Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

Кафедра прикладной математической статистики

Практические занятия по финансовой математике (часть 1)

Методическая разработка

Нижний Новгород − 2010

УДК 516+517
Практические занятия по финансовой математике (часть 1). Методическая разработка. Нижний Новгород, ННГАСУ, 2009.

Разработка составлена для курса практических занятий по дисциплине «**Финансовая математика**», проводимых авторами для студентов экономических специальностей ННГАСУ. Пособие содержит краткую теоретическую справку перед каждым практическим занятием. Разобраны примеры решения наиболее важных задач. Предлагаются задачи для аудиторной и домашней работы, примерные варианты контрольной работы.

Разработка может быть использована для проведения практических занятий и самостоятельной работы студентов, обучающихся по экономическим специальностям.

Составители:

О.В. Любимцев
А.М. Преображенская

Формулы наращения и дисконтирования по схемам простых процентов

Расчет процентных денег I зависит от вида применяемой ставки и условий наращения. Для годовой ставки i простых процентов наращенная сумма S за n лет

$$S = P(1 + ni) \qquad (1)$$

где $1 + n \cdot i$ – **множитель наращения**, а годовая ставка i простых процентов определяется как отношение процентных денег, полученных за год, к первоначальной сумме P, т.е.

$$i = \frac{I}{P} = \frac{S - P}{P} \qquad (2)$$

Из формулы (2) следует, что процентный доход, полученный за год, $I = P \cdot i$, а за n лет он будет в n раз больше, т.е. базой для начисления процентов служит первоначальная величина P. Если срок финансового соглашения n измеряется не в годах, а в днях t, то в (1) в качестве n следует взять $n = \frac{t}{K}$, где K – **временная база**, т.е. число дней в году.

Из возможных вариантов наращения процентов на практике используют три:

а) **точные проценты с точным числом дней ссуды.**

Этот вариант (K = 365(366)) дает самые точные результаты;

б) **обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды.**

Этот метод (K = 360), иногда называемый банковским, распространен в ссудных операциях коммерческих банков. Он дает несколько больший результат, чем предыдущий метод;

в) **обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды.**

Такой метод (K = 360; при подсчете t считают, что в каждом полном месяце содержится по 30 дней) применяется тогда, когда не требуется большой точности, например при промежуточных расчетах.

Во всех трех случаях день получения и день погашения считают за один день.

Разрешая формулу (1) относительно P, получаем современное значение наращенной суммы S:

$$P = S(1 + n \cdot i)^{-1}, \qquad (3)$$

где $(1 + n \cdot i)^{-1}$ – **дисконтный множитель** по ставке простых процентов.

Формулу (1) можно обобщить на случай, когда ставка процентов i меняется кусочно-постоянным образом от одного интервала к другому: на интервале длительностью n_k действует ставка простых процентов i_k, $k = 1,2,...,m$; $n = \sum_{k=1}^{m} n_k$.

В этом случае

$$S = P(1 + \sum_{k=1}^{m} n_k \cdot i_k). \qquad (4)$$

Разрешая формулу (4) относительно P, можно определить современное значение наращенной суммы S по переменной ставке простых процентов.

Начисление процентов на первоначальную величину P не является единственно возможным способом начисления процентов. Если за базу для начисления процентов взять не P , а наращенную сумму S, то приходим к определению **годовой банковской учетной ставки:**

$$d = \frac{I}{S} = \frac{S - P}{S} \qquad (5)$$

где $I = S - P$ – процентные деньги, полученные за год.

Из (5) вытекает, что процентные деньги за год $I = d \cdot S$, а за n лет они будут в n раз больше: $I = S - P = ndS$, т.е. базой для начисления процентов служит наращенная сумма S. Из последней формулы получаем, что современная величина S, определенная в момент времени n, в начальный момент времени составляет значение

$$P = S(1 - n \cdot d), \qquad (6)$$

где $1 - n \cdot d$ – **дисконтный множитель по банковской учетной ставке** d**.**

Формулу (6) иногда называют формулой для определения величины ссуды, выдаваемой с удержанием процентов вперед. Формула (6) используется при учете векселей, причем $n = \frac{t}{K}$, где t – число дней от момента учета до даты погашения векселя, а временная база K , как правило, равна 360 дней. Наращение по банковской учетной ставке d, как следует из (6), вычисляем по формуле

$$S = P(1 - n \cdot d)^{-1}, \qquad (7)$$

где $(1 - n \cdot d)^{-1}$ – **множитель наращения по банковской учетной ставке.**

Формулы (6), (7) имеют смысл для $n < \frac{1}{d}$. Дисконтирование S можно проводить по переменной годовой банковской учетной ставке

$$P = S(1 - \sum_{k=1}^{m} n_k \cdot d_k), \qquad (8)$$

где d_k – банковская учетная ставка, действующая на интервале длительностью n_k, $n=\sum_{k=1}^{m} n_k$. Годовые ставки процентов i и d называют **ставками простых процентов**, поскольку соответствующие процессы наращения и дисконтирования по этим ставкам развиваются линейно.

Пример 1. При ставке 25% годовых 15.01.99 на счет положена сумма 10000 у.е. С 01.03.99 ставка процентов по вкладу 30% годовых. 10.03.99 счет закрыт, к полученной добавлена сумма 5000 у.е. и открыт новый счет в том же банке. С 15.05.99 ставка процентов по вкладу 20% годовых. 25.05.99 счет закрыт. Найти полученную сумму используя точный метод начисления процентов.

Решение: На момент первого закрытия счета 10.03.99, получена сумма:

$$S=10000\cdot\left(1+\frac{45\cdot 0{,}25+9\cdot 0{,}3}{365}\right)=10382{,}19 \quad у.е.$$

После добавления 5000 у.е., проценты в дальнейшем начисляются на сумму 15382,19 у.е. Таким образом, на 25.05.99 имеем:

$$S=15382{,}19\cdot\left(1+\frac{66\cdot 0{,}3+10\cdot 0{,}2}{365}\right)=16300{,}90 \quad у.е.$$

Пример 2. Определить срок платежа по векселю на сумму 1000 у.е., если при его учете по простой учетной ставке 36% годовых получена ссуда 600 у.е. При необходимости выполнить коррекцию дисконта так, чтобы срок был с целым количеством дней (из расчета 365 дней в году).

Решение: Из формулы (6) при $n=\frac{t}{K}$ получим $t=\frac{K}{d}\left(1-\frac{P}{S}\right)$.

Откуда

$$t=\frac{365}{0{,}36}\left(1-\frac{600}{1000}\right)\approx 405{,}56 \text{ (дней)}.$$

Округлив срок до 405 дней, скорректируем величину полученной ссуды:

$$P=1000\left(1-\frac{405}{365}\cdot 0.36\right)=600{,}55 \text{ у.е}$$

Задачи для аудиторной работы

1. При открытии счета при ставке 35% годовых 10.01.99 на счет положена сумма 10000 руб. С 01.03.99 ставка процентов по вкладу 30% годовых. 10.03.99 со счета снята сумма 5000 руб. С 15.05.99 ставка процентов по вкладу 20% годовых, 20.05.99 счет закрыт. Найти полученную сумму используя точный способ начисления процентов.
   Ответ: 5869,89 руб.
2. Какая должна быть ставка простых годовых процентов для того, чтобы сумма долга, взятого 11.04, увеличилась бы на 25% к 17.12, если используются обыкновенные проценты?
   Ответ: $i = 36\%$
3. На сумму в 2255$ в течение 8 месяцев начисляются простые проценты. Базовая ставка 5% годовых повышается каждый месяц, начиная со второго, на 0,5%, временная база К = 360. Чему будет равна наращенная сумма?
   Ответ: $S = 2356{,}475\$$
4. Номинальная стоимость векселя 2 млн. руб. Срок погашения 3 месяца. Банк учел этот вексель по ставке 20% годовых. Сколько получит владелец векселя
   а) в начале срока; б) через два месяца.
   Ответ: а) 1,9млн. руб., б) 1,966667 млн. руб.
5. В контракте предусматривается погашение обязательства в сумме 110 тыс. руб. через 120 дней. Первоначальная сумма долга 90 тыс. руб. Определить доходность ссудной операции для кредитора в виде ставки процента и учетной ставки.
   Ответ: $i = 66{,}6\%$; $d = 54{,}5\%$
6. Счет «СБ-100» в сбербанке обещает 2,9% за 100 дней. Сколько это составит процентов годовых?
   Ответ: 10,58%

Задачи для самостоятельного решения

1. 25 мая открыт счет в сумме 200 тыс. руб. под процентную ставку 20% годовых; 7 июля на счет было внесено 50 тыс. руб.; 10 ноября со счета снята сумма 80 тыс. руб.; а 1 декабря счет был закрыт. Определить сумму,

полученную вкладчиком при закрытии счета, используя схему точных процентов.

Ответ: 193,388 тыс. руб.

2. Коммерческий банк приобрел на 2 млн. государственных облигаций со сроком погашения через 6 месяцев. По истечении срока банк рассчитывает получить по облигациям 2175 тыс. Определить доходность ГКО с помощью простой процентной ставки.

   Ответ: 17,5%

3. Вексель выдан на сумму 1 млн. руб. с уплатой 17.11.2000. Владелец векселя учел его в банке 23.09.2000 по ставке 20%. Определить сумму, полученную владельцем векселя и дисконт банка.

   Ответ: 969444,4 руб.; D = 30555,6 руб.

4. Определить срок платежа по векселю на сумму 1000 у.е., если при его учете по ставке 48% годовых получена ссуда 600 у.е. При необходимости выполнить коррекцию дисконта так, чтобы срок был с целым количеством дней (из расчета 360 дней в году).

   Ответ: 300 дней

5. Вексель был куплен за 850 $. Через 3 месяца он был продан за 920 $. Какова доходность этой операции купли-продажи, измеренная в виде годовой ставки простых процентов, К = 360?

   Ответ: 32,94%

Формулы наращения и дисконтирования по схемам сложных процентов

В долгосрочных финансово-кредитных операциях ($n > 1$), если проценты не выплачиваются сразу же после их начисления, а присоединяются к сумме долга (капитализируются), как правило, применяют сложные проценты. База для начисления сложных годовых процентов увеличивается в конце каждого года, и процесс увеличения суммы долга обычно происходит ускоренно.

Наращенная сумма долга по годовой ставке сложных процентов за n лет определяется формулой

$$S = P(1+i)^n, \qquad (1)$$

где $(1+i)^n$ – **множитель наращения по годовой ставке сложных процентов.**

Из (1) вытекает, что современная величина

$$P = S(1+i)^{-n}, \qquad (2)$$

где $(1+i)^{-n}$ – **дисконтный множитель по годовой ставке сложных процентов.**

Если ставка сложных процентов меняется от периода к периоду (на периоде длительностью n_k действует ставка сложных процентов i_k), наращенная сумма

$$S = P\prod_{k=1}^{m}(1+i_k)^{n_k}. \qquad (3)$$

Разрешая формулу (3) относительно P, можно найти современную величину S по **плавающей ставке** сложных процентов.

Если срок для начисления сложных процентов не является целым числом, т.е. $n = a + b$, где a - целое число лет, а b – дробная часть года, $0 < b < 1$, то для вычисления наращенной суммы можно использовать два метода. Согласно **общему методу** расчет ведется непосредственно по формуле (1). По **смешанному методу** за целое число лет начисляют сложные проценты, а за дробную часть года – простые, т.е.

$$S_1 = P(1+i)^a(1+b\cdot i). \qquad (4)$$

Смешанный метод дает большее значение наращенной суммы, чем общий метод, $S_1 > S$.

В современных условиях проценты могут капитализироваться по сложной годовой ставке j не один, а m раз в году, через равные промежутки времени $1/m$. В таком случае для вычисления наращенной суммы можно использовать формулу (1), в которой под ставкой i следует понимать ставку процентов за период j/m, а n будет обозначать число $n{\cdot}m$ таких периодов, т.е.

$$S = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\cdot n}, \qquad (5)$$

где $\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\cdot n}$ – **множитель наращения по номинальной ставке** j **с m-разовым начислением процентов в году.**

Из (5) получаем, что современная величина S равна

$$P = S\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-m\cdot n}, \qquad (6)$$

где $\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-m\cdot n}$ – **дисконтный множитель по номинальной ставке** j.

На практике приходится часто вычислять **эффективную ставку процентов (действительную)**, измеряющей реальный относительный доход, получаемый за год:

$$i_{эф} = \left(1+\frac{j}{m}\right)^{m} - 1.$$

По аналогии с номинальной ставкой сложных процентов вводится **номинальная учетная ставка** f с m-разовым дисконтированием в году, т.е. каждый раз по ставке f/m. В таком случае

$$P = S\left(1-\frac{f}{m}\right)^{m\cdot n}, \quad S = P\left(1-\frac{f}{m}\right)^{-m\cdot n}, \qquad (7)$$

где $\left(1-\frac{f}{m}\right)^{m\cdot n}$, $\left(1-\frac{f}{m}\right)^{-m\cdot n}$ – соответственно, **дисконтный множитель и множитель наращения.**

Эффективная учетная ставка, измеряющая реальный относительный доход за год вычисляется по формуле

$$d_{эф} = 1 - \left(1-\frac{f}{m}\right)^{m}.$$

Пример 1. Определить время увеличения первоначального капитала в два раза, если начисление процентов при номинальной ставке процентов 12% годовых будет выполняться по полугодиям. При необходимости выполнить коррекцию наращенного капитала так, чтобы срок операции был реальным, например, с ближайшим целым количеством: а) полугодий, б) дней (из расчета 360 дней в году).

Решение:

$$n = \frac{\ln(S/P)}{m\cdot\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)} = \frac{\ln(2/1)}{2\cdot\ln\left(1+\frac{0{,}12}{2}\right)} \approx 5{,}9478\ \textit{лет} = 11{,}8956\ \ \textit{полугодий} = 2141{,}208\ \ \textit{дней}$$

Выполним коррекцию наращенного капитала с учетом срока накопления:

а) с целым количеством полугодий:

$$S = P\left(1+\frac{0{,}12}{2}\right)^{12} \approx P\cdot 2{,}012;$$

б) с целым количеством дней (смешанный способ):

$$S = P \cdot \left(1 + \frac{0,12}{2}\right)^{2 \cdot 5,5} \cdot \left(1 + \frac{161}{360} \cdot 0,12\right) = P \cdot 2,20002..$$

Задачи для аудиторной работы

1. Проверьте следующую информацию инвестиционной компании: она утверждает что, капитал компании удваивается за 7,5 лет при 9,25 % /номинальных / и полугодовой выплате процентов.
Ответ: увеличивается в 1,97 раза

2. Первоначальная сумма капитала на 01.01.98 составляет 1000 д.е. Каков будет капитал на 01.01.2001, если начисление процентов будет выполняться поквартально при номинальной ставке 24% годовых? Определить эффективную ставку процентов.
Ответ: 2012,196 д.е.; 26,25%

3. Остров Манхэттен был «куплен»в 1624 г. у индейского вождя за 24$. Стоимость земли этого острова 350 лет спустя оценивалась в 40 млрд. $. При какой ставке годовых процентов возможен такой рост? Какая будет при этом простая ставка процентов?
Ответ: 6,25%; 476190,47%

4. На первоначальную сумму в 580$ в течение 2,5 лет начисляются проценты по годовой ставке 8,75%. Насколько больше будет наращенная сумма, вычисленная по смешанному методу, чем по общему методу, если K = 360 дней?
Ответ: 0,63$

5. Определить сумму платежа по векселю в момент его погашения через 9 месяцев, если при его учете по номинальной учетной ставке 30% годовых с ежеквартальным дисконтированием владелец получил ссуду 800 д.е.
Ответ: 1061,61 д.е.

6. Некто имеет 900 $. Что для него выгоднее, положить эту сумму в банк на год под 8 % годовых или купить за 900 $ вексель с номиналом 950 $ и погашением через год? Чему равна доходность покупки векселя, измеренная в виде годовой ставки процентов?
Ответ: Выгоднее депозит; 5,56%

Задачи для самостоятельного решения

1. На сколько бы возросла стоимость одного пфенинга, заложенного в конце 30-летней войны/1648/ к концу 1992 года (процентная ставка 5%). Просчитайте конечную стоимость также и при простом начислении процентов.

   Ответ: 194589,2661 DM; 1,72 DM

2. Определить время увеличения первоначального капитала в четыре раза, если начисление процентов будет выполняться ежемесячно при номинальной ставке 36% годовых. При необходимости выполнить коррекцию наращенного капитала так, чтобы время было с целым количеством месяцев.

   Ответ: 3,908 года; $S = P \cdot 4{,}13252$

3. На первоначальную сумму в течение 5 лет начисляются сложные годовые проценты по ставке 12 % раз в конце года. Во сколько раз вырастет наращенная сумма, если проценты будут начисляться ежемесячно? *Ответ: в 1,03 раза*

4. Определить срок платежа по векселю на сумму 1000 д.е., если при его учете по номинальной учетной ставке 48% годовых с ежемесячным дисконтированием владелец получил ссуду 900 д.е. При необходимости выполнить коррекцию так, чтобы срок был с целым количеством дней (из расчета 360 дней в году).

   Ответ: 0,214 года; округлив до 77 дней, $P = 900{,}71$ *д.е.*

5. Срок до погашения векселя равен двум годам. Дисконт при его учете составил 30%. Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?

   Ответ: 16,334%

Непрерывное наращение и дисконтирование. Эквивалентность процентных ставок. Наращение и конверсия валюты.

Если в формуле (5) предыдущего занятия устремить m к бесконечности, то промежуток $\frac{1}{m}$ между начислениями процентов будет стягиваться к нулю, и проценты будут начисляться непрерывно. Для того чтобы отличить непрерывную ставку от дискретной, номинальную ставку j обозначим через δ. Ставку δ называют **непрерывной ставкой процентов** или **силой роста**. В результате предельного перехода в (5) получаем

$$S = P \cdot e^{\delta \cdot n}, \qquad P = S \cdot e^{-\delta \cdot n},$$

где $e^{\delta \cdot n}$, $e^{-\delta \cdot n}$ соответственно **множители наращения и дисконтирования по годовой постоянной ставке непрерывных процентов** δ.

Если сила роста изменяется во времени, т.е. $\delta = \delta(t)$, то наращенная сумма и современная стоимость определяются как

$$S = P \cdot e^{\int_0^n \delta(t)dt}, \qquad P = S \cdot e^{-\int_0^n \delta(t)dt}.$$

В финансовых операциях могут участвовать различные виды процентных ставок. Одну процентную ставку можно эквивалентным образом выразить через другую ставку процентов. Такое эквивалентное преобразование производится на основе равенства соответствующих множителей наращения. Так номинальной ставке j с m-разовым начислением процентов в году соответствует эквивалентная годовая ставка простых процентов $i = \frac{1}{n}\left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m \cdot n} - 1\right]$.

Если за периоды $n_1, n_2, \ldots, n_k$ начисляются простые проценты по ставкам $i_1, i_2, \ldots i_k$, тогда за весь срок наращения $n = \sum_{s=1}^{k} n_s$ эквивалентная **средняя ставка** i_0 **простых процентов** равна $i_0 = \frac{\sum_{s=1}^{k} n_s \cdot i_s}{n}$.

Аналогичным образом получим **среднюю учетную ставку** $d_0 = \frac{\sum_{s=1}^{k} n_s \cdot d_s}{n}$

и **среднюю ставку сложных процентов** $i_0 = \left(\prod_{s=1}^{k} (1 + i_s)^{n_s}\right)^{1/n} - 1$.

Если имеются свободные денежные средства в рублях или СКВ, то можно нарастить их, положив на депозит. При возможности свободного обмена рублевых средств на СКВ и наоборот это можно сделать двояким образом: непосредственно положить денежные средства или положить их на депозит, обменяв на другую валюту. Возникает вопрос, какой из этих двух возможных способов обеспечит больший прирост денежной массы.

Рассмотрим эту задачу без учета инфляции для варианта СКВ → Руб. → Руб. → СКВ, в случае, когда наращение идет по ставке простых процентов. Вариант Руб. → СКВ → СКВ → Руб. и наращение по сложным процентам можно рассмотреть аналогично.

Ведем обозначения : n − срок депозита; K_0 − курс обмена в начале операции (курс СКВ в рублях); K_1 − курс обмена в конце операции; i − ставка простых процентов для рублевой массы; j − ставка простых процентов для конкретного вида СКВ.

При двойном конвертировании (обмен валюты на рубли, наращение процентов на эту сумму и конвертирование в исходную валюту) наращенная сумма в валюте будет равна

$$S = PK_0(1 + n \cdot i)\frac{1}{K_1}$$

При прямом помещении на депозит получаем $S_1 = P(1 + n \cdot j)$. Найдем «барьерное» значение $\overline{K}_1$ обменного курса K_1, при котором $S = S_1$, т.е. для обменного курса $\overline{K}_1$ оба способа наращения эквивалентны:

$$\overline{K}_1 = \frac{K_0(1 + n \cdot i)}{1 + n \cdot j}$$

Если ожидаемый курс обмена $K_1 < \overline{K}_1$, то двойное конвертирование валюты выгоднее, чем прямое помещение валюты на депозит. Для $K_1 > \overline{K}_1$ ситуация будет прямо противоположной. Курс обмена заранее неизвестен, однако его можно спрогнозировать, опираясь на динамику обменного курса в предыдущие периоды.

Пример 1. Начальное значение силы роста равно 8%. Ежегодный абсолютный прирост составлял 2% в течение 5 лет, затем в течение последующих 5 лет происходило линейное падение силы роста на 1% в год. Чему будет равен множитель наращения за 10 лет?

Решение: Вычислим множители наращения за соответствующие периоды:

множитель наращения за первые 5 лет равен: $e^{0,08 \cdot 5 + (0,02 \cdot 25)/2} = e^{0,65}$;

начальная сила роста для второго периода равна: $0,08 + 0,02 \cdot 5 = 0,18$;

множитель наращения за вторые 5 лет равен: $e^{0,18 \cdot 5 - (0,01 \cdot 25)/2} = e^{0,775}$;

тогда множитель наращения за 10 лет равен:

$$e^{0,65} \cdot e^{0,775} = 1,915540829 \cdot 2,170592127 = 4,157857843.$$

Пример 2. Вексель учтен в банке по годовой учетной ставке 20% за 187 дней до его погашения. Оценить в виде годовой ставки простых процентов ($K = 365$) доходность этой финансовой операции для банка.

Решение: Приравняем соответствующие множители наращения:

$$\left(1-\frac{187}{360}\cdot 0{,}2\right)^{-1} = 1+\frac{187}{365}\cdot i\,.$$

Откуда $i = 0{,}22629 = 22{,}629\%$.

Задачи аудиторной работы

1. Запас древесины лесного массива в данный момент, оценивается в 1 млн. $м^3$. Каков будет запас древесины через 50 лет при годовой силе роста 10%?
   Ответ: 148, 41 млн. $м^3$
2. Определить время увеличения первоначального капитала в два раза, если начисление процентов будет выполняться по непрерывной ставке 12% годовых. При необходимости выполнить коррекцию наращенного капитала так, чтобы срок операции был реальным, например, с ближайшим целым количеством: а) полугодий, б) дней (из расчета 360 дней в году)
   Ответ: 5,7762 лет; а) если n = 6, то $S = P\cdot 2{,}0544$ *;*
   б) если t = 2079 дней, то $S = P\cdot 1{,}9997$
3. Кредит выдан под 12,5 сложных годовых процентов. Каков должен быть уровень эквивалентной ставки простых процентов (К = 360) при сроке кредита: а) 8 лет, б) 7 месяцев?
   Ответ: 19,5723%; 12,1924%
4. На сумму в 2255$ в течение 8 месяцев начисляются простые проценты. Базовая ставка 5% годовых повышается каждый месяц, начиная со второго, на 0,5%, временная база К = 360. Чему будет равна средняя процентная ставка?
   Ответ: 6,75%
5. Кредит выдан на 5 лет под 8% годовых, начисление процентов в конце года. Какую номинальную годовую ставку процентов необходимо назначить, чтобы получить к концу пятого года ту же наращенную сумму при поквартальном начислении процентов? Будет ли зависеть эта номинальная ставка от срока ссуды?
   Ответ: 7,77%; нет
6. Планируется поместить на 3 месячный депозит 2000$ на рублевый либо валютный вклад. В начале депозитной операции обменный пункт продавал

1$ за 1600 руб., а скупал по 1500 руб. Годовые процентные ставки по 3-х месячным депозитам составляли 220% по рублевым вкладам и 15% по валютным (российские данные середины 1994 г.). Какая форма помещения денежных средств предпочтительнее, если ожидается, что за 3 месяца курс покупки 1$ в обменном пункте возрастет на: а) 13,8%, б) 41,88%?
Ответ: а) Выгоднее двойная конверсия; б) выгоднее валютный депозит

Задачи для самостоятельного решения

1. Чему будет равна годовая ставка сложных процентов, эквивалентная ставке непрерывных процентов из задачи 1?
Ответ: 10,5171%
2. Сумма, на которую начисляются непрерывные проценты, равна 2 млн. руб., сила роста 10%, срок 5 лет. Найти наращенную сумму, соответствующую ставку сложных процентов.
Ответ: 3297744 руб.; 10,517%
3. Кредит в сумме 2500$ выдан на 8 лет. Сложная ставка годовых процентов менялась от периода к периоду: на протяжении первых 3-х лет действовала ставка 7,5%, в следующие 3 года – 8%, в последнем периоде − 8,2%. Какую сумму нужно вернуть в конце восьмого года? Чему равна средняя ставка сложных процентов?
Ответ: 4580,27$; 7,86%
4. Определить множитель наращения при непрерывном начислении процентов в течение пяти лет, если начальная сила роста равнялась 10%, а ежегодный прирост составлял 3%.
Ответ: 2,39888
5. Банк применял в операциях по выдаче ссуд номинальную ставку наращения 24% годовых с ежемесячным начислением процентов. Было принято решение перейти к использованию в этих операциях учетной ставки процентов с ежеквартальным дисконтированием. Определить эквивалентную номинальную учетную ставку процентов.
Ответ: 23,07%
6. Свободные денежные средства в сумме 300 тыс. руб. планируется поместить на трехмесячный депозит. В данный момент обменный пункт покупает доллары по 1250 руб., а продает по 2165 руб. Ставка процентов

по трехмесячным депозитам составляет: 14% годовых по рублевым вкладам и 3% годовых по долларовым. Что выгоднее, использовать рублевый депозит или долларовый с двойной конверсией валюты, если предполагается, что курс покупки долларов за 3 месяца вырастает на 4%? Чему будет равна потеря при неправильной тактике вложения денежных средств?

Ответ: выгоднее двойная конверсия; потеря составит 1667,96 руб.

Финансовая эквивалентность обязательств: консолидация платежей; общая постановка задачи изменения условий контракта.

В финансовой практике часто возникают случаи, когда одно финансовое обязательство следует заменить другим. Такая замена осуществляется на основе принципа **финансовой эквивалентности обязательств.** Эквивалентными считаются такие платежи, которые будучи «приведенными» к некоторой **базисной дате** по ставке процентов, удовлетворяющей обе стороны, оказываются равными. Исходя из этого принципа, получают **уравнение эквивалентности,** в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к базисной дате, равна сумме платежей по новому обязательству, приведенных к той же дате.

Наиболее простой вид принимает уравнение эквивалентности при **консолидации** платежей, когда платежи $S_1, S_2, \ldots, S_m$ со сроками оплаты соответственно $n_1, n_2, \ldots, n_m$ заменяются одним в сумме S_0 и сроком оплаты n_0. Здесь возможны две постановки задачи: если задается срок n_0, то находится сумма S_0 и наоборот. При заданном n_0, если консолидация производится по ставке простых процентов i, размер консолидированного платежа

$$S_0 = \sum_j S_j (1 + t_j i) + \sum_k S_k (1 + t_k i)^{-1}, \qquad (1)$$

где S_j – платежи со сроками оплаты $n_j < n_0$, $t_j = n_0 - n_j$; S_k – платежи со сроками оплаты $n_k > n_0$, $t_k = n_k - n_0$. Формула (1) получена из уравнения эквивалентности, в котором в качестве базисной даты выбрано n_0.

Формулы, аналогичные формуле (1), можно записать и для случаев, когда консолидация платежей производится на основе банковской учетной ставки и ставки сложных процентов (надо учесть, что в этих случаях в формуле (1) изменятся множители наращения и дисконтные множители).

Если требуется определить время n_0 оплаты консолидированного платежа S_0, составляем уравнение эквивалентности, выбрав в качестве базисной даты начало отсчета. Разрешив уравнение эквивалентности относительно n_0, для ставки простых процентов (ставки «приведения») получаем

$$n_0 = \frac{1}{i}\left(\frac{S_0}{Q} - 1\right), \qquad Q = \sum_j S_j (1 + n_j i)^{-1}. \qquad (2)$$

Очевидно, что формула (2) имеет смысл только для $S_0 \geq Q$, т.е. если размер консолидированного платежа не будет меньше «барьерного» значения Q. Таким же образом определяют время оплаты, если консолидация платежей производится на основе банковской учетной ставки и ставки сложных процентов.

В общем случае изменения условий выплат, предусматриваемых в контрактах, решение нельзя получить простым суммированием приведенных на некоторую дату платежей. Однако и в таких случаях решение основывается на принципе эквивалентности платежей до и после изменения условий. Метод решения заключается в разработке соответствующего уравнения эквивалентности. Конкретный вид равенства определяется содержанием контрактов, поэтому методику разработки уравнений эквивалентности удобнее демонстрировать на примерах.

Пример 1. Платежи в сумме 8,25 тыс., 10,05 тыс. и 25,45 тыс. $ со сроками оплаты соответственно через 2; 3,5 и 4 года должны быть заменены одним платежом, содержащим целое число тысяч долларов. Замена производится на основе сложной ставки 8,75% годовых. Чему равна минимальная допустимая сумма платежа и через какой срок он должен быть оплачен?

Решение: Обозначим через S сумму заменяемого платежа, через n − срок оплаты этой суммы. Запишем уравнение эквивалентности, выводя все платежи на начало отсчета:

$$8{,}25 \cdot 1{,}0875^{-2} + 10{,}05 \cdot 1{,}0875^{-3{,}5} + 25{,}45 \cdot 1{,}0875^{-4} = S \cdot 1{,}0875^{-n}.$$

Логарифмируя обе части этого уравнения, получаем

$$n = \frac{\ln S - \ln 32{,}66474069}{\ln 1{,}0875}.$$

Последняя формула имеет смысл только тогда, когда $S \geq 32{,}66474$ тысяч. Следовательно, требуемая сумма $S = 33$ тысячи. Подставляя это значение в формулу, имеем $n = 0{,}122$ года.

Пример 2. За полученные 01.02 в кредит товары фирма должна заплатить через 120 дней 1,5 млн. руб. и через 240 дней еще 1,2 млн. руб. Достигнуто соглашение с кредитором об изменении условий контракта. Платежи производятся равными суммами: первый платеж через 90 дней, второй − через 180 дней. При расчете применяются простые проценты − 10%. Определить величину каждого платежа, взяв в качестве базовой даты 90 дней ($K = 360$).

Решение: Составим уравнение эквивалентности, в левой части которого находится сумма долга фирмы по старому контракту, «приведенная» к базовой дате; в правой части − сумма долга по новому контракту, приведенная к той же дате:

$$1{,}5 \cdot \left(1 + \frac{0{,}1 \cdot 30}{360}\right)^{-1} + 1{,}2 \cdot \left(1 + \frac{0.1 \cdot 50}{360}\right)^{-1} = S + S\left(1 + \frac{0{,}1 \cdot 90}{360}\right)^{-1}.$$

Решая полученное уравнение, находим $S = 1{,}352$ млн. руб.

Задачи аудиторной работы

1. Фирма собирается купить здание. Существует два вида оплаты: а) 1000 д.е. наличными сразу; б) 500 д.е. наличными сразу и 800 д.е. с платежом через 5 лет. Какой из вариантов вы предпочли бы для фирмы-покупателя, беря при расчетах за основу среднюю банковскую ставку процентов 10% годовых?
   Ответ: предпочтительнее вариант б)
2. Ссуда в размере 100 тыс. $ выдана на 90 дней под 8,5% точных, простых годовых процентов, $K = 366$ дней. Однако она не была возвращена в намеченный срок, а была погашена спустя 13 дней, не считая даты погашения. Какую сумму следует вернуть, если за просроченное время на сумму возврата долга начислялись точные, простые проценты по ставке 10% годовых?
   Ответ: 102, 45278 тыс. $
3. Четыре платежа: 10,5 тыс., 12 тыс., 8,4 тыс. и 7,25 тыс. $ со сроками оплаты соответственно 3.03; 8.04; 17.06; 13.09 (год не високосный) решено заменить одним платежом, выплачиваемым 15.08. При такой

замене стороны согласились использовать годовую ставку простых процентов − 6,5%. В качестве базовой даты можно выбрать любую из дат оплаты платежей. Какую базовую дату следует выбрать, чтобы консолидированный платеж: а) был минимальным; б) был максимальным? Определите величину консолидированного платежа для каждого из вариантов.

Ответ: а) 13.09; 38,78175 тыс. $; б) 17.06; 38,78925 тыс. $

4. Четыре платежа из условий предыдущей задачи решено консолидировать в один платеж S, выплачиваемый 1.03. При консолидации используется ставка 9,25 простых годовых процентов. Базовая дата − 1.03; временная база $K = 365$дней. Найти величину S.

Ответ: 37,35 тыс. $

5. По условиям предыдущей задачи консолидация платежей производится на основе банковской учетной ставки 9,25% годовых, $K = 365$ дней. Какова величина S?

Ответ: 37,43909 тыс. $

6. При сохранении условий третьей задачи четыре платежа погасить одним платежом в сумме 38 тыс. $. Консолидация производится на основе годовой ставки в 6,5 простых процентов. Определите дату уплаты консолидированного платежа.

Ответ: 4.07

7. Имеются два кредитных обязательства − 500 тыс. руб. и 600 тыс. руб со сроками уплаты 01.10 и 01.01 (нового года). По согласованию сторон обязательства были пересмотрены на новые условия: первый платеж размере 700 тыс. руб. должник вносит 01.02, остальной долг он выплачивает 01.04. При расчетах используется простая процентная ставка − 10% годовых. Необходимо определить величину второго платежа для случая, когда: а) в качестве базисной даты берется 01.01; б) базовая дата − 01.04. Почему имеется различие результатов?

Ответ: а) 429 тыс. руб.; б) 428,54 тыс. руб.; различие результатов имеется поскольку $(1 + n\cdot i) \neq (1 + n_1\cdot i)\cdot(1 + n_2\cdot i)$

Задачи для самостоятельного решения

1. Четыре векселя номиналами 2 млн., 6 млн., 8 млн., 10 млн. руб. со сроками погашения 120, 80, 90 и 130 дней нужно объединить в один со сроком погашения 100 дней. Консолидация происходит по простой процентной ставке 12% и банковской методике. Определить стоимость объединенного векселя.

Ответ: 26, 447 млн. руб.

2. Два платежа 1,4 млн. руб. и 1,9 млн. руб. со сроками погашения 2 года и 3 года объединить в один стоимостью 4 млн. руб. с использованием сложной процентной ставки 6% годовых.

Ответ: 5,87 года

3. Имеются три векселя с датами погашения, указанными в скобках, на сумму 12,5 тыс. (8.04); 7,25 тыс. (15.07) и 10,3 тыс. $ (23.11). Решено учесть их в банке 3.03. Банк учитывает векселя по ставке 8,2% годовых со сроками до погашения от 250 до 360 дней, по ставке 7,8% со сроками до погашения от 130 до 249 дней и по ставке 6% годовых для векселей со сроками погашения от 30 до 129 дней. Какую сумму получит владелец векселей, если учтет их одновременно в банке, $K = 360$?

Ответ: 29,14514 тыс. $

4. Три векселя (условия их погашения приведены в предыдущей задаче) решено заменить одним векселем в сумме 31 тыс. $ на основе банковской учетной ставки 8,2% годовых, $K = 360$. Укажите дату погашения этого векселя.

Ответ: 24.11

5. По финансовому обязательству необходимо оплатить 120 тыс. $ через 4,5 года. На основе сложной ставки процентов 9,5% годовых решено изменить порядок оплат: задолженность погашается тремя равными частями S_0 через год, два и три года. Чему равно S_0?

Ответ: 31,79312 тыс. $

6. Имеется обязательство оплатить 16.03 $S_1 = 8{,}4$ тыс. $, 5.06 $S_2 = 16{,}3$ тыс. $ и 20.11 $S_3 = 7{,}2$ тыс. $. Решено на основе простой ставки процентов 6,5% годовых ($K = 365$) изменить порядок оплаты: 30% от $S_1 + S_2 + S_3$ выплачивается 15.07, а остальная задолженность R гасится 30.11. Определить величину R для случая, когда в качестве базовой даты берется 15.07; 30.11.

Ответ: 23,01878 тыс. $; 23,01176 тыс. $

7. Для погашения долга величиной 100000 рублей со сроком погашения через 1,5 месяца заемщик выписал 4 векселя: 1-й вексель на сумму 30 тыс. руб. со сроком погашения через 1 месяц, 2-й вексель на сумму 50 тыс. руб. через 3 месяца и два одинаковых векселя со сроками погашения через 10 и 12 месяцев, соответственно. Определить номинальную величину этих двух векселей, если процентная ставка равна 10% годовых (в качестве базовой даты взять дату погашения последнего векселя; $K = 360$).

Ответ: 11015 рублей

8. Три векселя (условия их погашения приведены в задаче 3) решено заменить одним векселем, в котором необходимо указать целое число тысяч долларов. Замена производится на основе банковской учетной ставки 8,2% годовых, $K = 360$. Каково минимальное допустимое значение этой суммы, при которой возможна подобная замена? Укажите дату погашения векселя с найденным значением минимально допустимой суммы.

Ответ: 29 тыс. $; 17.02

Налоги и инфляция

В ряде стран полученные (юридическими, а иногда и физическими лицами) проценты облагаются налогом, что, уменьшает реальную наращенную сумму и доходность депозитной операции. Обозначим, как и выше, наращенную сумму до выплаты налогов, через S, а с учетом их выплат как $S_н$. Пусть ставка налога на проценты равна g, а общая сумма налога G. При начислении налога на проценты возможны два варианта: налог начисляется за весь срок сразу, т.е. на всю сумму процентов, или последовательно по периодам, например в конце каждого года.

При начислении простых процентов за весь срок находим: $G = Pnig$,

$$S_н = S - (S - P)g = P[1 + n(1 - g)i]$$

Таким образом, учет налога при определении наращенной суммы сводится к соответствующему сокращению процентной ставки – вместо ставки i фактически применяется ставка $(1 - g)i$. Размер налога пропорционален сроку.

В долгосрочных операциях со сложными процентами при начислении налога за весь срок имеем: $G = (S - P)g = P\left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} - 1\right]g.$ Наращенная сумма после выплаты налога составит

$$S_н = P\left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}(1 - g) + g\right]$$

По второму варианту сумма налога определяется за каждый истекший год. Эта величина переменная − с ростом наращенной суммы растет и сумма налога. Налог на проценты за t-й год составляет

$$G_t = (S_t - S_{t-1})g = P\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mt} - \left(1+\frac{j}{m}\right)^{m(t-1)}\right]g = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m(t-1)}\left(\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m} - 1\right)g$$

За весь срок сумма налогов равна полученной выше величине:

$$\sum_t G_t = \sum P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m(t-1)}\left(\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m} - 1\right)\cdot g = P\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn} - 1\right]g = G.$$

Заметим, что метод взыскания налога не влияет на общую его сумму. Однако, для плательщика налога далеко не безразлично, когда он его выплачивает.

Инфляция − снижение реальной покупательской способности денег за какой-то период (например, период финансовой операции). Изменение покупательской способности измеряется с помощью **индекса цен** J_p, который показывает, во сколько раз выросли цены за период. Наращенная сумма ссуды, депозита с учетом инфляции в этом случае определится как $C = \frac{S}{J_p}$, где S − наращенная сумма, измеренная по номиналу.

Под темпом инфляции (уровнем инфляции) понимают относительный прирост цен за период, который обозначается через h: $h = J_p - 1$. Так как инфляция является цепным процессом, т.е. цены в период t повышаются на h_t процентов относительно уровня, сложившегося в периоде $t - 1$, то индекс цен за n таких периодов равен произведению цепных индексов цен: $J_p = \prod_{t=1}^{n}(1+h_t)$.

Ставка процентов, которая только компенсирует инфляцию ($S = C$), называется **барьерной**. В случае простых процентов имеем

$$S = P\cdot J_p = P(1+i^* n),$$

откуда находим барьерную ставку:

$$i^* = \frac{J_p - 1}{n}$$

Если наращение происходит по ставке сложных процентов, то $S = P\cdot J_p = P\left(1+\frac{j^*}{m}\right)^{mn}$, откуда

$$j^* = m(\sqrt[mn]{J_p} - 1)$$

Для компенсации обесценивания денег, банки увеличивают ставку процентов на величину так называемой инфляционной премии. Итоговая ставка, которая подавляет инфляцию и обеспечивает прирост реальной денежной массы в заданном темпе, называется брутто-ставкой и обозначается $\boldsymbol{r}$. В случае простых процентов $C = \dfrac{S}{J_p} = \dfrac{P(1+nr)}{J_p} = P(1+ni)$, откуда $r = \dfrac{1}{n}(J_p(1+ni)-1)$. Аналогично, в случае сложных процентов будем иметь $C = \dfrac{S}{J_p} = \dfrac{P\left(1+\dfrac{r}{m}\right)^{mn}}{J_p} = P\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{mn}$. Следовательно,

$$r = \left[\sqrt[mn]{J_p}\left(1+\frac{j}{m}\right)-1\right]\cdot m$$

По этому принципу можно получить формулы для барьерных учетных ставок и учетных брутто-ставок.

Пример 1. Клиент внес в банк 1000$ на 2 года. Процентная ставка банка 16% годовых. Налог на проценты составляет 8% годовых. Требуется определить сумму налога, процент и наращенную сумму в двух случаях:

а) Простых процентов;

б) Сложных процентов при ежемесячной капитализации процентов.

Решение: При начислении простых процентов за весь срок получим следующие размеры наращенной суммы:

1320$ без уплаты налога,

$S_н = 1000(1+2(1-0{,}08)0{,}16) = 1294{,}4\$$ с учетом выплаты налога.

Начислим теперь сложные проценты:

1374,2$ без уплаты налога,

$S_н = 1000\left[\left(1+\dfrac{0{,}16}{12}\right)^{12\cdot 2}(1-0{,}08)+0{,}08\right] = 1344{,}3\$$ с учетом его выплаты за весь срок сразу.

Сумма налога равна 29,9$.

При последовательной выплате налога:

За первый год выплачивается $1000\cdot\left(\left(1+\dfrac{0{,}16}{12}\right)^{12}-1\right)\cdot 0{,}08 \approx 13{,}78\$$,

налог за второй год $1000\cdot\left(1+\dfrac{0{,}16}{12}\right)^{12}\left(\left(1+\dfrac{0{,}16}{12}\right)^{12}-1\right)\cdot 0{,}08 \approx 16{,}12\$$.

Общая сумма налога равна 29,9$.

Пример 2. Министр финансов Российской Федерации Б. Федоров, выступая в Думе в январе 1995 г., отметил, что месячный темп инфляции в России составляет 5%, и предупредил, что если такой темп инфляции сохранится, то в год он составит 80%. Оппоненты обвинили Б. Федорова в том, что он «плохо» считает: говорит о 80%, а не о 60%. Кто же прав? Чему же точно равен темп инфляции за год при постоянном месячном темпе в 5%?

Решение: Так как инфляция является цепным процессом, то индекс цен за 12 месяцев равен произведению цепных индексов цен:

$$J_p = \prod_{t=1}^{12}(1+h_t) = 1{,}05^{12} = 1{,}7958.$$

Таким образом, цены за год вырастут в 1,7958 раза. При этом темп инфляции составит

$$h = J_p - 1 = 1{,}7958 - 1 = 0{,}7958 \quad \text{или} \quad 79{,}58\%.$$

Пример 3. Предприятие намерено получить от финансовой компании кредит в сумме 30 тыс. $ на два месяца под учетную ставку 20% годовых. Годовой уровень инфляции ожидается на уровне 36%. Определить годовую учетную брутто-ставку, номинальную стоимость кредита и дисконт компании ($K = 360$).

Решение: Нетрудно вывести формулу для вычисления простой учетной брутто-ставки:

$$r = \left(1 - \frac{1-nd}{J_p}\right)\cdot\frac{1}{n}$$

В данном случае $J_p = (1+0{,}36)^{\frac{1}{6}} = 1{,}05258$; $r = \left(1 - \dfrac{1-\frac{2}{12}\cdot 0{,}2}{1{,}05258}\right)\cdot\dfrac{12}{2} = 0{,}4897.$

Далее $S_r = \dfrac{30}{1-\frac{2}{12}\cdot 0{,}4897} = 32{,}679$ тыс.$. Откуда $D_r = 32{,}679 - 30 = 2{,}679$ тыс.$.

Задачи аудиторной работы

1. Клиент внес в банк 15000 руб. сроком на 3 квартала. Процентная ставка банка 18%, налог на проценты 10%. Определить наращенную сумму в случае сложных процентов при ежеквартальном начислении.
   Ответ: 16905,74 руб.
2. Оценить годовой рост цен при темпе инфляции 15% в месяц.
   Ответ: 435%
3. Фирма договорилась с банком о выделении кредита размером 300 тыс. руб. сроком на полгода под 22% годовых без учета инфляции. Ожидаемый годовой уровень инфляции 14%. Какую процентную ставку с учетом инфляции возьмет банк, каков при этом коэффициент наращения и дисконт банка?
   Ответ: 37%; 1,185; 55,5 тыс. руб.
4. Месячные уровни инфляции 1,5%. Какой процент за годовой кредит должна взять финансовая компания, чтобы обеспечить доходность не менее 20%, если они начисляются ежемесячно?
   Ответ: 38,298%
5. Оценить рост цен за год при темпах инфляции 3% ежемесячно. Определить простую годовую и сложную ежеквартальную брутто-ставки процентов, которые обеспечат реальную доходность по вкладам банка 9% в квартал.
   Ответ: 42,576%; 76,42%; 19,1%
6. Оценить рост цен за год при темпах инфляции 8% в первый квартал, 9% во второй, 7% в третий и 6% в последний. Определить простую учетную годовую ставку процентов, которая обеспечит реальную доходность по вкладам банка 24% годовых.
   Ответ: вырастут на 33,52%; 43,08%

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить доход клиента и налоговые деньги по срочному депозиту в 8 млн. руб. на полгода с номинальной процентной ставкой 28% годовых с ежеквартальным начислением процентов, если ставка налога составляет 13% годовых.
   Ответ: 1,008504 млн. руб.; 0,150696 млн. руб.

2. Оценить рост цен за квартал при темпах инфляции 20% в первый месяц, 15% во второй месяц, 10% в третий месяц.
Ответ: 51,8%
3. Кредит 2 млн. руб. выдан на 3 года. На этот период прогнозируется рост цен в 1,5 раза. Определить ставку процентов при выдаче кредита и наращенную сумму долга, если реальная доходность должна составлять 12% годовых по ставке сложных процентов.
Ответ: 28,2%
4. Банк выдал ссуду в размере 80 тыс. руб. на 3 года с начислением процентов каждые полгода. Процентная ставка банка 28%. Среднегодовая инфляция ожидается на уровне 16%. Определить сумму, которую придется выплатить в конце срока, реальную ставку банка.
Ответ: 175,59 тыс. руб.; 11,6%
5. Владелец векселя на сумму 60 тыс. руб. со сроком погашения полгода учел его в банке по номинальной учетной ставке 24% годовых с поквартальным дисконтированием. Годовой уровень инфляции 30%. Определить текущую стоимость векселя и номинальную учетную брутто-ставку банка.
Ответ: 46,5 тыс. руб.; 47,9%
6. На годовом рублевом депозите ставка процентов составляет 45% годовых. Месячный темп инфляции в первом полугодии был постоянен и составил 4,7% в месяц, во втором полугодии – 5% в месяц. Во сколько раз «возрастет» реальная наращенная сумма депозита за год?
Ответ: в 0,821 раза

Контрольная работа № 1

(демонстрационные варианты)

Вариант 0

1. Проверьте следующую информацию инвестиционной компании: она утверждает что, капитал компании удваивается за 7,5 лет при 9,25% /номинальных / и полугодовой выплате процентов.

2. Сумма капитала в 1000 ДМ инвестируется под 2% ежеквартально. По истечении определенного срока выплачивается 1126,14 ДМ. Определите этот срок. При необходимости выполнить коррекцию наращенной суммы так, чтобы время было с целым количеством кварталов.

3. Оценить рост цен за год при темпах инфляции 8% в первый квартал, 9% во второй, 7% в третий и 6% в последний. Определить простую годовую ставку процентов, которая обеспечит реальную доходность по вкладам банка 24% годовых.

4. Два платежа 1000 у. е. и 1500 у. е. со сроками уплаты 100 и 200 дней объединить в один со сроком 150 дней с учетом простой процентной ставки 17%.

5. Для погашения долга величиной 100000 (руб.) со сроком погашения 1,1 (мес.) заемщик выписал 4 векселя: 1-й вексель на сумму 30000 (руб.) со сроком погашения 1,2 (мес.), 2-й вексель на сумму 50000 (руб.) со сроком погашения 3,4 (мес.) и два одинаковых векселя со сроками погашения 12,5 (мес.) и 12,7 (мес.). Определить номинальную величину этих двух векселей, если процентная ставка равна 10% годовых.

Вариант 00

1. На какой срок фирма может взять кредит в банке в размере 1 млн. руб. с условием, чтобы сумма возврата долга не превысила 1,2 млн. руб., если банк применит простую учетную ставку 13% годовых (К = 365)?

2. Некто решил положить 5000 ДМ в банк, который обещает ему эффективную процентную ставку в 9%. Некто договаривается с банком о месячном реинвестировании процентов. Какова величина номинальной процентной ставки? Какой станет сумма капитала через 5 лет?

3. Оценить рост цен за год при темпах инфляции 5% в первый квартал, 8% во второй, 7% в третий и 10% в последний. Определить простую годовую и сложную ежеквартальную брутто-ставки процентов, которые обеспечат реальную доходность по вкладам банка 12% за год.

4. Вексель был куплен за 850 \$. Через 3 месяца он был продан за 920 \$. Какова доходность этой операции купли-продажи, измеренная в виде годовой ставки простых процентов, К = 360?

5. При открытии счета при ставке 35% годовых 10.01.99 на счет положена сумма 10000 руб. С 01.03.99 ставка процентов по вкладу 30% годовых. 10.03.99 со счета снята сумма 5000 руб. С 15.05.99 ставка процентов по вкладу 20% годовых, 20.05.99 счет закрыт. Найти полученную сумму используя точный способ начисления процентов.

Литература

1. Кирлица, В. П. Финансовая математика: рук. к решению задач: учеб. пособие / В. П. Кирлица. − Мн.: ТетраСистемс, 2005. − 192 с.

2. Козинова, А. Т. Руководство к решению задач по финансовой математике / А. Т. Козинова. − Учебное пособие. − Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2000. − 78 с.

3. Малыхин, В.И. Финансовая математика / В.И. Малыхин. − М.: ЮНИТИ, 1999. − 247 с.

4. Мелкумов, Я.С. Финансовые вычисления. Теория и практика: учебно-справочное пособие / Я. С. Мелкумов. − М.: ИНФРА-М, 2002. − 383 с.

5. Четыркин, Е. М. Финансовая математика: Учебник / Е.М. Четыркин. – М.: Дело, 2002. − 400 с.

6. Ланге, В. Краткий курс лекций по финансовой математике / В. Ланге. − Н.Новгород, ННГАСУ, 1999. − 78 с.

7. Казакова, Н.А. Финансовая математика: учебное пособие / Н. А. Казакова. – Н. Новгород, ННГАСУ, 2002. − 82 с.

Оглавление

Олег Владимирович Любимцев
Алевтина Максимовна Преображенская

Практические занятия по финансовой математике

(часть 1)

Методическая разработка

Подписано в печать _____________________ Формат

60х90 1/16. Бумага газетная. Печать трафаретная.
Уч.-изд. л. ____ Усл. Печ. ____
Тираж _____ экз. Заказ № _____

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Нижегородский государственный архитектурно-
строительный университет»,
603950, Н.Новгород, Ильинская, 65

Полиграфцентр ННГАСУ, 603950, Н.Новгород,
Ильинская, 65