МЕХАНИКА
ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Учебное пособие

Нижний Новгород
2024

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

МЕХАНИКА

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве учебно-методического пособия

Нижний Новгород
ННГАСУ
2024

ББК 38.112
М 55
УДК 531

Печатается в авторской редакции

Рецензенты:

С. В. Хазанова – канд. физ-мат. наук, доцент кафедры физики полупроводников, электроники и наноэлектроники (ФПЭН) ФГАОУ ВО «Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского»

Г. А. Малиновская – канд. техн. наук, доцент кафедры математики и системного анализа Нижегородского института управления (филиал РАНХиГС)

Маковкин, Г. А. Механика. Лабораторные работы : учебное пособие / Г. А. Маковкин, О. М. Бархатова, Н. Е. Демидова, А. А. Краснов, Л. П. Коган, Е. А. Ревунова, В. Б. Штенберг; Министерство образования и науки Российской Федерации, Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет. – Нижний Новгород : ННГАСУ, 2024. – 102 с. – ISBN 978-5-528-00588-1. – Текст : непосредственный.

Изложен теоретический материал, необходимый студентам для выполнения лабораторных работ по механике. Приведены вопросы для сдачи допуска и защиты лабораторных работ по механике.

Предназначено для студентов направления подготовки «Строительство».

ББК 38.112

ISBN 978-5-528-00588-1

Лабораторная работа № 1 (3)

Определение коэффициента трения скольжения

Цель работы: изучение основных закономерностей сухого трения и измерение коэффициента трения исследуемых материалов.

Теоретическое введение

Тре́ние — процесс взаимодействия тел при их относительном движении (смещении) либо при движении тела в газообразной или жидкой среде. Изучением процессов трения занимается раздел физики, который называется трибологией. Трение главным образом имеет электронную природу.

При относительном перемещении соприкасающихся тел или их отдельных частей возникают силы трения. Трение принято разделять на:

- *сухое*, когда взаимодействующие твёрдые тела не разделены никакими дополнительными слоями/смазками, в т.ч. и слоем твердой смазки. На практике этот случай встречается редко и характеризуется значительной величиной силы трения покоя;
- *граничное*, когда в области контакта могут содержаться слои и участки различной природы (окисные плёнки, жидкость и так далее) — наиболее распространённый случай при трении скольжения.
- *смешанное*, когда область контакта содержит участки сухого и жидкостного трения.

Силы трения, направлены по касательной к трущимся поверхностям тел в сторону, как правило, противоположную направлению движения данного тела. Сила трения покоя возникает при попытке вызвать скольжение одного тела по поверхности другого. Рассмотрим два соприкасающихся тела 1 и 2 (рис. 1), причем тело 2 закреплено неподвижно. В направлении нормали к границе раздела поверхностей тело 1 действует на тело 2 с силой нормального давления $\vec{F}_n$. По третьему закону Ньютона, тело 2 действует на тело 1 в направлении, перпендикулярном к границе, с силой нормальной реакции опоры $\vec{N}$, равной по величине и противоположной по направлению силе $\vec{F}_n$.

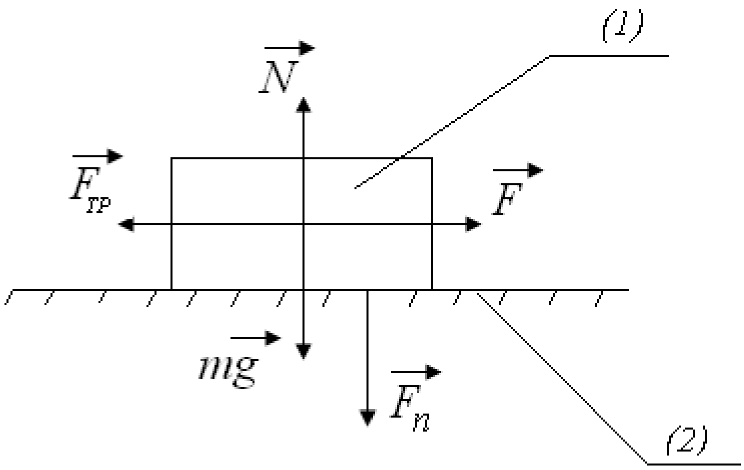


Рис. 1

Если к телу 1 приложить внешнюю силу $\vec{F}$, направленную параллельно поверхности соприкосновения, то при значениях этой силы, лежащих в пределах $0 < \vec{F} < \vec{F}_0$, тело 1 останется в покое, поскольку сила $\vec{F}$ компенсируется силой трения покоя, возникающей между поверхностями соприкосновения данных тел. Максимальное значение силы трения покоя равно $\vec{F}_0$. Если $\vec{F}$ по модулю станет больше $\vec{F}_0$, тело 1 начнет скользить по поверхности тела 2. В этом случае на тело 1 также продолжает действовать сила трения, которая называется теперь силой трения скольжения. Эта сила в общем случае зависит от скорости скольжения, причем вид такой зависимости определяется природой тел, а также шероховатостью и другими свойствами их поверхностей. На рис. 2а показан вид зависимости модуля F_{TP} силы трения от модуля внешней силы *F*.

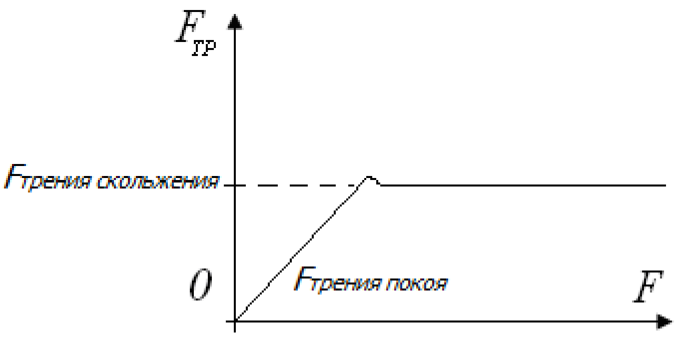


Рис. 2а

На рис. 2б приведен встречающийся обычно вид зависимости силы трения $\vec{F}_{ТР}$ от относительной скорости движения *V*.

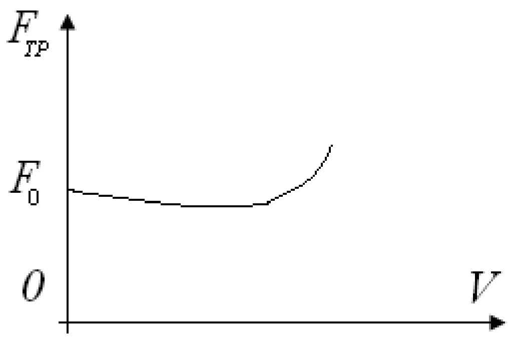


Рис 2б

Для однородных пар твердых материалов или при специальной обработке соприкасающихся поверхностей сила трения скольжения практически не зависит от скорости и равна максимальной силе трения покоя.

Закон сухого трения был эмпирически, т.е. на основе эксперимента, сформулирован Амонтоном и Кулоном (закон Амонто́на — Куло́на) и заключается в следующем:

Сила трения скольжения и равная ей максимальная сила трения покоя:

1) не зависят от площади соприкосновения трущихся тел;
2) пропорциональны силе нормального давления:
3)

$$F_{тр} = kF_n \, . \tag{1}$$

Здесь безразмерный коэффициент пропорциональности *k* называется коэффициентом трения (соответственно покоя или скольжения). Значение коэффициента трения зависит от природы и степени обработки трущихся поверхностей. В случае скольжения коэффициент трения незначительно зависит от относительной скорости движения трущихся поверхностей. Однако для инженерных целей коэффициент трения в достаточно широких пределах можно считать не зависящим от скорости.

Для большинства пар материалов значение коэффициента трения *k* не превышает 1 и находится в диапазоне 0.1 — 0.5.

Если тело (например, цилиндр или шар) катится по некоторой поверхности, то возникают силы трения качения. Коэффициент трения качения значительно меньше коэффициента трения скольжения для аналогичных материалов.

Таблица 1

При трении скольжения		При трении качения	
Материал	*K*	Материал	*k*
Сталь по стали	0.12 - 0.17	Железный обод по рельсу	$3*10^{-5}$
Металл по дереву	0.4 – 0.6	Резиновая шина по твердому дереву	$4*10^{-3}$
Сталь по льду	0.3		
Резина по твердому грунту	0.7		
Кожа по металлу	0.6		

Силы трения играют чрезвычайно большую роль в нашей жизни. В отсутствии сил трения было бы невозможно перемещение человека, животных, транспорта и т.п. по поверхности земли. Именно силы трения покоя, возникающие при ходьбе между подошвами и землей, позволяют человеку двигаться. Силы трения покоя используются в технике для передачи усилия от одних частей машины к другим (ременные передачи, ленточные транспортеры и т.п.), на явлениях трения основано скрепление деталей с помощью гвоздей и винтов.

Но во многих случаях трение играет отрицательную роль, вызывая торможение движения, поэтому приходится принимать меры для его ослабления.

В целях уменьшения сухого трения применяется:

1) смазка трущихся поверхностей; при этом трение уменьшается в среднем в 8-10 раз;

2) замена трения скольжения трением качения.

Так как трение возникает при всяком движении в земных условиях, то при расчете движений необходимо учитывать силы трения.

Описание установки и метода измерений

Коэффициент трения определяется на трибометре (рис. 3). Трибометр состоит из шлифованных полозьев 1 и 2, скользящего по ним бруса 3 из материалов, коэффициент трения скольжения для которых необходимо определить, блоков 4, вращающихся вокруг закрепленных осей, и нити 5 для подвеса держателя грузов 6. В работе применяют брус 3 с чугунной и пластмассовой поверхностями. Для фиксации бруса 3 в исходном положении служит стопор 7.

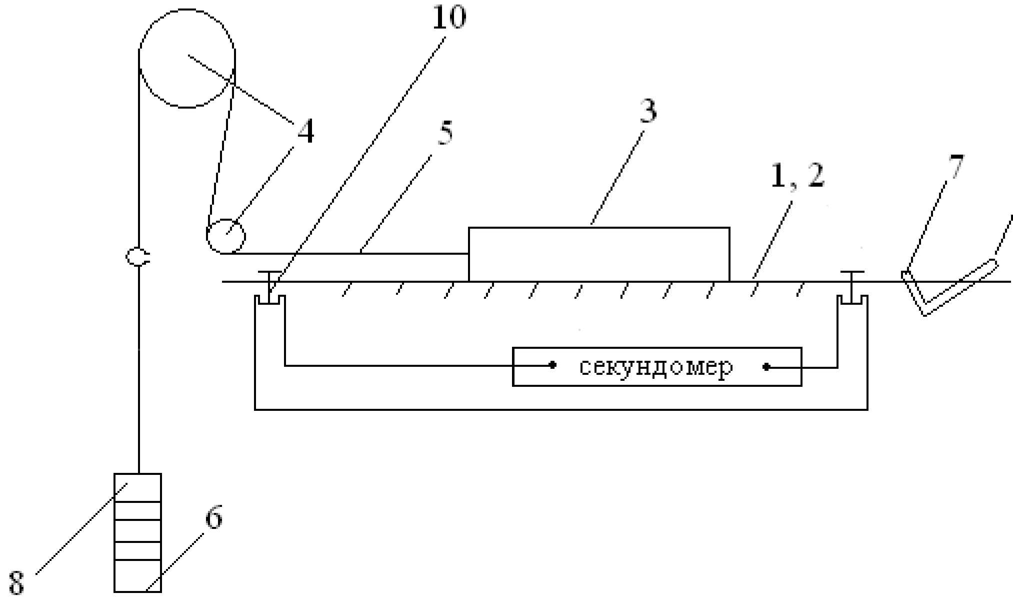


Рис. 3

На держатель 6 помещается груз 8, приводящий систему тел – брус и держатель с грузом – в равноускоренное движение.

Для вычисления силы трения воспользуемся уравнением равноускоренного поступательного движения. Рассмотрим силы, действующие на груз 3 и на держатель с грузом 6, см. рис. 4.

В проекциях на оси OX и OY уравнение движения груза имеет вид:

$T - F_{\text{ТР}} = ma,$(2)

$N = mg$, (3)

где m– масса бруса,a– его ускорение, $g = 9.81$ м/с^2– ускорение свободного падения.

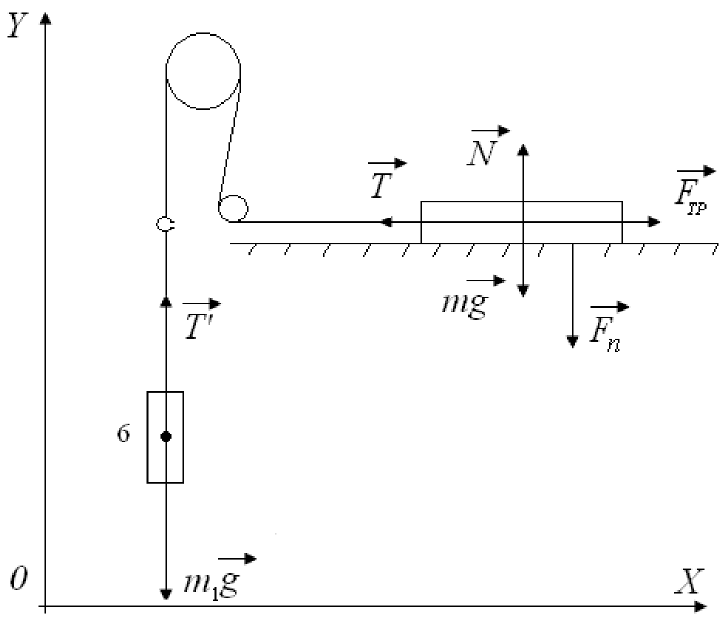


Рис.4

Уравнение движения держателя с грузом в проекциях на ось OY запишется в виде:

$m_1 g - T' = m_1 a$(4)

где m_1– масса держателя с грузом.

Пренебрегая трением при вращении блоков 4, а также их моментом инерции, на основании третьего закона Ньютона получаем, что $|\vec{T'}| = |\vec{T}|$. После решения системы уравнений (2) и (4) приходим к формуле:

$F_{\text{ТР}} = m_1 g - (m + m_1)a$ (5)

С учетом третьего закона Ньютона, сила нормального давления бруса на полозья по модулю равна силе нормальной реакции опоры со стороны полозьев:

$F_n = N$ (6)

С учетом (1), (3), (5) и (6) находим:

$k = \frac{m_1 g - (m + m_1)a}{mg}$. (7)

Ускорение бруса aопределяем из формулы пути для равноускоренного движения:

$S = \frac{at^2}{2}$, откуда $a = \frac{2S}{t^2}$, (8) где S – путь, пройденный брусом 3 при движении (измеряется масштабной линейкой), t– время, затраченное на прохождение этого пути (измеряется электронным секундомером). Из соотношений (7) и (8) получаем расчетную формулу для коэффициента трения:

$$k = \frac{m_1}{m} - \frac{(m+m_1)2S}{mgt^2}. \quad (9)$$

Запишем формулу для вычисления абсолютной и относительной погрешностей найденного коэффициента трения скольжения:

$$\Delta k = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta m_1}{m_1}\right)\frac{m_1}{m} + \left(\frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta(m+m_1)}{m+m_1} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + 2\frac{\Delta t}{\langle t\rangle}\right)\frac{(m+m_1)2S}{mgt^2}, \quad (10)$$

$$\delta k = \frac{\Delta k}{k},$$

где $\langle t\rangle$ - среднее значение времени скольжения бруска для пяти измерений $\langle t\rangle = \frac{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5}{5}$. Величина Δt – это погрешность измерения времени. Значение Δt вычисляется по формуле прямых многократных измерений: $\Delta t = \sigma_t\, t_\alpha$. Здесь среднее квадратичное отклонение

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{(t_1 - <t>)^2 + (t_2 - <t>)^2 + ...(t_n - <t>)^2}{n(n-1)}}$$

, где в данном случае число опытов $n = 5$. Величина t_α - коэффициент Стьюдента, соответствующий числу опытов nи выбранному значению доверительной вероятности α. Полагаем $\alpha = 0.90$ или $\alpha = 0.95$.

Приборы и материалы

1) Трибометр, 2) электронный секундомер, 3) масштабная линейка, 4) разновесы.

Задание

Определить на трибометре коэффициент трения скольжения для заданных материалов:

1) чугун по стали, 2) пластмасса по стали.

Порядок выполнения работы

1. Тщательно протереть поверхности полозьев 1 и 2 и бруса 3 (осуществлять это перед каждым опытом во избежание нанесения на них материала бруса в ходе предшествующих экспериментов).
2. Брус 3 положить на полозья 1 и 2 той поверхностью, для материала которой определяют коэффициент трения. При этом нить 5 должна быть расположена параллельно направлению полозьев 1 и 2. (Проследить, чтобы нить не зажималась при вращении блоков 4.)
3. Включить в сеть тумблером «Вкл» секундомер.
4. Записать в таблицу массы груза и держателя.
5. Брус 3 поместить в крайнее положение и зафиксировать стопором 7. Проследить, чтобы при этом датчик электронного секундомера оказался бы прижатым брусом 3 с тем, чтобы секундомер не вел отсчет времени до момента начала движения бруса 3 по полозьям.
6. Тумблером «Сброс» установить секундомер на нулевое положение.
7. Рукояткой 9 освободить брус 3, включить тем самым секундомер и измерить время движения бруса. Секундомер включается автоматически при освобождении бруса. При этом автоматически замыкается электрическая цепь секундомера (разомкнутая при исходном фиксированном положении бруса 3). Отключается секундомер также автоматически с помощью концевого переключателя 10. Брус нажимает на выключатель и тем са-

мым вызывает размыкание электрической цепи и отключение секундомера. Записать в таблицу 2 время прохождения бруса.

8. Измерение времени по пунктам 4 – 6 повторить 5 раз.
9. Поместить брус 3 на полозья 1 и 2 противоположной поверхностью (из другого материала) и повторить опыт по пунктам 5 – 8.
10. Измерить линейкой с точностью до 1 мм длину пути, который проходит брус 3 при движении по трибометру. Результат записать в таблицу.

Обработка результатов измерений

1. Все результаты записать в таблицу 2 (масса m бруса 3 указана на его поверхности).
2. Определить среднее значение времени движения бруса <t>для каждого материала и записать результаты в таблицу.
3. По формуле (9) подсчитать коэффициент трения k, используя результаты измерения <t>для различных материалов.

Для одного из материалов бруса определите относительную δk и абсолютную Δk ошибки измерения коэффициента трения.

Таблица 2

<table>
<tr><td>m (кг)</td><td colspan="10"></td></tr>
<tr><td>S (м)</td><td colspan="10"></td></tr>
<tr><td>Материал бруса</td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>m_1 (кг)</td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>№ п/п</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>t (с)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td><t> (с)</td><td colspan="5"></td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

K		

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте законы сухого трения.
2. От чего зависит величина силы трения и как она направлена?
3. Как определяется сила трения и сила нормального давления в данной работе?
4. Каковы физические причины трения?
5. В чем заключается полезная и вредная роль сил трения?
6. Как с помощью проведения одной или нескольких линий на листе бумаги *экспериментально* доказать неконсервативность силы трения?
7. Может ли сила трения быть причиной возникновения движения и быть сонаправлена с направлением скорости?
8. Построить график зависимости силы трения от величины силы тяги при перемещении мебельного шкафа массы m из одного угла комнаты в другой. Коэффициент трения равен k.
9. Вычислите, на сколько градусов нагреется брус в ходе одного из опытов. Удельная теплоемкость чугуна *C = 540 Дж/кг*. При данном расчете брус считать целиком чугунным и полагать, что он получает половину тепла, выделяющегося в ходе опыта.
10. Определить, какой импульс передается бруску в ходе движения одном из опытов.
11. Определить, какой импульс передается бруску в ходе удара бруска о держатель в одном из опытов.
12. Воздействует ли на движение груза сила трения качения?

13.Что такое доверительная вероятность и доверительный интервал?

Отчет к лабораторной работе

Определение коэффициента трения скольжения

Цель работы:

____

____

Схема лабораторной установки:

(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы)

Первый эксперимент.

Масса бруса (кг): ____________________________________

Таблица с результатами измерений:

S (м)										
Материал бруса										
m_1 (кг)										
№ п/п										
t (с)										
$\langle t \rangle$ (с)										
K										

Второй эксперимент:

Масса бруса (кг): ____________________________________

Таблица с результатами измерений:

S (м)										
Материал бруса										
m_1 (кг)										
№ п/п										
t (с)										
$\langle t \rangle$ (с)										
K										

Расчетная формула для определения коэффициента трения:

Расчеты:

Первый эксперимент.

Второй эксперимент.

Формула для расчета абсолютной погрешности найденного коэффициента трения:

Расчет абсолютной погрешности для одного выбранного материала бруса (на выбор для первого или второго эксперимента):

Формула для расчета относительной погрешности найденного коэффициента трения:

Расчет относительной погрешности для одного выбранного материала бруса:

Вывод:

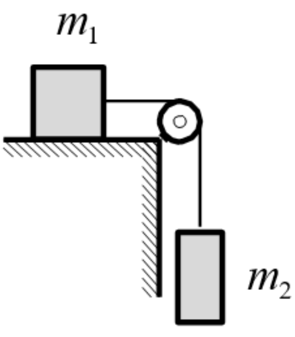
____

____

Контрольные задания для защиты лабораторной работы

Вариант 1

1. Дайте определение трения.
2. Два груза массами m_1 = 400 г и m_2 = 700 г связаны нитью, переброшенной через неподвижный блок. С каким ускорением будут двигаться грузы, если коэффициент трения между первым грузом и столом составляет 0.35.



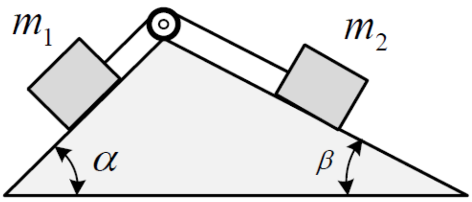
3. С каким максимальным ускорением может двигаться автомобиль, если коэффициент трения равен 0,3?
4. Получите расчетную формулу для определения коэффициента трения в

данной работе.

5. Санки толкнули вверх по ледяной горке, составляющей угол 30° с горизонтом. Санки въехали на некоторую высоту и съехали обратно. Время спуска в 1,5 раз превышает время подъема. Чему равен коэффициент трения?

Вариант 2

1. Сформулируйте основные законы сухого трения.
2. Два груза массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 800$ г расположены на наклонных



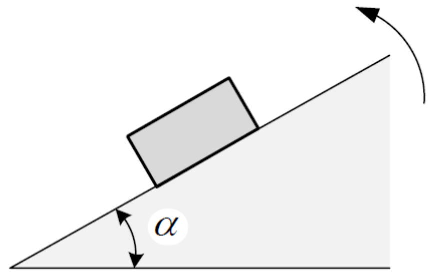
плоскостях так, как показано на рисунке. Углы при основании плоскостей составляют $\alpha = 45^0$ и $\beta = 30^0$. Система грузов движется с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2. Коэффициенты трения между грузами и плоскостями одинаковы. Определить значение коэффициентов трения.
3. Деревянный брусок массой 2 кг тянут равномерно по деревянной доске, расположенной горизонтально, с помощью пружины жесткостью 100 Н/м. Коэффициент трения равен 0,3. Найти удлинение пружины.
4. Получите расчетную формулу для определения ускорения движения груза в данной работе.
5. Вычислите, на сколько градусов нагреется брус в ходе одного из опытов. Удельная теплоемкость чугуна С = 540 Дж/кг. При данном расчете брус считать целиком чугунным и полагать, что он получает половину тепла, выделяющегося в ходе опыта.

Вариант 3

1. Начертите график зависимости силы сухого трения от скорости движения

тела.

2. Тело лежит в покое на шероховатой наклонной плоскости с переменным углом при основании. Коэффициент трения тела о плоскость составляет 0.45. Угол наклона начинают постепенно увеличивать. Вычислите минимальное



значения угла, при котором тело начнет соскальзывать с плоскости.

3. Через какое время после начала аварийного торможения остановится автобус, движущийся со скоростью 12 м/с, если коэффициент трения равен 0,3?

4. Получите расчетную формулу для определения силы трения в данной работе.
5. Определите потери энергии при движении бруска во втором эксперименте.

Вариант 4

1. Что называют коэффициентом трения? От чего зависит его величина?
2. Вычислите силу трения, которая действует на тело массой 500 г, соскальзывающее с наклонной плоскости с углом наклона, равным 60°. Коэффициент трения тела о плоскость равен 0,2.
3. Лыжник массой 60 кг, имеющий в конце спуска скорость 10 м/с, останавливается через 40 с после окончания спуска. Определите силу трения и коэффициент трения.
4. Получите расчетную формулу для определения силы натяжения нити в данной работе.

5. Определите, какой импульс передается бруску в ходе движения в одном из опытов.

Вариант 5

1. Дайте определение вязкого трения. Изобразите общую зависимость силы вязкого трения от скорости движения тела.
2. Два груза массами m_1 = 300 г и m_2 = 400 г связаны шнуром и расположены на горизонтальной поверхности. Шнур выдерживает силу натяжения 8 Н. Коэффициент трения между каждым грузом и поверхностью составляет 0.4. Вычислить максимальное значение горизонтальной силы, которую можно приложить к первому грузу, чтобы шнур не порвался.
3. Какова начальная скорость шайбы, пущенной по поверхности льда, если она остановилась, пройдя 40 м? Коэффициент трения шайбы о лед 0,05.
4. Дайте определение доверительной вероятности и доверительного интервала. Запишите их значения для данной работы.
5. Определите, какой импульс передается бруску в ходе удара бруска о держатель в одном из опытов.

Вариант 6

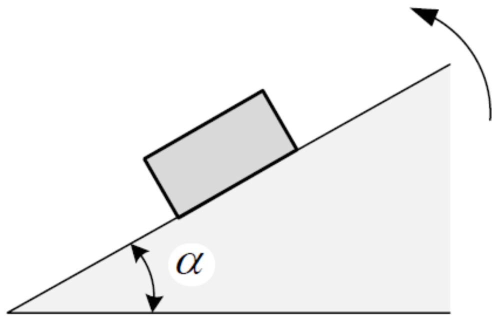
1. Дайте определение консервативных и неконсервативных сил. К каким силам относится сила трения?
2. С вершины наклонной плоскости, образующей 45˚ с горизонтом, съезжает деревянный брусок. На бруске укреплен штатив, к которому подвешен на нити шарик массой 50 г. Вычислите угол отклонения нити от вертикали в процессе движения, если коэффициент трения между бруском и плоскостью составляет 0.3.
3. Мальчик массой 50 кг, скатившись на санках с горки, проехал по горизон-

тальной дороге до остановки путь 20 м за 10 с. Найти силу трения и коэффициент трения.

4. Получите формулу для определения силы нормального давления бруса на полозья.
5. Вычислите количество теплоты, которое выделяется при скольжении бруса в первом эксперименте.

Вариант 7

1. Перечислите основные факторы, от которых зависит величина коэффициента трения скольжения.
2. На наклонной плоскости находится брусок массой 1 кг. Коэффициент трения между бруском и плоскостью составляет 0.5. Угол наклона плоскости постепенной увеличивают от 0 до 90 градусов. Постройте график за-



висимости силы трения от значений угла наклона.

3. Стальной магнит массой 50 г прилип к вертикально расположенной стальной плите. Для скольжения магнита вниз прикладывают силу 1,5 Н. С какой силой магнит прижимается к плите? Какую силу надо приложить, чтобы равномерно перемещать магнит вертикально вверх, если коэффициент трения равен 0,2?
4. Сделайте рисунок с расстановкой сил, действующих на груз и на брус. Запишите уравнение движения бруса в векторной форме и в проекциях на выбранные оси координат.
5. Вычислите количество теплоты, которое выделяется при ударе бруска о

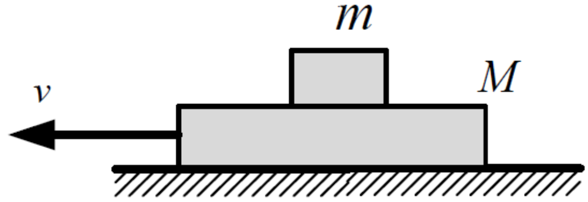
держатель в первом эксперименте.

Вариант 8

1. Укажите основные виды трения. Какое трение является наибольшим по величине, а какое – наименьшим.
2. На листе бумаги, расположенном на столе, стоит стакан с водой. Вычислить ускорение, с которым нужно привести в движение лист, чтобы стакан стал скользить назад относительно бумаги. Коэффициент трения между стаканом и бумагой равен 0.3.
3. Из духового ружья стреляют в спичечную коробку, лежащую на расстоянии 30 см от края стола. Пуля массой 5 г, летящая со скоростью 150 м/с, пробивает коробку и вылетает из неё с вдвое меньшей скоростью. Масса коробки M = 50 г. При каком минимальном коэффициенте трения k между коробкой и столом, коробка не упадёт со стола?
4. Получите расчетную формулу для определения коэффициента трения в данной работе.
5. Вычислите ускорение груза для второго эксперимента.

Вариант 9

1. Дайте определение силы нормального давления. Запишите связь силы трения с силой нормального давления.
2. На поверхности стола лежит брус массой 2 кг, на котором находится куб массой 500 г. Стол считается гладким, а коэффициент трения куба о брус равен 0,15. Определите, какую минимальную горизонтальную силу нужно



приложить к брусу, чтобы куб соскользнул с него.

3. Мешок с мукой сползает без начальной скорости с высоты Н = 2 м по доске, наклоненной под углом 45^0 к горизонту. После спуска мешок попадает на горизонтальный пол. Коэффициенты трения мешка о доску и о пол одинаковы и равны 0,5. На каком расстоянии от конца доски остановится мешок?
4. Получите формулу для расчета силы нормальной реакции опоры для данной работы.
5. Вычислите кинетическую энергию бруска перед ударом о держатель для второго эксперимента

Вариант 10

1. Сформулируйте основные физические причины, вызывающие трение. Укажите направление сил сухого трения, возникающих при относительном перемещении одного тела по поверхности другого.
2. Два груза, массами m_1 = 1 кг и m_2 = 800 г, связанные нерастяжимым шнуром, лежат на горизонтальной поверхности. Шнур выдерживает силу натяжения 24 Н. Коэффициент трения между каждым грузом и поверхностью равен 0.4. С каким наибольшим ускорением может двигаться первый груз, чтобы шнур не разорвался?
3. По склону горы длиной 500 м скатываются санки массой 60 кг с высоты 10 м. Определить коэффициент трения при скатывании санок, если у основания горы они имели скорость 8 м/с. Начальная скорость санок равна нулю.
4. Получите формулу для расчета абсолютной погрешности коэффициента трения в данной работе.
5. Определите потери энергии при движении бруска во втором эксперименте.

Лабораторная работа № 2 (12)

Определение силы при механическом ударе

Цель работы: изучение явления механического удара на примере экспериментального определения силы, возникающей при соударении металлического шара с массивной плитой.

Теоретическое введение

В процессе движения любого физического тела под действием приложенных к нему сил (F_1, F_2…), изменяется его скорость $\vec{v}$ и импульс $\vec{p} = m\vec{v}$. При этом, согласно второму закону Ньютона, **скорость изменения импульса равна равнодействующей силе**, т.е.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \cdots \quad (1)$$

В случае, когда силы не меняются со временем, движение будет равноускоренным (при $\vec{F} = 0$-равномерным), и импульс изменяется линейно. Если силы изменяются достаточно медленно, то импульс изменяется плавно.

Однако встречаются случаи, когда импульс тела значительно изменяется и за весьма малый промежуток времени. Это происходит при механическом ударе. Пусть Δt малый промежуток времени контакта соударяющихся тел. Тогда закон Ньютона (1) можно записать в виде

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \quad (1a)$$

Здесь $\vec{F}$ – средняя сила удара (ниже будем называть просто сила удара),$\Delta\vec{p} = m\overrightarrow{\Delta v}$ - изменение импульса тела за время соударения. Произведение$\vec{F}\Delta t$ называют импульсом силы и формулируют второй закон Ньютона в виде: **изменение импульса тела равно импульсу силы**.

Согласно формуле (1a), вследствие малости времени соударения, сила удара может быть весьма значительной и ее величина обычно существенно больше других сил (например, сил трения) действующих на тело в это время. В связи с этим, систему соударяющихся тел часто (но не всегда) можно считать замкнутой, и для нахождения скоростей после соударения применять закон сохранения импульса.

Последний представляет собой важнейший закон механики, согласно которому**, в замкнутой системе векторная сумма импульсов всех тел не изменяется при любых взаимодействиях**

$$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{p_i} = const \tag{2}$$

(здесь $\overrightarrow{p_i} = m\overrightarrow{v_i}$, n- число взаимодействующих тел). Замкнутой системои называется такая система, где нет внешних сил или они взаимно уравновешены. В частности, при соударении двух тел, формула (2) примет вид

$$m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = m_1\overrightarrow{u_1} + m_2\overrightarrow{u_2}$$

Где$\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2} -$ скорости тел до удара, а $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$ – после удара.

Другим фундаментальным законом механики, необходимым при исследовании механического удара, является закон сохранения механической энергии. Механической энергией называется сумма кинетической и потенциальной энергий. **Механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные (потенциальные) силы остается постоянной.**

Потенциальными силами являются такие, для которых существует своя форма потенциальной энергии; при этом **работа этих сил равна убыли соответствующей потенциальной энергии:**

$$A_{пот} = -\Delta U_{пот} \tag{3}$$

Поскольку изменение потенциальной энергии при перемещении тела определяется только координатами начальной и конечной точки, из формулы (3) очевидно, что работа таких сил не зависит от формы траектории, по которой перемещается тело. Очевидно также, что на замкнутой траектории эта работа равна нулю. Из знакомых Вам сил, консервативными являются гравитационная сила (сила тяготения), сила упругости, кулоновская сила. Любые виды сил трения таковыми не являются, и при наличии трения механическая энергия не сохраняется.

Что же происходит с соударяющимися телами в течение короткого промежутка времени физического контакта? Ударное взаимодействие тел в общем случае состоит из двух этапов: во время первого центры масс тел сближаются и происходит деформация соприкасающихся поверхностей (тела как-бы вминаются друг в друга). При этом контактная сила возрастает и уменьшает относительную скорость сближения. Величина силы зависит от степени деформации и твердости материалов тел (т.е. от модуля Юнга). Сама же деформация зависит от величины и направлений импульсов, соударяющихся тел. На втором этапе идет обратный процесс: сила взаимодействия «расталкивает» тела и, в зависимости от упругости материалов тел, в той или иной степени восстанавливает первоначальную форму соприкасающихся поверхностей.

Возникающие при ударе реальных тел контактные силы не являются чисто упругими (т.е. такими, для которых справедлив закон Гука)

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta x \tag{4}$$

где k- коэффициент жесткости, Δx- величина деформации. Сила упругости (4) является консервативной: ей соответствует потенциальная энергия упругой деформации

$$E_{\text{упр}} = k(\Delta x)^2/2 \tag{5}$$

Если бы реальные ударные силы были чисто упругими, то в процессе контакта кинетическая энергия тел сначала превращалась бы в энергию$E_{\text{упр}}$, а затем $F_{\text{упр}}$, оттолкнув тела, полностью восстановила бы их кинетическую энергию и первоначальную форму поверхностей. При реальном ударе деформация поверхностей восстанавливается не полностью, и та или иная часть кинетической энергии тел переходит во внутреннюю энергию (тела нагреваются).

В случае, когда потери кинетической энергии соударяющихся тел оказывается пренебрежимо малыми, **удар называется абсолютно упругим**. При этом для нахождения скоростей тел после удара можно использовать **закон сохранения**

механической энергии. Близким к абсолютно упругому удару является соударение достаточно жестких тел, например, стальных шаров.

Другим предельным случаем соударения является **абсолютно неупругий удар**, при котором контактные силы не в состоянии оттолкнуть тело. После контакта тела движутся вместе или остаются в состоянии покоя (при этом ударное взаимодействие заканчивается одним первым этапом). Это, например, удар пули, застревающей в физическом теле, соударение сцепляемых железнодорожных вагонов и т.п. При таком ударе потери кинетической энергии максимальны, а их конкретная величина зависит от отношения масс, соударяющихся тел.

Теперь рассмотрим модель установки, используемой в настоящей лабораторной работе (см. рис.1).

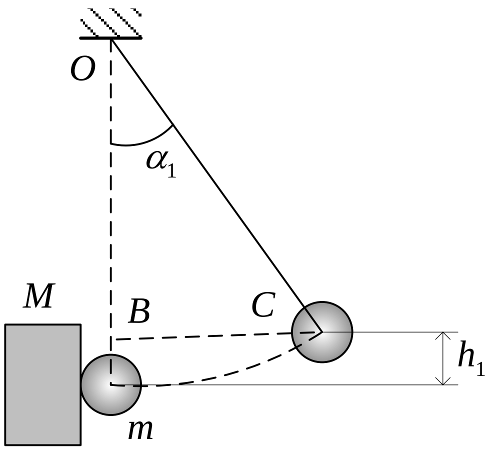


Рис. 1

В точке О на невесомой и неподвижной нити длиной l подвешен шар массой m, который находится в положении равновесия, и соприкасается с массивной плитой массы М (М≫m). Шар, отведенный от положения равновесия на угол α_1, обладает потенциальной энергией

$$E_{\text{р}} = mgh_1 \qquad (6)$$

где h_1- высота подъема шара, зависящая от угла отклонения. Из треугольника ОВС видно, что $cos\,\alpha_1 = (l - h_1)/l$, откуда находим

$$h_1 = l(1 - cos\,\alpha_1) = 2l\,sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \qquad (7)$$

Нить, на которой подвешен шар, можно считать нерастяжимой и невесомой, и для нахождения скорости в момент удара применить закон сохранения механической энергии, записав его в виде

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh_1$$

Отсюда, с учетом (7), получим

$$v_1 = 2\sqrt{gl}\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \qquad (8)$$

После удара шар отскочит на некоторый угол α_2, меньший чем α_1, но ясно, что скорость после удара v_2 связана с углом α_2 такой же формулой (с заменой индексов 1 на 2). Следовательно, измеряя эти углы, можно найти скорость шара непосредственно до и после соударения.

Для определения силы удара используем второй закон Ньютона (1а), записав его в виде

$$\vec{F} = \frac{m(\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1})}{\Delta t},$$

где $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ скорости тела, соответственно, до и после удара, а Δt- время соударения. Эти скорости направлены в противоположные стороны (см. рис.2)

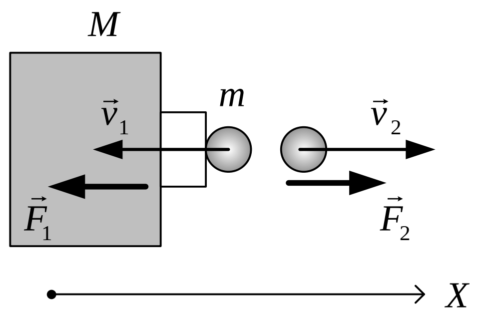


Рис. 2

Поэтому, проецируя на ось x, получим следующую формулу для нахождения силы удара,

$$F\Delta t = m\big(v_2 - (-v_1)\big) = m(v_2 + v_1)$$

или

$$F = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} \qquad (9)$$

Схема установки и метод измерения

На рис. 3 показана схема лабораторной установки, используемой для исследования особенностей механического удара.

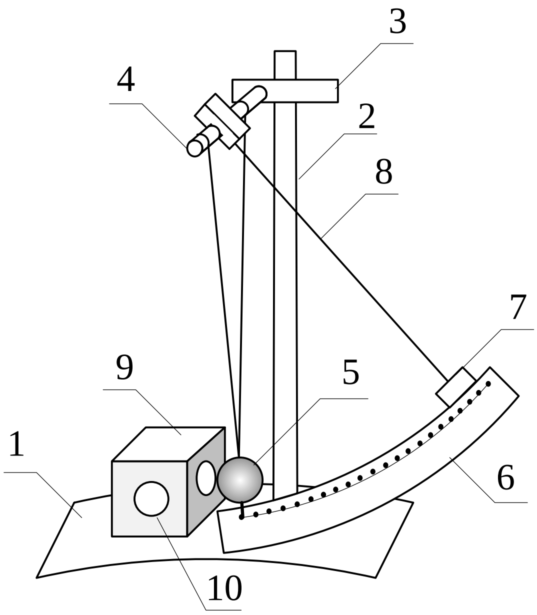


Рис. 3

На массивном основании (1) расположена стойка (2) с кронштейном (3), с помощью которого закрепляется ось (4), предназначенная для подвеса стального шара (5). Шар можно отводить от положения равновесия на угол до 50° , отсчитываемый от вертикали по шкале (6). Для фиксации шара используются электромагнит (7), закрепленный на подвижной штанге (8). На основании (1) установлен массивный куб (9) с тремя образцами различных металлов в виде круглых пластин (10), жестко закрепленных на гранях. Куб можно поворачивать вокруг оси, меняя тем самым материал, с которым соударяется шар.

Для изменения малого промежутка времени удара служит электрическая схема, приведенная на рис. 4.

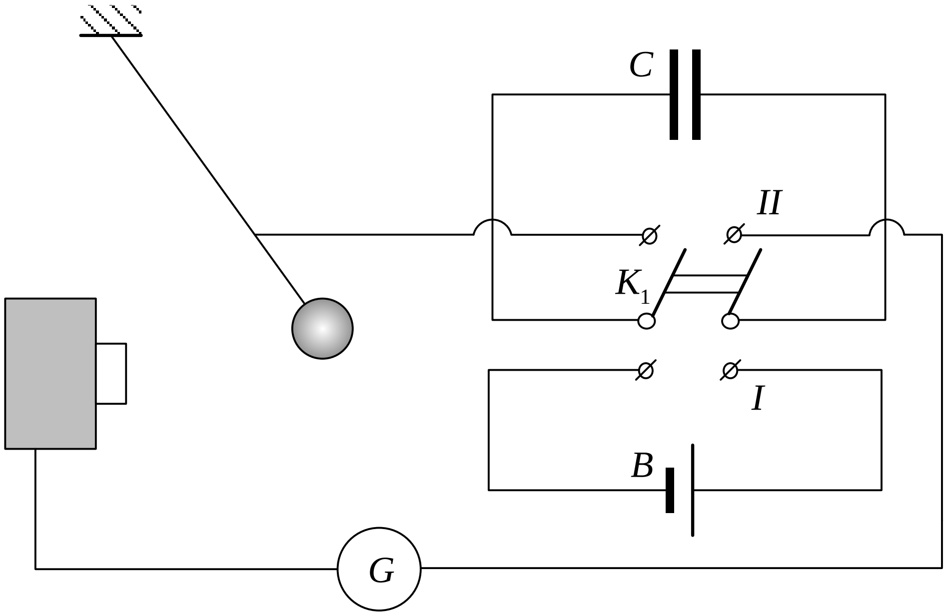


Рис.4

Идея измерения, следующая: имеется заряженный конденсатор С, который в момент контакта с образцом частично разряжается, а включенный последовательно с ним гальванометр G измеряет заряд, который успевает пройти за время удара. В положении *I* переключается K_1(ЗАРЯДКА) конденсатор заряжается, а в положении *II* (ИЗМЕРЕНИЕ) – разряжается через гальванометр. Как показано ниже, этот заряд Δq можно считать прямо пропорциональным времени контакта Δt. При этом максимальное отклонение n (число делений) стрелки гальванометра связано с зарядом соотношением

$$\Delta q = \delta n$$

где $\delta -$ цена деления (величина, численно равная заряду, при прохождении которого гальванометр покажет одно деление).

Предположим, что конденсатор С заряжен до напряжения U_0. Величина заряда на его обкладках определяется выражением

$$q_0 = CU_0$$

При замыкании конденсатора на сопротивление R, его заряд, за время Δt уменьшается по закону

$$q = q_0 e^{-\frac{\Delta t}{RC}} \qquad (10)$$

(В нашем случае R – сопротивление гальванометра).

Следовательно, согласно (10), за время Δt, через гальванометр пройдет заряд

$$\Delta q = q_0 - q_{\Delta t} = q_0\left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{RC}}\right) = cU_0\left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{RC}}\right)$$

Поскольку время контакта Δt много меньше времени разрядки конденсатора $\tau = RC$, в последнем выражении, используя приближенное разложение экспоненты

$$e^x \approx 1 + x \qquad \text{при } x \ll 1$$

можно получить соотношение

$$\Delta q \approx \frac{CU_0\Delta t}{RC}$$

И окончательно получим следующую формулу для времени контакта

$$\Delta t = \frac{R\delta n}{U_0} \qquad (11)$$

Порядок выполнения работы и обработка результатов

1. Ознакомьтесь с назначением каждого прибора, входящего в состав экспериментальной установки (при этом ключи должны быть в разомкнутом виде)
2. Включите в сеть блок питания и убедитесь в том, что стрелочный указатель гальванометра находится на нулевой отметке шкалы. Включите тумблер электрической цепи, расположенный на лицевой стороне блока питания. Установите напряжение питания электромагнита 10В. Подведите шар к электромагниту и включите электромагнит с помощью тумблера $К_2$, расположенного на основании установки (на рис.1 не указан). С помощью стопорного винта закрепите электромагнит (7) с таким расчетом, чтобы указатель удерживаемого им шара (5) находился под углом α_1, например 45 градусов. Куб должен быть ориентирован так, чтобы одна из его граней, например «СТАЛЬ», была расположена перпендикулярно направлению удара.

При этом ключ $К_1$ должен находиться в положении «зарядка».

3. Переключите ключ $К_1$ в положение «измерение».
4. Разомкните цепь электромагнита выключателем $К_2$. При этом шар освободится и, падая, ударится о плиту. В момент контакта гальванометр покажет заряд, прошедший по цепи. Максимальное отклонение стрелки (в делениях) n занести в таблицу измерений. Зафиксируйте и занесите в таблицу угол отклонения шара после удара α_2.
5. Верните переключатель $К_1$ в положение «зарядка» и повторите опыт три раза. Для расчета возьмите среднее значение измеряемых величин n и α_2.

Таблица 1

Образец	α_1	α_2	n_1	Δt_1	F_1	α_1	α_2	n_1	Δt_1	F_1
«СТАЛЬ»										
Среднее значение										
«АЛЮМИНИЙ» или «ЛАТУНЬ»										
Среднее значение										

6. Поверните куб (9) вокруг своей оси так, чтобы он повернулся другой своей гранью перпендикулярно направлению удара (т.е. с образцом «АЛЮМИНИЙ» или «ЛАТУНЬ») и повторите действия указанные в пункте 4-5.
7. Измените положение электромагнита, укрепив его на угол α_1 = 25-30° и снова повторите все действия, которые были проделаны для первого положения образца.

Пользуясь формулой (11), определите времена соударения шара с образцами исследуемых материалов. При этом в качестве цены деления гальванометра, сопротивления его цепи и напряжения, при котором заряжается конденсатор следует брать величины, указанные в таблице, помещенной на столе, где расположена лабораторная установка ($\delta=10^{-6}$ Кл/дел, R=670 Ом, U=10В)

8. Для каждого из образцов определите силу удара с помощью формулы (9). При проведении расчетов следует принимать массу шара m=260г, длину нити l=52 см. Все полученные данные занесите в таблицу 1.

Контрольные вопросы

1. Что называется механическим ударом?
2. Второй закон Ньютона в виде $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ и $\vec{F} = m\vec{a}$, где $\vec{F}$- равнодействующая сила. Какая из этих формул более общая? При каком условии они совпадают?
3. Сформулируйте закон сохранения импульса. Справедлив ли он при соударении шарика с плитой в настоящей лабораторной установке?
4. Сформулируйте закон сохранения механической энергии. Справедлив ли он при соударении шарика с плитой в настоящей лабораторной установке?
5. Соударяются два тела. В каком случае сила удара наибольшая: (а) абсолютно неупругий удар; (б) – реальный удар; (в)- абсолютно упругий удар. (Масса тел и скорости до удара полагаем одинаковыми). В каком случае потеря кинетической энергии будет наибольшей?
6. Движущиеся шар массы m абсолютно не упруго соударяется с неподвижным шаром массы M. Найдите долю потерянной при этом кинетической энергии.

7. При движении шарика в данной установке на него кроме силы тяжести действует сила натяжения нити, следовательно, система шарик-Земля является незамкнутой. Почему же мы имеем право на стадии полета шарика использовать закон сохранения механической энергии?
8. Из каких составляющих складывалась бы потенциальная энергия, если нить заменить пружиной?

Отчет к лабораторной работе

Определение силы при механическом ударе

Цель работы:

Схема лабораторной установки:
(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы

Результаты измерений и расчётов

Таблица 1.

<table>
<tr><td>Образец</td><td>α_1</td><td>α_2</td><td>n</td><td>Δt</td><td>F</td><td>α_1</td><td>α_2</td><td>n</td><td>Δt</td><td>F</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Сталь</td><td rowspan="4"></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Среднее значение</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Алюминий
или
Латунь</td><td rowspan="3"></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Среднее значение										

Расчетная формула для определения силы удара:

Расчетная формула для определения времени удара:

Расчеты:

Вывод:

Задачи

1. Определите модуль изменения импульса шара в результате абсолютно упругого удара шара о неподвижную горизонтально расположенную платформу. Масса шара 100 г, скорость при падении под углом 45^o к платформе равна 8 м/с.

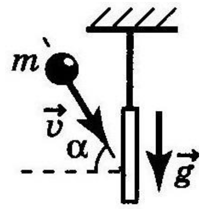
2. На какой максимальный угол можно отклонить подвешенный на невесомой нерастяжимой нити шарик, чтобы при движении шарика нить не оборвалась. Максимально возможное натяжение нити равно 2mg. Масса шарика m.

3. Тяжёлый мяч отпустили из состояния покоя с высоты 18 м, при ударе о землю он потерял часть своей кинетической энергии и долетел до верхней точки за 3 с после начала движения. Определите, какая часть кинетической энергии была потеряна при ударе. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

4. Тело массой 150 кг подвешено к потолку на металлической цепи длиной 3 м. На какую высоту его можно отклонить тело от положения равновесия, чтобы при последующих качаниях цепь не оборвалась? Максимальная сила натяжения цепи 2000 Н.

5. Определите потенциальную и кинетическую энергии стрелы массой 100 г, выпущенной из лука со скоростью 40 м/с вертикально вверх, через 4 секунды после начала движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

6. Доска массой 1 кг шарнирно подвешена к потолку на лёгком стержне. На доску со скоростью 11 м/с налетает пластилиновый шарик массой 0,1 кг и прилипает к ней (см. рисунок). Скорость шарика перед ударом направлена под углом 60º к нормали, проведённой к доске. Определите высоту подъёма доски после соударения.



7. Шарик массой 250 г, движущийся со скоростью 7 м/с, абсолютно упруго ударяется о горизонтальную плоскость. Направление скорости шарика составляет с плоскостью угол 30º. Определите модуль изменения импульса шарика в результате удара.

8. Получите выражения для нормальной и тангенциальной компонент силы удара при движении шарика к болванке со скоростью V_1, направленной под углом γ относительно нормали к поверхности болванки. Шарик отскакивает от поверхности под тем же углом (зеркально), но со скоростью V_2.

9. Определите скорость шарика после удара, если шарик до удара имеет скорость V_1, и соударяется с висящим неподвижно шариком такой же массы, удар абсолютно упругий. Получить формулу для вычисления силы удара.

10. Пуля массой 12 г попадает в куб массой 6 кг, висящий на нерастяжимой нити, и застревает в нём. Найти скорость пули, если куб, отклонившись после удара, поднялся на высоту 7 см.

Контрольные вопросы и задания для защиты работы с использованием полученных опытных данных

Вариант 1

1. На установке нить с шариком отклоняют на угол α. Выведите формулу для скорости шарика в момент отклонения нити на угол β ($\beta < \alpha$).

2. Определите в одном из опытов импульс шара сразу после удара о куб.

Вариант 2

1. Определите силу натяжения нити в нижней точке траектории шара, если угол отклонения $\alpha_1=90°$.
2. Определите механическую энергию шара сразу после удара в одном из опытов.

Вариант 3

1. Определить долю механической энергии, теряемой при ударе в одном из опытов.

2. Определите работу силы натяжения нити в одном из опытов.

Вариант 4

1. Определите потери механической энергии в одном из опытов.

2. Определите импульс шара в одном из опытов перед самым ударом о куб.

Вариант 5

1. Определите силу натяжения в нижней точке траектории шара, при замене нити на невесомую пружину такой же длины с коэффициентом жёсткости 1 кН/м.

2. Определите работу силы тяжести, действующей на шарик в одном из опытов при его движении после удара до отклонения на угол α_2.

Вариант 6

1. Определите изменение импульса шара при ударе в одном из опытов.

2. Найти количество теплоты, выделившееся при ударе шара о мишень. Использовать только значения потенциальной энергии в соответствующие моменты времени.

Вариант 7

1. Найти максимальное значение нормального ускорения нити с шаром в одном из опытов.

2. Найдите количество теплоты, выделившееся при ударе шара о мишень. Используйте значения только кинетической энергии в соответствующие моменты времени.

Вариант 8

1.Вычислите максимальную силу натяжения нити, действующей на шар, в одном из опытов.

2. Определите долю потерянной при ударе механической энергии в одном из опытов.

Вариант 9

1. Определите изменение импульса шара при ударе в одном из опытов.

2. Пусть массивный куб убрали, и металлический шар висит, соприкасаясь с большим в три раза по массе пластилиновым шаром. Определите на какую высоту поднимутся шары после неупругого удара.

Вариант 10

1. Определите удлинение пружины в нижней точке траектории шара, при замене нити на невесомую пружину такой же длины с коэффициентом жёсткости 500 Н/м.

2. Определите работу силы тяжести, действующей на шар в одном из опытов, при его движении вниз из состояния покоя до удара.

Лабораторная работа № 4 (8)

Изучение вращательного движения твёрдого тела

Цель работы: Измерение углового ускорения и момента инерции вращающегося тела, проверка закономерностей вращательного движения.

Теоретическое введение

Вращательным называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Характеристиками кинематики вращательного движения тела являются угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение.

Угловой скоростью называется вектор

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

численно равный производной от угла поворота по времени и направленный вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта. Если правый винт (например, буравчик) вращать так же, как вращается тело, то он будет завинчиваться в направлении угловой скорости. Единицей угловой скорости в СИ является 1 рад/с.

Угловым ускорением называется вектор, равный производной по времени от угловой скорости:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Вектор $\vec{\beta}$ направлен вдоль оси вращения в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ при ускоренном вращении и в противоположную сторону – при замедленном вращении. Единицей углового ускорения в СИ является 1 рад/с^2.

В зависимости от характера изменения углового ускорения во времени вращательное движение подразделяется на равномерное ($\vec{\beta} = 0$), равнопеременное ($\vec{\beta} = const \neq 0$) и неравномерное ($\vec{\beta} \neq const$).

Основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид:

$$\vec{\mathrm{M}} = J\vec{\beta}$$

где $\vec{\mathrm{M}}$ – результирующий момент всех действующих на тело внешних сил, J – момент инерции тела.

Момент силы определяется относительно точки и оси.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно точки О называется векторное произведение радиуса - вектора $\vec{r}$, проведенного из точки О в точку приложения силы, на вектор силы:

$$\vec{\mathrm{M}} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

Модуль момента силы относительно точки равен произведению силы $\vec{F}$ на плечо l (длина перпендикуляра, опущенного из точки О на прямую, вдоль которой действует сила):

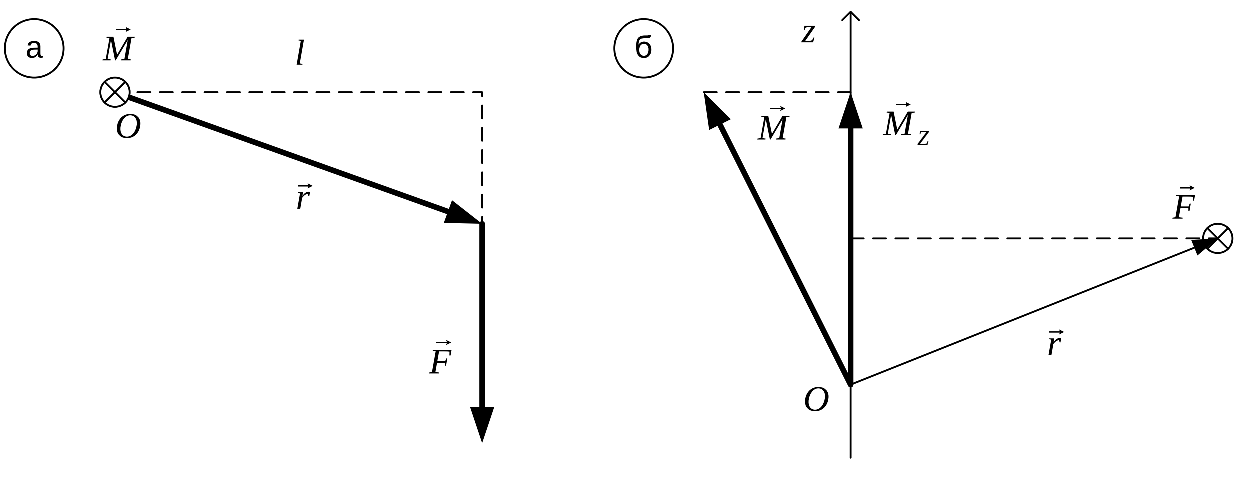


Рис.1

Направлен вектор $\vec{\mathrm{M}}$ перпендикулярно векторам $\vec{r}$и$\vec{F}$ в сторону, определяемую правилом правого винта. На рис.1 а) векторы $\vec{r}$и$\vec{F}$ лежат в плоскости рисунка.

Чтобы определить направление вектора $\vec{\mathrm{M}}$, необходимо мысленно совместить начала векторов $\vec{r}$и$\vec{F}$, а затем рукоятку буравчика поворачивать от первого вектора $\vec{r}$ ко второму вектору $\vec{F}$ по кратчайшему пути. Буравчик будет завинчиваться в направлении вектора $\vec{\mathrm{M}}$. на рис.1 а) вектор момента силы направлен от нас, перпендикулярно к плоскости рисунка, и изображен кружком с крестиком.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно оси zназывается составляющая на эту ось вектора момента силы $\vec{\mathrm{M}}$ относительно произвольной точки О этой же оси (рис.1 б)

$$\vec{M}_z = \left[\vec{r}\,, \vec{F}\right]_z$$

Модуль момента силы относительно оси равен произведению модуля силы $\vec{F}$ на плечо l – кратчайшее расстояние между осью и прямой, вдоль которой действует сила (на рис.1 б вектор силы $\vec{F}$ направлен от нас, перпендикулярно к плоскости рисунка). Направлен вектор $\vec{M}_z$ вдоль оси z в сторону, определяемую правилом правого винта. Единицей момента силы в СИ является 1 Н·м.

Реально при вращательном движении на тело действует несколько сил. Результирующий момент всех действующих сил относительно оси равен векторной сумме моментов отдельных сил относительно той же оси. Его направление всегда совпадает с направлением углового ускорения.

Моментом инерции материальной точки относительно оси называется произведение массы m_i материальной точки на квадрат расстояния r_i от оси вращения

$$J = m_i r_i^2.$$

Момент инерции системы n материальных точек относительно оси

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2.,$$

Момент инерции твердого тела относительно оси

$$J = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV$$

где r – расстояние от оси до элементарной массы dm. dV– элементарный объем, занимаемый dm. Интеграл берется по всему объему тела. Единицей момента инерции в СИ является 1 кг $\cdot$ м^2 .

Описание установки и метода измерения

Основными узлами установки является маятник 1, блок 2, груз 3, линейка 4 и секундомер.

Маятник состоит из крестовины и четырех одинаковых грузов. Крестовина выполнена в виде четырех взаимно перпендикулярных одинаковых стержней, закрепленных на шкиве. Грузы могут быть укреплены в любых точках стержней. К шкиву маятника привязана нить. К свободному концу нити подвешивается груз, состоящий из держателя и гирек.

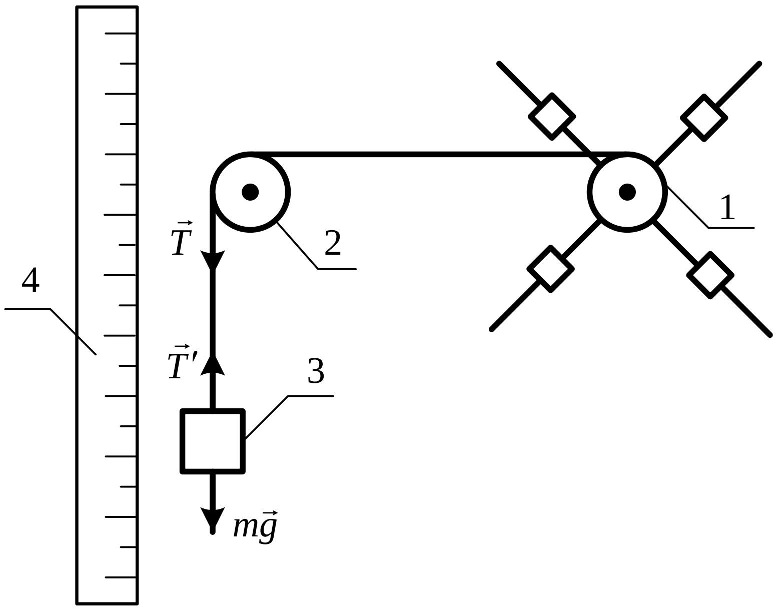


Рис. 2

Перед пуском установки грузы на стержнях закрепляются на равных расстояниях от оси вращения, нить обматывается вокруг шкива и перебрасывается через блок, груз на нити занимает верхнее положение. Если привязанный к нити груз отпустить, то он будет падать вниз, натягивая нить и приводя маятник в равноускоренное вращательное движение. Высота падения груза на нити отсчитывается по вертикальной линейке, время падения – по секундомеру.

При движении вниз груза на нити его ускорение одинаково с касательным ускорением точек обода шкива маятника. Из уравнения для равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью оно равно

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

где h – высота, с которой опускается груз, t – время движения груза.

Угловое ускорение всех точек шкива (и всего маятника) можно определить по формуле

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{2h}{t^2 R} \qquad (1)$$

где R – радиус шкива маятника.

Движение маятника подчиняется основному уравнению динамики вращательного движения, которое в проекции на ось вращения имеет вид

$$M - M_{\text{тр}} = J\beta$$

где M– момент вращающей силы, $M_{\text{тр}}$ – момент силы трения, J– суммарный момент инерции маятника и блока. Трение при вращении маятника и блока вокруг оси пренебрежимо мало. Пренебрегая трением и учитывая, что согласно второму и третьему законам Ньютона вращающая сила$T = m(g - a)$, где m – масса груза, g – ускорение свободного падения, получим выражение для суммарного момента инерции маятника

$$J = \frac{TR}{\beta} = mR^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) \qquad (2)$$

Поскольку момент инерции блока намного меньше момента инерции маятника, последняя формула может применяться для вычисления с достаточно высокой точностью момента инерции маятника.

Порядок выполнения работы

1. Укрепить грузы маятника на одинаковых максимальных расстояниях от оси вращения. Намотать нить на шкив маятника так, чтобы держатель гирек занял самое верхнее положение. Зафиксировать маятник ключом. Положить на держатель несколько (2 и более) гирек. Включить в сеть секундомер. Установить секундомер на нуль, нажав кнопку «Сброс». Замкнуть конечный выключатель секундомера, переводя рукой металлический лепесток на конце вертикальной линейки в горизонтальное положение до фиксации.
2. Произвести пробный пуск установки. Для этого перевести ключ в ближнее положение, освободив тем самым маятник и включив секундомер. Секундомер должен выключиться автоматически в момент удара груза на нити о лепесток конечного выключателя. Убедившись, что секундомер работает, а масса груза достаточна для срабатывания конечного выключателя, приступить к измерениям. <u>Вращающийся маятник ключом не останавливать.</u> После достижения грузом на нити крайнего нижнего положения нить будет наматываться на вращающийся шкив маятника. В результате маятник остановится сам.
3. Линейкой измерить расстояние rмежду осью вращения и центром масс грузов на стержнях. Намотав нить на шкив маятника, поднять груз на нити в самое верхнее положение. Зафиксировать маятник ключом. Измерить высоту h поднятого груза на нити (расстояние от нижнего основания держателя гирек до конца вертикальной линейки). Определить массу m груза на нити, сложив указанные на держателе и гирьках массы. Установить секундомер на нуль, нажав кнопку «Сброс». Переводя ключ в ближнее положение, измерить время tспуска груза на нити. Секундомер включится и выключится автоматически.
4. Результаты измерений занести в таблицу.

№ опы-	r	h	m	t	β	J	M

та							

Повторить измерения времени еще два раза, не изменяя массу и высоту падения груза на нити. Вычислить среднее значение времени падения $\langle t \rangle$.

5. Для оценки влияния момента инерции на угловое ускорение вращающегося тела грузы маятника передвинуть на одинаковые не максимальные расстояния от оси вращения. Не меняя массу груза на нити, снова проделать все опыты по п.3.

6. Для определения влияния момента силы, вращающей маятник, на его угловое ускорение изменить массу груза на нити. Не меняя расстояния от оси вращения маятника до грузов на стержнях еще раз проделать все опыты по п.3. по окончании третьей серии опытов секундомер выключить из сети.

7. Для каждой серии опытов по формулам (1), (2) вычислить угловое ускорение и момент инерции маятника. По результатам измерения углового ускорения и момента инерции маятника с помощью формулы основного уравнения динамики вращательного движения оценить момент силы, вращающей маятник. Взять радиус шкива R= 17 мм. Вычисления производить в единицах СИ.

8. Получить выражение для относительной ошибки измерений углового ускорения, исходя из расчетной формулы (1). Оценить абсолютную $\Delta\beta$ и относительную $\delta\beta$ ошибки измерения углового ускорения в одной из серии опытов (см. методическую разработку к лабораторным работам по физике «Обработка результатов измерений»).

Контрольные вопросы

1. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение.
2. Виды вращательного движения. Уравнения кинематики вращательного движения.

3. Моменты силы относительно точки и оси. Момент инерции.
4. Основное уравнение динамики вращательного движения.
5. Показать, что вращательное движение маятника в данной работе является равноускоренным.

Отчет к лабораторной работе

Изучение вращательного движения твёрдого тела

Цель работы:

Схема лабораторной установки:

(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы

Результаты измерений и расчётов

№ опыта	r	h	m	t	β	J	M

Таблица 1.

Расчетная формула для определения силы удара:

Расчетная формулы:

Расчеты:

Вывод:

Контрольные вопросы и задания

Вариант 1

1. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.
2. Зная высоту, с которой опускается груз и время движения (а также момент инерции и массу грузов), можно рассчитать конечную механическую энергию системы и изменение механической энергии за время выполнения опыта, поскольку начальная механическая энергия известна. Проделайте эти вычисления. Сформулируйте вывод.
3. На какую высоту поднимется обруч массой m = 1 кг и радиусом r = 20 см в горку, если ему сообщили скорость 5 м/с?

Вариант 2

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Вычислите для каждой серии опытов момент инерции маятника исходя из определения, приняв во внимание, что маятник состоит из 4 стержней, длина и масса которых приведена в методичке, а также четырёх грузов известной массы. При расчётах грузы считать материальными точками. Сравнить полученные величины с величинами, полученными по расчётным формулам. В каких опытах совпадение лучше. Почему?

3. Обруч и диск одинаковой массы и радиуса скатываются с горки. Кинетическая энергия какого тела больше, если трением качения пренебречь?

Вариант 3

1. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
2. Вычислить момент импульса, число оборотов и кинетическую энергию вращающегося тела в конце одного из опытов. Какие связи существуют между этими и рассчитанными в отчёте величинами?
3. Шар и диск одинаковой массы и радиуса катятся без проскальзывания со скоростью v. Определить во сколько раз энергия диска больше.

Вариант 4

1. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.
2. Для одного из опытов найти количество теплоты, выделяющееся в процессе спуска груза и связанного с ним вращения маятника.
3. Во сколько раз увеличится момент инерции, если ось вращения тонкостенного кругового цилиндра перенести из центра масс на образующую.

Вариант 5

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Для одного из опытов определить силу натяжения нити с грузом.
3. Имеются два диска одинаковой массы и толщины алюминиевый и стальной. Центральный момент инерции какого из них больше?

Вариант 6

1. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
2. Определить полный угол поворота маятника за время опускания нити с грузом.
3. Во сколько раз увеличится момент инерции, если ось вращения тонкостенного кругового цилиндра перенести из центра масс на образующую.

Вариант 7

1. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.
2. Для одного из опытов вычислить максимальное нормальное ускорение точек на поверхности шкива.
3. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы 280 кг, масса человека 80 кг.

Вариант 8

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Для одного из опытов вычислить максимальное тангенциальное ускорение точек на поверхности шкива.
3. Однородный стержень длиной 1.0 м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно не упруго ударяет пуля массой 7 г, летящая перпендикулярно стержню и его оси. Определить массу стержня, если в результате попадания пули он отклонится на угол 60^0. Принять скорость пули 360 м/с.

Вариант 9

1. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
2. Для одного из опытов определить силу натяжения нити с грузом.
3. Блок, имеющий форму диска массой 0.4 кг, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами 0.3 кг и 0.7кг. Определить силы натяжения нити по обе стороны блока.

Вариант 10

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Для одного из опытов найти количество теплоты, выделяющееся в процессе спуска груза и связанного с ним вращения маятника.
3. Стержень массой 2 кг и длиной 1 м раскрутили относительно центральной оси, перпендикулярной стержню до угловой скорости 6 рад/с. Определить какое количество теплоты выделится при остановке.

Лабораторная работа № 5 (58)

Измерение момента инерции и проверка закономерностей вращательного движения

Цель работы: Измерение углового ускорения и момента инерции вращающегося тела, проверка закономерностей вращательного движения.

Теоретическое введение

Вращательным называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Характеристиками кинематики вращательного движения тела являются угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение.

Угловой скоростью называется вектор

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

численно равный производной от угла поворота по времени и направленный вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта. Если правый винт (например, буравчик) вращается также, как вращается тело, то он будет завинчиваться в направлении угловой скорости. Единицей угловой скорости в СИ является радиан в секунду:

$[\omega]$=1 рад/с

Угловым ускорением называется вектор, численно равный производной по времени от угловой скорости:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Вектор $\vec{\beta}$ направлен вдоль оси вращения в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ при ускоренном вращении и в противоположную сторону – при замедленном вращении. В данный момент времени угловые ускорения всех точек тела одинаковы. Единицей углового ускорения в СИ является радиан на секунду в квадрате:

$[\beta]$=1 рад/с^2

В зависимости от характера изменения углового ускорения во времени вращательное движение подразделяется на равномерное ($\vec{\beta} = 0$), равнопеременное ($\vec{\beta} = const \neq 0$) и неравномерное ($\vec{\beta} \neq const$).

Основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид:

$$\vec{\mathrm{M}} = J\vec{\beta}$$

где $\overrightarrow{\mathrm{M}}$ – результирующий момент всех действующих на тело внешних сил, J – момент инерции тела.

Момент силы определяется относительно точки и оси.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно точки О называется векторное произведение радиуса - вектора $\vec{r}$, проведенного из точки О в точку приложения силы, на вектор силы:

$$\overrightarrow{\mathrm{M}} = \left[\vec{r}\,,\vec{F}\right]$$

Модуль момента силы относительно точки равен произведению силы $\vec{F}$ на плечо l (длина перпендикуляра, опущенного из точки О на прямую, вдоль которой действует сила):

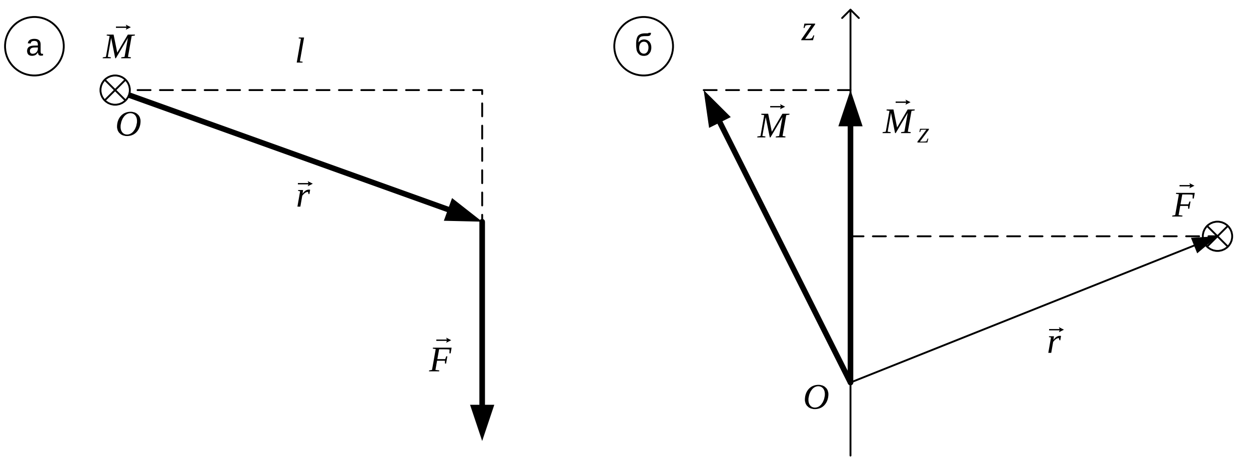


Рис.1

Направлен вектор $\overrightarrow{\mathrm{M}}$ перпендикулярно векторам $\vec{r}$и$\vec{F}$ в сторону, определяемую правилом правого винта. На рис.1 а) векторы $\vec{r}$и$\vec{F}$ лежат в плоскости рисунка. Чтобы определить направление вектора $\overrightarrow{\mathrm{M}}$, необходимо мысленно совместить начала векторов $\vec{r}$и$\vec{F}$, а затем рукоятку буравчика поворачивать от первого вектора $\vec{r}$ ко второму вектору $\vec{F}$ по кратчайшему пути. Буравчик будет завинчиваться в направлении вектора $\overrightarrow{\mathrm{M}}$. на рис.1 а) вектор момента силы направлен от нас, перпендикулярно к плоскости рисунка, и изображен кружком с крестиком.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно оси zназывается составляющая на эту ось вектора момента силы $\overrightarrow{\mathrm{M}}$ относительно произвольной точки О этой же оси (рис.1 б)

$$\vec{M}_z = [\vec{r},\vec{F}]_z$$

Модуль момента силы относительно оси равен произведению модуля силы $\vec{F}$ на плечо l – кратчайшее расстояние между осью и прямой, вдоль которой действует сила (на рис.1 б вектор силы $\vec{F}$ направлен от нас, перпендикулярно к плоскости рисунка). Направлен вектор $\vec{M}_z$ вдоль оси z в сторону, определяемую правилом правого винта. Единицей момента силы в СИ является 1 Н·м.

Реально при вращательном движении на тело действует несколько сил. Результирующий момент всех действующих сил относительно оси равен векторной сумме моментов отдельных сил относительно той же оси. Его направление всегда совпадает с направлением углового ускорения.

Моментом инерции материальной точки относительно оси называется произведение массы m_i материальной точки на квадрат расстояния r_i от оси вращения

$$J = m_i r_i^2.$$

Момент инерции системы n материальных точек относительно оси

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2.$$

Момент инерции твердого тела относительно оси

$$J = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV$$

где r – расстояние от оси до элементарной массы dm. dV– элементарный объем, занимаемый dm. Интеграл берется по всему объему тела. Единицей момента инерции в СИ является 1 кг $\cdot$ м^2 .

Описание установки и метода измерений

Основными узлами установки являются маятник, грузы, линейка и электронный секундомер с фотоэлектрическими датчиками. Общий вид установки показан на рис.2.

На вертикальной стойке 3, установленной на основании 1, закреплены нижний неподвижный кронштейн 2 и верхний неподвижный кронштейн 6, а также две неподвижные втулки 4 и 7. Основание снабжено регулируемыми ножками. На верхней втулке 7 крепится подшипниковый узел с блоком 8. На нижний втулке 4 смонтирован маятник 12 с электромагнитным тормозом.

Маятник 12 состоит из крестовины, четырех одинаковых грузиков и двухступенчатого шкива. Крестовина выполнена в виде четырех взаимно перпендикулярных одинаковых стержней с делениями, завинченных во втулку. Грузики могут быть укреплены винтами в любых точках стержней. Шкив и втулка смонтированы на оси. К шкиву маятника привязана нить 5. Нить перекинута через блок 8. К свободному концу нити подвешен груз 9. На кронштейне 6 закреплен фотоэлектрический датчик 10, на кронштейне 2 установлены фотоэлектрический датчик 13 и резиновый амортизатор 14. На стойке нанесена миллиметровая шкала 11. Электронный секундомер помещается на основании установки.

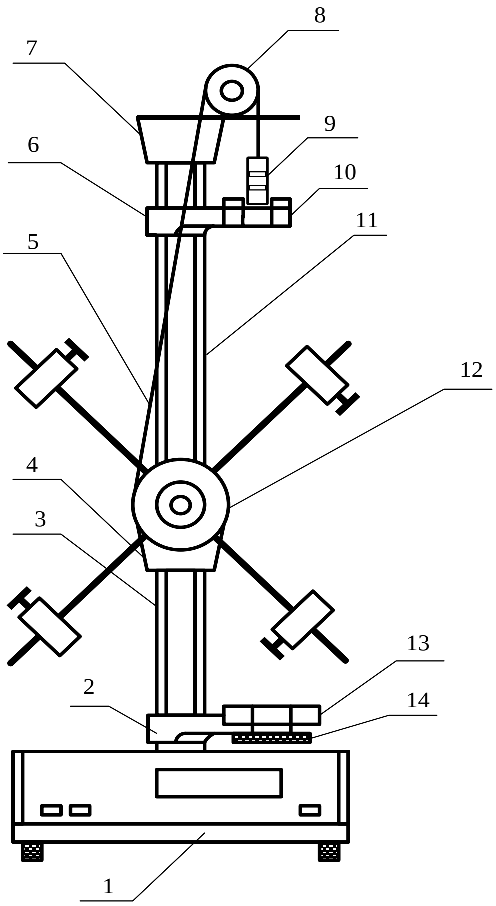


Рис.2

Перед пуском установки грузики на стрежнях закрепляются на равных расстояниях от оси вращения, нить обматывается вокруг шкива и перебрасывается через блок, груз на нити занимает верхнее положение. Если привязанный к нити груз отпустить, то он будет падать вниз, натягивая нить и приводя маятник в равноускоренное вращательное движение. Высота падения груза на нити отсчитывается по вертикальной линейке, время падения – по секундомеру.

При движении вниз груза на нити его ускорение одинаково с касательным ускорением точек обода шкива маятника. Из уравнения для равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью оно равно

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

где h – высота, с которой опускается груз, t – время движения груза.

Угловое ускорение всех точек шкива (и всего маятника) можно определить по формуле

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{2h}{t^2 R} \qquad (1)$$

где R – радиус шкива маятника.

Движение маятника подчиняется основному уравнению динамики вращательного движения, которое в проекции на ось вращения имеет вид

$$M - M_{\text{тр}} = J\beta$$

где M– момент вращающей силы, $M_{\text{тр}}$ – момент силы трения, J– суммарный момент инерции маятника и блока. Трение при вращении маятника и блока вокруг оси пренебрежимо мало. Пренебрегая трением и учитывая, что согласно второму и третьему законам Ньютона вращающая сила$T = m(g - a)$, где m – масса груза, g – ускорение свободного падения, получим выражение для суммарного момента инерции маятника

$$J = \frac{TR}{\beta} = mR^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) \qquad (2)$$

Поскольку момент инерции блока намного меньше момента инерции маятника, последняя формула может применяться для вычисления с достаточно высокой точностью момента инерции маятника.

Порядок выполнения работы

1. Установить стойку установки строго вертикально. Закрепить грузики маятника на одинаковых не максимальных расстояниях от оси маятника, используя деления на стержнях маятника. Убедиться, что грузы на нити, перекинутой через блок, проходят через середины окон фотодатчиков. Подобрать необходимое число грузов на нити. Включить установку в сеть.
2. Произвести пробный пуск установки. Намотать нить на шкив маятника так, чтобы основание груза на нити располагалось несколько выше горизонтальной линии на корпусе верхнего фотодатчика. Нажать кнопку «Сеть». Грузы должны удерживаться электромагнитом маятника. Установить секундомер на нуль,

нажав кнопку «Сброс». Нажать кнопку «Пуск», освободив тем самым маятник и включив секундомер. Секундомер начнет отсчитывать время падения груза в момент прохождения основанием груза горизонтальной линии на верхнем фотодатчике. Секундомер выключится, а электромагнитный тормоз маятника включится в момент прохождения основанием груза горизонтальной линии на нижнем фотодатчике. После достижения грузом амортизатора маятник остановится сам. Убедившись, что секундомер работает, а масса груза на нити достаточна, приступить к измерениям.

3. По делениям на стержнях маятника определить расстояние r между осью вращения и серединой грузиков на стержнях (расстояние от первого деления стержня до оси вращения 40 мм, цена деления стержня 10 мм). Линейкой на стойке установки измерить высоту hпадения груза на нити (расстояние между верхними поверхностями кронштейнов). Определить массу m груза на нити, сложив указанные на гирьках массы.

4. Измерить время t падения груза на нити, придерживаясь следующей последовательности действий.

   а) Нажать кнопку «Сброс» (отпускается тормоз, освобождается маятник, секундомер устанавливается на нуль).

   б) Наматывая нить на шкив маятника, поднять груз на нити в начальное положение так, чтобы основание груза располагалось в плоскости верхней поверхности верхнего фотодатчика (радиусы малого и большого шкивов маятника равны соответственно 21 мм и 42 мм).

   в) Отпустить кнопку «Пуск» (включается тормоз, маятник удерживается в состоянии покоя).

   г) Нажать кнопку «Пуск» (отключается тормоз, освобождается маятник, включается секундомер). Груз на нити будет падать, приводя маятник во вращательное движение. После достижения грузом амортизатора маятник остановится тормозом.

   д) Записать показания секундомера.

Измерения времени падения груза произвести пять раз. Результаты измерения по п.3 занести в таблицу.

№ опыта	R	r	h	m	t	β	I	I′

5. Провести измерения по п. 3 и 4 еще трижды при других значениях момента инерции маятника. Сначала сместить грузики маятника на максимальное расстояние от оси вращения. Затем установить их на минимальном расстоянии от оси вращения. После этого снять грузики со стержней маятника и провести измерения для маятника без грузов.
6. При постоянном моменте инерции маятника измерения по п. 3 и 4 провести при двух различных значениях момента вращающей силы, используя различные шкивы маятника. Сначала нить намотать на малый шкив, а затем на большой шкив.

Для каждой серии опытов по формуле (1) и (2) вычислить экспериментальные значения углового ускорения β и момента инерции маятника I. Построить график β (1/I).

7. Рассчитать моменты инерции маятника по формуле

$$J = J_0 + 4m_1 r^2 + 4\frac{m_2 l^2}{3}$$

где J_0– суммарный момент инерции шкивов, втулки и оси маятника, m_1– масса одного грузика маятника, r - расстояние от оси вращения до середины грузиков на стрежнях, $m_2 = 54$г - масса одного стержня маятника, *l=25см* - длина стержня.

8. Получить выражение для относительной ошибки измерений углового ускорения, исходя из расчетной формулы (1). Оценить абсолютную $\Delta\beta$ и относительную $\delta\beta$ ошибки измерения углового ускорения в одной из серии опытов (см. методическую разработку к лабораторным работам по физике «Обработка результатов измерений»).

Контрольные вопросы

1. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение.
2. Виды вращательного движения. Уравнения кинематики вращательного дви-жения.
3. Моменты силы относительно точки и оси. Момент инерции.
4. Основное уравнение динамики вращательного движения.
5. Показать, что вращательное движение маятника в данной работе является равноускоренным.

Отчет к лабораторной работе
Измерение момента инерции и проверка закономерностей вращательного движения

Цель работы:

Схема лабораторной установки:
(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы

Результаты измерений и расчётов

№ опыта	R	r	h	m	t	β	I	I′

Таблица 1.

Расчетная формула для определения силы удара:

Расчетная формулы:

Расчеты:

Вывод:

Контрольные вопросы и задания

Вариант 1

4. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.
5. Зная высоту, с которой опускается груз и время движения (а также момент инерции и массу грузов), можно рассчитать конечную механическую энергию системы и изменение механической энергии за время выполнения опыта, поскольку начальная механическая энергия известна. Проделайте эти вычисления. Сформулируйте вывод.
6. На какую высоту поднимется обруч массой m = 1 кг и радиусом r = 20 см в горку, если ему сообщили скорость 5 м/с?

Вариант 2

4. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
5. Вычислите для каждой серии опытов момент инерции маятника исходя из определения, приняв во внимание, что маятник состоит из 4 стержней, длина и масса которых приведена в методичке, а также четырёх грузов известной массы. При расчётах грузы считать материальными точками. Сравнить полученные величины с величинами, полученными по расчётным формулам. В каких опытах совпадение лучше. Почему?
6. Обруч и диск одинаковой массы и радиуса скатываются с горки. Кинетическая энергия какого тела больше, если трением качения пренебречь?

Вариант 3

7. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
8. Вычислить момент импульса, число оборотов и кинетическую энергию вращающегося тела в конце одного из опытов. Какие связи существуют между этими и рассчитанными в отчёте величинами?

9. Шар и диск одинаковой массы и радиуса катятся без проскальзывания со скоростью v. Определить во сколько раз энергия диска больше.

Вариант 4

4. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.
5. Для одного из опытов найти количество теплоты, выделяющееся в процессе спуска груза и связанного с ним вращения маятника.
6. Во сколько раз увеличится момент инерции, если ось вращения тонкостенного кругового цилиндра перенести из центра масс на образующую.

Вариант 5

4. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
5. Для одного из опытов определить силу натяжения нити с грузом.
6. Имеются два диска одинаковой массы и толщины алюминиевый и стальной. Центральный момент инерции какого из них больше?

Вариант 6

4. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
5. Определить полный угол поворота маятника за время опускания нити с грузом.
6. Во сколько раз увеличится момент инерции, если ось вращения тонкостенного кругового цилиндра перенести из центра масс на образующую.

Вариант 7

4. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.
5. Для одного из опытов вычислить максимальное нормальное ускорение точек на поверхности шкива.
6. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы 280 кг, масса человека 80 кг.

Вариант 8

7. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
8. Для одного из опытов вычислить максимальное тангенциальное ускорение точек на поверхности шкива.
9. Однородный стержень длиной 1.0 м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно не упруго ударяет пуля массой 7 г, летящая перпендикулярно стержню и его оси. Определить массу стержня, если в результате попадания пули он отклонится на угол 60^0. Принять скорость пули 360 м/с.

Вариант 9

7. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
8. Для одного из опытов определить силу натяжения нити с грузом.
9. Блок, имеющий форму диска массой 0.4 кг, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами 0.3 кг и 0.7кг. Определить силы натяжения нити по обе стороны блока.

Вариант 10

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Для одного из опытов найти количество теплоты, выделяющееся в процессе спуска груза и связанного с ним вращения маятника.
3. Стержень массой 2 кг и длиной 1 м раскрутили относительно центральной оси, перпендикулярной стержню до угловой скорости 6 рад/с. Определить какое количество теплоты выделится при остановке.

Лабораторная работа № 7(4)

Определение отношения теплоёмкостей воздуха

Цель работы: экспериментальное определение показателя адиабатического процесса $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ для воздуха, где c_p, c_v — соответственно молярные теплоемкости идеального газа при постоянном давлении P и постоянном объеме V.

Теоретическое введение

В результате многочисленных экспериментов установлено, что свойства большинства веществ, находящихся в газообразном состоянии, могут быть описаны уравнением Менделеева — Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \,, \qquad (1)$$

где $\frac{m}{\mu}$ — число молей газа, заключенного в объеме V при давлении P, а величина μ — масса одного моля. Молем (моль) называется количество вещества, масса которого, выраженная в граммах, численно равна его весу в атомных единицах массы, см. периодическую таблицу Д. И. Менделеева. Например, для азота N_2 $\mu = 0,028\ ^{кг}/_{моль}$, кислорода O_2 $\mu = 0,032\ ^{кг}/_{моль}$, паров воды H_2O $\mu = 0,018\ ^{кг}/_{моль}$. Воздух — смесь газов, $\mu = 0,029\ ^{кг}/_{моль}$, он состоит из азота (78% по объему), кислорода (21%) и остальная доля (порядка 1%) образована аргоном, гелием, неоном, углекислым газом, парами воды.

В одном моле вещества содержится одинаковое число молекул, это число называется числом Авогадро $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \dfrac{1}{моль}$. Согласно закону Авогадро, 1 моль идеального газа при нормальных условиях: температуре $t = 0^\circ C$, т.е. $T = t + 273 = 273K$, давлении $p = 1атм = 760\ мм\ рт.ст. = 1.013 \cdot 10^5\ ^{н}/_{м^2} = 101.3кПа$, занимает объем $V\,мол = 0.0224\,^{м^3}/_{моль} = 22.4\,^{литра}/_{моль}$. Отсюда, подставляя эти данные в (1) при $\dfrac{m}{\mu} = 1\,моль$, получим значение универсальной газовой постоянной $R = 8.31\,^{Дж}/_{моль \cdot K}$.

Уравнение Менделеева—Клапейрона хорошо описывает свойства разреженных газов, плотность которых $\rho = \dfrac{m}{V}$ примерно в 10^3 раз меньше плотности жидкости $\rho_ж$. В жидкости молекулы расположены очень близко друг к другу. Отсюда следует, что в разреженных газах среднее расстояние $r_{ср}$ между молекулами в десятки раз больше их собственных размеров d, т.е. $r_{ср} \geq 10d$. Молекулы разреженного газа, находящегося при температуре T, совершают хаотическое тепловое движение, свободно пробегая путь между двумя последовательными столкновениями друг с другом или со стенками сосуда. Соударения молекул друг с другом или со стенками сосуда происходят без потери энергии, по законам соударения упругих тел.

Таким образом, мы подошли к представлениям молекулярно-кинетической теории идеального газа, которая позволяет объяснить свойства идеальных газов. Согласно этой теории, молекулы-«шарики» (аргон, гелий, неон) движутся между упругими столкновениями поступательно. Такому движению соответствует число степеней свободы, равное

$$i = i_{пост} = 3 \qquad (2)$$

Напомним, что числом степеней свободы называется число независимых координат, которое надо задать для определения положения тела в пространстве. Для поступательного движения тела в пространстве это координаты x, y, z. Следовательно, $i = 3$. Молекулы-«гантельки» двухатомных газов (водород, азот, кислород) могут двигаться как поступательно (поступательное движение центра массы молекулы, $i_{пост} = 3$), так и вращаться вокруг осей, проходящих через центр массы молекулы: $i_{вр} = 2$. Вращением молекулы вокруг продольной оси пренебрегаем, так как такому движению соответствует малое значение момента инерции по сравнению с другими осями.

В результате для молекул-«гантелек» получим:

$$i = i_{пост} + i_{вр} = 3 + 2 = 5 \qquad (3)$$

Такая упрощенная механическая модель молекул позволяет объяснить основные свойства идеальных газов.

Согласно молекулярно-кинетической теории идеального газа средняя кинетическая энергия одной молекулы пропорциональна абсолютной температуре T газа:

$$< W >= \frac{i}{2}\frac{R}{N_A}T = \frac{i}{2}kT,\; k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23}\, Дж/K, \qquad (4)$$

где k — постоянная Больцмана, i — число степеней свободы молекул газа, см. (2), (3).

Полный запас внутренней энергии газа, заключенного в сосуд объемом V при температуре T, получим умножением $< W >$ на число молекул N газа:

$$U = N < W >= \frac{N}{N_A}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT, \qquad (5)$$

где $R = kN_A$ — универсальная газовая постоянная.

Значение внутренней энергии газа U, заключенного в закрытый сосуд объемом V при давлении P и температуре T (см. рис. 1), можно изменить в результате внешних воздействий — передавая газу тепло ΔQ (нагрев $\Delta Q > 0$, охлаждение $\Delta Q < 0$) и совершая над газом работу $\Delta A = F\Delta h$ под действием внешней силы $F = PS$, Δh — смещение поршня. Очевидно, что $\Delta A' = PS\Delta h = P\Delta V$.

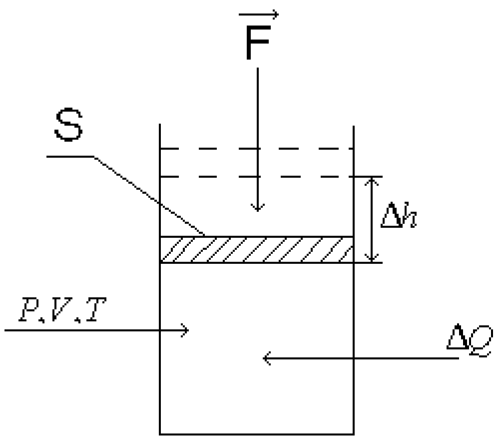


Рис. 1

Переданное тепло ΔQ и работа внешних сил $\Delta A'$ изменяют внутреннюю энергию на некоторое значение ΔU. Эти величины связаны между собой законом сохранения энергии, который для систем многих частиц называется <u>первым законом термодинамики</u>:

$\Delta Q = \Delta U - \Delta A'$,

или, поскольку $\Delta A' = -\Delta A$, где ΔA — работа газа против внешних сил,

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A. \qquad (6)$$

<u>Количество теплоты, переданное системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил.</u>

Согласно (6), энергия хаотического теплового движения молекул ΔU может быть преобразована в механическую работу $\Delta A = P\Delta V$.

Рассмотрим вопрос о молярных теплоемкостях газов. Молярная теплоемкость C численно равна количеству тепла ΔQ, которое надо сообщить одному молю этого вещества (масса m численно равна молярной массе μ), чтобы нагреть его на $\Delta T = 1°$. Т.е. $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$. Для газов надо различать, при каких условиях происходит нагрев — например, при постоянном объеме $V = const$, либо при постоянном давлении $P = const$.

Для процесса $V = const$ имеем $\Delta V = 0$ и $\Delta A = P\Delta V = 0$, так что согласно первому закону термодинамики (6) все сообщенное газу тепло ΔQ идет на увеличение внутренней энергии ΔU газа.

$$\begin{cases} \Delta Q = \Delta U = U(T+\Delta T) - U(T) = \frac{i}{2} R\Delta T \\ C_V = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{i}{2} R \end{cases} \qquad (7)$$

Для процесса $P = const$ газ расширяется, и сообщаемое тепло ΔQ идет на увеличение внутренней энергии ΔU и на работу $\Delta A = P\Delta V$ против внешних сил: $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$, см. (6). Увеличение объема ΔV найдем из уравнения состояния идеального газа (1). При $P = const$ имеем $\Delta V = \frac{R}{P}\Delta T$. Подставляя это ΔV в выражение для работы, получим $\Delta A = P\Delta V = R\Delta T$. Отсюда, используя (6), (7), получим выражение для теплоемкости одного моля идеального газа при $P = const$:

$$C_p = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + \Delta A}{\Delta T} = C_V + R = \frac{i+2}{i} R. \qquad (8)$$

Согласно (7), (8), теплоемкости C_p и C_V зависят от R и числа степеней свободы i молекул идеального газа. Для одноатомного газа (молекулы-«шарики») $i = 3$, для двухатомного газа (молекулы-«гантельки») $i=5$ (см. формулу (3)). Отношение теплоемкостей $\frac{C_p}{C_V}$ равно:

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma = \frac{i+2}{i} \qquad (9)$$

Согласно (2), для одноатомных газов, когда i=3, отношение $\frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3} \approx 1.67$; для двухатомных газов, когда i=5, имеем $\frac{C_p}{C_V} = \frac{7}{5} = 1.4$. Напомним, что воздух образован смесью двухатомных газов — азота N_2 и кислорода O_2 (99% состава воздуха).

В заключение рассмотрим основные газовые процессы при $\frac{m}{\mu} = 1$ и их графики (см. рис. 2).

Изохорический процесс: $V = const$, $\Delta V = 0$.

Согласно (1), (5), (7)

$$\frac{P}{T} = const,\ \Delta Q = \Delta U = C_V \Delta T,\ \Delta A = 0. \qquad (10.1)$$

Изобарический процесс:

$$P = const,\ \Delta P = 0,\ \frac{V}{T} = const,\ \Delta Q = C_p \Delta T,\ C_p = C_V + R. \qquad (10.2)$$

Изотермический процесс:

$$T = const,\ PV = const,\ \Delta U = 0,\ \Delta Q = P\Delta V. \qquad (10.3)$$

Адиабатный процесс: $\Delta Q = 0$ — имеет место либо при идеальной теплоизоляции, либо в случае очень быстрого процесса, при котором теплообмен между термодинамической системой и окружающей средой просто не успевает произойти. В этом случае $\Delta Q = C_V \Delta T + P\Delta V = 0$, т.е. расширение газа $\Delta V > 0$ возможно только за счет внутренней энергии. При таком расширении газ охлаждается: $\Delta T < 0$.

В данном приближении получим уравнение адиабатного процесса при $\frac{m}{\mu} = 1$: $\Delta Q = C_V \Delta T + P\Delta V = 0$. Согласно (1), (8) $P = R\frac{T}{V} = (C_p - C_V)\frac{T}{V}$. Поделим уравнение $C_V \Delta T + P\Delta V = 0$ на T и C_V. В итоге: $\frac{\Delta T}{T} + \frac{C_p - C_V}{C_V}\frac{\Delta V}{V} = 0$, или, переходя к бесконечно малым величинам, $\frac{dT}{T}+(\gamma-1)\frac{dV}{V}=0$, где $\gamma=\frac{C_p}{C_V}$, см. (9). После несложных преобразований приходим к соотношению $d\left(\ln\left(TV^{(\gamma-1)}\right)\right)=0$, интегрируя которое, получаем $TV^{(\gamma-1)}=const$ — уравнение адиабаты на плоскости переменных *(T,V)*. Используя (1), на плоскости *(P,V)* запишем уравнение адиабаты в форме

$$PV^{\gamma}=const \qquad (10.4)$$

На рис. 2 представлены основные газовые процессы на плоскости (P,V). Рисунок выполнен так, что все процессы проходят через одну точку A, в которой они пересекаются; $\gamma=\frac{C_p}{C_V}>1$.

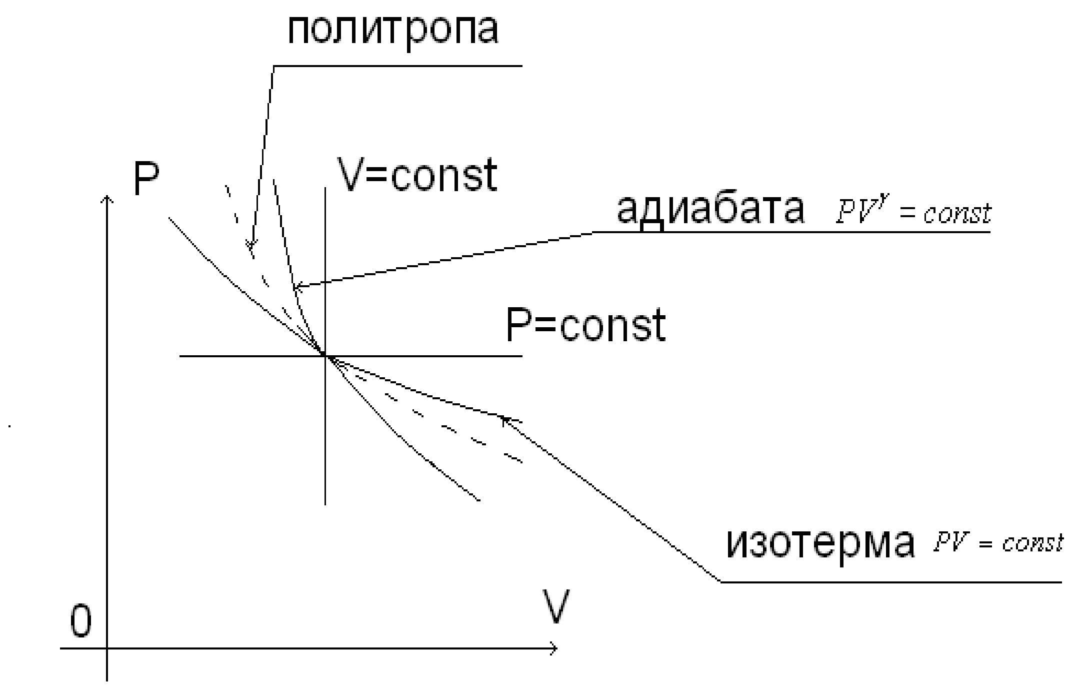


Рис. 2. Основные газовые процессы в идеальных газах

Из графиков на рис. 2 видно, что адиабата спадает круче изотермы, т. е. значение $\gamma=\frac{C_p}{C_v}>1$. Например, для двухатомных газов $i=5$ и значение $\gamma=1.4$ (см. (3), (9)).

Обсудим условия, при которых протекают изотермический и адиабатический процессы. Процессы с $T = const$, т. е. с нулевым изменением температуры газа, возможны только при беспрепятственном теплообмене с окружающей средой. Адиабатический процесс с $\Delta Q = 0$ возможен только при полной теплоизоляции от окружающей среды. Полная теплоизоляция на практике не реализуется. Только для очень быстрых процессов это условие приближенно выполнимо.

Процессы, занимающие промежуточное положение между двумя этими крайними случаями, осуществимыми на практике, называются политропными. Это процессы, при которых происходит частичный теплообмен со средой.

Политропные процессы. На плоскости (P,V) политропа занимает промежуточное положение между изотермой и адиабатой.

$$PV^n = const, \; 1 < n < \gamma \qquad (11)$$

Изотермический и адиабатный процессы можно рассматривать как частные случаи политропного процесса (для которых $n = 1$ и $n = \gamma$). Численные значения n определяются экспериментально. На рис. 2 политропный процесс вида (11) качественно представлен пунктирной линией.

Представления об основных газовых процессах (см. рис. 2) используются в различных областях науки и техники. Например, процесс сжатия газов в звуковой волне акустических частот f диапазона $16 \div 20000$ Гц в атмосфере Земли является адиабатическим процессом, так как рассматриваемый процесс достаточно быстрый. Максимальный период $\tau = \frac{1}{f}$ соответствует частоте $f \approx 20$ Гц и составляет $\tau \approx \frac{1}{20} = 5 \cdot 10^{-2}$ секунд. При распространении волны образуются области повышенного и пониженного давления относительно давления атмосферного. Однако чередование процессов сжатия и разряжения в этих областях происходит настолько быстро, что теплообмен между такими областями не успевает произойти. Соответственно, различие между экспериментальными скоростями распространения звука и теоретическими значениями не превосходит 1%.

Процесс сжатия горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания происходит достаточно быстро, но, как известно, в этих двигателях используется система охлаждения. Следовательно, эти процессы не являются адиабатными. В различных автомобильных фирмах разработаны установки для экспериментального измерения показателя политропыn (11). Знание значения n позволяет конструкторам согласовывать движение поршня с упругими свойствами рабочей смеси. В результате удается повысить экономические показатели работы двигателя и снизить расход бензина.

Лабораторная установка и метод измерения

Для измерения соотношения $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ (10.4) изготовлена лабораторная установка (рис. 3), в которой в качестве рабочего тела используется воздух.

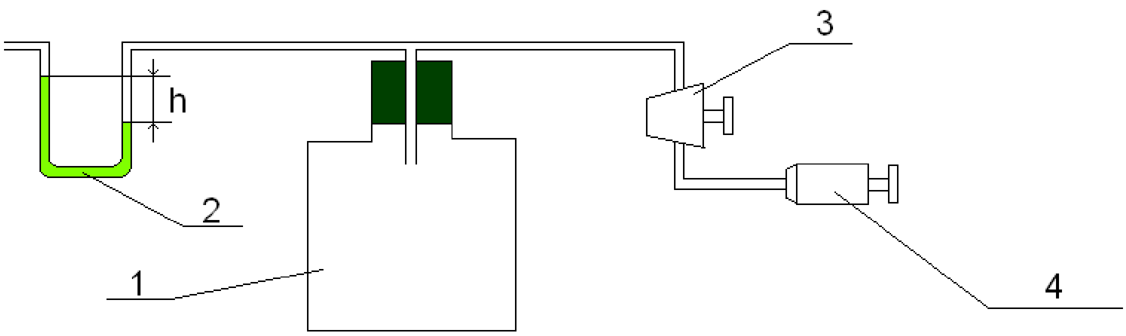


Рис. 3
Схема лабораторной установки

На рис. 3 показаны: 1 — сосуд, 2 — водяной манометр U-образной формы (для удобства измерений вода подкрашена), 3 — кран, соединяющий сосуд либо с атмосферой, либо с насосом, h — разности уровней водяного столба в манометре, 4 — насос. На этом рисунке показания манометра соответствуют давлению в сосуде $P = P_{атм} + \rho g h$, ρ — плотность воды, $g \approx 10 \, ^{м}\!/_{c^2}$.

В этой установке проводят два процесса: адиабатическое расширение, при котором воздух в установке охлаждается до $T_2 < T_{атм}$, и изохорический процесс нагревания воздуха от T_2 до $T_{атм}$. Соответственно на рис. 4 проведены на плоскости (P,V) графики процессов, реализуемых в лабораторной установке.

1. Исходное состояние (точка (1) на рис. 4) с $P_1 > P_{атм}$ и $T_1 = T_{ср}$ получают, предварительно накачав насосом воздух в сосуд до давления $P_1 > P_{атм}$. Для этого предварительно соединяют краном 3 сосуд 1 с насосом 4. Затем, после накачивания, закрывают. Когда показания манометра станут стабильными (газ остынет после нагрева и температура станет равной температуре среды, т. е. комнатной температуре: $T_1 = T_{ср}$), измеряют давление P_1:

$$P_1 = P_{атм} + \rho g h_1 \qquad (12)$$

и записывают значение h_1 разности высот в коленах манометра в таблицу. Рекомендованные значения h_1 составляют $15 \div 20$ сантиметров.

2. Открывают кран (3), сообщая сосуд с атмосферой. При этом часть воздуха выходит в атмосферу, и давление газа быстро выравнивается с атмосферным давлением $P_{атм}$ (точка (а) на рис. 4).

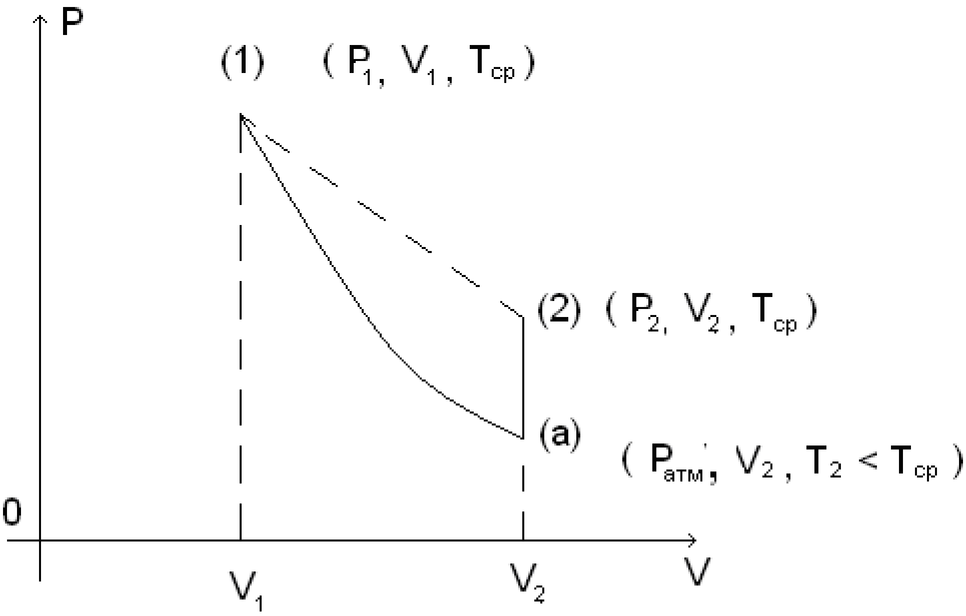


Рис. 4. Графики процессов, реализуемых в лабораторной установке

После этого кран закрывают (при показаниях манометра $h \approx 0$). Оставшаяся часть воздуха массой m_1 расширилась и заняла весь объем сосуда $V_2 = V_{сосуда}$. В первом состоянии $P_1 > P_{атм}$ эта масса воздуха m_1 занимала только часть объема $V_1 < V_{сосуда}$. Если процесс расширения происходит достаточно быстро, без теплообмена с атмосферой, то можно использовать законы адиабатического расширения для такой массы газа m_1:

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_{атм} V_2^{\gamma}, \text{ или } \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = \frac{P_1}{P_{атм}} \qquad (13)$$

Здесь необходимо учитывать, что в точке (а) объем $V_2 = V_{сосуда}$, а давление равно $P_{атм}$. В результате этого расширения воздух в сосуде охладится до некоторой температуры $T_2 < T_{атм}$ и его давление уменьшится до $P_{атм}$.

3. Последний переход. Газ в сосуде нагревается при постоянном объеме до комнатной температуры $T_{ср}$ (точка (2) на рис. 4). Здесь давление P_2 можно найти по показаниям манометра

$$P_2 = P_{атм} + \rho g h_2 . \qquad (14)$$

Показания манометра h_2 необходимо занести в таблицу.

Основное: состояния «1» и «2» имеют одинаковые температуры $T_1 = T_3 = T_{ср}$ и, следовательно, из уравнения Менделеева-Клапейрона имеем:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}. \qquad (15)$$

Далее, состояния «1» и «а» связаны адиабатическим процессом, для которого выполняется формула (13).

Введем для удобства записи обозначения $P_3 = \rho g h_1, P_4 = \rho g h_2$. При этом $P_1 = P_{атм} + P_3$, $P_2 = P_{атм} + P_4$. Подставляя (15) в (13) и логарифмируя, находим:

$$\gamma = \frac{\ln\left(P_1 / P_{атм}\right)}{\ln\left(P_1 / P_2\right)} = \frac{\ln\left((P_{атм} + P_3) / P_{атм}\right)}{\ln\left((P_{атм} + P_3) / (P_{атм} + P_4)\right)} =$$

$$= \frac{\ln\left(1 + P_3 / P_{атм}\right)}{\ln\left((1 + P_3 / P_{атм}) / (1 + P_4 / P_{атм})\right)} \approx \frac{\ln\left(1 + P_3 / P_{атм}\right)}{\ln\left(1 + (P_3 - P_4) / P_{атм}\right)}. \qquad (16)$$

Здесь введены обозначения $P_3 = \rho g h_1, P_4 = \rho g h_2$. В последнем приближенном равенстве в (17) учтено известное в математике представление $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$, справедливое при $|x| << 1$, где $x = \frac{P_4}{P_{атм}}$, а также пренебрегается малым (по сравнению с остальными) слагаемым $\frac{P_3 P_4}{P_{атм}}$. Учитывая применительно к числителю и знаменателю последнего выражения в формуле (16) известное соотношение $\ln(1+\alpha) \approx \alpha$, также справедливое при условии $|\alpha| << 1$ (в условиях эксперимента действительно $|x| << 1$ и $|\alpha| << 1$), получим следующее расчетное выражение для определения искомого значения γ:

$$\gamma = \frac{P_3 / P_{атм}}{(P_3 - P_4) / P_{атм}} = \frac{P_3}{P_3 - P_4} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

Следовательно, получаем расчетную формулу для γ:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \qquad (17)$$

Расчет абсолютной погрешности найденного значения γ можем провести по формуле, совпадающей с формулой расчета погрешности в случае прямых измерений. Это связано с тем, что число проведенных экспериментов (а именно 10) много больше единицы.

$\Delta\gamma = \sqrt{\dfrac{(\gamma_1 - <\gamma>)^2 + (\gamma_2 - <\gamma>)^2 + \ldots + (\gamma_n - <\gamma>)^2}{n(n-1)}}\, t_\alpha$. Здесь $n = 10$, среднее значение $<\gamma> = \dfrac{\gamma_1 + \gamma_2 + \ldots + \gamma_n}{n}$, t_α - коэффициент Стьюдента, соответствующий $n = 10$ и выбранному значению доверительной вероятности, которое принимаем равным $\alpha = 0.90$ или $\alpha = 0.95$ (см. Приложение «Обработка результатов физического эксперимента»). Относительная погрешность равна $\delta\gamma = \dfrac{\Delta\gamma}{<\gamma>} \cdot 100\%$.

Вместе с тем полезно провести этот же расчет и по методу, отвечающему косвенным измерениям:

$$\Delta\gamma = \left|\frac{\partial\gamma}{\partial h_1}\right| \Delta h + \left|\frac{\partial\gamma}{\partial(h_1 - h_2)}\right| (\Delta h_1 + \Delta h_2) \qquad (18)$$

и далее сравнить полученные результаты.

На основе изложенных рассуждений в работе определяется коэффициент адиабаты γ (см. задание I). Однако трудность состоит в том, что адиабатный процесс занимает малые доли секунды, а момент его завершения, когда требуется закрыть клапан, неизвестен.

Поэтому P'' определяется следующим косвенным методом. При одинаковом начальном давлении P', но разной длительности t открытия крана (3), соединяющего сосуд с атмосферой, измеряют конечное давление $P_{4к}(t)$. Закономерности теплообмена между газом и окружающей средой таковы, что зависимость $P_{4к}(t)$ можно приближенно описать экспоненциальной функцией вида

$$P_{4k}(t) = P_{4k}(0)\exp(-\frac{t-\tau}{a}),$$

где τ — длительность адиабатного процесса, a— постоянный коэффициент, характеризующий скорость теплообмена. Пренебрегая τ по сравнению с t и логарифмируя обе части (2.20), приходим к выражению:

$$\ln(P_{4k}(t)) = \ln(P_{4k}(0)) - \frac{t}{a} \qquad (19)$$

Поскольку $P_{4k}(t) = h_2(t)\rho_{воды}g$, $P_{4k}(0) = h_2(0)\rho_{воды}g$, то с учетом свойств логарифма получаем:

$$\ln h_2(t) = \ln h_2(0) - \frac{t}{\alpha}$$

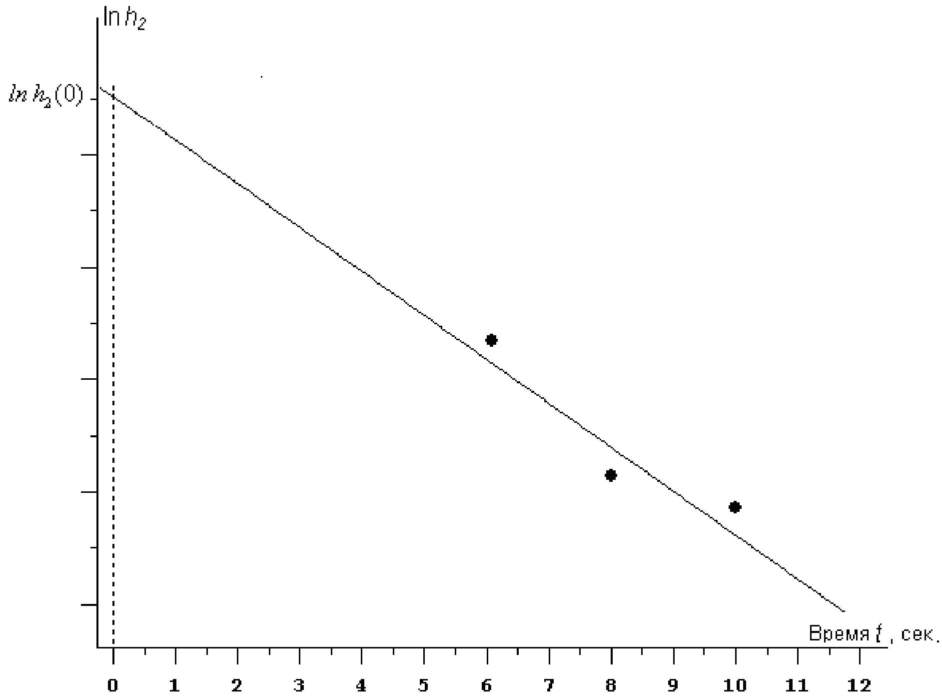


Рис. 5

Поскольку $\ln h_2(t)$ линейно зависит от времени, и при $t \to 0$ стремится к $\ln h_2(0)$, то точка пересечения экспериментально найденного линейного графика с вертикальной линией при t=0 позволяет найти $\ln h_2(0)$ и определить $h_2(0)$ (рис. 5).

Порядок выполнения работы

I. Первый способ измерения

1. Открыть кран и накачать воздух в сосуд так, чтобы разность уровней в коленах манометра достигла $15 \div 20$ см.

2. Закрыть кран и после того, как давление в сосуде установится, произвести отсчет разности уровней высот h_1 уровней жидкости в коленах манометра.

3. Открыть кран, на короткое время соединяя сосуд с атмосферой. Как только уровни в коленах манометра сравняются, кран быстро закрыть.

4. Когда произойдет теплообмен с окружающей средой и давление установится, измерить разность значений и h_2 в коленах манометра.

5. Измерения по пп. 1 повторить **10 раз**, беря разные значения h_1. Результаты измерений значений h_1 и h_2 занести в таблицу.

№ опыта	h_1	h_2	γ	$<\gamma>$

6. Вычислить по формуле (17) значения γ для каждого измерения, найти среднее арифметическое значение $<\gamma>$.

7. Определить абсолютную $\Delta\gamma$ и относительную $\delta\gamma$ ошибку значений γ (см. методическое пособие «Ошибка результатов измерений»).

8. По формуле (10.4) подсчитать значения γ для основных газов, из которых состоит воздух (азот, кислород, аргон, углекислый газ, пары воды).

9. Сравнить $<\gamma>$ со значением *n* для политропного процесса (11).

II. Второй способ измерения.

1. Открыть кран и накачать воздух в сосуд так, чтобы разность уровней h_1 в коленах манометра достигла уровня 21 см. Затем кран закрыть.

2. Дождаться, когда температура в сосуде станет равна комнатной, признаком чего станет прекращение изменения положения уровней жидкости в коленах манометра. При всех опытах стремиться к тому, чтобы соответствующая разность уровней в коленах манометра была бы одинаковой. Если это не выполняется, необходимо немного подкачать воздух или, напротив, слегка его выпустить с тем, чтобы величина h_1 во всех опытах была бы одинаковой.

3. Открыть кран соединения с атмосферой и закрыть его через требуемое время. Рекомендуемые значения *t*: 6 *сек*; 8 *сек*; 10 *сек*. Прошедшее время измеряется секундомером. Занести реальное время *t*, в течение которого был открыт клапан, в таблицу.

№ опыта	h_1	t	$\ln h_2(\mathrm{t})$

4. Дождаться, когда температура в баллоне сравняется с температурой в лаборатории. Занести в таблицу значение $\ln h_2(\mathrm{t})$.

5. По полученным данным построить график зависимости $\ln h_2(\mathrm{t})$ и графически вычислить значение $\ln(h_2(0))$ (см. рис. 5). После чего, полагая в формуле (17) $h_2 = h_2(0)$, найти искомое значение γ.

6. Сравните найденные способами (I) и (II) значения γ. Сделайте вывод.

Контрольные вопросы

1. Физическая модель идеального газа. Уравнение состояния идеального газа.

2. Молярная, удельная и полная теплоемкости.

3. В каких единицах измеряются в системе СИ давление, объем, температура, молярные теплоемкости?

4. Что такое молярные теплоемкости C_p и C_v?

5. Что такое адиабатный процесс?

6. Что такое изотермический процесс?

7. Что такое изобарный процесс?

8. Что такое изохорный процесс?

9. Понятие политропного процесса.

10. Вывод расчетной формулы для определения γ.

11. Изобразите в координатах $p-V$ изохорное охлаждение, изобарное нагревание, изотермическое и адиабатическое расширение, начинающиеся из одного начального состояния.

12. Как найти бесконечно малое изменение внутренней энергии и бесконечно малую работу, совершаемую идеальным газом в некотором термодинамическом процессе?

13. Как связаны молярные теплоемкости C_pи C_vс числом степеней свободы молекулы i? Каково теоретическое значение γ?

14. Что такое уравнение Пуассона?

15. Как изменяется давление некоторого количества воздуха при адиабатном увеличении его объема в два раза?

16. Выведите итоговое выражение для расчета Δh согласно формуле (18).

Задачи, рекомендуемые для подготовки к отчету по работе:

Сборник задач по общему курсу физики. В. С. Волькенштейн, 2003.

№ 5. 187, 5.158, 5.160.

Отчет к лабораторной работе

Определение отношения теплоемкостей воздуха

Цель работы:

____

____

Схема лабораторной установки:

(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы)

Выполнение работы

I. Первый способ измерения

Таблица 1. Результаты измерений

№ опыта	h_1, мм	h_2, мм	γ	$<\gamma>$
1				
2				
3				
4				
5				
6				

7				
8				
9				
10				

Расчетная формула для определения показателя адиабаты:

Формула для расчета среднего арифметического значения показателя адиабаты

Расчеты:

Формула для расчета абсолютной погрешности найденного значения показателя адиабаты:

Формула для расчета относительной погрешности найденного значения показателя адиабаты:

Расчеты абсолютной и относительной погрешностей для найденного значения показателя адиабаты:

Формула расчета значений показателя адиабаты для основных газов, из которых состоит воздух (азот, кислород, аргон, углекислый газ, пары воды).

Расчеты значений показателя адиабаты для основных газов, из которых состоит воздух (азот, кислород, аргон, углекислый газ, пары воды)

II. Второй способ измерения

Таблица 2. Результаты измерений

№ опыта	h_1, мм	*T, c*	$\ln h_2(\mathrm{t})$

График зависимости $\ln h_2(\mathrm{t})$

Полученное по графику значение $\ln(h_2(0))$

Расчетная формула для определения показателя адиабаты

Расчет значения показателя адиабаты воздуха

Вывод:

Контрольные задания для защиты лабораторной работы

Вариант 1

1. Для нагревания некоторого газа массой 2 кг на $\Delta T = 5$ К при постоянном давлении требуется количество теплоты $Q_p = 9{,}1$ кДж, а для нагревания на ту же температуру при постоянном объеме – количество теплоты $Q_V = 6{,}5$ кДж. Определить молярную массу газа.
2. Определите массу воздуха в лаборатории. Давление считать стандартным.

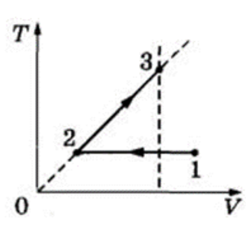
Вариант 2

1. В сосуде объемом 2 л находится азот при давлении p = 0,1 МПа. Какое количество теплоты надо сообщить азоту, чтобы: а) при p=const объем увеличился вдвое; б) при V=const давление увеличилось вдвое?
2. Не используя термометр, определите температуру воздуха в лаборатории. Плотность воздуха считать равной 1,185 кг/м^3, давление стандартным

Вариант 3

1. Для нагревания некоторой массы газа на 50 ^{0}C при p=cpnst необходимо затратить количество теплоты 670 Дж. Если эту массу газа охладить на 100 ^{0}C при V=const, то выделяется теплота 1005 Дж. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?
2. Постройте на плоскости PT: изотермическое расширение – изохорическое нагревание-изобарическое сжатие

Вариант 4



1. Идеальный одноатомный газ в количестве 1 моль сначала изотермически сжали (Т=300 К). Затем газ изобарно нагрели, увеличив его объем в 3 раза (см. рисунок). Какое количество теплоты получил газ на участке 2-3?

2. Постройте на плоскости PT следующие процессы: изотермическое сжатие-изобарическое нагревание-изохорическое охлаждение.

Вариант 5

1. Идеальный одноатомный газ в количестве 0,05 моль подвергся адиабатическому сжатию. При этом его температура повысилась с +23 °С до +63 °С. Какая работа была совершена над газом?

2. Постройте на плоскости PV следующие процессы: адиабатическое расширение –изохорическое охлаждение - изобарическое нагревание

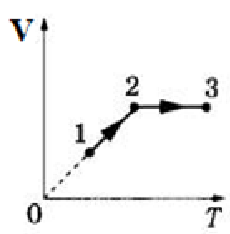
Вариант 6

1. Идеальный многоатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причем наибольшее давление газа в два раза больше наименьшего, а наибольший объем в четыре раза больше наименьшего. Определить КПД цикла.

2. Постройте на плоскости PT следующие процессы: изотермическое сжатие-изобарическое нагревание-изохорическое охлаждение.

Вариант 7

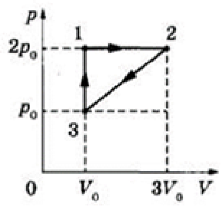
1. Один моль одноатомного идеального газа совершает процесс 1-2-3, график которого показан на рисунке в координатах T-V. Известно, что объем газа в процессе 1-2 увеличивается в 2 раза. Какое количество теплоты было сообщено газу в процессе 1-2-3, если его температура в состоянии 1 равна 300 К, а в состоянии 3 равна 900 К?



2. Постройте на плоскости VT: изобарическое охлаждение – изохорическое нагревание - адиабатическое расширение

Вариант 8

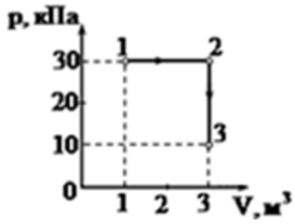
1. Одноатомный идеальный газ совершает циклический процесс, показанный на рисунке. Работа, которую совершают внешние силы при переходе газа из состояния 2 с состояние 3, равна 2,4 кДж. Какое количество теплоты газ отдает за цикл холодильнику? Масса газа постоянна.



2. Постройте на плоскости TV следующие процессы: изотермическое сжатие-изобарическое расширение-изохорическое охлаждение.

Вариант 9

1. На диаграмме представлены изменения давления и объема идеального одноатомного газа. Какое количество теплоты было получено или отдано газом при переходе из состояния 1 в состояние 3?



2. Постройте на плоскости TP: изохорическое нагревание-изотермическое сжатие -изобарическое охлаждение

Вариант 10

1. Двухатомный газ, находящийся при давлении 2 МПа и температуре 27 ^{0}C, сжимается адиабатически, при этом его объем уменьшается в два раза. Найти температуру и давление газа после сжатия.

2. Постройте на плоскости PV следующие процессы: адиабатическое расширение – изотермическое сжатие - изобарическое охлаждение.

Дополнительные задача

1. Определить изменение внутренней энергии 100 г гелия, который изобарно расширяется при сообщении ему количества теплоты 15 кДж.
2. Какое количество теплоты нужно сообщить 5 молям кислорода, находящегося при температуре 10˚С, чтобы в ходе изобарного нагревания его объем увеличился втрое?
3. Воздух находится при начальном давлении 0,4 МПа и имеет начальный объем 200 л. После адиабатного сжатия его объем уменьшился в 4 раза. Найти давление воздуха после сжатия.
4. Идеальный газ расширяется по закону $pV^2 = const$ и его объем увеличивается в три раза. Найти первоначальную температуру газа, если после расширения его температура равна 100 К.
5. Водород массой 7 кг нагрели при постоянном давлении на 200°С. Какова работа расширения газа? Сколько тепла он получит?
6. Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу 73,5 кДж. Температура нагревателя 373 К, холодильник 273 К. Найти КПД цикла, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое холодильнику за один цикл.
7. Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу 2,94 кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты 13,4 кДж. Найти КПД машины.
8. Азот массой 7 г находится под давлением 0,1 МПа и температуре 290 К. Вследствие изобарного нагревания азот занял объем 10 л. Определите: 1) объем газа до расширения; 2) температуру газа после расширения; 3) плотность газа до и после расширения.

Лабораторная работа № 8 (21)

Измерение ёмкости конденсатора

Цель работы: определение емкости конденсатора двумя способами, экспериментальная проверка формул расчета емкости параллельного и последовательного соединения конденсаторов.

Теоретическое введение

1. Любое заряженное тело создает в окружающем пространстве поле, характеризуемое напряженностью и потенциалом (или разностью потенциалов). На проводящем теле электрический заряд располагается в очень тонком слое вдоль поверхности. Поверхность хорошего проводника является эквипотенциальной (потенциал во всех точках одинаков), причем заряд проводника и потенциал его поверхности пропорциональны.

$$Q = C \cdot \varphi \qquad (1)$$

Коэффициент пропорциональности C, зависящий от размеров, формы проводника и диэлектрической проницаемости среды, называется его электрической емкостью. Единицей измерения емкости в СИ является Фарад:

1 Ф = 1 Кл / В

(фарад – емкость такого проводника, который, получив заряд 1 кулон, изменит потенциал на 1 вольт). Фарад – довольно большая единица измерения, поэтому чаще используются меньшие единицы:

1 микрофарад = 1мкФ = 10^{-6} Ф,

1 нанофарад = 1 нФ = 10^{-9} Ф,

1 пикофарад = 1 пФ = 10^{-12} Ф.

2. Емкости уединенных проводников довольно малы:

для получения больших емкостей при достаточно малых габаритах системы используют конденсаторы. Конденсатор – это система двух близко расположенных и изолированных друг от друга проводников (обкладок). Конденсаторы широко применяются в электротехнических и радиоэлектронных схемах. Их применение обусловлено способностью конденсаторов сохранять заряд, а также “избирательно” пропускать переменные токи (лучше пропускать токи большей частоты). Конденсаторы большой емкости обычно изготавливаются на основе ленты двухсторонней металлической фольги, которая сворачивается в трубку. Чем больше площадь пластин, тем больше емкость конденсатора. Для конденсатора формула (1) принимает вид

$$Q = C \cdot U \qquad (2)$$

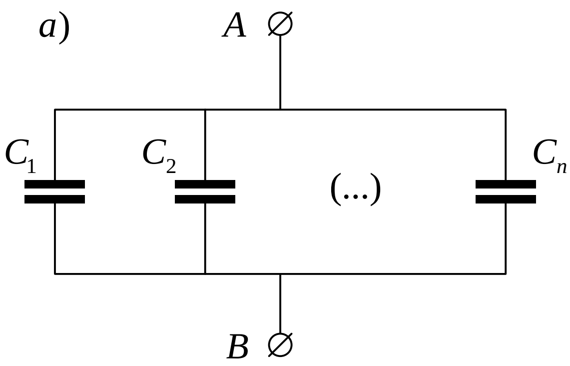
где U – разность потенциалов между его обкладками. Емкость плоского конденсатора определяется формулой

$$C = \frac{\mathcal{E}_0 \mathcal{E}\, S}{d} \qquad (3)$$

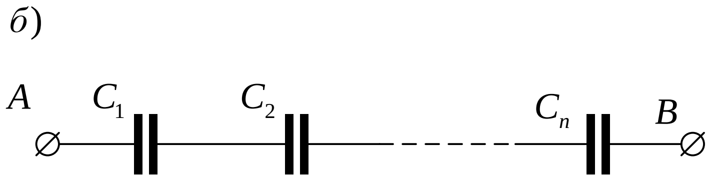
где S – площадь пластин, d – расстояние между ними, $\mathcal{E}$ – диэлектрическая проницаемость вещества, изолирующего пластины, $\mathcal{E}_0$ = 8,85·10^{-12} Ф/м – диэлектрическая постоянная.

3. Для получения необходимой емкости иногда приходится соединять конденсаторы друг с другом. Любое сложное соединение можно разбить на совокупность параллельно или последовательно включенных конденсаторов.

Параллельное соединение конденсаторов показано на схеме “а”



последовательное на схеме “б”:



Получим формулы расчета емкости таких соединений.

Представим себе, что к клеммам А и В подключен источник, создающий разность потенциалов U между ними. Рассмотрим сначала схему “а”. Полный заряд системы Q, очевидно, равен сумме зарядов

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n$$

используя формулу (2), запишем

$$C_{\text{пар}} U = C_1 U + C_2 U + \cdots + C_n U$$

где $C_{\text{пар}}$ – емкость между клеммами А и В. Отсюда

$$C_{\text{пар}} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n \qquad (4)$$

Если все конденсаторы одинаковы, т.е. $C_1 = C_2 = \cdots = C_n$, то

$$C_{\text{пар}} = nC_1$$

Для последовательного соединения (схема “б”) будут складываться разности потенциалов, а именно,

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$$

где U_{i} – разность потенциалов на каждом конденсаторе. Поскольку теперь заряд на каждом конденсаторе одинаков, на основании (2) запишем

$$\frac{Q}{C_{\text{посл}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \cdots + \frac{Q}{C_n}$$

откуда получим формулу последовательного соединения

$$\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n} \qquad (5)$$

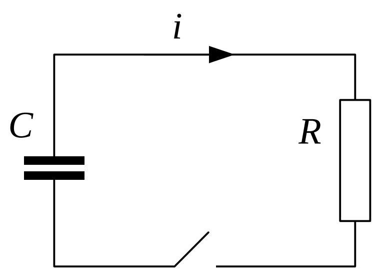
Если все конденсаторы одинаковы, то из (5) следует

$$C_{\text{посл}} = \frac{C_1}{n}$$

Для двух конденсаторов имеем

$$C_{\text{посл}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} \qquad (5а)$$

3. Конденсатор не проводит постоянный электрический ток, так как обкладки изолированы, но проводит переменный, причем тем лучше, чем выше частота последнего. Чтобы понять, как это происходит, рассмотрим процессы зарядки и разрядки конденсатора. Начнем с разрядки. Предположим, что конденсатор C с начальным зарядом Q_0 в момент t = 0 подключен к сопротивлению R.



Запишем закон Ома для замкнутой цепи:

$$U_c + iR = 0$$

где U_c – напряжение на конденсаторе, i– ток в цепи.

Поскольку

$U_с = \frac{Q}{C}$, $\quad i = \frac{dQ}{dt} = Q'(t)$

мы придем к следующему дифференциальному уравнению, описывающему процесс разрядки конденсатора

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

или, поделив на R и обозначив $\tau = R \cdot C$,

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{\tau} = 0$$

Разделяя дифференциалы, запишем

$$-\frac{dQ}{Q} = \frac{dt}{\tau}$$

Интегрируя, найдем зависимость заряда от времени

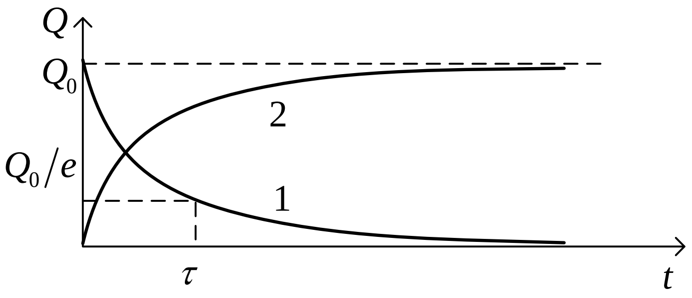
$$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau} \qquad (6)$$

Эта зависимость показана на рисунке (кривая 1).

Аналогично можно показать, что процесс зарядки конденсатора описывается функцией

$$Q(t) = Q_0(1 - e^{-t/\tau})$$

(см. кривую (2))



Величина $\tau = RC$ называется постоянной времени цепочки, она характеризует время разряда конденсатора.

В цепи переменного тока процессы зарядки-разрядки конденсатора идут непрерывно с частотой, равной частоте тока. Поэтому конденсатор, являясь изолятором для постоянного тока, проводит переменный. Сопротивление конденсатора переменному току обратно пропорционально его емкости и частоте

$$R_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} \ , \qquad (7)$$

где ω – циклическая частота, а ν – частота, измеряемая в герцах. Это сопротивление носит реактивный характер, на нем не происходит выделение энергии в форме тепла.

Описание экспериментальной установки и метода измерений

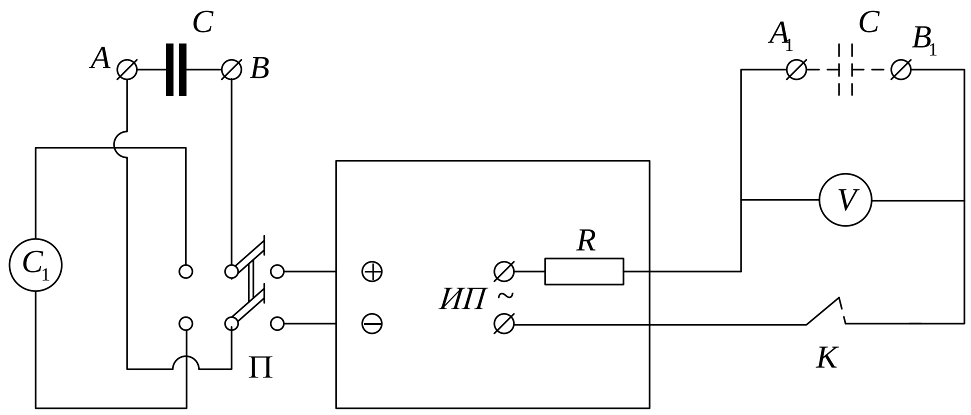


Схема установки

ИП – источник питания; G - гальванометр; V - вольтметр переменного тока; П – переключатель.

Установка состоит из источника питания ИП, гальванометра G, вольтметра переменного напряжения V, переключателя П, клемм и соединительных проводов. Источник питания дает постоянное напряжение, используемое при выполнении первого задания и переменное, используемое для второго задания. Гальванометр G служит для измерения зарядов конденсаторов (используется в 1-ом задании), вольтметр – для измерения переменного напряжения в конденсаторах (используется во 2-м задании). Измерение емкости производится двумя способами.

Первый способ – измерение емкости на постоянном напряжении. К клеммам АВ подключается измеряемый конденсатор. Включается источник питания ИП, переключатель П переводится в правое (по схеме) положение. При этом конденсатор заряжается (для зарядки достаточно нескольких секунд). Затем переключатель П переводится в левое (по схеме) положение, при этом конденсатор разряжается через гальванометр, максимальное отклонение стрелки которого пропорционально заряду на конденсаторе.

$$n = k \cdot Q$$

n – число делений, Q – заряд, k– коэффициент пропорциональности.

Пусть n_0 – показания гальванометра при подключении к клеммам АВ конденсатора известной емкости C_0, n_x, - показания при подключении конденсатора известной емкости C_x. Тогда

$$n_0 = kQ_0 = kC_0U$$
$$n_0 = kQ_x = kC_xU$$

где U – напряжение между клеммами А и В.
Отсюда находим

$$\frac{n_x}{n_0} = \frac{C_x}{C_0} \quad , \quad C_x = C_0\frac{n_x}{n_0} \qquad (8)$$

Второй способ измерение емкости – на переменном напряжении. Измеряемый конденсатор подключается к клеммам A_1B_1. По цепи идет переменный ток, вольтметром измеряется напряжение на конденсаторе. Сопротивление R выбрано достаточно большим ($R \gg \frac{1}{\omega C}$), так что можно считать, что ток, текущий через подключаемые конденсаторы, не зависит от величин их емкостей.

Пусть U – показания вольтметра, i – ток через конденсатор.R_c – емкостное сопротивление конденсатора. По закону Ома

$$U = i \cdot R_c$$

На основании формулы (7)

$$U = \frac{i}{\omega C}$$

Если U_0 - показания вольтметра при подключенном конденсаторе C_0, то

$$U_0 = \frac{i}{\omega C_0} U_x = \frac{ii}{\omega C_x}$$

Откуда

$$\frac{U_0}{U_x} = \frac{C_x}{C_0} C_x = C_0 \frac{U_0}{U_x} \qquad (9)$$

Задание 1

Измерить 1-ым способом емкость конденсатора C_x, емкость параллельного соединения конденсаторов C_0 и C_x, емкость последовательного соединения этих конденсаторов.

1. Подключить конденсатор известной емкости C_0 к клеммам АВ.
2. Включить источник питания ИП.
3. Переключатель 2 поставить в правое (по схеме) положение, при этом происходит зарядка конденсатора.
4. Перевести переключатель 2 в левое (по схеме) положение и отметить максимальное отклонение стрелки гальванометра n_0. Опыт повторить три раза.
5. Отключив источник, заменить конденсатор C_0 на C_x и выполнить затем те же опыты п.3, 4. Измерение повторить три раза. Величины n_0 и n_x занести в таблицу 1.
6. Отключив источник, заменить конденсатор C_x на параллельное соединение C_0 и C_x и вновь выполнить измерение. Занести в таблицу 1 значение n_x (в колонку $C_{пар}$)
7. Выполнить те же измерения для последовательного соединения конденсаторов C_0 и C_x. Значение n_x занести в таблицу 1 (в колонку $C_{посл}$).

Таблица 1

№ опыта	n_0 *(дел.)*	n_x *(дел.)*	C_0 (мкФ)	C_x (мкФ)	$C_{пар.}$		$C_{посл.}$	
					n_x	C_x	n_x	C_x
1.								
2.								
3.								

Емкости C_x, $C_{пар}$, $C_{посл}$, рассчитываются по формуле (8).

Задание 2

Измерить 2-м способом емкость конденсатора C_x, емкость параллельного и последовательного соединения конденсаторов.

1. Подключить к клеммам A_1B_1 конденсатор C_0 и выполнить измерение величины U_0 (напряжение на C_0).
2. Подключить конденсатор C_xвместо C_0 и измерить напряжение U_x (напряжение на конденсаторе C_x).
3. Те же измерения провести для параллельного и последовательного соединения конденсаторов. Каждый опят выполняется один раз, данные заносятся в таблицу 2. Искомые емкости находятся по формуле (9).

Таблица 2

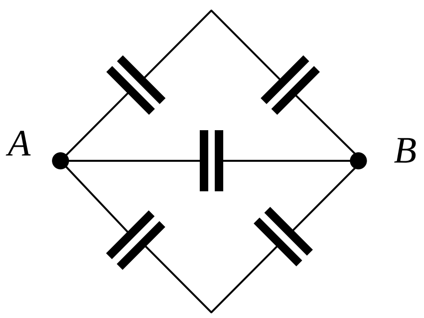
U_0 (В)	U_x (В)	C_0 (мкФ)	C_x (мкФ)	$C_{пар}$		$C_{посл}$	
				U_x	C_x	U_x	C_x

Обработка результатов измерений

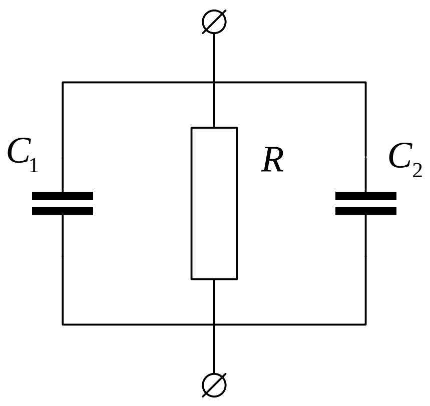
1. Найти среднее значение емкости $\langle C_x \rangle$ по результатам 1-го задания, $\langle C_x \rangle$ сравнить с результатом, полученным во втором задании.
2. Рассчитать емкость параллельного и последовательного соединений (по формулам (4), (5)), взяв в качестве емкости конденсатора значения $\langle C_x \rangle$. Записать полученные результаты и сравнить их с экспериментальными значениями из таблиц 1 и 2.

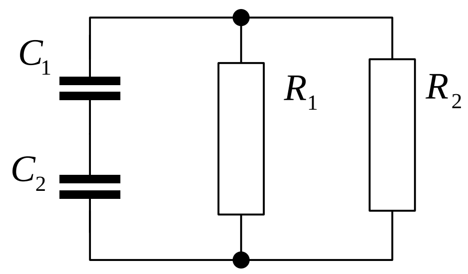
Контрольные вопросы

1. Как изменяется при раздвижении пластин плоского конденсатора его емкость, разность потенциалов на обкладках, энергия. Рассмотреть два случая: а) конденсатор отключен от источника, б) конденсатор подключен к источнику.
2. Конденсатор емкостью 10 мкФ заряжен до разности потенциалов 100 В и подключен к другому конденсатору, емкостью 20 мкФ. Какое напряжение установится на обкладках конденсаторов? Найти энергию системы до и после подключения. Куда “исчезла” часть энергии?
3. Найти емкость между точками AB; AC если емкость каждого конденсатора 1мкФ



4. Найти постоянную времени следующих цепочек:





5. Имеется несколько конденсаторов по 1 мкФ каждый. Нарисовать схемы их соединения для получения следующих емкостей: 3мкФ; 0,5 мкФ; 0,33 мкФ; 1,5 мкФ; 1,33 мкФ.

Литература

1. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики, 1974, т.2, стр. 73-80.
2. Б.М. Яворский и др., Курс общей физики, т.I. – М., «Высшая школа», 1987.
3. 1. Савельев И.В. Курс общей физики, т. I. М.: Наука, 1982. 432 с.
4. 2. Яворский Б.М., Пинский А. А. Основы физики, т. I. М.: Наука, 1974. 496 с.
5. 3. Яворский Б.М., Детлаф А. А. Справочник по физике, М.: Наука, 1964. 847с.
6. 4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 2003. 220 с.

Оглавление

Георгий Анатольевич Маковкин
Оксана Михайловна Бархатова
Наталия Евгениевна Демидова
Александр Артемьевич Краснов
Лев Петрович Коган
Елена Алексеевна Ревунова
Валерия Борисовна Штенберг

МЕХАНИКА

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Учебное пособие

Подписано в печать Формат 60x90 1/8 Бумага газетная. Печать трафаретная.
Уч. изд. л. 12,4. Усл. печ. л. 12,7. Тираж 100 экз. Заказ №

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.
Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Н.Новгород, Ильинская, 65
http://www. nngasu.ru, srec@nngasu.ru