Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

Кафедра физики

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МАЯТНИК

Методические указания к лабораторной работе № 50

для студентов специальностей 270800.62, 271101.65, 280700.62,

221700.62, 20303.65, 140100.62

Нижний Новгород

ННГАСУ

2013

УДК 531. 535

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МАЯТНИК

Методические указания к лабораторной работе № 50,

для студентов специальностей 270800.62, 271101.65, 280700.62, 221700.62, 20303.65, 140100.62

Нижний Новгород, издание ННГАСУ, 2013.

Изложена теория колебаний физического и математического маятников. Описана установка и метод измерения ускорения свободного падения.

Рис.4, формул7, таблиц2, библиография назв.3.

Составили: к.ф.-м.н. Ю.П. Комаров, Н.И. Шматкова, к.ф.-м.н. В.Б. Штенберг

Рецензент: к.ф.-м.н. Л.П. Коган

Редактор: д.ф.-м.н. Н.А. Бархатов

Содержание

Цель работы

Изучение гармонических колебаний на примере малых колебаний математического и физического маятников. Экспериментальное определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.

Теоретическое введение

1. Колебания– процессы, обладающие повторяемостью во времени, т.е. колеблющаяся величина, взятая в любой момент времени, через определенный промежуток времени принимает то же самое значение.
2. Маятник – твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси или неподвижной точки. Принято различать математический и физический маятники.

Математический маятник – идеализированная механическая система, состоящая из материальной точки, подвешенной на невесомой и нерастяжимой нити в поле тяжести Земли. Хорошим приближением к математическому маятнику является любой груз, подвешенный на длинной нити. Размеры груза много меньше длины нити, а его масса много больше массы нити (рис.1).

Физический маятник – твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси, жестко связанной с телом и не проходящей через его центр масс (рис.2).

Рассмотрим движение физического маятника. При отклонении маятника от положения равновесия ОА на некоторый угол **φ** возникает вращательный момент силы тяжести $\boldsymbol{M}_{mg}$, стремящийся вернуть маятник в положение равновесия. При колебаниях маятника около положения равновесия ОА тело совершает поворот относительно горизонтальной оси, не проходящей через центр масс С. Согласно основному закону динамики вращательного движения, при отсутствии трения в системе, запишем

$$I\ddot{\boldsymbol{\varphi}} = \boldsymbol{M}_{mg} \qquad (1)$$

Здесь I– момент инерции маятника относительно оси О,

$\ddot{\boldsymbol{\varphi}}$ – угловое ускорение маятника,

$\boldsymbol{M}_{mg} = [\boldsymbol{d}\ m\boldsymbol{g}]$ – момент силы тяжести, величина которого равна

$\left|\boldsymbol{M}_{mg}\right| = dmg\sin\varphi = |\boldsymbol{F}_1|\,d$,$d$ – модуль радиуса–вектора $\boldsymbol{d}$, проведенного от оси вращенияО до центра масс С маятника (см. рис.2),

$\boldsymbol{F}_1$ – возвращающая сила, $|\boldsymbol{F}_1| = mg\sin\varphi$.

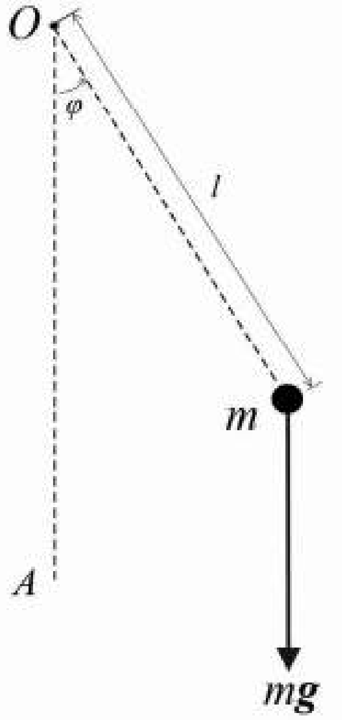

Рис. 1. Математический маятник

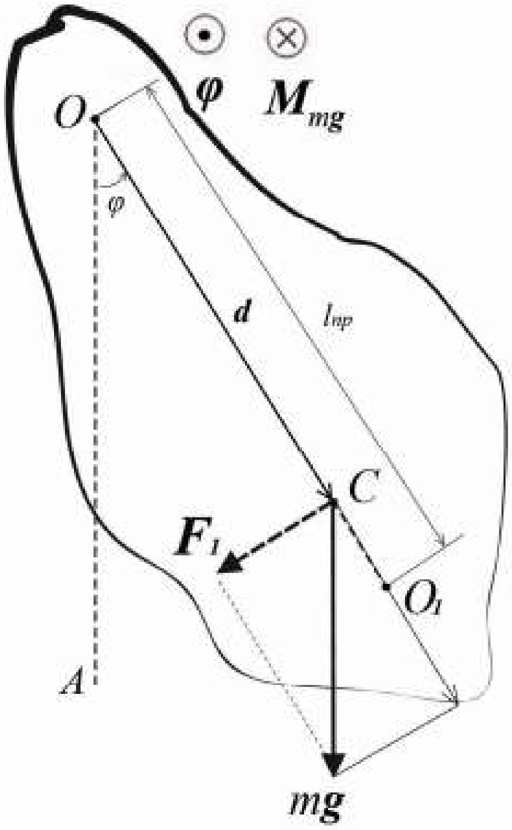

Рис. 2. Физический маятник

Учитывая, что угол отклонения от положения равновесия $\boldsymbol{\varphi}$ и момент силы тяжести $\boldsymbol{M}_{mg}$ имеют противоположные направления (см. рис.2), запишем уравнение (1) в проекции на ось вращения О:

$$I\ddot{\varphi} = -mgd\sin\varphi. \qquad (2)$$

Если угол отклонения от положения равновесия φ мал ($\varphi \leq 15^0$), то $\sin\varphi \approx \varphi$. Тогда возвращающая сила$\boldsymbol{F}_1$и возвращающий момент$\boldsymbol{M}_{mg}$линейно зависятот φ. В этом случае говорят о малых колебаниях системы.

Уравнение движения (2) принимает вид

$$I\ddot{\varphi} = -mgd\varphi, \text{ или}$$

$$\ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = 0, \ (3)$$

где $\omega^2 = \frac{mgd}{I}$.

Общее решение уравнения (3) получило название закона гармонического колебания

$$\varphi(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (4)$$

где t – время , A, ω, φ_0– величины, не зависящие от времени.
Физические системы, поведение которых во времени описывается законом гармонического колебания (4), называются гармоническим осциллятором, а уравнение (3) – уравнением гармонического осциллятора.

3. Характеристики гармонического колебания$\varphi(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$

A – амплитуда гармонического колебания, определяет максимальное значение колеблющейся величины, т.е. $\varphi_{max} = A$,

ω – циклическая частота гармонических колебаний, определяет число колебаний за 2π секунд,

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ – период колебаний, время, за которое совершается одно колебание,

$(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний, определяет значение колеблющейся величины в момент времени t,

φ_0 – начальная фаза, определяет значение колеблющейся величины в момент времени $t = 0$.

Циклическая частота и период колебаний физического маятника, как следует из уравнения (3), соответственно равны

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \qquad (5)$$

4. Для математического маятника расстояние от точки подвеса до центра масс $d = l$ (см. рис.2), а момент инерции $I = ml^2$. Рассматривая математический маятник как частный случай физического маятника, для частоты и периода колебаний математического маятника получаем выражения

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (6)$$

Колебания физического и математического маятников без трения относятся к свободным колебаниям, которые происходят в системе, предоставленной самой себе после того, как она тем или иным способом была выведена из положения равновесия. Частота и период малых свободных колебаний без трения зависят только от параметров самой системы, в отличие от амплитуды колебаний и начальной фазы, которые определяются начальными условиями.

5. Приведённая длина физического маятника. Центр качаний

Период физического маятника определяется формулой (5), которую можно записать в виде

$$T_{\text{ф}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}\ ,\ l_{\text{пр}} = \frac{I}{md}, \qquad (7)$$

где $l_{\text{пр}}$ – приведённая длина физического маятника. По виду формула для периода физического маятника совпадает с формулой для периода математического маятника $T_{\text{м}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Таким образом, приведённая длина физического маятника это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

Можно доказать, что приведенная длина физического маятника больше расстояния от точки подвеса маятника до центра масс, т.е. $l_{\text{пр}} > d$. ТочкуO$_1$(см. рис.2), находящуюся на прямой, которая проходит через точку подвеса O и центр масс маятника, и отстоящую от точки O на расстоянии, равным приведённой длине, называют центром качаний физического маятника.

Центр качаний O$_1$ обладает замечательным свойством: если маятник перевернуть и заставить совершать малые колебания относительно оси O$_1$, то период колебаний не изменится.

Это свойство используется для определения ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника. Экспериментально устанавливают положение двух «сопряжённых» точек (осей O и O$_1$), малые колебания относительно которых совершаются с одинаковым периодом. Определив период колебаний T и приведённую длину l, как расстояние между этими точками, по формуле $T = 2\pi\sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}$ рассчитывают g.

Экспериментальная установка

Общий вид установки приведен на рис. 3. Основание (1) оснащено регулируемыми ножками (2), позволяющими произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка (3), на которой зафиксированы нижний кронштейн (5) с фотоэлектрическим датчиком (6) . На табло фотодатчика (13) высвечивается число колебаний и полное время этих колебаний.

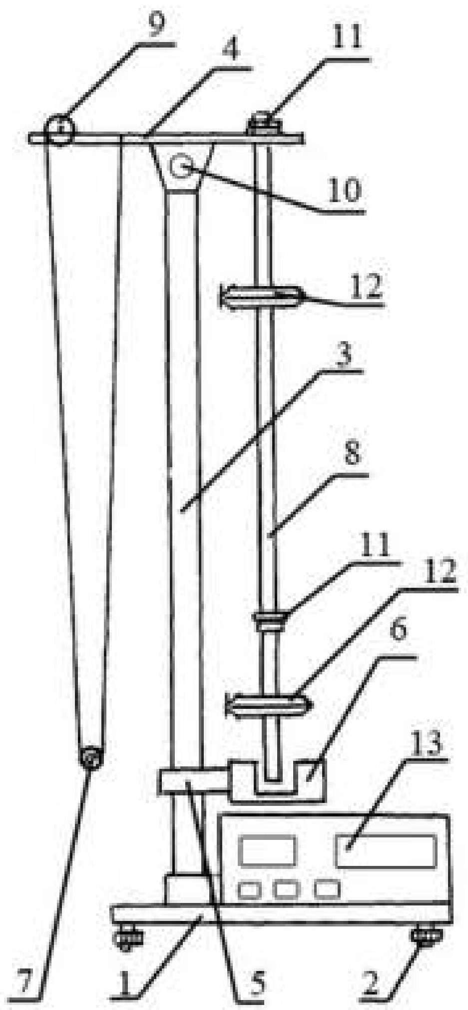

Рис. 3. Универсальный маятник. Общий вид.

После отвинчивания воротка (10) верхний кронштейн можно поворачивать вокруг колонки. Затяжение воротка (10) фиксирует кронштейн в любом произвольно выбранном положении. С одной стороны кронштейна (4) находится математический маятник (7), с другой, на вмонтированных вкладышах – оборотный маятник (8). (В связи с этим вся установка называется «универсальный маятник»). Длину математического маятника можно регулировать при помощи воротка (9), а ее величину можно определить при помощи шкалы на колонке (3).

Физический маятник выполнен в виде стального стержня (8), на котором фиксированы два ножа (11) и два ролика (12).

На стержне через 10 мм выполнены кольцевые нарезки, служащие для точного определения расстояния между ножами. Ножи и ролики можно перемещать вдольстержня и фиксировать их в любом положении. Нижний кронштейн вместе с фотодатчиком также можно перемещать вдоль колонки, и фиксировать в произвольном положении.

На передней панели прибораразположены три кнопки:

СЕТЬ – выключатель сети;
СБРОС – установка нуля измерителя;
СТОП – окончание измерения.

Порядок выполнения работы

Задание 1

Измерение ускорениясвободного падения с помощью оборотного маятника

1. Снять оборотный маятник с кронштейна (4).
2. Зафиксировать ролики на стержне несимметрично, таким образом, чтобы один из них находился вблизи конца стержня, а другой вблизи его середины.Рекомендуемые расстояния: для нижнего ролика ≈ 0.07 м от нижнего конца стержня, для верхнего ролика ≈ 0.2 м от верхнего конца стержня (см. рис. 3).
3. Ножи маятника закрепить по обеим сторонам центра тяжести маятника навстречу друг другу, один из них вблизи нижнего ролика на расстоянии порядка 0.1 м от него, а другой на расстоянии 0.02 м от верхнего конца стержня (см. рис.3).
4. Закрепить маятник на вкладыше верхнего кронштейна на ноже, находящемся вблизи конца стержня. В случае необходимости повернуть верхний кронштейн (4) на 180^0.
5. Нижний кронштейн с фотодатчиком переместить так, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось.
6. Нажать кнопку «СЕТЬ».
7. Отклонить маятник от положения равновесия на $4^0 - 5^0$ и пустить.
8. Нажать кнопку «СБРОС».
9. После подсчета измерителем 10 полных колебаний («периодов») нажать кнопку «СТОП». По формуле $T_1 = \frac{t}{n}$, где t – полное время колебаний, n=10 – число колебаний, вычислить период колебаний T_1 и записать в таблицу 1.
10. Снять маятник и установить его на втором ноже.
11. Нижний кронштейн с фотодатчиком переместить так, чтобы стержень пересекал оптическую ось.
12. Отклонить маятник от положения равновесия на $4^0 - 5^0$ и пустить. Определить период колебаний T_2 (повторить пункты 8 и 9).
13. Вычислить в процентах отличие T_2 от T_1 по формуле

$$\delta = \frac{|T_2 - T_1|}{T_1} \cdot 100\%$$

14. Сравнить T_2 с T_1 . Если$T_2 > T_1$, то второй нож (находящийся между роликами) переместить в направлении ролика, находящегося в конце стержня. Если$T_2 < T_1$ – то в направлении середины стержня.

<u>Размещение роликов и первого ножа не менять!</u>

15. Изменять положение второго ножа до момента получения равенства $T_2 \approx T_1$ с точностью $\delta \leq 0.5\%$. Занести значение δ в таблицу 1.
16. Определить приведенную длину $l_{\text{пр}}$физического маятника, измерив расстояниемежду ножами маятника.
17. С помощью формулы (7) определить ускорение свободного падения $g = 4\pi^2 \frac{l_{\text{пр}}}{{T_1}^2}$
18. Результаты измерений T_2, приведенной длины $l_{\text{пр}}$и вычисленное значение ускорения свободного падения занести в таблицу 1.

<u>Таблица 1</u>

№ опыта	n, число колебаний	t, время колебаний, с	T_1, с	T_2, с	δ, %	$g, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	$l_{\text{пр}}$, м
1				—			
2			—				

Задание 2

Экспериментальная проверка равенства периодов физического маятника и математического маятника с длиной, равной приведенной длине физического маятника

1. Поворачивая верхний кронштейн, поместить над датчиком математический маятник.
2. Вращая вороток на верхнем кронштейне установить длину математического маятника, равную приведенной длине физического маятника (см. табл. 1). Обратить внимание на то, чтобы черта на шарике была продолжением черты на корпусе фотодатчика.
3. Привести математический маятник в движение, отклонив его

на 4^0 – 5^0положения равновесия.

4. Нажать кнопку «СБРОС».
5. После подсчета фотодатчиком времени10 колебаний нажать кнопку «СТОП». Определить период колебаний математического маятника по формуле $T_{\text{эксп.}} = \frac{t}{n}$, где t – полное время 10 колебаний,n=10, число колебаний.
6. Рассчитать период математического маятника по формуле $T_{\text{теор.}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, где $l = l_{\text{пр}}$. Значения $l_{\text{пр}}$ и g взять из таблицы 1.
7. Путём сравнения полученных результатов убедиться, что $T_{\text{эксп.}} \approx T_{\text{теор.}} \approx \mathrm{T}_1$, если длина математического маятника равна приведённой длине физического маятника, т.е. $l = l_{\text{пр}}$.
8. Результаты занести в таблицу 2.

Таблица 2

№ опыта	n, число колебаний	t, c	$\mathrm{T}_{\text{эксп.}}$, c	$\mathrm{T}_{\text{теор.}}$, c	T_1 , c
1					

Контрольные вопросы

1. Какие процессы называются колебаниями?
2. Математический маятник, его уравнение и период колебаний.
3. Физический маятник, его уравнение и период колебаний.
4. Уравнение гармонического осциллятора. Закон гармонического колебания. Характеристики гармонического колебания.
5. Приведенная длина физического маятника. Центр качаний физического маятника.
6. Доказать, что приведенная длина физического маятника всегда больше расстояния между центром масс и точкой подвеса маятника.
7. Экспериментальный метод определения ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.
8. Решить задачи 3.34, 12.7 и 12.22 из сборника задач Волькенштейн В.С. (2003).

Приложение

1. <u>Параметры оборотного маятника, используемого в работе</u>

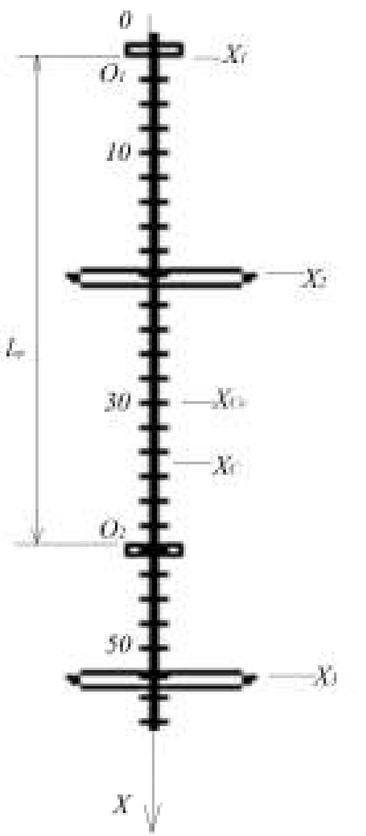

Рис. 4. Параметры оборотного маятника, используемого в работе.

$l = 0.59$м - длина маятника,

$D = 0.115$м - диаметр роликов,

$X_{C_0} = 0.295$м - положение центра масс стержня,

$X_\text{C} = 0.35$м- положение центра масс оборотного маятника,

$X_1 = 0.02$м – координата верхнего ножа маятника,

$X_2 = 0.2$м – координата верхнего ролика,

$X_3 = 0.52$м – координата нижнего ролика,

$I_C = 6.19 \cdot 10^{-2}$кг $\cdot$ м^2 – момент инерции маятника относительно центра массС,

$d_1 = 0.33$м – расстояние между точкой подвеса O_1 и центром масс маятника,

O_2 – центр качаний физического маятника,

$l_\text{пр} = 0.415$ м ≈ 42 см – приведенная длина маятника (расстояние между точками O_1 и O_2),

$\text{T}_1 = 1.29$ с – период колебаний физического маятника относительно точек O_1 , O_2.

2. Расчётные формулы

$X_c = \frac{M_1X_1+M_2X_2+mX_{C_0}}{m+M_1+M_2}$ – положение центра масс оборотного маятника, где M_1, M_2, m- массы роликов и стержня маятника.

$I_C = \frac{ml^2}{12} + m(X_c - X_{C_0})^2 + \frac{M_1R^2}{2} + M_1{l_1}^2 + \frac{M_2R^2}{2} + M_2{l_2}^2$ – момент инерции маятника относительно центра масс X_c ,
где l – длина стержня маятника, R – радиус роликов, $l_1 = X_c - X_2$; $l_2 = X_3 - X_c$.

$l_{\text{пр}} = \frac{I_c}{(m+M_1+M_2)d_1} + d_1$ – приведённая длина маятника,
где $d_1 = X_c - X_1$ – расстояние от точки подвеса O_1 до центра масс маятника.

$T_1=2\pi\sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}$ – период колебаний маятника относительно точки подвеса O_1 и центра качаний O_2.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики, ч. 2, С.-Петербург,М.,-Краснодар: Изд. «Лань», 2007, 496с.

2. Иродов И.Е. Механика. Основные законы, М.: Изд. «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2007, 309с.

3.Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики, СПб.: Изд. «Книжный мир», 2003, 327с.

Юрий Петрович Комаров

Наталия Ивановна Шматкова

Валерия Борисовна Штенберг

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МАЯТНИК Методические указания к лабораторной работе № 50, для студентов специальностей 270800.62, 271101.65, 280700.62, 221700.62, 20303.65, 140100.62

Подписано к печати___ Бумага газетная. Формат 60x90 1/16

Печать офсетная. Уч .изд.л 0,8. Усл. печ.л . Тираж 150 экз.

Заказ № _________

Нижегородский государственный архитектурно-строительный

университет, 603600, Н. Новгород, Ильинская, 65

Полиграфцентр ННГАСУ, 603950, Н. Новгород, Ильинская, 65