркнуть, что с позиции электродинамики законы распространения света являются такими же, что и для других видов электромагнитного излучения, то есть для радиоволн, инфракрасного, ультрафиолетового, рентгеновского и гамма-излучения. Таким образом, оптика описывает свойства той части электромагнитных волн, которые содержатся в спектре излучения Солнца и при этом могут быть восприняты зрением человека.

Здесь следует отметить, что глаз человека не способен непосредственно воспринимать ни ультрафиолетовое, ни тепловое излучение. В первом случае это связано с тем, что ультрафиолет сильно поглощается атмосферой и поэтому до поверхности Земли доходит лишь слабый поток соответствующего излучения. Применительно к тепловому диапазону такое свойство зрения человека обусловлено тем, что люди сами являются существами теплокровными. И поэтому наличие естественного теплового зрения означало бы постоянный «тепловой шум», исходящий от самого организма и препятствующий восприятию истинной картины внешнего мира.

Ключевым понятием геометрической оптики являются **световой луч**. Это означает геометрическую линию, которая в каждой своей точке перпендикулярна волновому фронту, проходящему через эту точку. Её направление совпадает с направлением распространения света. Не углубляясь в волновую оптику, отметим, что **волновой фронт** – это поверхность, на которой все векторы переменного электрического или соответственно магнитного полей, создаваемых электромагнитной волной, в данный момент времени направлены в одну и ту же сторону (при этом вектор магнитной индукции перпендикулярен вектору напряженности электрического поля).

§9. Основные законы геометрической оптики

Как часть физики, **геометрическая оптика** изучает распространение световых лучей. Ее основу составляют следующие четыре основных закона:

1. Закон независимости световых лучей.
2. Закон прямолинейного распространения света.
3. Закон отражения света.
4. Закон преломления света.

Все эти законы вначале были получены при наблюдениях за световыми лучами. Они являются утверждениями, сформулированными на языке геометрии. Волновая природа света в них не затрагивается. Эти законы вначале рассматривались как аксиомы, то есть утверждения, не требующие доказательств. И только затем они были получены из гораздо более глубоких законов Гюйгенса и Френеля, относящихся к волновой теории света.

Геометрическая оптика применима, если размер световой волны λ является много меньшим по сравнению с размерами объектов, с которыми взаимодействует свет.

Первый закон геометрической оптики (закон независимости световых лучей) говорит о том, что вклад каждого отдельного светового луча в суммарное освещение не зависит от наличия других лучей. Это означает, что распространение света относится к линейным явлениям: интенсивность совокупности световых лучей в данной точке пространства равна сумме интенсивностей отдельных лучей.

9.1. Закон независимости световых лучей

Если в данной точке пространства пересекаются два или более световые луча, то они не оказывают никакого влияния друг на друга. Каждый луч распространяется в точности так же, как если бы других лучей вообще не было. Это свойство говорит о не вполне обычной природе света. В XVIII веке Ломоносов отметил, что если бы (как это считал Ньютон) свет был потоком неких «световых молекул», то в точке пересечения двух лучей эти «молекулы» неизбежно сталкивались бы друг с другом. В итоге, по словам Ломоносова, происходило бы «в лучах замешательство». То есть в точке пересечения лучей возникала бы некоторая дополнительно светящаяся область. Но в реальности ничего подобного не происходит. Отсюда уже тогда было понятно, что свет – если это и поток частиц, то частиц не вполне обычных.

9.2. Закон прямолинейного распространения света

В прозрачной и однородной среде световые лучи являются прямыми линиями. Собственно, благодаря именно этому закону возникло само понятие «геометрическая оптика». Как известно, в чистом воздухе или внутри прозрачного и однородного стекла световой луч выглядит как ровная прямая линия. Здесь, однако, следует отметить, что физически это не совсем так. Поскольку реально каждому лучу соответствует объем, подобный эллипсоиду конечного сечения.

Кроме того, на границе раздела сред с различными диэлектрическими проницаемостями возникают отраженный и преломленный лучи. При этом для больших углов между падающим лучом и нормалью к границе раздела сред с

существенно различными коэффициентами преломления может иметь место полное внутреннее отражение, когда преломленный луч вообще не возникает. Наконец, при существовании в среде слабой неоднородности, масштаб изменения которой несоизмеримо превосходит длину световой волны, световой луч начинает искривляться. Это может породить явления, подобные возникновению миражей в пустынях.

Напомним, что коэффициент (или показатель) преломления среды – это отношение скорости света в вакууме к скорости света в этой среде. Например, для стекла коэффициент преломления равен приблизительно 1,5 (он зависит от сорта стекла). Это означает, что свет в стекле замедляется примерно на треть по сравнению со скоростью его распространения в вакууме. Для каждого прозрачного материала существует собственный коэффициент преломления.

§10. Закон отражения света

Определения:

- **Углом падения** называют угол между падающим лучом A света и перпендикуляром к границе раздела двух сред, восстановленным в точке падения O (угол $\angle AOS$ на *рис. 10.1*). На *рис. 10.1* углы падения $\angle AOS$ и отражения $\angle SOB$ равны по величине.
- **Углом отражения** называют угол между отраженным лучом B света и перпендикуляром к поверхности, отразившей свет, проведенным в точке падения O (угол $\angle SOB$ на *рис. 10.1*).

Формулировка закона отражения света:

Падающий луч, отражённый луч и нормаль к отражающей поверхности, проведённая в точке падения луча,

- лежат в одной плоскости
- угол падения $\angle AOS$ равен углу отражения $\angle SOB$, см. *рис. 10.1*.

Отсюда следует, что точка A' , являющаяся зеркальным отражением точки A относительно горизонтальной границы раздела сред, лежит на обратном продолжении луча OB , см. *рис. 10.1*.

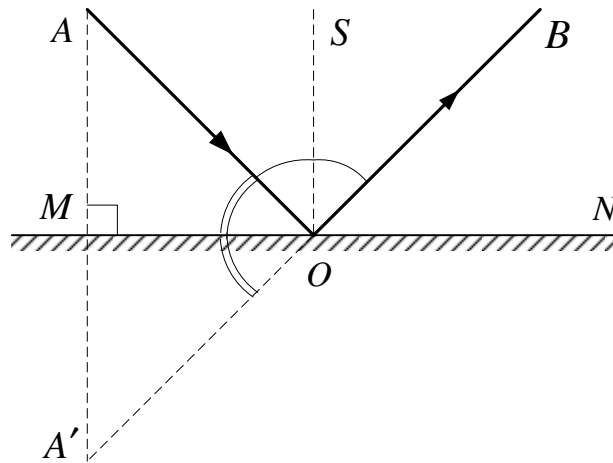


Рис. 10.1.

§11. Закон преломления света

Определения:

- **Углом преломления** называют угол между лучом C света, прошедшим из среды 1 в среду 2, и перпендикуляром к границе раздела двух сред, восстановленным в точке падения O (угол $\angle \gamma$ на рис. 11.1).
- **Коэффициент преломления** среды 1 равен отношению $n_1 = \frac{c}{v_1}$ скорости света c в вакууме к скорости света v_1 в данной среде. Для второй среды коэффициент преломления $n_2 = \frac{c}{v_2}$ определяется по аналогии.

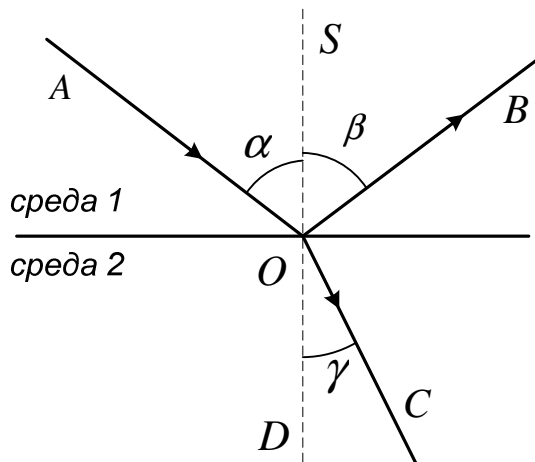


Рис. 11.1

Формулировка закона преломления света (закона Снеллиуса):

Закон преломления Снеллиуса:

- а) преломленный луч C , падающий луч A и перпендикуляр, проведенный в точке падения O , всегда лежат в одной плоскости,

б) отношение синуса угла падения (угол $\alpha_1 = \angle AOS$ на *рис. 6.2*) к синусу угла преломления (угол $\alpha_2 = \angle DOC$ на *рис. 11.1*) является постоянной величиной для двух данных сред при всех тех углах падения, для которых существует преломленный луч. Эта постоянная равна отношению $\frac{n_2}{n_1}$ коэффициентов преломления n_2 и n_1 второй и соответственно первой среды.

Таким образом,

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (11.1)$$

или, что то же самое

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \quad (11.2)$$

Соотношение (11.2) есть математическая формулировка закона преломления Снеллиуса. На *рис. 11.2* приведена иллюстрация к этому закону.

Полное внутреннее отражение (см. *рис. 11.2*) это явление, при котором вся падающая световая волна отражается от границы раздела двух сред и при этом не проникает во вторую среду, а либо возвращается в первую, либо скользит по границе раздела двух сред.

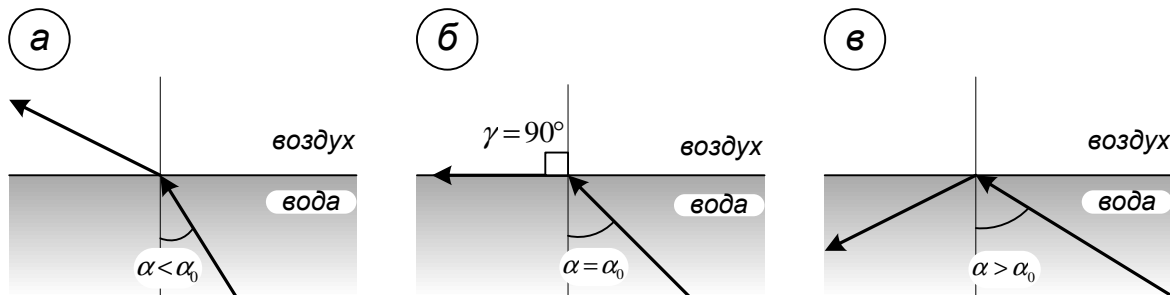


Рис. 11.2.

При каких условиях подобное явление становится возможным? Рассмотрим пример (*рис. 11.2*) с падением луча света из воды (нижняя среда, показатель преломления $n_1 = 1.33$) на границу раздела вода–воздух (верхняя среда, показатель преломления $n_2 = 1$). Угол полного внутреннего отражения обозначим α_0 .

Применим закон Снеллиуса (11.2). Из него следует, что

$$\sin \alpha_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_1. \quad (11.3)$$

Если в (11.3) $\sin \alpha_2 < 1$, то есть угол преломления $\alpha_2 < 90^\circ$, то имеет место ситуация рис. 11.2,а.

Если в (11.3) $\sin \alpha_2 = 1$, то наибольшее возможное значение $\sin \alpha_1$ определяется как

$$\sin \alpha_1 = \frac{n_2}{n_1}, \text{ то есть } \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (11.4)$$

При справедливости (11.4) получаем, что угол преломления $\gamma = 90^\circ$ (рис 11.2,б), и преломленный луч идет вдоль границы раздела сред, как это видно из того же рисунка.

Наконец, если угол падения

$$\alpha_1 > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \alpha_0, \text{ о} \quad (11.5)$$

то преломление полностью отсутствует (рис. 11.2,в) и луч возвращается опять в исходную среду с показателем преломления n_1 .

Как следует из (11.4) и (11.5), явление полного внутреннего отражения возможно только при условии, что

$$\frac{n_2}{n_1} < 1 \quad (11.6)$$

то есть когда показатель преломления второй среды меньше, чем первой.

В рассматриваемом случае $n_2 = 1 < n_1 = 1.33$, и поэтому угол полного внутреннего отражения (в радианах) равен

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1.33}\right) \approx 0.85, \text{ что составляет около } 49^\circ.$$

Угол полного внутреннего отражения для каждой пары сред имеет своё значение. Он существует только в том случае, когда показатель преломления первой среды, из которой луч исходит, больше, чем для второй среды, на которую этот луч падает.

§12. Прохождение света через линзу

Линзой именуют прозрачное тело, границей которого являются два сегмента поверхностей сферической формы. При условии, что максимальная толщина самой линзы является малой по сравнению с радиусами кривизны этих сферических поверхностей, такая линза может быть названа **тонкой**.

Линзы бывают двух типов – **собирающие** и **рассеивающие**. В том случае, когда показатель преломления для материала линзы является большим, чем для окружающей среды, то собирающая линза в середине толще, чем у краев; при этом же условии рассеивающая линза, наоборот, в средней части тоньше. В обратном случае, когда показатель преломления линзы является меньшим, чем у окружающей среды, всё наоборот.

Введем несколько определений.

Главной оптической осью линзы будем называть прямую, которая проходит через центры кривизны сферических поверхностей, ограничивающих линзу. На *рис. 12.1* изображено преломление лучей, падающих на линзу параллельно главной оптической оси в случае собирающей (а) и рассеивающей (б) линзы.

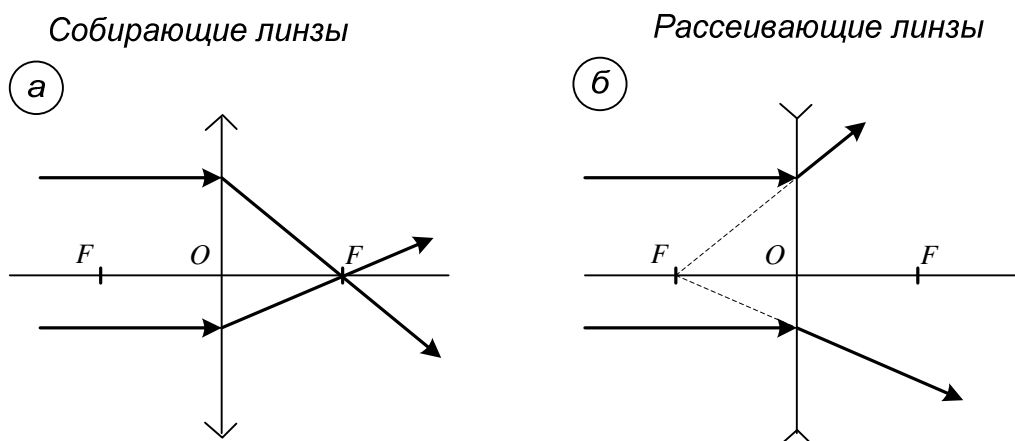


Рис. 12.1

Если линза является тонкой, то можем приближенно полагать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке. Эту точку называют **оптическим центром линзы**. Главным свойством оптического центра линзы является то, что проходящий через него луч света, проходит через всю линзу без отклонения от первоначального направления. На *рис. 12.2* показано, что лучи, проходящие через оптический центр как собирающей (а), так и рассеивающей (б) линзы, не меняют своих направлений.

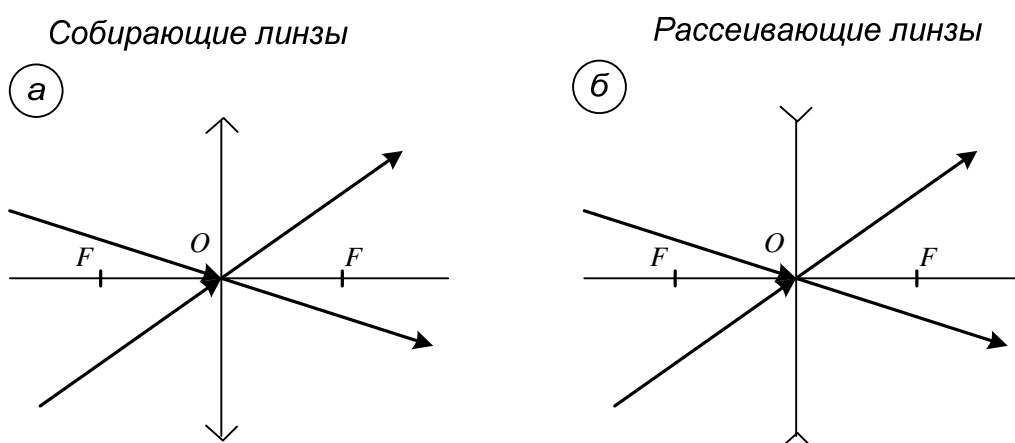


Рис. 12.2.

Прямые линии, которые проходят через оптический центр и не совпадают с главной оптической осью, называются **побочными оптическими осями**.

Пучок лучей, падающих извне на линзу параллельно главной оптической оси (или продолжения этих лучей), после прохождения через линзу собираются в точке F , которую именуют **главным фокусом линзы**.

На *рис. 12.3* изображено, что луч, проходящий вдоль прямой, параллельной побочной оптической оси, в случае собирающей (а) и рассеивающей (б) линзы, далее пересекает дальнюю (*рис. 12.3,а*) и соответственно ближнюю (*рис. 12.3,б*) фокальные плоскости в той же точке, что и параллельный ему луч, идущий через оптический центр линзы.

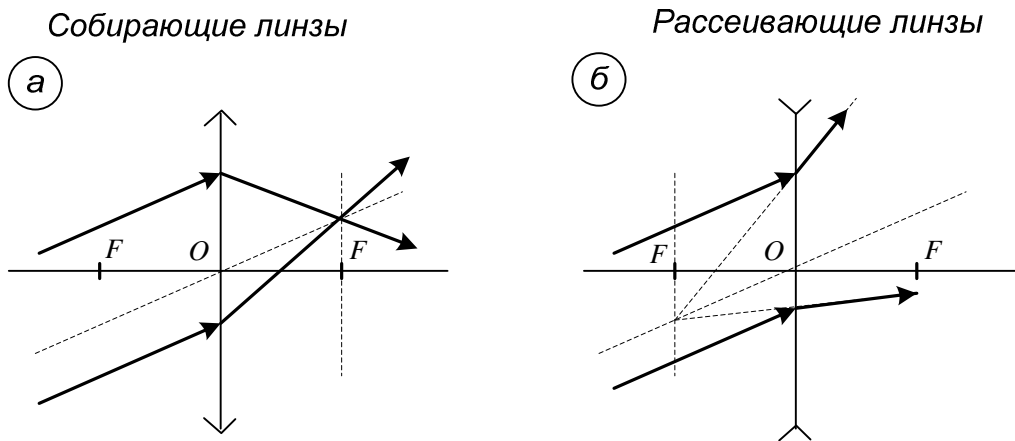


Рис. 12.3

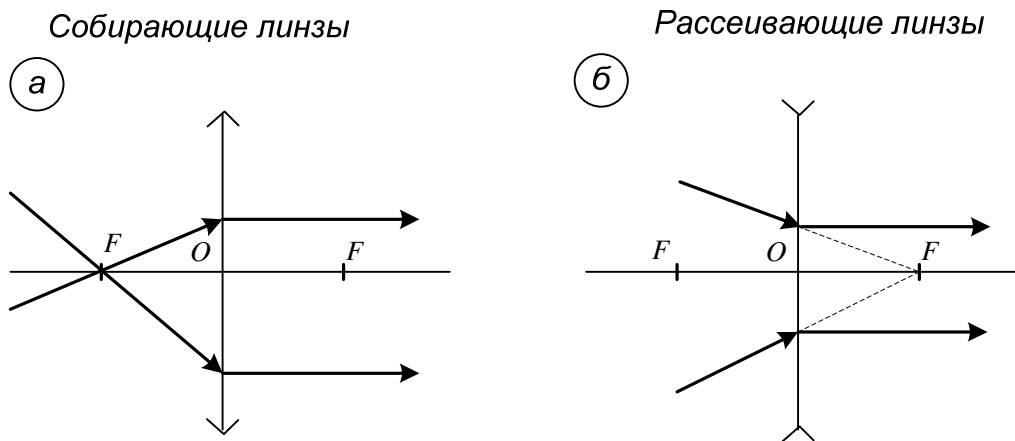


Рис. 12.4

В случае тонкой линзы существуют два главных фокуса, симметрично расположенные относительно линзы на главной оптической оси (*рис. 12.4*).

В случае собирающих линз фокусы действительные (то есть в них происходит реальное пересечение лучей, преломленных линзой).

В случае рассеивающих линз – фокусы мнимые (в них происходит пересечение воображаемых обратных геометрических продолжений таких лучей).

Расстояние между оптическим центром линзы O и ее главным фокусом F называется **фокусным расстоянием** и обозначается так же буквой F .

12.1. Уравнение тонкой линзы

Линза называется тонкой, если ее толщина мала по сравнению с радиусами сфер, определяющих ее границы.

Справедливым является **уравнение тонкой линзы**, которое связывает между собой

- расстояние d от предмета до линзы,
- расстояние f от линзы до изображения и
- фокусное расстояние F линзы (рис. 12.5):

$$\pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{F} = D \quad (12.1)$$

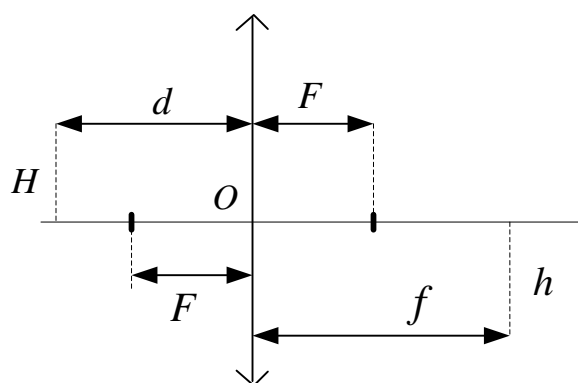


Рис. 12.1

Перед F ставится знак «+» в случае собирающей и «-» в случае рассеивающей линзы.

Перед $\frac{1}{d}$ ставится знак «+» в случае реального, и «-» в случае мнимого источника (последнее означает пучок лучей, сходящийся на расстоянии d перед линзой).

Перед $\frac{1}{f}$ ставится знак «+» в случае реального, и «-» в случае мнимого изображения.

Величина D – величина оптической силы линзы, измеряемая в диоптриях $[D] = 1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$.

12.2. Построение изображения при прохождении луча света через линзу

Предметы схематически изображаются в виде стрелки. При построении изображения предмета, даваемого собирающей линзой (рис. 12.2), требуется определить положение верхней и нижней точки изображения этой стрелки. Сначала находят положение точки изображения, которая соответствует верхней точке стрелки, изображающей данный предмет (точка B на рис. 12.2,а).

Пусть вначале предмет расположен от линзы на расстоянии $AO > FO$, то есть дальше фокусного расстояния F (рис. 12.2,а). Рассмотрим два луча. Первый из них проходит из вершины стрелки (точки B) параллельно главной оптической оси. При прохождении через линзу он преломляется и далее идет через точку F главного фокуса.

Второй луч исходит также из точки B и далее проходит через точку O (оптический центр линзы), не изменяя направление. Точка B_1 , в которой пересекаются два этих луча, дает изображение верхней точки предмета.

Точка A_1 , являющаяся основанием перпендикуляра, проведенного из B_1 к главной оптической оси линзы, дает изображение самой нижней точки A стрелки, изображающей сам исходный предмет.

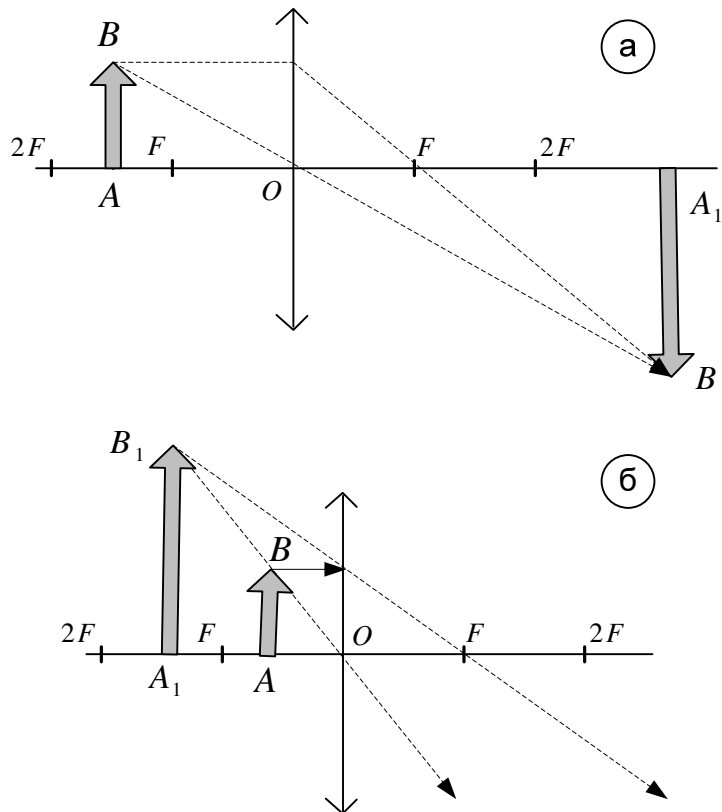


Рис. 12.2.

Пусть теперь предмет расположен от линзы на расстоянии $AO < FO$, то есть меньше, чем фокусное расстояние F (рис. 12.2,б). В этом случае первый из двух лучей по-прежнему проходит из вершины стрелки (точки B) параллельно главной оптической оси. При прохождении через линзу он преломляется и далее идет через точку F главного фокуса.

Второй луч также исходит из точки B и далее проходит через точку O (оптический центр линзы), не изменяя направление. Но, как видно из рис. 12.2,б, в рассматриваемом случае пересекаются не сами лучи, прошедшие через линзу, а их обратные продолжения. Поэтому точка B_1 пересечения этих лучей расположена левее линзы. В таком случае говорят, что имеет место мнимое изображение.

Как и ранее, точка A_1 , являющаяся основанием перпендикуляра, проведенного из B_1 к главной оптической оси линзы, является изображением самой нижней точки A стрелки, изображающей данный предмет.

Отметим, что не только в первом, но и во втором случае глаза человека будут видеть четкое изображение предмета. Это связано с тем, что глаз человека имеет собственную линзу природного происхождения, так называемый хрусталик. С его помощью падающий пучок лучей, и в том числе расходящийся (рис. 12.2,б), преломляется с тем, чтобы в итоге оказаться сфокусированным на сетчатке глаза.

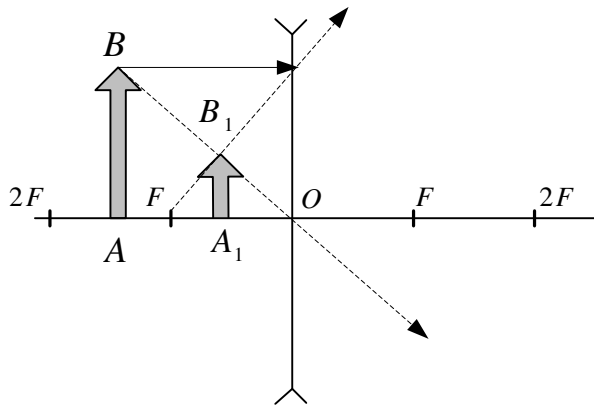


Рис. 12.3.

Теперь рассмотрим построение изображения с помощью рассеивающей линзы (рис. 12.3). Как и ранее, первый из двух лучей по-прежнему проходит из вершины стрелки (точки B) параллельно главной оптической оси. Но, в отличие от предыдущего случая, при прохождении через линзу он преломляется так, что его обратное изображение проходит через точку F ее переднего фокуса. Второй луч по-прежнему исходит из точки B и далее проходит через точку O (оптический центр линзы), не изменяя направление.

Как видно из рисунка, изображение вершины предмета находится в точке пересечения указанного второго луча и обратного продолжения первого луча. В этом случае пересекаются не сами лучи, прошедшие через линзу, а их обратные продолжения. Поэтому точка B_1 пересечения этих лучей расположена левее линзы. Независимо от расстояния от предмета до рассеивающей линзы, будет сформировано мнимое изображение. Точка A_1 , как и ранее, является основанием перпендикуляра, проведенного из B_1 к главной оптической оси линзы. Она дает изображение самой нижней точки A стрелки, изображающей предмет.

Подчеркнем, что, как и в случае, изображённом на *рис. 12.2,б*, на экране, параллельном линзе, мы получим вместо точки изображение в виде размытой области. Изображением любой точки предмета на указанном экране будет являться круг. В то же время глаза человека за счет действия хрусталика будут видеть четкое «точечное» изображение предмета.

§13. Фотометрия

Задачи оптики, в которых рассматривается определение энергетических характеристик светового излучения, образуют направление, которое называют *фотометрией*.

Световой поток

$$\Phi = \frac{dW}{dt} \quad (13.1)$$

есть отношение энергии dW , которая переносится световыми волнами через данную поверхность за время dt . Если этот поток равномерен во времени, то можем полагать, что

$$\Phi = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (13.2)$$

Световой поток измеряется в **Ваттах** ($Вт$). Например, если поток световой энергии (через рассматриваемую поверхность) $\Delta W = 3$ Дж, а время $\Delta t = 2$ сек, то

$$\Phi = \frac{3 \text{ Дж}}{2 \text{ сек}} = 1.5 \text{ Вт}.$$

Сила света

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (13.3)$$

равна световому потоку $d\Phi$, который приходится на телесный угол $d\Omega$.

Напомним, что телесный угол Ω равен отношению площади S сегмента поверхности к квадрату ее радиуса R , (рис. 13.1). Единица измерения Ω – **стерадиан** (ср). При этом 1 стерадиан соответствует телесному углу, который вырезает на поверхности сферы сегмент площадью R^2 . В частности, величина полного телесного угла, охватывающего всю сферу, составляет

$$\Omega = \frac{4\pi R^2}{R^2} = 4\pi \text{ стерадиан} \quad (13.4)$$

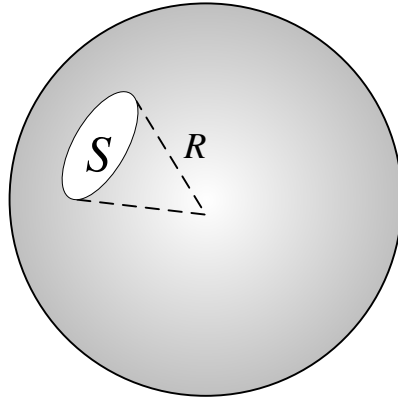


Рис. 13.1.

Если световой поток Φ равномерно распределен по данному телесному углу, то можем полагать, что

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} . \quad (13.5)$$

Таким образом, освещенность I можем определить как световой поток, приходящийся на единицу телесного угла при равномерном освещении.

Сила света измеряется в **Ваттах · стерадиан**⁻¹. Например, если световой поток $\Phi = 10$ Вт, а телесный угол $\omega = \pi$ стерадиан (ср), то сила света

$$I = \frac{10 \text{ Вт}}{\pi \text{ ср}} \approx 3.28 \text{ Вт} \cdot \text{ср}^{-1} .$$

Освещенность E равна световому потоку, приходящемуся на единицу площади:

$$E = \frac{d\Phi}{dS} . \quad (13.6)$$

Освещенность измеряется в **люксах** (лк): $1 \text{ люкс} = \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$.

Точечный источник с силой света I создает на площадке, удаленной от него на расстояние r , освещенность

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha, \quad (13.7)$$

где α – угол между направлением падающего света и нормалью к освещаемой площадке. Например, если $I = 10 \text{ Вт} \cdot \text{ср}^{-1}$, $r = 5 \text{ м}$, $\alpha = 60^\circ$, то освещенность $E = 0.2 \text{ лк}$.

Энергетическая светимость $\mathcal{R}$ численно равна отношению светового потока $d\Phi$ к площади dS светящейся поверхности:

$$\mathcal{R} = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (13.8)$$

Если светимость тела обуславливается его освещенностью E от света внешнего источника, то

$$\mathcal{R} = \rho E, \quad (13.9)$$

где ρ – коэффициент отражения поверхности тела.

Значение $\mathcal{R}$ измеряется в $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$.

Энергетическая яркость B светящегося тела определяется по формуле

$$B = \frac{dI}{dS \cos \varphi}, \quad (13.10)$$

где φ – угол между нормалью к поверхности и направлением наблюдения. Значение B измеряется в $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{ср}^{-1}$.

Энергетическая яркость это физическая величина, которая показывает, сколько лучистой энергии излучает единица поверхности в заданном направлении внутри единичного телесного угла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. — М.: Лань, 2022. — 340 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Электричество и магнетизм. — М.: Лань, 2022. — 340 с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учебное пособие для вузов. — М.: Высшая школа, 2017. — 520 с.
4. Иродов И.Е. Механика. Основные законы — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007. — 309 с.
5. Иродов И.Е. Физика макросистем. Основные законы — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. — 207 с.
6. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2006. — 319 с.
7. Волькенштейн В.С. Сборник задач по физике. — М.: Наука, 1985. — 384 с.
8. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2017. — 146 с.

Маковкин Георгий Анатольевич
Ревунова Елена Алексеевна
Штенберг Валерия Борисовна
Бархатова Оксана Михайловна
Коган Лев Петрович
Краснов Александр Артемьевич
Демидова Наталия Евгениевна

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

Часть II

Учебное пособие

Подписано в печать

формат 60х90 1/8. Бумага газетная. Печать трафаретная.
Уч. изд. л. 14,0. Усл. печ. л. 14,2. Тираж 50 экз. Заказ №

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»
603000, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.

Полиграфический центр ННГАСУ, 603000, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65
<http://www.nngasu.ru>, rector@nngasu.ru