## С.В. Соболь

# ФРАКТАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВОДНЫХ ОБЪЕКТОВ



Нижний Новгород, 2019

С.В. Соболь

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

С. В. Соболь

# Фрактальные параметры водных объектов

Монография

Нижний Новгород ННГАСУ 2019

#### Печатается в авторской редакции

#### Рецензенты:

Д. Б. Гелашвили –	д-р биол. наук, профессор, заведующий кафедрой экологии ФГАОУ ВО
	«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
	ун-т им. Н. И. Лобачевского»
Д. И. Иудин –	д-р физмат. наук, д-р биол. наук, ведущий научный сотрудник Инсти-
	тута прикладной физики РАН, профессор кафедры ЮНЕСКО ННГАСУ

Соболь С. В. Фрактальные параметры водных объектов [Текст]: монография / С. В. Соболь; Нижегор. гос. архитектур. - строит. ун - т. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2019. – 232 с. ISBN 978-5-528-00344-3

В книге показано приложение элементов фрактальной теории к совокупному описанию морфометрических параметров природных и техногенных поверхностных водных объектов, климатических, гидрологических и геологических процессов, сопровождающих их существование.

Материал адресован исследователям водных объектов – инженерам, научным работникам, аспирантам, студентам различных специальностей.

ББК 26.22

ISBN 978-5-528-00344-3

© С. В. Соболь, 2019 © ННГАСУ, 2019

# Оглавление

Предисловие
Введение
Глава 1. Водные объекты 1
1.1. Виды водных объектов 1
1.2. Водохранилища 1
1.3. Адаптация водохранилищ к природной среде 2
Глава 2. Выдержки из теории фракталов 2
2.1. Понятие фрактала 2
2.2. Фрактальная размерность
2.3. Регулярные фракталы
2.4. Системы итерируемых функций 3
2.5. Стохастические фракталы
2.6. Методы расчета фрактальной размерности 3
2.7. Мультифракталы 4
2.8. Самоаффинные множества 4
2.9. Фрактальная размерность кластеров 4
Глава 3. Гидрографическая сеть 4
3.1. Элементы гидрографической сети 4
3.2. Гидрологические закономерности 5
3.3. Фрактальная размерность рек 5-
3.4. Фрактальная размерность овражно-балочных сетей 6
3.5. Фрактальные параметры гидрографических сетей:
практический аспект 7
Глава 4. Береговая линия 7
4.1. Иллюстрация фрактальных свойств береговой линии 7
4.2. Фрактальные размерности береговых линий больших
водохранилищ 8
4.3. Измерение длины береговых линий водохранилищ
в натурных условиях 8
Глава 5. Водное зеркало водоемов
5.1. Соотношение периметра и площади
5.2. Коэффициент формы как морфометрическая характеристика
водоема
5.3. Классификация водохранилищ по конфигурации в плане 9
5.4. Плановая конфигурация озер 10

Глава 6. Подводный и надводный рельеф	105
6.1. Цифровые модели рельефа	105
6.2. Искусственные фрактальные поверхности	109
6.3. Фрактальность реальных поверхностей	114
6.4. Фрактальность реального рельефа	118
6.5. Фрактальные параметры водохранилищ:	
практический аспект	123
Глава 7. Временные ряды данных	126
7.1. Традиционные методы анализа временных рядов	126
7.2. Фрактальный анализ временных рядов	129
7.3. Применение фрактального анализа к рядам данных	136
Глава 8. Климатические, гидрологические, геологические процессы	138
8.1. Вековой ход температуры воздуха	138
8.2. Многолетние колебания уровня воды	142
8.3. Ветровое волнение	147
8.4. Нарастание толщины ледяного покрова	149
8.5. Переформирование абразионного берега	151
8.6. Отложение наносов	159
8.7. Подпор подземных вод	166
8.8. Проявления карста	169
8.9. Образование термокарстовых озер	174
8.10. Фрактальные параметры рассмотренных процессов	184
Заключение	186
Пояснения использованных терминов и понятий	187
Список литературы	198
Приложение. Объекты и процессы для исследования фрактальными	
методами	213

В настоящее время фрактальная методология успешно используется в различных областях естествознания, и вот профессор С.В. Соболь – специалист-гидротехник – продемонстрировал перспективность теории фракталов в характеристике природных и техногенных водных объектов.

Надо отметить, что моделирование сложных геофизических систем, в частности, водных объектов, традиционно связано с большими трудностями. Сложность проблемы объясняется, прежде всего, масштабностью описываемых явлений: величины физических параметров, характеризующих водные системы, изменяются на несколько порядков от атомных расстояний, актуальных для процессов эрозии, до десятков и сотен километров, охватывающих береговые контуры. Широкомасштабный характер рассматриваемых явлений не только отражает их безусловную сложность, но и дает ключ к пониманию их основных закономерностей. Дело в том, что, согласно данным натурных измерений, широкомасштабная динамика геофизических систем очень часто облекается в универсальную форму скейлинга, когда в достаточно широком диапазоне пространственно-временных интервалов явление характеризуется свойством самоподобия. Пространственно-временной скейлинг проявляется в сильных, спадающих по степенному закону, корреляциях, которые типичны для критических явлений. Поэтому качественно динамика очень многих геофизических систем производит впечатление самоорганизующегося и самонастраивающегося критического режима. Явления такого рода были объединены недавно общим наименованием систем с самоорганизованной критичностью (self-organized criticality). В режиме самоорганизованной критичности система оказывается сложной в том смысле, что для нее не существует единственного характерного размера событий: нет ни временного, ни линейного масштаба, которые бы управляли эволюцией системы. И хотя динамический отклик системы сложен, упрощающим аспектом поведения является то, что его статистические свойства описываются в некотором диапазоне параметров простыми степенными законами. Последнее обстоятельство делает актуальным применение в задачах моделирования геофизических и экологических систем современных методов фрактальной геометрии. Именно такой подход последовательно развивается автором книги.

Задача, которая решена в книге, отнюдь не тривиальная, поскольку специфический математический аппарат фрактального анализа мог способствовать тому, чтобы читатель «за деревьями не увидел леса». Однако благодаря

~ 5 ~

прекрасному владению материалом, а также лаконичному, но образному стилю изложения, автору удалось ярко и доходчиво изложить суть основных положений теории фракталов. Круг вопросов, рассмотренных в книге далеко не исчерпывающий, он ограничен ее объемом, но тщательно подобран и дает, в первом приближении, отчетливую картину достижений и перспектив фрактального анализа в гидротехнике и гидрологии. В книге последовательно рассматриваются вопросы основ теории фракталов, фрактальности гидрографической сети, береговой линии, водного зеркала водоемов, подводного и надводного рельефа, временных рядов данных, а также климатических, гидрологических и геологических процессов. Следует подчеркнуть удачное оригинальное решение автора – снабдить книгу приложением, в котором читателю, а это адресовано в первую очередь молодежи, начинающей свой путь в инженерной практике, предлагается самостоятельно вычислить некоторые фрактальные параметры крупных водных объектов России, например, определить фрактальную размерность береговой линии архипелага Соловецких островов в Белом море, или коэффициент плановой формы Ладожского озера, или фрактальную размерность речной сети бассейна Куйбышевского водохранилища.

Благодаря своей актуальности, продуманному и сбалансированному соотношению теоретических основ и практических задач применения фракталов в науке и технике, книга, несомненно, найдет своего читателя как в среде специалистов, так и в бакалавриате, магистратуре, аспирантуре естественнонаучных специальностей вузов.

Заведующий кафедрой экологии

Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, доктор биологических наук, профессор

#### Д.Б. Гелашвили

Ведущий научный сотрудник Института прикладной физики РАН, профессор кафедры ЮНЕСКО ННГАСУ, доктор физико-математических наук, доктор биологических наук **Д.И. Иудин**  В природе широко распространены фрактальные структуры, морфология и поведение которых демонстрируют самоподобие при изменении пространственно-временных интервалов или, как говорят, масштабную инвариантность. Признаки самоподобия можно найти в различных, на первый взгляд, объектах или процессах. Крона дерева, система водотоков речного бассейна, береговая линия водоема, фильтрация воды сквозь грунт, грозовой электрический разряд, лесной пожар, сейсмическая активность – все это проявления самоподобия. Русские деревянные матрешки – его красивая искусственная иллюстрация.



Примеры фрактальных структур: грозовой электрический разряд; крона дерева; сосудистая система человека

Образно выразился один из математиков: «Как выяснилось, все мы живем с фрактальными артериями неподалеку от фрактальных речных систем, собирающих влагу со склонов фрактальных гор под фрактальными облаками и катящих свои воды к фрактальным берегам морей и океанов» [Шредер, 2001].

Математическим выражением самоподобия выступает простая степенная функция  $f(x) = c \cdot x^{\alpha}$ , где всего одно число – целочисленный или дробный показатель степени  $\alpha$  – характеризует сложную итерационную процедуру рождения фрактальной структуры – восхождения от малого к большому и от простого к сложному [Иудин, 2012]. Исследованием фрактальных структур занимается фрактальная геометрия – одно из направлений современной математики, фундаментальные и естественно-научные аспекты которого впервые нашли отражение в трудах работавшего в США математика Бенуа Мандельброта (Benoot B. Mandelbrot. 1924 – 2010) [Mandelbrot, 1977, 1982; Мандельброт, 2002; Розенберг, 2011]. Он предложил термин «фрактал» (fractal), в переводе означающий дробный, ломаный, фрагментарный.





Б.Б. Мандельброт. Фрактальная геометрия природы. New York, 1982. Москва, 2002.

Традиционные методы геометрии основаны на приближенной аппроксимации структуры исследуемого объекта геометрическими фигурами – линиями, отрезками, плоскостями, многоугольниками, многогранниками, сферами. Исследуемые объекты, в сущности, заменяются более или менее адекватными моделями. Это приводит к утрате части информации об их свойствах и поведении.

Фрактальная геометрия – это математическая теория, обосновываемая количественными методами. Использование элементов фрактальной методологии в теоретических построениях необходимо предполагает предварительное подтверждение самого факта фрактальности исследуемого объекта. Методы фрактальной геометрии позволяют объяснить многие явления при решении насущных практических задач, ранее представлявшиеся необъяснимыми. Специалисты говорят о фрактальной геометрии не как о «чистой» геометрической теории, а скорее, как о новом взгляде на известные вещи, заставляющем поновому воспринимать привычный «евклидовый» мир [Гелашвили, 2013].

Например, топология не видит разницы между различными береговыми линиями: топологическая размерность береговой линии равна топологической размерности окружности и обе они равны 1. Однако, береговая линия – это фрактал. Во фрактальной геометрии различные береговые линии имеют различные размерности от 1 до 2 [Мандельброт, 2002].

В книге мы показываем применение методов фрактальной теории в совокупном описании различных параметров природных и техногенных водных объектов. Насколько известно, до сих пор такую задачу никто перед собой не ставил. Часть приведенных результатов имеет конкретную практическую реализацию, другая носит информационный или методический характер.

Ограничивающим фактором здесь представляется довольно сложный математический аппарат, являющийся барьером для традиционных исследователей этих объектов, в основном, специалистов – гидротехников, а также геологов, географов, геоэкологов. По своей направленности работа адресована преимущественно первым из названных. Она без перегрузки текста математическими выкладками призвана популяризовать фрактальные идеи среди них и облегчить приложение элементов фрактального анализа в экспериментальнотеоретических исследованиях и в инженерных оценках.

Компактно собранный материал позволит также содействовать вооружению студентов, подготавливаемых по упомянутым специальностям в высшей школе, представлениями о фрактальности водных объектов и процессов, сопровождающих их существование.

Данной книгой реализовано некое авторское увлечение (hobby). При ее написании мы обращались к первоисточникам, последующим публикациям и собственным разработкам. Претензий на то, что написанное – истина в какой угодно инстанции, у автора нет. Он не был намерен манипулировать фактами или иным способом вводить читателя в заблуждение, хотя вполне мог в отдельных вопросах заблуждаться сам. Более того, представленный вниманию читателя текст не претендует на объективность, он субъективен.

Автор благодарен известным российским специалистам по теории фракталов и ее приложениям в экологии и физике Давиду Бежановичу Гелашвили и Дмитрию Игоревичу Иудину, взявшим на себя труд научного рецензирования рукописи, за их профессиональные и уместные замечания и рекомендации, оказавшиеся весьма полезными для улучшения качества книги.

Замечено, что в науке, как и в других формах жизни общества, мода играет привлекательную, но не всегда конструктивную роль. Это имеет отношение

и к фрактальной парадигме [Гелашвили, 2013]. Сегодня фрактальный методологический подход преодолевает определенный этап в обозначенном направлении прикладных исследований. Потребуется еще время и дальнейшие усилия, чтобы в свете этого подхода окончательно осмыслить проблему на инженерном уровне и обеспечить экономическую пользу из ее перманентного решения.

Примечание. В книге использованы обозначения величин, применявшиеся в первоисточниках.

## Глава 1

## Водные объекты

Землю принято представлять как систему сфер: литосфера, атмосфера, гидросфера, биосфера. Общая площадь земного шара 510 млн км<sup>2</sup>, из них 70,8% занимают океаны и моря и 29,2% приходится на долю суши (рис. 1.1). Объем Земли 1083 млрд км<sup>3</sup>. Общий объем земной гидросферы – 1,46 млрд км<sup>3</sup> (рис.1.2). А запасы воды, пригодной для использования людьми без проведения специальных мероприятий составляют всего лишь 5 – 6 тыс. км<sup>3</sup>, т.е. 0,3 – 0,4% объема всей свободной воды (объема гидросферы). Туча на небе портит настроение только тому, кто не знает, что такое такыр, хамада или рег, не говоря уже о солончаках.

Пригодные для использования объемы воды образуют водные ресурсы, которые складываются из стационарных запасов различных частей гидросферы и запасов, непрерывно возобновляемых в процессе влагооборота.

Территория России занимает на Земле площадь 17075,4 тыс. км<sup>2</sup>, в том числе около 298 тыс. км<sup>2</sup> составляют острова. Водообеспеченность российской территории возобновляемыми водными ресурсами оценивается величиной 234,4 тыс. м<sup>3</sup>/км<sup>2</sup> в год – больше, чем в большинстве стран мира [Водные ресурсы, 2008].

#### 1.1. Виды водных объектов

По Водному Кодексу Российской Федерации [2006] водные объекты подразделяют на поверхностные и подземные.

#### К поверхностным водным объектам относят:

Моря и их отдельные части (проливы, заливы, бухты, лиманы).

Территорию России омывают 13 морей: Каспийское, Азовское, Черное, Балтийское, Баренцево, Белое, Карское, Море Лаптевых, Восточно-Сибирское, Чукотское, Берингово, Охотское, Японское. Протяженность их береговой линии считается равной 60985 км. Суммарная площадь морской акватории России 8,6 млн км<sup>2</sup>.

🛑 Водотоки: реки, ручьи, каналы.

В России более 2,4 млн ручьев длиной до 10 км общей протяженностью 4,83 млн км; 12764 малых реки длиной от 10 до 200 км протяженностью 3,0 млн км; 855 средних рек длиной от 200 до 500 км протяженностью 0,256 млн

км; 210 больших рек длиной более 500 км протяженностью 0,189 млн км (рис.1.3, 1.4). Всего 2,5 млн ручьев и рек общей протяженностью 8,3 млн км.

Наиболее длинными реками России являются: Енисей – 5940 км [Водные ресурсы, 2008], Лена – 4260 км, Обь – 3660 км, Волга – 3530 км, Нижняя Тунгуска – 2990 км, Амур – 2824 км, Вилюй – 2555 км, Оленек – 2270 км, Алдан – 2243 км [Реки и озера, 2012].

Наиболее крупные каналы в нашей стране: Беломорско-Балтийский канал (1931 – 1933 гг., 227 км); канал имени Москвы (1932 – 1937 гг., 128 км); Волго-Донской судоходный канал (1948 – 1952 гг., 101 км); Волго-Балтийский водный путь (1964 г., 368 км).

• Водоемы: озера (рис.1.5, 1.6), пруды, обводненные карьеры, водохранилища (рис.1.7, 1.8).

В России 2,7 млн озер суммарной площадью водной поверхности свыше 400 тыс. км<sup>2</sup> и объемом 26,5 тыс. км<sup>3</sup>. Наиболее крупные: Байкал (31500 км<sup>2</sup>, 23000 км<sup>3</sup>), Ладожское (17000 км<sup>2</sup>, 908 км<sup>3</sup>), Онежское (9720 км<sup>2</sup>, 285 км<sup>3</sup>).

В 2005 г. на территории страны насчитывалось 2290 гидроузлов с водохранилищами (рис. 1.9) объемом более 1 млн м<sup>3</sup> каждое. Суммарная площадь водной поверхности водохранилищ России более 62 тыс. км<sup>2</sup>, суммарный полный объем более 790 км<sup>3</sup>, полезный – более 324 км<sup>3</sup>. [Водные ресурсы, 2008].

🛑 Болота.

На территории России примерно 820 тыс. км<sup>2</sup> болот. В междуречье Оби и Иртыша расположено самое большое в России Большое Васюганское болото площадью 53 тыс. км<sup>2</sup>, протяженностью с запада на восток 573 км, с севера на юг – 320 км (рис. 1.10).

🛡 Природные выходы подземных вод – родники, гейзеры (рис.1.11).

Ледники, снежники (рис.1.12).

Граница поверхностного водного объекта (береговая линия) определяется:

 – для моря – по постоянному уровню воды, а в случае периодического изменения уровня воды – по линии максимального отлива;

 – для реки, ручья, канала, озера, обводненного карьера – по среднемноголетнему уровню воды за период, когда они не покрыты льдом;

 – для пруда, водохранилища – по нормальному подпорному уровню воды;

– для болота – по границе залежи торфа на нулевой глубине.

К подземным водным объектам относят бассейны подземных вод.

Потенциальные эксплуатационные ресурсы пресных подземных вод в России составляют около 3,8 км<sup>3</sup>/год. Собственников и арендаторов земельных участ-ков при объеме добычи подземных вод до 100 м<sup>3</sup>/сутки действующий



Рис. 1.1. Модель Земли из тысяч снимков, сделанных радиометром очень высокого разрешения с метеоспутника ТИРОС на полярных орбитах (проекция Мольвейде, центрированная по долготе 0<sup>0</sup>) [Чаун, 2014]



Рис. 1.2. Состав и объем гидросферы Земли [Водные ресурсы, 2008]



Рис. 1.3. Река Лена в среднем течении. Участок «Щеки» [http:/ img - 2005 - 11.photosight.ru]



Рис. 1.4. Дельта р. Лены на космическом снимке: занимает 30 тыс. км<sup>2</sup> [Iarthasart. gsfc.nasa.gov]



Рис.1.5. Озеро Джека Лондона, соединенное протокой Вариантов с озером Танцующих хариусов, в верховье бассейна р. Колымы (имена озерам дал геолог П.И. Скорняков, исследовавший их в 1932 г.)



Рис. 1.6. Небольшое озеро в горах Кузнецкого Алатау [Заповедники, 2009]: сверху видно, что в него впадает несколько ручьев, а вытекает одна речка. Это характерно для всех сточных озер (Байкал – Ангара, Онежское – Свирь, Ладожское – Нева, Ильмень – Волхов, Белое – Шексна, Неро – Которосль, Плещеево – Нерль)



Рис. 1.7. Приплотинная часть долинного Горьковского водохранилища на р. Волге



Рис. 1.8. Схема Вилюйского водохранилища на р. Вилюе, притоке р. Лены



Рис. 1.9. Плотины Вилюйской ГЭС на р. Вилюе (а), Саяно-Шушенской ГЭС на р. Енисее (б) и Павловская ГЭС на р. Уфе (в), искусно встроенные в природные ландшафты



Рис. 1.10. Большое Васюганское болото в междуречье Оби и Иртыша [Сто самых красивых, 2010]



Рис.1.11. Долина гейзеров на Камчатке: в 2007 г. в долину сошел селевой поток, образовав плотину высотой до 20 м [Заповедники, 2009]



Рис. 1.12. Массив горы Белухи на Алтае: вид на Аккемский ледник, из которого берет начало р. Аккем – приток р. Катуни бассейна р. Оби [Заповедники, 2009]

закон [О недрах, 1992] наделил правом использования этих вод без каких-либо согласований по личному усмотрению [Коломиец, 2018].

В настоящее время основными электронными источниками информации по водным объектам России являются разработанная в Северо-Кавказском филиале РосНИИВХ автоматизированная информационная система государственного мониторинга водных объектов [АИС ГМВО] и созданные в Государственном гидрологическом институте (ГГИ) базы данных [HIDROLARE] и [«Озера России»]. Они предоставляют общие данные о водных объектах, морфометрических параметрах, водоохранных зонах, измеренных уровнях воды, температуре воды, толщине льда озер и водохранилищ, состоянии водохозяйственных систем [Измайлова, 2014].

Из перечисленных выше водных объектов моря, реки, озера, болота, бассейны подземных вод являются природными, каналы, обводненные карьеры считаются техногенными, водохранилища – природно-техногенными образованиями. Последним в книге уделено преимущественное внимание.

### 1.2. Водохранилища

Водохранилища различаются по типам (рис. 1.13). Подавляющее большинство российских водохранилищ относится к долинному типу, который доминирует и в других странах мира.

Уровень воды – высота поверхности воды над условной горизонтальной плоскостью сравнения. В России исчисление высот ведется в Балтийской системе (абсолютные высоты) от среднего уровня Финского залива Балтийского моря у г. Кронштадта, принятого за 0,00 м БС.

Для плотинного долинного водохранилища характерны следующие уровни воды:

– нормальный подпорный уровень (НПУ) – высший проектный уровень водохранилища, поддерживаемый в нормальных эксплуатационных условиях;

– уровень мертвого объема (УМО) – минимальный уровень водохранилища, до которого возможна его сработка;

 – форсированный подпорный уровень (ФПУ) – уровень, превышающий
 НПУ и допускаемый в период половодья редкой повторяемости для кратковременного увеличения аккумулирующей емкости водохранилища;

– уровень навигационной сработки (УНС) – уровень между НПУ и УМО, которым ограничивается сработка водохранилища в период навигации.

Важными характеристиками водохранилища являются его морфометрические параметры (рис.1.14).



Рис. 1.13. Характерные типы водохранилищ по способу образования: 1 – речное долинное, созданное подпором реки плотиной; 2 – наливное; 3 – смешанное (долинное и наливное); 4 – озеро –водохранилище; 5 – отчлененное от моря; 6 – на временном водотоке [Водохранилища, 1986]



Рис. 1.14. Схема и основные параметры плотинного долинного водохранилища

~ 21 ~

Длина – расстояние от плотины до места выклинивания подпора на основной реке.

Ширина наибольшая и средняя. Средняя ширина определяется как частное от деления площади водной поверхности на длину водохранилища.

Длина (протяженность) береговой линии. Измеряется по урезу воды на правом и левом берегах от плотины до мест выклинивания подпора на основной реке и притоках.

Глубина наибольшая и средняя. Средняя глубина определяется как частное от деления объема воды на площадь водной поверхности.

Площадь водной поверхности, называемая площадью зеркала.

Перечисленные выше параметры даются при НПУ.

Объемы водохранилища: полезный (между НПУ и УМО); мертвый (ниже УМО); полный (сумма полезного и мертвого объемов); резервный (между ФПУ и НПУ).

По морфометрическим параметрам водохранилища классифицируют на очень большие, большие, средние и малые (табл. 1.1). Искусственные водоемы объемом менее 1 млн. м<sup>3</sup> называют прудами.

Таблица 1.1

Полный объем Площадь водной Максимальная глубина поверхности Категория Категория Категория Значение, Значение, Значение, Μ КΜ КΜ > 50Очень > 1000Очень > 10Большое большое большое Большое 101...1000 11...50 Большое 1,1...10,0 Среднее 0,5...1,0 Среднее 10...100 Среднее Малое 5...10 < 0.5< 5 Малое < 10Малое Очень малое

Классификация водохранилищ по морфометрическим признакам

[FOCT 17.1.1.02 - 77]

В России наибольшими из водохранилищ являются:

по объему – Братское на р. Ангаре (169,3 км<sup>3</sup>);

по площади – Куйбышевское на р. Волге (6450 км<sup>2</sup>);

по глубине – Чиркейское на р. Сулак в Дагестане (300 м).

Для примера приведем проектные данные по Горьковскому водохранилищу на р. Волге [Основные правила, 2001]:

годы заполнения 1955 – 1957;

ФПУ	85,5 м БС;
НПУ	84,0 м БС;
УМО	82,0 м БС;
длина	430 км;
ширина наибольшая	15,0 км;
глубина: наибольшая	21,0 м;
средняя	5,5 м;
площадь зеркала	1591 км²;
объемы: полный	8,70 км³;
полезный	3,90 км³;
длина береговой линии	2170 км.

Значение водохранилищ для экономики и населения России трудно переоценить [Копосов, 2012].

### 1.3. Адаптация водохранилищ к природной среде

Понятие прогресса по определению предполагает, что людям от него будет лучше. Мировой опыт [World Declaration, 2012] свидетельствует, что развитие водной инфраструктуры, в том числе строительство водохранилищ, улучшает условия жизни людей, флору и фауну прилегающих территорий. В 2010-е гг., согласно опросам Всероссийского центра изучения общественного мнения (ВЦИОМ), 39 % россиян ожидают ухудшения экологической обстановки в их местности, а 7% думают, что она станет лучше. Главная опасность для природы, по мнению сограждан, – это вырубка лесов (44%), транспорт (38 %), выбросы промышленных предприятий (38%), но отнюдь не искусственные водные объекты.

Почти весь фонд российских водохранилищ создан в XX веке. В начале 1930-х гг. в Германии в связи с бурным освоением ее водных ресурсов впервые прозвучал термин: природоприближенное гидротехническое строительство. С тех пор этот термин вошел водохозяйственную библиографию. К этому времени относится и формулировка определения термина: – строить сообща с природой, а не вопреки ей. Начиная с 1970 -х гг. приоритеты экономичности и рентабельности строящихся гидротехнических объектов, включая водохранилища, уступили место приоритетам экологии и требованиям охраны природной среды в Западной Европе [Румянцев, 1999], а сегодня уступают в России [Об охране, 2002; Водный кодекс, 2006].

Водохранилища как природно-техногенные объекты оказывают влияние практически на все компоненты литосферы, гидросферы, атмосферы и биосферы, образующие природную среду прилегающих территорий, то есть

							Водохранилище				Природная среда										
							A	нтрог	югенны	е дете	рминир	ованн	ые изме	енения							
Морфоме- трических показате- лей			Гидрологических условий							Гидрогео- логичес- ких условий		Геокрио- логичес- ких * условий		Геологи- ческого строения котловины		Геотекто- нических условий		Климати- ческих условий		Гидрохи мически и биоло- гически условий	
Пирины и площади юдного зеркала Глубины и объема	Водного питания	Режима уровней воды	Проточности	Режима донных и взвешенных наносов	Параметров волнения	Термики поверхностных вод	Ледовых явлений	Оптических явлений	Режима подземных вод	Гермики подземных вод	Гермического режима основания котловины	Гермического режима прилегающих территорий	Конфигурации берегов	Строения дна	Сейсмичности	Частоты землетрясений	Метеоэлементов над водохранилищем	Метеоэлементов над побережьем	Химизма поверхностных и подземных вод	Флоры и фауны	

Рис. 1.15. Схема изменений в природной среде, вызываемых созданием и эксплуатацией водохранилища [Водохранилища, 1986] (\* касается водохранилищ, расположенных в области вечной мерзлоты [Соболь, 2007])

на геодинамические условия и рельеф, режим подземных вод, климат, почвы, растительность, животный мир и ландшафт в целом. Сами испытывают влияние природных, прежде всего гидрометеорологических факторов.

Среди антропогенных изменений природной среды во времени можно различать детерминированные (определенные) и стохастические (случайные). На рис.1.15 изображена схема антропогенных детерминированных изменений в природной среде, вызываемых созданием и эксплуатацией водохранилищ. Некоторые из них, наряду с параметрами водохранилищ, рассматриваются в книге.

Строительство водохранилищ на реках в целом отрицательно влияет на природную среду, как и любая деятельность человека. Свое отрицательное влияние на природу человек осуществлял всегда. Гидроузлы с водохранилищами люди строят, чтобы целенаправленно приспособить силы природы для своего блага. Размеры влияния на разные стороны природной среды для каждого конкретного водохранилища различны. При этом, практически ни одно из множества построенных водохранилищ не показало несовместимости с природной средой (см.рис.1.9) и не привело к последствиям, угрожающим жизни людей и природных комплексов [Соболь, 2016].

## Глава 2.

## Выдержки из теории фракталов

Библиография работ по теории фракталов и ее приложениям обширна. Читателю доступны монографии, руководства и учебники, в том числе на русском языке. Вот некоторые из них: Федер [1991]; Пайтген [1993]; Шредер [2001]; Божокин [2001]; Кузнецов [2001]; Песин [2002]; Морозов [2002]; Мандельброт [2002]; Громов [2002]; Любушин [2006]; Иудин [2012]; Гелашвили [2013]; Балханов [2013]; Кириллов [2016].

В данной главе мы изложим начала геометрии, анализа и арифметики фракталов, анонсируя их приложение к последующему описанию параметров водных объектов.

#### 2.1. Понятие фрактала

Будем рассматривать системы, морфология и поведение которых демонстрируют самоподобие при изменении пространственно-временных интервалов (масштабную инвариантность). В англоязычной литературе явление самоподобия называют скейлингом (*scaling* – масштабирование, изменение масштаба). Скейлинг бывает пространственным, временным или пространственно-временным.

Примером пространственного скейлинга служит береговая линия водоема. Рассматривая изображения береговой линии, выполненные в разных масштабах, например 1:100000 и 1:10000, мы не сможем сказать какому масштабу соответствует каждая из картин: обе выглядят статистически одинаково. Это означает, что береговая линия самоподобна, т.е. является масштабноинвариантным объектом, или, другими словами, объектом, не имеющим характерной длины.

*Временной скейлинг* (инвариантность относительно преобразования длительности временных интервалов) обнаруживает себя в разнообразных информационных потоках: сводках каких-либо данных, последовательностях измеренных параметров каких-либо процессов и т.п.

Пространственно-временной скейлинг является наиболее общим проявлением самоподобия. Его демонстрируют сложные геофизические процессы, такие, например, как сейсмическая активность. Математической формой самоподобия (скейлинга) выступает простая степенная функция

$$f(x) = x^{\alpha}, \tag{2.1}$$

где всего одно число – показатель степени  $\alpha$  – характеризует сложную итерационную процедуру рождения фрактальной структуры – восхождения от малого к большому и от простого к сложному.

Математическим выражением самоподобия являются степенные законы. Если в однородной степенной функции

$$f(x) = c \cdot x^{\alpha}, \qquad (2.2)$$

где с и  $\alpha$  постоянные, подвергнуть x преобразованию подобия путем умножения на некоторую константу, то функция f(x) по-прежнему будет пропорциональна  $x^{\alpha}$ , хотя и с другим коэффициентом пропорциональности. Таким образом, степенные законы с целочисленными или дробными показателями являются генераторами самоподобия. Тот факт, что однородные степенные законы не имеют естественных внутренних масштабов, и обусловливает феномен масштабной инвариантности в разнообразных явлениях реального мира [Иудин, 2012].

По определению Б. Мандельброта «Фракталом называется множество, размерность Хаусдорфа – Безиковича которого строго больше его топологической размерности». Это определение раскрывает понятие «фрактал» в математическом плане, но требует объяснения терминов «размерность Хаусдорфа – Безиковича», «топологическая размерность». Для инженеров предпочтительнее нестрогие определения этих терминов и другое определение фрактала, данное Б. Мандельбротом: «фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому». Второе определение содержит существенный отличительный признак, наблюдаемый у фрактальных объектов: фрактал выглядит одинаково, в каком бы масштабе его ни наблюдать [Федер, 1991].

Размерность Хаусдорфа – Безиковича применительно к идеальным объектам евклидовой геометрии дает те же значения, что и топологическая размерность, т.е. равна 0 для точки, 1 – для гладкой плавной линии, 2 – для ровной плоской фигуры и поверхности, 3 – для тела и пространства. Однако она обладает более тонкой чувствительностью ко всякого рода несовершенствам реальных объектов, позволяя различать то, что топологической размерностью неразличимо, например, – степень извилистости линии. Она может принимать не только целые, но и дробные значения. Для того, чтобы подчеркнуть эту способность, Б. Мандельброт предложил называть ее фрактальной размерностью [Розенберг, 2011]. К. Фолконер перечислил свойства, которыми (не обязательно всеми) могут обладать фрактальные объекты. Обычно, если говорят, что множество  $\varphi$ является фракталом, то имеют в виду следующее:

-  $\phi$  имеет тонкую структуру, т.е. детали произвольно малых масштабов;

- *φ* является слишком нерегулярным для того, чтобы описываться традиционной геометрией как локально, так и глобально;

 – \u03c6 обладает некоторым самоподобием, возможно приблизительным или статистическим;

– обычно как-либо определенная фрактальная размерность множества *ф* больше, чем его топологическая размерность;

– во многих случаях множество  $\varphi$  определяется очень просто, возможно рекурсивно [Falkoner, 1985; Иудин, 2012].

Таким образом, для фракталов центральным понятием является самоподобие.

Другим важным свойством фракталов является иерархичность, т.е. способность повторяться в разных масштабах пространства и времени. Существует четкий критерий принадлежности объекта к фракталам: объект нельзя считать фрактальным, если он не обладает свойством самоподобия, но можно, если он иерархичен [Розенберг, 2011].

Кроме самоподобия и иерархичности, диагностическими признаками фрактального объекта являются [Федер, 1991; Божокин, 2001; Шредер, 2001; Морозов, 2002]:

 степенная зависимость числа структурных элементов от масштаба, поскольку математическим выражением самоподобия являются степенные законы (2.2);

 – масштабная инвариантность (скейлинг), т.е. возможность воспроизводить объект при изменении масштаба;

– строгое отличие фрактальной размерности, которая может быть как целочисленной, так и дробной, от топологической размерности, которая всегда целочисленна [Розенберг, 2011].

Можно сказать, что главной количественной характеристикой фрактального объекта является его фрактальная размерность.

### 2.2. Фрактальная размерность

Далее будем обозначать: d – топологическая размерность; D – фрактальная размерность.

Наиболее просто понятие размерности можно объяснить как количество переменных (или измерений), необходимых для полного описания положения точки в пространстве. Так, для описания положения точки на плоскости необходимо указать две координаты, поэтому плоскость, так же как и любая другая гладкая поверхность, имеет размерность, равную 2, то есть двумерна. Описать положение точки на линии можно с помощью одной координаты, поэтому линия одномерна, ее размерность равна 1. Аналогично, размерность точки равна нулю. Пространство – трехмерно. Введенное таким интуитивным образом понятие размерности соответствует тому, что в математике называется топологической размерностью. Эта размерность всегда является целым числом [Гелашвили, 2013].

Зададимся вопросом: как получить адекватную количественную характеристику (меру) геометрического объекта, рассматриваемого как множество точек, вложенных в пространство?

Для гладких геометрических множеств мера определяется их топологической размерностью. Так, прямая характеризуется длиной, поверхность – площадью, множество в трехмерном пространстве – объемом. Если же для характеристики множества будет выбрана неверная мера, результат не будет иметь какойлибо ценности. Поясним это на наглядных примерах из книги Е. Федера [Федер, 1991].

Кривую (рис.2.1) можно измерить, определяя число  $N(\delta)$  прямолинейных отрезков длиной  $\delta$ , необходимых для того, чтобы покрыть ее. Разумеется, что для обычной кривой  $N(\delta) = L_0/\delta$ . Длина кривой  $L_0$  определяется предельным переходом

$$L = N(\delta) \cdot \delta \to L_0 \delta^0.$$
(2.3)  
$$\delta \to 0$$

В пределе при  $\delta \to 0$  мера *L* становится асимптотически равной длине кривой  $L_0$  и не зависит от  $\delta$ .

Множеству точек можно поставить в соответствие и *площадь*. Например, площадь кривой можно определить, указывая число квадратов, необходимых для ее покрытия. Если  $N(\delta)$  – число этих квадратов, а  $\delta^2$  – площадь каждого из них, то площадь кривой равна

$$A = N(\delta) \cdot \delta^2 \to L_0 \delta^1.$$
(2.4)

Аналогично объем V кривой можно определить как величину

$$V = N(\delta) \cdot \delta^3 \to L_0 \delta^2.$$

$$\delta \to 0$$
(2.5)

Разумеется, что для обычных кривых *A* и *V* обращаются в нуль при  $\delta \to 0$ , и единственной представляющей интерес мерой является длина кривой.



Рис.2.1. Измерение «величины» кривой [Федер, 1991]

Рассмотрим далее множество точек, образующих поверхность (рис.2.2). Нормальной мерой такого множества служит площадь A. Покрыв поверхность квадратами со стороной  $\delta$ , будем иметь

$$A = N(\delta) \cdot \delta^2 \to A_0 \delta^0.$$
(2.6)  
$$\delta \to 0$$

Как нетрудно видеть, для обычной поверхности число квадратов, необходимых для ее покрытия, определяется в пределе при  $\delta \to 0$  выражением  $N(\delta) = A_0/\delta^2$ , где  $A_0$  – площадь поверхности.



Рис. 2.2. Измерение «величины» поверхности [Федер, 1991]

Поверхности можно поставить в соответствие и *объем*, образуя сумму объемов кубов, необходимых для ее покрытия. При  $\delta \rightarrow 0$  этот объем, как следует ожидать, обращается в нуль. Таким образом, заключаем, что единствен-

ной содержательной мерой множества точек, образующих поверхность в трехмерном пространстве, является площадь [Федер, 1991].

Завершая отступление с примерами, повторим, что для гладких геометрических множеств мера определяется их топологической размерностью.

Теперь представим, что множество точек, образующих кривую, могут быть закрученными так сильно, что ее длина окажется бесконечной. И, действительно, существуют кривые, заполняющие плоскость (кривые Пеано). Существуют также поверхности, изогнутые столь причудливо, что они заполняют пространство.

До сих пор, определяя меру величины множества точек  $\varphi$  в пространстве, мы выбирали некоторую пробную функцию  $h(\delta) = \gamma(d) \cdot \delta^d$  – отрезок прямой, квадрат, куб – и покрывали множество, образуя меру  $M_d = \sum h(\delta)$ . Сейчас можем заключить, что в общем случае при  $\delta \to 0$  мера множества  $M_d$ равна нулю или бесконечности в зависимости от выбора d – размерности меры. Размерность Хаусдорфа-Безиковича D множества  $\varphi$  есть критическая размерность, при которой мера  $M_d$  изменяет свое значение с нуля на бесконечность:

$$M_{d} = \sum \gamma(d) \cdot \delta^{d} = \gamma(d) \cdot N(\delta) \cdot \delta^{d} \to \begin{cases} 0 \text{ при } d > D, \\ \infty \text{ при } d < D. \end{cases}$$
(2.7)  
$$\delta \to 0$$

Значение  $M_d$  при d = D часто конечно, но может быть равно нулю или бесконечности; существенно, при каком именно значение d величина  $M_d$  изменяется скачком.

В приведенном определении (2.7) размерность Хаусдорфа-Безиковича фигурирует как локальное свойство – в том смысле, что характеризует множество точек в пределе при исчезающее малом размере  $\delta$  пробной функции, используемой для покрытия множества. Следовательно, фрактальная размерность D может быть также локальной характеристикой множества [Федер, 1991].

Перейдем к обсуждению фрактальной размерности [Иудин, 2012].

Поясним (или напомним), что физическое содержание самого понятия размерности геометрического объекта, в том числе и фрактального, определяется изменением массы объекта (или числа составляющих его элементов) M(L) с ростом его линейных размеров L [Mandelbrot, 1977, 1982; Мандельброт, 2002].

Если рассмотрим малую часть объекта с размерами  $\lambda L(\lambda < 1)$ , то для массы фрагмента получим:

$$M(\lambda L) = \lambda^d \cdot M(L).$$
(2.8)

Решение функционального уравнения (2.8) имеет простой вид:

$$M(L) = const \cdot L^d. \tag{2.9}$$

Так, масса длинного провода меняется линейно с  $\lambda$ , т.е. d = 1. Для тонкой пластины найдем, что d = 2, а для бруска d = 3.

Такое «физическое» определение размерности естественно соотносится с интуитивно понятной возможностью разделения объекта на части. Действительно, в соответствии с этим классическим подходом, объект имеет n измерений, если его можно разбить на части гиперплоскостями, которые сами являются (n - 1)-мерными объектами. Так получаем рекуррентное определение размерности, которое предполагает, что объемы – части пространства, поверхности – границы объемов, линии – границы поверхностей, а точки – границы линий.

Будем считать объект, который можно воспроизвести путем увеличения какой-либо его части, самоподобным, или инвариантным относительно преобразования масштаба, т.е. фракталом.

Возвращаясь к функциональному уравнению (2.8), можно утверждать, что фрактальным, или самоподобным объектам отвечают решения (2.9) с нецелым d = D:

$$M(L) = const \cdot L^{D}. \tag{2.10}$$

Для фрактальных объектов величина размерности D оказывается меньше размерности объемлющего евклидового пространства D < d. Таким образом, плотность  $\rho(L)$  фрактальных структур уменьшается по степенному закону с ростом их линейных размеров *L*:

$$\rho(\lambda L) = \frac{M(\lambda L)}{(\lambda L)^d} = \lambda^{D-d} \cdot \frac{M(L)}{L^d} = \lambda^{D-d} \cdot \rho(L).$$
(2.11)

Последнее соотношение дает нам интуитивно понятное определение фрактального объекта: фракталом является структура с дырками на всех масштабах. Чем больше линейные размеры фрактала, тем больших размеров дырки мы в нем можем найти. Отсюда следует падение плотности фрактала с ростом его линейных масштабов [Иудин, 2012].

#### 2.3. Регулярные фракталы

Итак, к фракталам относят геометрические объекты, имеющие сильно изрезанную форму и демонстрирующие некоторую повторяемость в широком диапазоне масштабов. Если повторяемость полная – говорят о регулярных фракталах. Рассмотрим такие фракталы на простых примерах. Обратимся к так называемой триадной кривой Коха, впервые предложенной шведским математиком Хельге фон Кохом в 1904 г. (Niels Fabuan Helge von Koch, 1870 – 1924). Ее построение начинается с прямолинейного отрезка единичной длины. Центральная треть отрезка вырезается, а на его месте надстраивается фиорд из двух отрезков, образующих с вырезанной частью равносторонний треугольник (рис.2.3). Получается фигура, являющаяся генератором нового фрактала. На последующих шагах построения кривой Коха все прямолинейные отрезки просто заменяются уменьшенными копиями генератора, то есть их средняя треть вырезается и заменяется фиордом. В результате бесконечного повторения такой процедуры получается красивая фигура, любая сколь угодно малая часть которой подобна целой конструкции.

Используя функциональное уравнение (2.8), можно определить фрактальную размерность кривой Коха:  $D = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1,2619.$ 

Получается, что фрактальная размерность кривой Коха больше, чем у линии, но меньше, чем у плоскости. Здесь мы имеем дело с особым математическим (или физическим) объектом, относящимся к классу множеств. В зависимости от того, как мы его измеряем, он меняет свои параметры, а, возможно, и свойства. Это уже не линия, но еще и не полноценная плоскость. Кривую Коха можно растянуть в прямую линию, поэтому ее топологическая размерность равна единице. Фрактальная размерность, равная 1,261, больше топологической, что и говорит о том, что кривая является структурой, отличной от линии, но еще не ставшей плоскостью.

Длина кривой Коха не определена: ее величина зависит от точности измерения и расходится при увеличении этой точности. Действительно, на каждом шаге итерационной процедуры, представленной на рис. 2.3, длина образующейся ломаной увеличивается по сравнению с предыдущей в 4/3 раза и составляет  $(4/3)^n$ , где n – номер шага процедуры.

Применим теперь описанную выше процедуру Коха сразу для трех отрезков, образующих равносторонний треугольник (рис. 2.4). На первом шаге итерации мы получим звезду Давида, а затем фигуру, граница которой на каждом последующем шаге становится все более изрезанной. Эта фигура с фрактальной границей называется островом Коха.

Очевидно, что периметр острова Коха, также, как и длина кривой Коха, зависит от точности его измерения. На n –ом шаге итерационной процедуры периметр составляет  $P_n = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n$ .



Рис.2.3. Изображение итерационной процедуры построения кривой Коха [Иудин, 2012]



Рис. 2.4. Изображение итерационной процедуры построения острова Коха [Иудин, 2012]

Найдем площадь острова Коха. На первом шаге процедуры площадь исходного равностороннего треугольника  $S_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}$  увеличивается за счет площади фиордов, выступающих с каждой из трех сторон. Очевидно, что площадь одного фиорда составляет одну девятую часть от площади исходного равностороннего треугольника, так что  $S_1 = S_0 + 3 \cdot \frac{1}{9} \cdot S_0$ . На каждом последующем шаге процедуры площадь острова будет увеличиваться за счет площади новых фиордов, число которых с каждой стороны исходного треугольника будет расти как степень четверки, а площадь будет уменьшаться как степень одной девятой

$$S_n = S_0 + 3 \cdot \left(\frac{1}{9} \cdot S_0 + \frac{4}{9^2} \cdot S_0 + \dots + \frac{4^{n-1}}{9^n} \cdot S_0\right) =$$
  
=  $S_0 \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{4}{9}\right)^i\right).$  (2.12)

В выражении (2.12) справа стоит сумма геометрической прогрессии со знаменателем  $\frac{4}{9}$ , поэтому окончательно получаем

$$S_n = S_0 \left( 1 + \frac{3}{5} \left( 1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n \right) \right).$$
(2.13)

При стремлении числа шагов процедуры к бесконечности найдем площадь острова Коха

$$S = \frac{8}{5} \cdot S_0 = \frac{2\sqrt{3}}{5}.$$
 (2.14)

В итоге получен интригующий результат – конечная площадь острова Коха ограничена периметром бесконечной длины.

Любопытно взглянуть на это еще и с другой стороны. Известно, что форма плоских фигур может быть охарактеризована краевым индексом

$$I_k = \frac{P}{2\sqrt{\pi A}}, \qquad (2.15)$$

где P – полный периметр фигуры; A – площадь фигуры. Для круга, например,  $I_k$  принимает минимально возможное значение, равное единице; для квадрата  $I_k = 1,29$ . Для острова Коха краевой индекс равен бесконечности.

Ясно, что в реалиях физического мира такого рода бесконечности никогда не встречаются. Тем не менее природа часто обращается к подобным аномалиям для решения конкретных проблем [Иудин, 2012].

В интернете можно найти целые галереи регулярных математических фракталов, построенных с использованием самых разных генераторов. Все виды математических фракталов являются абстракциями.

#### 2.4. Системы итерируемых функций

Кривая Коха и остров Коха – представители обширного класса так называемых конструктивных фракталов. Они конструируются путем применения некоторой простой процедуры-генератора к исходному множеству-затравке.

Другой распространенный способ получения фракталов называется методом систем итерируемых функций (СИФ). СИФ представляет собой систему функций из некоторого фиксированного класса функций, отображающих одно
многомерное множество на другое. Наиболее простая СИФ состоит из аффинных преобразований плоскости:

$$\begin{cases} x_{n+1} = ax_n + by_n + \eta, \\ y_{n+1} = cx_n + dy_n + \xi. \end{cases}$$
(2.17)

Вот пример применения СИФ:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \frac{1}{3}(x_n + 2\eta), \\ y_{n+1} = \frac{1}{3}(y_n + 2\xi), \end{cases}$$
(2.18)

где случайные величины  $\eta$  и  $\xi$  с вероятностью <sup>1</sup>/<sub>4</sub> принимают соответственно значения абсцисс и ординат вершин единичного квадрата: (0,0); (0,1); (1,1); (1,0). Результат применения данной СИФ представлен на рис. 2.5. Фрактальная размерность полученного множества равна  $D = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1,2619$  [Иудин, 2012].

		11 11	
.9-	# #		 
.8-	11 11		 
.7			 
.6-			
.5-			
.4			
.3-			 
.2-	11 11		
.1			 
			 11 11
.1		0.2 0.4	 0.6 0.8

применения СИФ – генератора (2.18) [Иудин, 2012]

#### 2.5. Стохастические фракталы

Как уже указывалось, все рассмотренные выше фракталы можно назвать регулярными, поскольку они являются результатом повторения некоторого детерминированного алгоритма. Для них свойство самоподобия выполняется строго.

В природе же обычно встречаются так называемые случайные, или стохастические фракталы. Их основное отличие от регулярных фракталов состоит в том, что свойство самоподобия проявляется в них статистически. При конкретной реализации увеличенная часть фрактала не идентична исходному фрагменту, однако их статистические характеристики совпадают. За примером стохастического фрактала обратимся к эксперименту Л. Ричардсона по измерению длины береговой линии Великобритании, приведенному в книге Е.Федера [1991].

Метод измерения описан следующим образом. Установим раствор циркуля на некоторую заданную длину шага  $\varepsilon$  и пройдемся эти циркулем вдоль береговой линии, начиная каждый новый шаг в той точке, где закончился предыдущий. Количество шагов N, умноженное на длину шага  $\varepsilon$ , даст нам приблизительную длину береговой линии  $L(\varepsilon) = N \cdot \varepsilon$ . С уменьшением длины шага  $\varepsilon$  длина береговой линии  $L(\varepsilon)$  склонна увеличиваться, причем неограниченно, то есть, фактически, она бесконечна.

Такое поведение береговой линии связано с тем, что она не является гладкой кривой, а представляет собой фрактал. При увеличении масштаба ее рассмотрения (то есть при уменьшении  $\varepsilon$ ) неизбежно появляются новые подробности, новые полуострова и бухты, затем еще более мелкие полуострова и бухты и так далее. Это означает, что береговая линия самоподобна, т.е. является масштабно-инвариантным объектом или, другими словами, объектом, не имеющим характерной длины (рис.2.6).

Рассмотрим эксперимент с береговой линией Великобритании подробнее.

Итак, выбираем произвольно некую единицу измерения  $\varepsilon$ .

Измерим длину береговой линии, заменяя ее ломаной линией, составленной из отрезков длины *ε*. Полученные значения аппроксимируются уравнением прямой

$$logL = -a \cdot log\varepsilon + logL_1, \tag{2.19}$$

где L – длина береговой линии;  $L_1$  – длина, при измерении которой использован отрезок  $\varepsilon = 1$ . Из уравнения (2.19) следует:

$$L = L_1 \cdot \varepsilon^{-a}$$
 или  $L = L_1 \cdot (1/\varepsilon)^a$ . (2.20)

Теоретически, если  $\varepsilon \to 0$ , то  $L \to \infty$ . Тогда длина береговой линии Британии была бы бесконечной. Поэтому лучше определить криволинейность береговой линии степенью ее изгибания, которое Б.Мандельброт и предложил назвать фрактальной размерностью *D*:

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log N}{\log_{\varepsilon}^{1}} \,. \tag{2.21}$$

Если дробь в (2.21) имеет постоянные значения на каждом шаге, то можно записать

$$D = \frac{\log N}{\log \frac{1}{\varepsilon}}$$
 или  $N = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^D$ . (2.22)

 $\sim 37 \sim$ 



Рис.2.6. Береговая линия Великобритании с разной степенью схематизации [http: commons.wikipedia.org/wiki/File:Britain-fractal-coastline-combined.jpg]

Поскольку 
$$L = N_{\varepsilon}$$
, то получаем  
 $L = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{D-1}$  или  $L = (\varepsilon)^{1-D}$ . (2.23)

Эта формула показывает, как измеряемая длина увеличивается при уменьшении длины единицы измерения [Гелашвили, 2013].

#### 2.6. Методы расчета фрактальной размерности

Рассмотрим общую схему определения меры множества.

Пространство, в котором находится множество, покрывается областями некоторого характерного размера  $\varepsilon$ . Например, плоскость можно покрыть квадратной сеткой с размером ячейки  $\varepsilon$ . Затем подсчитывается число  $N(\varepsilon)$  таких областей, в которые попали точки исследуемого множества. Процедура повторяется для разных  $\varepsilon$ , а мера определяется как предел:

$$M = \lim_{\varepsilon \to 0} N(\varepsilon)\varepsilon^d .$$
 (2.24)

Здесь *d* соответствует размерности объекта. Если ошибиться с выбором *d*, получим либо ноль, либо бесконечность.

Такое может произойти при оценке длины береговой линии. Полагая ее гладкой линией с d = 1 и измеряя длину, получим  $L = \infty$ . Увеличив размерность на единицу и полагая ее поверхностью с d = 2, получим площадь S = 0. Единственный выход, ведущий к получению осмысленной меры, заключается в том, чтобы рассмотреть береговую линию как объект с дробной размерностью, лежащей между 1 и 2. Только при одном определенном значении размерности d = D существует ненулевой предел меры (2.24).

Именно этот признак используют для определения размерности фрактальных объектов:

$$D = -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}.$$
 (2.25)

В практических расчетах величину D называют фрактальной размерностью объекта [Иудин, 2012].

Вернемся к примеру с береговой линией Великобритании. По расчету показатель степени в уравнении (2.24) для нее составляет – 0,30, соответственно фрактальная размерность D = 1,30 [Федер, 1991].

Проще всего рассчитывать размерность конструктивных фракталов. Для них, вследствие детермированного способа построения, фрактальную размерность можно посчитать точно.

Пусть на некотором этапе построения конструктивного фрактала он состоит из  $N(\varepsilon)$  элементов характерного размера  $\varepsilon$ , а на другом этапе из  $N(\varepsilon')$ элементов  $\varepsilon'$ . Тогда величина фрактальной размерности может быть вычислена по формуле

$$D = -\frac{\ln\left(\frac{N(\varepsilon)}{N(\varepsilon')}\right)}{\ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}\right)} .$$
 (2.26)

В качестве примера рассчитаем фрактальную размерность кривой Коха (см.рис.2.3). При построении кривой Коха на каждом этапе отрезок фиксированного размера заменялся четырьмя отрезками втрое меньшего размера. Отсюда

$$D = -\frac{\ln\left(\frac{1}{4}\right)}{\ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon/3}\right)} \approx \frac{\ln 4}{\ln 3} = 1,2619.$$
(2.27)

Гораздо сложнее обстоит дело со случайными фракталами. Для таких фракталов приходится определять размерность по конкретной реализации, поэтому вследствие их стохастической природы неизбежно появляется ошибка.

Ниже описаны алгоритмы методов определения фрактальной размерности для некоторых часто встречающихся типов данных [Иудин, 2012].

#### I. Метод разделения (divider method).

Этот метод применяется для определения фрактальной размерности линии по ее изображению.

1. Выбирается раствор воображаемого циркуля  $\varepsilon$ .

2. Осуществляется проход линии этим циркулем и подсчитывается понадобившееся число шагов  $N(\varepsilon)$ . 3. Повторяются шаги 1 и 2 с увеличением раствора циркуля  $\varepsilon$  от минимального до максимального. Увеличение обычно следует геометрическому ряду, например 2,4,8,16.

4. Строится график зависимости  $N(\varepsilon)$  в билогарифмических координатах.

5. Методом наименьших квадратов оценивается наклон этого графика, он и представляет собой фрактальную размерность, взятую с обратным знаком.

Иллюстрацией метода разделения послужил описанный выше пример с береговой линией Великобритании.

## II. Метод подсчета занятых ячеек (box-counting method).

Этот метод чаще всего применяется для определения размерности множества на плоскости по его изображению. Его называют методом Федера, иногда – клеточным методом.

1. Изображение покрывается сеткой с размером ячейки *ε*.

2. Подсчитывается число занятых ячеек  $N(\varepsilon)$ .

3. Повторяются шаги 1 и 2 с увеличением размера ячейки *є* от минимального до максимального (увеличение обычно следует геометрическому ряду, например 2,4,8,16).

4. Строится график зависимости  $N(\varepsilon)$  в билогарифмических координатах.

5. Методом наименьших квадратов оценивается наклон этого графика, он и представляет собой фрактальную размерность, взятую с обратным знаком.

Видим, что шаги 3,4,5 у I и II методов одинаковы.

Пример применения этого метода к береговой линии Норвегии (рис.2.7) позаимствован из книги Е. Федера [1991].

## III. Метод скользящего окна (gliding box).

Этот метод является модификацией предыдущего метода подсчета занятых ячеек. Он применяется, когда имеется сетка, каждая ячейка которой либо занята, либо нет. Любое изображение на плоскости легко приводится к такому виду.

1. Выбирается «окно анализа» некоторого размера *ε*.

2. Окно помещается во все доступные позиции на сетке и подсчитывается число окон, захвативших хотя бы одну точку объекта  $N(\varepsilon)$ .

Шаги 3 – 5 соответствуют методу подсчета ячеек.

## IV. Метод соотношения периметр-площадь.

Применяется для определения фрактальной размерности береговой линии архипелага островов по карте.

1. Для каждого острова определяется периметр Р и площадь А.



Рис. 2.7. Береговая линия южной части Норвегии:

а – береговая линия перечерченная из географического атласа. Изображенная квадратная решетка имеет шаг  $\delta \sim 50$  км; шаг обозначен через  $\delta$ , как в оригинале; б – число ячеек N размером  $\delta \times \delta$ , необходимых для покрытия береговой линии, как функция шага  $\delta$  (км). Прямая в дважды логарифмических координатах построена по результатам измерений. Фрактальная размерность береговой линии D $\approx$  1,52 [Федер, 1991]

а

2. Строится график зависимости P(A) в билогарифмических координатах.

3. Методом наименьших квадратов оценивается наклон этого графика, фрактальная размерность оценивается как удвоенный наклон.

#### V. Метод полувариограмм (semivariogram method).

Применяется, когда имеется набор точек, характеризующихся какой-либо величиной, это может быть временная серия или измерения на плоскости.

1. Измеряется расстояние между каждой парой точек (обычно евклидово).

2. Вычисляется разница в изучаемой величине для каждой пары точек и возводится в квадрат.

3. Строится график зависимости квадратов различий от расстояний между точками в билогарифмических координатах.

4. Фрактальная размерность вычисляется как D = n - m/n, где m – наклон графика, n – размерность пространства.

Результаты расчетов фрактальных размерностей береговых линий в приведенных выше примерах ( $D \approx 1,30$  у Великобритании и  $D \approx 1,52$  у Норвегии) свидетельствуют о том, что, что береговая линия Норвегии более извилиста, чем береговая линия Великобритании.

Заключая обзор методов определения фрактальной размерности, следует отметить, что все они основаны на степенных законах (2.24). Такого рода зависимости характерны для фракталов и являются математическим выражением их свойства самоподобия.

Из описаний всех перечисленных методов видно, что практический анализ скейлинговых показателей проводят не в натуральных, а в билогарифмических координатах, т.е. непосредственно анализируется зависимость logM от logN. В билогарифмических координатах степенная зависимость обращается в линейную, что значительно упрощает процедуру анализа, поскольку для выявления свойства самоподобия, проявляющегося в виде степенного закона, необходимо просто убедиться в линейности зависимости logM от logN.

Далее мы будем иметь дело только с природными фракталами. Они отличаются неполнотой и неточностью повторений своей структуры. Свойство самоподобия у реальных природных фракталов выполняется четко лишь на некотором диапазоне масштабов, вне этого диапазона самоподобие и фрактальные свойства пропадают. Поэтому их фрактальная размерность должна определяться только по тем участкам графиков, где степенная зависимость сохраняется, то есть во всех изложенных выше методах наклон графиков в билогарифмических координатах должен определяться только по линейному участку графиков [Иудин, 2012; Гелашвили, 2013].

~ 42 ~

#### 2.7. Мультифракталы

Для количественного описания обычных фракталов, в принципе, достаточно одной величины – фрактальной размерности D (размерности Хаусдорфа-Безиковича), характеризующей инвариантность геометрических или статистических параметров при изменении масштаба. В то же время имеется много явлений и процессов, когда необходимо распространить понятие фрактала на сложные системы, характеризующиеся спектром показателей, среди которых размерность Хаусдорфа-Безиковича является частным случаем. Такие объекты называют сложными фракталами или мультифракталами. В природе часто встречаются именно мультифракталы, тогда как простые самоподобные объекты – монофракталы – представляют собой некоторую идеализацию реальных явлений.

Итак, мультифракталы – это фрактальные объекты, для полного описания которых, в отличие от обычных фракталов, недостаточно введения всего лишь одной величины, фрактальной размерности *D*, а необходим целый спектр таких размерностей. Причина этого заключается в том, что наряду с чисто геометрическими характеристиками, определяемыми размерностью D, такие фракталы обладают еще одним свойством, а именно распределением по своему геометрическому носителю некоторой меры. В качестве такой меры может выступать что угодно: плотность населения, концентрация вещества, высота волн. Важным моментом является то, что мера распределена по мультифракталу неравномерно, но самоподобно. Термин мультифрактал можно понимать как некое объединение различных однородных фрактальных подмножеств, каждое из которых имеет свое собственное значение фрактальной размерности.

Обычный фрактальный подход не позволяет отличить однородные объекты от неоднородных. Неоднородные фракталы обладают рядом новых свойств по сравнению с однородными, и для их полного описания одного показателя – фрактальной размерности D – оказывается недостаточно. Требуется проведение мультифрактального анализа. Мультифрактальный анализ в математике называют мультифрактальным формализмом [Иудин, 2012].

Методические вопросы проведения мультифрактального анализа находятся за пределами рассуждений о фракталах в данной книге. Они подробно рассмотрены в соответствующих изданиях [ Федер, 1991; Божокин, 2001; Кузнецов, 2001; Песин, 2002; Иудин, 2012; Гелашвили, 2013]. Заметим, что проведение мультифрактального анализа – это задача скорее для математиков, чем для инженеров. В практическом деле часто встречаются множества, расположенные на плоскости в координатах, обозначенных разными физическими величинами, например, x (в единицах длины) и t (в единицах времени). В этих случаях вряд ли можно ожидать, что x и t будут иметь одинаковые коэффициенты подобия. Такие множества (кривые) являются не самоподобными, а самоаффинными.

В отличие от самоподобных фракталов, размерность самоаффинных фракталов не определяется однозначно. При анализе самоаффинных кривых следует различать локальную фрактальную размерность и глобальную фрактальную размерность.

Локальная фрактальная размерность D самоаффинной кривой определяется соотношением D = 2 - H, где 2 – евклидова размерность плоскости; H – показатель Херста (см. раздел 7.2). Соотношение D = 2 - H справедливо, когда структура кривой, описывающей фрактальную функцию, исследуется с высоким разрешением, то есть в локальном пределе. Значение D находится в диапазоне 1 < D < 2.

Глобальная фрактальная размерность D самоаффинной кривой равна D = 1, то есть самоаффинные кривые нефрактальны в глобальном смысле [Федер, 1991].

Подробности о самоаффинных множествах можно найти в профессиональной литературе [Федер, 1991; Мандельброт, 2002; Иудин, 2012]. В разделе 6.2 книги имеются примеры самоаффинных поверхностей.

### 2.9. Фрактальная размерность кластеров

Кластер (англ. cluster – гроздь) – скопление однотипных объектов.

Если математическую линию заменить линейной цепочкой мономеров, двумерное множество точек заменить плоским набором мономеров – получим кластеры (рис. 2.8).

В цепи длиной L = 2R число мономеров равно

$$N = (R/R_0)^1; (2.28)$$

в наборе, образующем круглый диск, число мономеров равно

$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\rho} \cdot (\mathbf{R}/\mathbf{R}_0)^2, \qquad (2.29)$$

где  $R_0$  – размер мономера;  $\rho$  – плотность числа мономеров, упакованных в окружность радиуса R. Выписанные соотношения применимы только в пределе при  $R/R_0 \gg 1$ , поскольку, например, круглый диск можно покрыть мономерами только приблизительно.





Рис. 2.8. Линейный и плоский кластеры из мономеров [Федер, 1991]. Северная болотная ягода морошка – пример объемногокластера

Асимптотическая форма соотношения (2.29) между числом частиц N и размером кластера, который оценивается по радиусу R наименьшей окружности, содержащей кластер внутри себя, имеет вид

$$N = \rho \cdot (R/R_0)^D, \quad N \to \infty$$
(2.30)

Плотность *р* зависит от того, как упакованы мономеры. Выражение для плотности *р* содержит множители, учитывающие форму кластера.

Величина D в соотношении (2.30) «число частиц – радиус» может быть нецелой, то есть фрактальной. Размерность D не зависит от формы кластера, она служит количественной характеристикой того, как кластер заполняет занимаемую им площадь. В общем случае показатель степени D называется фрактальной размерностью кластера.

Так как масса всех мономеров одинакова, число частиц N в кластере часто интерпретируют как массу M, *ρ* – как плотность массы, а размерность кластера называют размерностью массы.

Следует особо подчеркнуть, что если кластер пористый или случайный, то это само по себе еще не означает, что он фрактальный. Фрактальный кластер отличатся тем свойством, что с ростом размеров его плотность убывает по закону, описываемому показателем D в соотношении (2.30) «число частиц – радиус». Фрактальные кластеры имеют плотность, убывающую с увеличением расстояния от начала [Федер, 1991].

Наглядный пример дают кластеры коллоидного золота. На рис. 2.9 воспроизведены электронные микрофотографии таких кластеров.

На фотографиях видно, что в кластерах имеются дыры всех размеров, в т.ч. совместимых с размером кластера. Кроме того, кластеры различных размеров по виду подобны. По оценкам экспериментаторов такие кластеры представляют собой фракталы. Анализ электронных микрофотографий привел

к их фрактальной размерности D = 1,7±0,1 (рис. 2.10). Видимые на микрофотографиях проекции кластеров не компактны. Это согласуется с тем, что их наблюдаемая фрактальная размерность меньше 2 [Федер, 1991].



Рис. 2.9. Фотографии кластеров золота, полученные с помощью просвечивающего электронного микроскопа [Федер, 1991]



Рис. 2.10. Вариация массы как функция размеров коллоидных агрегатов золота. За единицу массы принята масса отдельной частицы, за единицу линейных размеров – диаметр отдельной частицы. Прямая соответствует фрактальной размерности D = 1,7±0,1 [Федер, 1991]

Завершив на этом экскурс в теорию фракталов, последующие главы книги мы посвятим ее приложениям, часть из которых будут реальными, другие – информационно-методического или иллюстративного характера.

# Глава 3

# Гидрографическая сеть

Совокупность постоянных и временных поверхностных водотоков – больших и малых рек, ручьев, включающую также водоемы с замедленным водообменом – болота, озера, пруды, водохранилища, называют гидрографической сетью.

В топологии гидрографическая сеть отождествляется с деревом. Из любой точки вдоль берегов рек можно «обежать» всю сеть, не встретив никакого препятствия.

В данной главе, пройдя через некоторые понятия гидрологии, мы постепенно приблизимся к определению фрактальной размерности рек.

#### 3.1. Элементы гидрографической сети

По Б. Мандельброту во фрактальной геометрии понятие «длины» бессмысленно для географических кривых [Mandelbrot, 1977]. Хотя это так, но, например, гидрология [Singh, 2018], не обходится без натурального измерения элементов гидрографической сети.

Длина реки измеряется вдоль самого длинного русла от истока до устья (рис. 3.1). Наибольшую длину среди российских рек имеет р. Енисей – 5940 км [Водные ресурсы, 2008]. Длину р. Волги называют равной 3531 км [Вода России. Речные бассейны, 2000] или 3690 км [Водные ресурсы, 2008]. Волга берет исток на Валдайской возвышенности у селения Волговерховье к северо-западу от г. Москвы на отметке 225,0 м БС и впадает в Каспийское море на отметке устья около – 28,0 м БС. Длина р. Оки – самого крупного правого притока р. Волги, впадающего в нее в г. Нижнем Новгороде, – 1500 км.

Речной бассейн – это территория суши, с которой талая и дождевая вода стекает в данный водоток или водоем. Возможно говорить о бассейне реки до какого-либо пункта (замыкающего створа) или до устья, также, – о бассейне озера или моря. Линия, разделяющая смежные бассейны, – водораздел – проводится по наиболее высоким точкам рельефа (см. рис. 3.1). Водоразделы хорошо выражены в горах, на равнинах они незаметны и определить их весьма трудно, особенно на плоских заболоченных низменностях (рис.3.2).

Характеристикой размера реки может служить ее порядок і в гидрографической сети бассейна. В зависимости от схемы определения порядков рек [Алексеевский, 2013] одинаковой структуре речной сети будут соответствовать несовпадающие, но скореллированные значения і. Если, например, в качестве рек первого порядка (i = 1) рассматривать водотоки длиной менее 15 км, то порядок основной реки в произвольном створе будет функцией числа рек N с длиной менее 15 км в вышерасположенной части бассейна i = f(N) [Малые реки, 1998]. Так, р. Волга (рис.3.3) в устье имеет порядок i =13 [Найденко, 20013]. Конкретному значению порядка реки в условиях одной природной зоны соответствуют близкие гидрологические характеристики (расходы воды и наносов), т.е. при порядках водотоков  $i_{\alpha} = i_{B} = \text{const дости-гается их гидрологическое подобие [Вода России. Малые реки, 2001].$ 

Бассейн реки называют также водосбором. Площадь водосбора – важнейшая числовая характеристика любой реки. Среди рек России по площади водосбора лидирует р. Обь – 2990 тыс. км<sup>2</sup>. Площадь водосбора р. Волги (см. рис. 3.3) 1360 – 1380 тыс. км<sup>2</sup>. Бассейн р. Волги располагается в пределах Восточно-Европейской равнины. Его протяженность с севера на юг 1910 км, с запада на восток 1805 км. В пределах водосбора насчитывается приблизительно 151 тыс. рек длиной более 10 км. Из этого количества 2600 рек непосредственно впадают в р. Волгу и созданные на ней водохранилища (табл. 3.1). Река Ока имеет площадь водосбора 245 тыс. км<sup>2</sup> [Вода России. Речные бассейны, 2000; Водные ресурсы, 2008]. Озерность бассейна р. Волги от 6 – 10 % на севере до 2 % на юге водосборной территории. Наиболее крупные озера: Белое (1290 км<sup>2</sup>; 5,2 км<sup>3</sup>), Галичское (75 км<sup>2</sup>; 0,14 км<sup>3</sup>), Селигер (212 км<sup>2</sup>; 1,22 км<sup>3</sup>), Неро (54 км<sup>2</sup>; 0,07 км<sup>3</sup>), Плещеево (51 км<sup>2</sup>; 0,56 км<sup>3</sup>), бессточные Эльтон (152 км<sup>2</sup>; 0,2 км<sup>3</sup>) и Баскунчак (106 км<sup>2</sup>; 0,4 км<sup>3</sup>). В бассейне построено более 100 водохранилищ [Вода России. Речные бассейны, 2000; Реки и озера, 2012].

Основным элементом речной сети водосборных территорий являются малые реки. Чаще всего к малым рекам относят водотоки, длина которых находится в пределах 10 – 200 км, а площадь водосбора не превышает 2000 – 10000 км<sup>2</sup>. Около 92 % густоты речной сети России создают реки длиной до 100 км.

Количество и протяженность малых водотоков в сети могут изменяться со временем в связи с их отмиранием или образованием, вызванными естественными и антропогенными факторами. Так, в центре европейской части России изменение протяженности малых рек произошло под влиянием хозяйственной деятельности (в первую очередь в результате распашки земель) и аридизации климата (рис. 3.4) [Малые реки, 1998; Вода России. Малые реки, 2001].



Рис. 3.1. Площадь бассейна F, оконтуренная линией водораздела, и длина L самой протяженной главной реки от истока до устья



Рис. 3.2. Поясной хребет на Урале – водораздел бассейнов рек Волги, Печоры и Оби [Вода России. Речные бассейны, 2000] и болото «Старосельский мох»в Тверской области на западной границе волжского бассейна [Заповедники, 2009]



Рис.3.3. Гидрографическая сеть в бассейне реки Волги: показаны реки длиной более 15 км, нанесены границы субъектов РФ и административные центры [Найденко, 2003]

# Таблица 3.1

# Основные реки Волжского бассейна [Вода России. Речные бассейны, 2000]

Река	Исток	Место впадения, берег	Длина, км	Пло- щадь бас- сейна, тыс. км <sup>2</sup>	Средне- много- летний расход в устье, м <sup>3</sup> /с
Тверца	Вышневолоцкое вдхр.	р. Волга, г. Тверь, левый	188	6,5	60
Молога	у д. Ключевая в Тверской обл.	Рыбинское вдхр., левый	456	29,7	172
Шексна	оз. Белое	Рыбинское вдхр., левый	139	19,0	Ι
Ока	у д. Алексан- дровка в Орлов- ской обл.	г. Нижний Новго- род, Чебоксарское вдхр., правый	1 500	245,0	1 300
Сура	с. Сурские Вер- шины в Улья- новской обл.	Чебоксарское вдхр., правый	841	67,5	260
Ветлуга	в Кировской обл.	Чебоксарское вдхр., левый	889	39,4	255
Кама	д. Карпулино в Пермском крае	Куйбышевское вдхр., левый	2 009	524,0	3 770
Самара	Общий Сырт	г. Самара, Сара- товское вдхр., ле- вый	594	46,5	50
Вишера	в Пермском крае на Северном Урале	р. Кама, Камское вдхр., левый	415	31,2	457
Чусовая	оз. Большое Чу- совское в Челя- бинской обл.	р. Кама, Камское вдхр., левый	592	23,0	222
Белая	в болотах у горы Иремель на Южном Урале	р. Кама, Нижне- камское вдхр., ле- вый	1 430	142,0	858 у г. Бир- ска
Вятка	на севере Уд- муртии	р. Кама, Куйбы- шевское вдхр., правый	1 314	129,0	890



Рис. 3.4. Изменение протяженности гидрографической сети за период с середины XIX в. до середины XX в. в бассейне р. Оки [Малые реки, 1998]

#### 3.2. Гидрологические закономерности

Для стационарных во времени гидрографических сетей речных бассейнов существуют эмпирические закономерности (скейлинговые соотношения) между порядком рек, их длиной, площадью бассейна.

Наиболее известна степенная зависимость длины реки L от площади ее водосбора F:

$$L = r \cdot F^h, \tag{3.1}$$

где r, h – эмпирические коэффициенты [Hack, 1957]. Выражение (3.1) именуют законом Хака, а показатель степени h в нем – показателем Хака. Коэффициенты r и h не носят всеобщего характера. Они территориально изменчивы.

Анализ выполнения закона Хака (3.1) представлен во многих зарубежных и отечественных публикациях, например [Hack, 1957; Mandelbrot, 1982; Willemin, 2000; Hunt, 2016; Гидрологические аспекты, 1987; Сикан, 2007;

Догановский, 2011; Лепихин, 2017], – по регионам или бассейнам отдельных рек. Так, для рек Европейской территории России [Лепихин, 2017]:

$$L \approx 1,37 \cdot F^{0,575};$$
 (3.2)

(3.3)

для рек Сибири и Дальнего Востока [Лепихин, 2017]:  $L \approx 1.49 \cdot F^{0,575}$ :

для рек на северо-востоке США [Hack, 1957; Федер, 1991]:

$$L = 1, 4 \cdot F^{0,6}. \tag{3.4}$$

Выражения (3.1) в билогарифмических координатах отображаются прямыми линиями, если в качестве единиц L и F использовать км и км<sup>2</sup> (рис.3.5).



Рис. 3.5. Связь длины реки L и площади водосбора F:

1 – малые реки в бассейне р. Оки  $L = 2, 2 \cdot F^{1,48}$ ; 2 – в условиях Урала и Приуралья  $L = 0,91 \cdot F^{0,64}$ [Вода России. Малые реки, 2001];3 –в бассейне р. Дон  $L = 1,41 \cdot F^{0,58}$  [Догановский, 2011]

Е. Федер в своей монографии [Федер, 1991] писал: следуя Мандельброту, возникает соблазн сказать, что результат (3.1) указывает на фрактальную размерность рек, равную D = h. Однако речные системы несамоподобны и рассуждения об их фрактальности, приводящей к отношению длины и площади вида (3.1), поэтому неприменимы. Вопрос о том, как ввести определение фрактальной размерности системы рек, остается неясным.

Позднее последовало разрешение этого вопроса.

#### 3.3. Фрактальная размерность рек

Вслед за Б. Мандельбротом поиском фрактальных размерностей речных сетей увлеклось большое число исследователей. А.Ю. Сидорчук [Сидорчук, 2014] в поисковой системе SCIRUS по состоянию на 2012 г. насчитал более 7000 ссылок на англоязычные статьи, содержащие сочетание слов «речная сеть» (river network) и «фракталы» (fractals), и поток статей не иссякает [Rosso, 1997; Hunt, 2016; Yang, 2016; Lindenschmidt, 2018 и др.]. Известны русско-язычные публикации по использованию фрактальных подходов для анализа речных (и эрозионных) сетей [Никора, 1988; Васильев, 1992; Пузаченко, 1997; Кучмент, 1999; Балханов, 2004; Иванов, 2006; Мельник, 2010; Алексеевский, 2013; Сидорчук, 2014; Лепихин, 2017]. Нашей целью не является обзор литературы. Мы дадим описание методов и примеры анализа.

Теоретически фрактальный формализм применим только для объектов с бесконечным диапазоном скейлинга, т.е. самоподобным поведением в бесконечно широком диапазоне размеров. Между тем, природные объекты представляют собой конечные системы с ограниченным диапазоном скейлинга [Гелашвили, 2013]. Поэтому считается, что речная сеть самоподобна лишь в некотором смысле. Это самоподобие выражается в сохранении древовидного рисунка при масштабировании, хотя структура древовидности может быть разной при разной степени разрешения изображения. Главное условие фрактальности объекта – неисчезающая сложность при увеличении масштаба – сохраняется для речной сети вплоть до элементов длиной около 1 км. При дальнейшем увеличении масштаба речная сеть не усложняется [Сидорчук, 2014]. Из этих посылок выводится фрактальная размерность речной сети.

**Применение законов Хортона.** Задолго до появления фрактальной парадигмы Р. Хортоном было введено количественное описание упорядоченной сети водотоков [Horton, 1945; Хортон, 1948]. Как оказалось, оно открывает возможность определения фрактальной размерности рек [Иудин, 2012].

По Р. Хортону представленные на топографической карте водотоки, не имеющие притоков, определяются как водотоки первого порядка (i = 1). Когда два водотока первого порядка соединяются, они образуют водоток второго порядка (i = 2). Когда два водотока второго порядка соединяются, они образуют водоток третьего порядка (i = 3), и т.д. Кроме того, водотоки первого порядка (i = 1) могут вливаться в водотоки второго порядка (i = 2), третьего порядка (i = 3) и любые другие водотоки более высокого порядка. Аналогично водотоки второго порядка (i = 3), четвертого порядка (i = 4) и т.д. Суммируя сформулирован-

ные правила, можно констатировать, что, когда водоток порядка  $i_1$  сольется с водотоком порядка  $i_2$ , результирующий водоток будет иметь порядок

$$i = \max(i_1, i_2) + \delta_{i_1, i_2}, \qquad (3.5)$$

где  $\delta$  – символ Кронеккера. То есть, порядок увеличивается только при слиянии двух равнозначных (одного порядка) водотоков. Таким образом можно построить классификацию всех рек бассейна, так что главная река будет иметь наибольший порядок  $i_{max}$  (о чем, собственно, уже говорилось в разделе 3.1). Описанную схему формализации структуры сети водотоков гидрологи именуют схемой Стралера – Философова [Алексеевский, 2013].

Р.Хортон определил бифуркационный коэффициент  $R_{\rm B}$  и коэффициент упорядочения длин водотоков  $R_r$  как отношения:

$$R_{\rm B} = \frac{N_i}{N_{i+1}}; \quad R_r = \frac{r_{i+1}}{r_i},$$
 (3.6)

где  $N_i$  – число водотоков *i* -го порядка в речной сети;  $r_i$  – средняя длина водотока *i* -го порядка.

Анализом реальных гидрологических данных было обнаружено приблизительное постоянство коэффициентов  $R_{\rm B}$  и  $R_r$  и независимость их от порядка водотоков в любой речной сети. Эти эмпирические факты называют законами Хортона.

Существование зависимости величины поверхностного стока от длины водотока может привнести в задачу некий пространственный масштаб, который несовместим с самоподобием. Но этим обстоятельством допустимо пренебречь [Федер, 1991].

Используя итерационное определение фрактальной размерности

$$D = \frac{\ln(N_i/N_{i+1})}{\ln(r_{i+1}/r_i)}$$
(3.7)

и подставляя в него соотношения (3.6), получаем выражение для фрактальной размерности речной сети бассейна:

$$D = \frac{\ln R_{\rm B}}{\ln R_r} \,. \tag{3.8}$$

Другими словами, справедливость законов Хортона означает, что речные сети являются фрактальными деревьями [Иудин, 2012].

Таким образом, при определении фрактальной размерности речной сети следуя законам Хортона анализируется соотношение между длиной водотоков и их порядком, причем анализ применяется к соседствующим порядкам рек с последующим усреднением D.

Использование метода Ричардсона. Для решения той же задачи может

быть применен более традиционный подход с использованием метода разделения (divider method), которым Л. Ричардсон оценивал фрактальную размерность береговой линии Великобритании (см. раздел 2.6 и рис.2.6).

Рассматривается зависимость числа объектов от их масштаба, в данном случае:

$$N_i \sim r_i^{-D}, \tag{3.9}$$

где N – число водотоков *i* -го порядка;  $r_i$  – средняя длина водотока *i* -го порядка, как и у Р. Хортона в отношениях (3.6). Величина  $r_i$  служит измерителем длины (единицей масштаба). Зависимость (3.9) отображается графически в билогарифмических координатах  $\log N$  и  $\log r$  в виде прямой, по наклону которой вычисляется фрактальная размерность речной сети.

**Речная сеть бассейна р. Суры**. Данные для примера извлечены из схемы комплексного использования и охраны водных объектов (СКИОВО) бассейна р. Суры, разработанной в ННГАСУ [Соболь, 2013].

Река Сура впадает справа в р. Волгу у г. Васильсурска, имеет длину 841 км, площадь водосбора 67500 км<sup>2</sup> (рис. 3.6).

В бассейне насчитывается, кроме р. Суры, 800 рек, в их числе 581 река длиной *L* ≥10 км.

Собственно у р. Суры 95 притоков длиной каждый более 10 км.

Порядок р. Суры  $i_{max} = 5$ , как главной реки бассейна, определен с учетом рек длиной более 10 км следующим образом:

– от истока до впадения р. Чугунки i = 1;

- после впадения р. Чугунки i = 2 до устья р. Вылы;

- после слияния с р. Вылой 3 порядка *i* = 3 до устья р. Урги;

– после слияния с р. Ургой 3 порядка i = 4. Принимая ниже приток 3 порядка р. Пьяну и более мелкие, р. Сура свой порядок i = 4 не повышает до слияния с р. Алатырем;

– после слияния с р. Алатырем четвертого порядка Сура становится рекой порядка  $i_{max} = 5$  вплоть до устья.

На рис. 3.7 построены графики зависимости «длина реки – площадь водосбора» для рек бассейна длиной более 10 км в натуральных и билогарифмических координатах в качестве гидрологических характеристик. При этом было учтено 310 рек, по которым имелись данные в СКИОВО не только о длине, но и о площадях водосбора. Степенная зависимость (3.1) для малых рек бассейна р. Суры получена в виде

$$L = 1,582 \cdot F^{0,547} \tag{3.10}$$

и в билогарифмических координатах выстроилась в прямую линию.



Рис. 3.6. Гидрографическая сеть бассейна р. Суры



Рис. 3.7. Зависимость длины от площади водосбора для рек бассейна р. Суры длиной более 10 км в натуральных (а) и билогарифмических (б) координатах

Таблица 3.2

Поря-	Количе-	Об-	Сред-	Коэффициенты		Фракталь-
док реки і	ство рек N <sub>i</sub>	щая длина рек ∑ <i>L<sub>i</sub></i> , км	няя длина ґ <sub>і</sub> , км	бифур- ка- цион- ный <i>R</i> <sub>в</sub>	упорядоче- ния длин во- дотоков <i>R<sub>r</sub></i>	ная раз- мерность речной се- ти D
5	1	841	_	_	_	_
4	3	979	326,30	6,333	3,370	1,519
3	19	1841	96,80		2.074	1.40-
2	101	3181	31,49	5,315	3,074	1,487
1	677*	6919*	10,20	6,703	3,087	1,687
Вся речная сеть	801	13761	_	_	_	1,564

Параметры рек бассейна р. Суры

\*\* в т.ч. 260 рек (ручьев) длиной менее 10 км общей длиной 659 км.

В табл. 3.2 приведены данные о количестве всех рек разных порядков в бассейне р. Суры и об их длине. Реки (ручьи) длиной менее 10 км отнесены к водотокам 1 –го порядка.

Из табл. 3.2 видно, что коэффициенты  $R_{\rm B}$  и  $R_r$  (3.6) для разных порядков рек бассейна имеют близкие значения, указывая на справедливость законов Хортона применительно к данной речной сети.

Фрактальная размерность речной сети бассейна р. Суры, определенная выражением (3.8), составила D = 1,564. Отклонения от среднего значения не превысили  $\Delta D = 0,123$  (7,7%) и в данном случае несущественны.

Видно также, что с возрастанием количества малых рек на площади водосбора фрактальная размерность речной сети увеличивается.

В порядке реализации метода Ричардсона по данным табл. 3.2 о количестве рек  $N_i$  и их средней длине  $r_i$  посредством графика зависимости N(r) в билогарифмических координатах (рис. 3.8) фрактальная размерность речной сети бассейна р. Суры получена равной D  $\approx$  1,563.

Значения D, определенной двумя разными методами, практически совпали [Соболь, 2018 (3)].



Рис.3.8. График зависимости N(r) в билогарифмических координатах для речной сети бассейна р. Суры. D ≈ 1,563

Сети рек севера и северо-востока России. В публикации А.Ю. Сидорчука [Сидорчук, 2014] представлены результаты большой работы по определению фрактальных размерностей речных сетей на территории Северной Евразии в границах бывшего СССР.

В этой работе использовался метод Ричардсона для построения зависимости суммарной длины русловой сети от длины измерителя (метод разделения – divider method, описанный в разделе 2.6). Значение фрактальной размерности D вычислялось по формуле

$$D - 1 = \frac{\ln L(\delta_1) - \ln L(\delta_2)}{\ln \delta_2 - \ln \delta_1},$$
 (3.11)

или же определялось как угол наклона прямой на графике  $L = f(\delta)$ , построенном в билогарифмических координатах. Здесь  $L(\delta)$  – общая длина речной сети, измеренная (покрытая) с помощью отрезков длиной  $\delta$ . Чем короче отрезок – измеритель, тем более точно измеряется общая длина речной сети и, соответственно,  $L(\delta)$  увеличивается с уменьшением  $\delta$  (рис. 3.9).

В основу работы были заложены данные инвентаризации водных объектов управлениями Гидрометеослужбы СССР в 1960 – 1966 гг.: списки всех рек длиной более 10 км; их длины, измеренные по картам масштаба 1:100000; для рек длиной свыше 50 км – площади водосборов; количество малых рек длиной менее 10 км и их общая длина по бассейнам [Ресурсы, 1958 – 1962; Доманицкий, 1971].

Измерителями δ были длины рек, входящих в речную сеть, в порядке их убывания (до 1 км).



Рис. 3.9. Зависимость общей длины  $L_i(\delta)$  от длины измерителя  $\delta_i$  для отдельных крупных речных бассейнов Северной Евразии. D = 1,1 – 1,7 [Сидорчук, 2014]

Графики зависимостей общей длины  $L_i(\delta)$  от длины измерителя  $\delta_i$  для ряда крупных рек Северной Евразии (см. рис. 3.9) показывают, что структуры речных сетей разных бассейнов в целом подобны: линии на рис. 3.9 образуют семейства параллелей.

При этом полного самоподобия у конкретных речных сетей нет: наклон каждой линии, или фрактальная размерность по формуле (3.11), меняется с изменением длины измерителя на всем протяжении графика. Тем не менее, можно выбрать достаточно протяженные части графиков на рис. 3.9, которые хорошо аппроксимируются единым степенным законом:

$$L(\delta) = M_D \cdot \delta^{1-D}, \tag{3.12}$$

а еще лучше – степенной зависимостью с переменным показателем степени и переменной мерой:

$$L(\delta) = M_{DO} \cdot \exp(-a \cdot \delta) \cdot \delta^{1 - D_0 \cdot \exp(B\delta)}.$$
(3.13)

Теоретически при  $\delta \rightarrow 0$  эти две зависимости совпадают. На физическом пределе существования речных сетей ( $\delta = 1$  км) различия между D и  $D_0$  в формулах (3.12) и (3.13) составляют лишь первые проценты. Что касается величины меры  $M_D$  в формулах (3.12) и (3.13), то она равна суммарной длине речной сети при  $\delta=1$ . Это удобно для исследователей, так как справочные источники [Ресурсы, 1958 – 1962; Доманицкий, 1971] содержат сведения о полной длине речной сети, т.е. о сумме длин рек с минимальной длиной около 1 км, которая и есть мера  $M_D$  в километрах.

Для территории Северной Евразии рассчитанные фрактальные размерности речных сетей находятся в диапазоне D = 1, 1 - 1, 7 при суммарной длине самых малых рек длиной 1 - 10 км в 20 - 80% от общих длин речных сетей.

С увеличением *D* в древовидном рисунке речной сети и в общей ее длине начинают все более доминировать реки относительно малой длины, т.е. наблюдается увеличение степени покрытия площади водосбора линиями речной сети, присущее фрактальным объектам.

Кроме фрактальных размерностей речных сетей Северной Евразии в цитируемой работе выявлены корреляции некоторых величин и региональные закономерности, так например:

– линейная связь площади водосбора F с мерой  $M_D$ , т.е. с суммарной протяженностью рек бассейна длиной не менее 1 км (рис. 3.10);

– связь фрактальной размерности речной сети с увлажненностью территории, в первую очередь равнинной, когда *D* уменьшается с севера на юг и с запада на восток, следуя уменьшению слоя осадков и стока, и т.п. [Сидорчук, 2014].



Рис. 3.10. Связь меры *M*<sub>D</sub>(км) с площадью водосбора *F* (км<sup>2</sup>) для рек Северной Евразии [Сидорчук, 2014]

Фрактальность однорукавных русел. Фрактальные свойства обнаруживают как разветвленные речные системы, так и отдельные морфологически однородные участки русел рек (возможно, и рукотворных каналов). Величина фрактальной размерности в этом случае указывает на степень извилистости однорукавного русла в стационарных условиях.

По методике Ричардсона были обработаны планы 15 морфологически однородных однорукавных участков рек Томской области, представленных как относительно прямолинейными, так и свободно меандрирующими руслами [Мельник, 2010]. Подосновой использовались лоции масштабов 1:50000, 1:25000, 1:10000, 1:5000. Длина шага измерений составляла 100 м. В табл. 3.3 и на рис. 3.11 приведены результаты по р. Чулым (правый приток р. Оби, длина 1799 км, площадь бассейна 134000 км<sup>2</sup>).

Извилистость русла Р определялась как отношение действительной длины русла к длине прямолинейного отрезка между конечными точками русла. Из данных табл. 3.3 видно: фрактальные размерности отражают степень извилистости рассмотренных участков р. Чулым при Р = 1,31 – 2,04 [Мельник, 2010].

Примечание. Краеведы считают, что наиболее извилистая в России – р. Пьяна, левый приток р. Суры в Нижегородской области (см. рис. 3.6). При длине реки 436 км, исток и устье находятся примерно в 40 км друг от друга, показатель извилистости Р≈10,9.



Рис.3.11. График фрактального анализа участка русла р. Чулым, содержащего регулярные компоненты [Мельник, 2010]

### Таблица 3.3

N⁰	Характеристика	Длина	Фрактальная	Показатель
участка	участка (км от устья)	L, км	размерность	извилистости
			D	Р
1	От 316 до 347 км,	31	1,12	1,31
	относительно			
	прямолинейный			
2	От 147 до 216 км,	42	1,24	1,6
	извилистый			
3	От 720 до 762 км,	42	1,31	1,95
	извилистый			
4	От 392 до 447 км,	55	1,28	2,04
	извилистый			

# Фрактальные характеристики морфологически однородных однорукавных участков р. Чулым [Мельник, 2010]

## 3.4. Фрактальная размерность овражно-балочных сетей

Речная сеть (см. раздел 3.3) является частью эрозионной сети.

Эрозионная сеть – это одна из форм рельефа, образованных преимущественно под воздействием разрушительной (эродирующей) деятельности постоянных и временных водотоков. Образование эрозионной формы можно рассматривать как смену переходящих один в другой эрозионных элементов: промоина – овраг – балка – долина реки (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Стадии развития эрозионной формы рельефа [Иванов, 2012]

Эрозионная	Поперечный профиль	Морфометрические
форма		характеристики
Промоина		<b>-</b> Ширина от 0,5 м
	$\sim$	до 8 м, глубина от
		05 м до 3 м
Овраг		-
		Ширина 50м и более,
Балка		
		См. овраг
		1
<u></u>	~ 64 ~	

Овражно-балочная сеть – это тип эрозионного рельефа с преобладанием оврагов и балок, разобщенных водоразделами.

Эрозионные (овражно-балочные) сети, так же как речные сети, самоподобны лишь в некотором смысле. Главное условие фрактальности – неисчезающая сложность при увеличении масштаба – сохраняется для таких сетей вплоть до элементов длиной в несколько сантиметров (отдельных струек воды во время дождя). При дальнейшем увеличении масштаба сеть не усложняется и самоподобие пропадает [Сидорчук, 2014].

Среди зарубежных публикаций по обозначенной в названии раздела теме привлекает внимание работа о фрактальности эрозионной сети на территории г. Рио-де-Жанейро в Бразилии [Lopes, 2002]. В России публикации по анализу фрактальных структур эрозионно-расчлененного рельефа пока немногочисленны [Пузаченко, 1997; Иванов, 2006; Мельник, 2008], хотя, например, под городами на гористом правом берегу р. Волги именно такой рельеф.

**Овражно-балочная сеть нагорной части г. Нижнего Новгорода.** Территория нагорной части г. Нижнего Новгорода, лежащая на правобережье при слиянии рек Волги и Оки (рис. 3.12), изрезана оврагами и балками с постоянными и временными водотоками. Имена имеют живые малые реки Рахма, Старка, Кова, многие овраги безымянны.

Мы исследовали овражно-балочную сеть нагорной части г. Нижнего Новгорода на предмет ее фрактальности посредством законов Хортона (3.6) [Соболь, 2018 (2)]. При этом абстрагировались от процесса ее развития и рассмотрели в современном установившемся состоянии, отраженном на рис. 3.12 [Копосов, 2010; Казнов, 2016].

В сети всего было учтено 172 постоянных и временных водотока длиной от 35 м. Главный из них – р. Старка длиной 7340 м, порядка i = 5, левый приток р. Рахмы, за городской чертой впадающей в р. Волгу. Длина рек и оврагов измерялась по тальвегам на оцифрованной карте масштаба 1:40000, увеличенной до масштаба 1:1000 в программе AutoCAD с точностью до 1 м. В табл.3.5 приведены данные о количестве водотоков разных порядков (по классификации X.Хортона) и об их длине. Коэффициенты  $R_{\rm B}$  и  $R_r$  для водотоков смежных порядков имеют близкие значения, что указывает на справедливость законов Хортона (3.6) для данной сети.



Рис. 3.12. Карта-схема эрозионного расчленения территории нагорной части г. Нижнего Новгорода масштаба 1:40000

#### Таблица 3.5

Порядок	Количество	Общая	Средняя	Коэффициенты		Фрактальная
оврага	оврагов	длина	длина	бифурка-	упорядо-	размерность
i				ционный	чения	овражно-
	N <sub>i</sub>	$\Sigma L_i$ , м	<i>r</i> <sub>i</sub> , м		длин	балочной
				$R_{b}$	оврагов	сети
				~	$\bar{R}_r$	D
5	1	7340	7340	3,00	2,04	1,54
1	3	1081/	3605			
T	5	10014	5005	3 33	2 10	1.62
3	10	17134	1713	5,55	2,10	1,02
5	10	1/134	1715	3.60	2 31	1 53
2	36	26657	740	5,00	2,31	1,55
	50	20037	740	3 39	1 99	1 77
1	122	45334	372	5,57	1,77	1,//
1	122	-555 <del>-</del>	512			
вся сеть	172	106279	618			1,615

Параметры овражно-балочной сети нагорной части г. Нижнего Новгорода

Фрактальная размерность овражно-балочной сети нагорной части г. Нижнего Новгорода, определенная выражением (3.8), составила D = 1,615 (см. табл.3.5). Отклонения от среднего значения не превышающие  $\Delta D = 0,13$  (7,3%) для инженерной оценки несущественны.

Определение фрактальной размерности этой же сети продублировано по методу Ричардсона с использованием данных табл. 3.5. Значение D получено посредством графика зависимости N (r) в билогарифмических координатах (рис. 3.13) равным D  $\approx$  1,602, что очень близко к первому варианту (D $\approx$ 1,615).



Рис.3.13 График зависимости N (r) в билогарифмических координатах для овражно-балочной сети нагорной части г. Нижнего Новгорода. D = 1,602

**Овражно-балочная сеть территории г. Саратова.** В схожих с г. Нижним Новгородом условиях рельефа правобережья р. Волги пребывает г. Саратов. Изучение фрактальных свойств его овражно-балочной сети, «стимулированное практической необходимостью», было проведено учеными Саратовского государственного университета [Иванов, 2006].

Сеть (рис.3.14) рассматривалась как плоский стохастический фрактал. Для определения фрактальной размерности D использовался клеточный метод E. Федера (см. раздел 2.6), реализованный в алгоритме для построения зависимости числа ячеек покрытия фрактала от размера ячейки в билогарифмических координатах (рис.3.15), выделения на графике этой зависимости линейного участка – аппроксимирующей прямой, нахождения значения D по углу ее наклона. При этом результат зависел от выбора участка аппроксимации ( $D_{1-2} \approx 1,66, D_{2-3} \approx 1,59$  на рис.3.15) и не удовлетворял исследователей.



Рис. 3.14. Структура овражно-балочной сети (ОБС) Елшанского ландшафтного района г. Саратова. Ячейки сетки, покрывающие фрактал, имеют серый тон [Иванов, 2006]



Рис. 3.15. Зависимость числа ячеек покрытия от размера ячейки для ОБС Елшанского ландшафтного района г. Саратова, построенная в двойном логарифмическом масштабе. Размерность, вычисленная на участках 1-2 и 2-3, равна соответственно 1,66 и 1,59 [Иванов, 2006]



Рис. 3.16. Зависимость размерности ОБС Елшанского ландшафтного района г. Саратова от максимального размера ячейки покрытия. Стрелкой обозначен участок, по которому проводилось усреднение размерности. Этому участку соответствует D ~ 1,61 [Иванов, 2006]

Тогда был реализован следующий прием. Назначалось фиксированное значение размера ячейки покрытия  $\varepsilon_{min}$  и строилась зависимость  $D(\varepsilon_{max})$ , для чего величина  $\varepsilon_{max}$  варьировалась. В этом случае на графике  $D(\varepsilon_{max})$ , появлялся горизонтальный линейный участок, по которому на вертикальной

шкале определялась искомая величина D. Поскольку при назначении  $\varepsilon_{min}$  допускался произвол, анализ требовал построения серии кривых  $D(\varepsilon_{max})$  при разных  $\varepsilon_{min}$  (рис.3.16). Таким приемом получено значение размерности рассмотренного фрактала D≈1,61.

Трудоемкость реализованного приема окупилась уточнением значений фрактальной размерности от  $D_{1-3} \approx (1,66+1,59)/2 = 1,62$  до  $D \approx 1,61$ .

Изложенное касалось овражно- балочной сети Елшанского ландшафтного района г. Саратова. Для других ландшафтных районов вычисленные фрактальные размерности составили от D = 1,54 (Лысогорский) до 1,71 (Волжский) [Иванов, 2006].

Если судить по фрактальным размерностям овражно-балочных сетей, города Саратов (D = 1,54 – 1,71) и Нижний Новгород (D = 1,615) – близнецы – братья. Но сама по себе фрактальная размерность не дает исчерпывающего количественного представления о структуре самоподобного объекта: множества с одинаковой фрактальной размерностью могут иметь различную структуру [Гелашвили, 2013], что и проявились в различиях плановых конфигураций овражно-балочного рельефа этих двух городов.

# 3.5. Фрактальные параметры гидрографических сетей: практический аспект

Закончив рассуждения о фрактальной размерности рек, вслед за авторами цитированных публикаций отметим, что фрактальная размерность имеет определенные преимущества по сравнению с другими морфометрическими показателями, которые используются при характеристике речных сетей, а фрактальный подход увеличивает возможности их количественного описания [Сидорчук, 2014]. Сведения о фрактальных параметрах рек не будут лишними, например, в разрабатываемых по бассейновому принципу схемах комплексного использования и охраны водных объектов [Соболь, 2013], информационных системах и базах данных о водных объектах [Измайлова, 2014], также открывают перспективы развития методов гидрологических расчетов и прогнозов при управлении водными ресурсами[Алексеевский, 2013].

В освоение под застройку территорий с эрозионно-расчлененным рельефом, в частности, правобережья рек Оки и Волги в городе Нижнем Новгороде, вклиниваются элементы экологических изысканий [Гелашвили, 2008; Копосов, 2010], «оценка геологических рисков возникновения оползневых процессов» [Горева, 2017], районирование оврагов и балок «по степени продуваемости» [Казнов, 2016], разработка «карты ценовой поверхности для оценки недвижимости» [Гаврилов, 2011], актуальной в условиях рыночного общества. По опыту других городов [Lopes, 2002; Иванов, 2006] специфический вклад в изыскательский цикл должен внести фрактальный анализ овражно-балочных сетей.

В контексте заметим: при градостроительном освоении территорий следует иметь в виду, что истинная поверхность рельефа представляет собой наиболее устойчивую систему и ее антропогенные изменения неизбежно отражаются на экологической безопасности проживания населения и состояния инженерных сооружений [Гелашвили, 2008; Копосов, 2010; Иванов, 2012].
## Глава 4

### Береговая линия

Длина (протяженность) береговой линии водохранилищ измеряется по урезу воды при НПУ на правом и левом берегах от плотины до мест выклинивания подпора на основной реке и притоках.

При публиковании параметров водохранилищ, даже в источниках, претендующих на сугубую солидность, длина береговой линии, измеренной на топографических картах, материалах аэрофотосъемки или изображениях со спутников, практически всегда указывается без ссылки на масштаб, способ и момент измерения [Водохранилища, 1986; Вода России. Водохранилища, 2001; Водные ресурсы, 2008; Реки и озера, 2012]. Это приводит к несопоставимости результатов.

Так же – длина береговой линии морей. Например, известный сайт ЦРУ США «The Wold Fastbook», где помещены данные о длине береговой линии всех стран мира, не называет способа измерения. Поэтому бесспорными являются только данные для стран, не имеющих выхода к морю, о длине береговой линии которых написано: «0 км».

Вопрос о длине береговой линии давно стал предметом исследований и приложений. Мы здесь рассмотрим его применительно к водохранилищам.

### 4.1. Иллюстрация фрактальных свойств береговой линии

В главе 2 пояснялось, что береговая линия представляет собой фрактал с размерностью 1 < D < 2 и является множеством, занимающим промежуточное положение между линией (D = 1) и плоскостью (D = 2). Фрактальная размерность D характеризует степень извилистости береговой линии: величина D тем больше, чем более изрезанным является берег.

На нижеследующих рисунках показаны при НПУ = 84,0 м БС:

 – участок АБ левого берега Горьковского водохранилища от д. Малый Суходол до плотины гидроузла (рис. 4.1);

- приплотинная (озерная) часть этого водохранилища (рис. 4.2) и

 – план всего Горьковского водохранилища с подпертыми участками притоков (рис. 4.3).

Исследуем их поочередно.





Рис. 4.1. Участок левого берега Горьковского водохранилища от д. Малый Суходол до плотины гидроузла на топографических картах разных масштабов





Рис. 4.2. Исходный снимок со спутника (а) и обработанное для проведения расчетов изображение (б) приплотинной части Горьковского водохранилища



Рис. 4.3. Обработанное для проведения расчетов изображение Горьковского водохранилища с подпертыми участками притоков

Участок АБ берега Горьковского водохранилища. По изображению участка на топографической основе разных масштабов (рис. 4.1) мы вряд ли сможем сказать, какому масштабу соответствует каждая из картин: обе выглядят статистически одинаково. Это иллюстрирует самоподобие береговой линии.

В пренебрежении одномоментностью было проведено измерение длины береговой линии участка АБ:

- на топографических картах масштабов 1:200000 и 1:100000;

– на космических снимках разного разрешения. Использовались снимки, сделанные в летний период, когда в водохранилище поддерживался НПУ. Снимки обрабатывались в среде ArcGIS для монохромного разделения воды и суши. Масштаб снимков идентифицировался совмещением их с топографическими картами. Мерный отрезок на картах и снимках равнялся 2 мм;

 – в натуре пешим маршрутом при штилевой погоде циркулем раствором 1 м.

Результаты измерения приведены в табл. 4.1 и на рис. 4.4. Они зависят от масштаба картографической основы: взяв за 100% длину береговой линии на участке АБ определенную натурным измерением в масштабе 1:200, при переходе к масштабу 1: 200000 видим разницу в 16,1%.

Таблица 4.1

Картографическая	Год	Масштаб	Длина	Длина б	ереговой
основа	выпуска		мерного	линии н	а участке
			отрезка	A	Ъ
				КМ	%
Карта топографи-	1992	1:200000	2 мм	20,80	83,9
ческая			=400м		
Карта топографи-	1992	1:100000	2мм	21,20	85,5
ческая			=200м		
Космоснимок	04.10.2010	1:80000	2мм	21,76	87,6
(20,49 м/пиксель)			=160м		
Космоснимок	04.10.2010	1:40000	2мм	22,64	91,1
(10,47 м/пиксель)			=80 <sub>M</sub>		
Космоснимок	04.10.2010	1:20000	2 мм	23,84	96,2
(5,25 м/пиксель)			=40м		
Натурное измере-	28.07.2012	1:200	1м	24,80	100
ние					

Результаты измерения длины береговой линии Горьковского водохранилища на участке АБ между д. Малый Суходол и плотиной гидроузла



Рис.4.4. Зависимость измеренной длины береговой линии Горьковского водохранилища на участке АБ от масштаба картографической основы

Таким образом, чтобы избежать несопоставимости результатов, в сообщениях о длине береговой линии необходимо указывать масштаб картографической основы, на которой она измерена.

По алгоритму Б. Мандельброта (см. раздел 2.6) посредством построенного графика зависимости N от  $\varepsilon$  в билогарифмических координатах (рис.4.5) найдена фрактальная размерность береговой линии участка АБ. Она составила D = 1,021.



Рис. 4.5. График зависимости N от *є* для участка АБ береговой линии Горьковского водохранилища

Зная фрактальную размерность и используя результат измерения длины береговой линии на участке АБ по карте масштаба 1:200000 (L = 20,80 км, см. табл. 4.1), можно рассчитать, какой была бы эта длина, если бы измерение проводили по карте другого масштаба, например, 1:200. По выражению

$$N(\varepsilon) = N(\varepsilon') \cdot \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^D, \tag{4.1}$$

где  $\varepsilon' = 400 \text{ м} - длина мерного отрезка на карте масштаба 1:200000,$  $<math>N(\varepsilon') = 52; \varepsilon = 1 \text{ м} - длина мерного отрезка на карте масштаба 1:200, получим$  $<math>N(\varepsilon) = 23588$  и длину береговой линии на участке АБ равную  $L_{AE} = N(\varepsilon) \cdot \varepsilon = 23,588$  км. Погрешность данного вычисления по сравнению с результатом натурного измерения (24,80 км) составляет 4,88 % [Соболь\*, 2014].

Такое свойство фрактала открывает возможность статистически корректной экспертной оценки параметров береговой линии.

Приплотинная часть Горьковского водохранилища. Для установления фрактальной размерности береговой линии использовался спутниковый снимок с разрешением 5,27 м/пиксель. Предварительная обработка изображения заключалась в получении монохромного разделения поверхностей воды и суши. Исходный и обработанный снимки приведены на рис. 4.2. Из обработанного изображения исходного размера интерполяцией был получен ряд изображений меньшего масштаба, имеющих меньшую точность отображения линии уреза воды, в результате применения квадратичного увеличения размера пикселя. Построенный график в координатах  $\log L - \log(L/a)$  показал, что береговая линия приплотинной части водохранилища фрактальна и ее размерность составляет D = 1,17±0,04 [Копосов, 2011].

Горьковское водохранилище полной площадью (рис. 4.3). Измерение длины береговой линии проведено на электронной топографической карте 1992 г. масштаба 1: 500000 посредством построения непрерывного полигона по его периметру с учетом притоков до зон выклинивания подпора. Фрактальная размерность береговой линии составила D = 1,249 (см.табл. 4.3).

Из трех примеров по Горьковскому водохранилищу видно как увеличивалась фрактальная размерность береговой линии по мере повышения ее извилистости.

Не будет лишним еще один пример – Краснодарское водохранилище на р. Кубани с НПУ=33,65 м БС [Соболь, 2017 (2)].

Для нахождения фрактальной размерности береговой линии по ее изображению применен метод подсчета занятых ячеек Е. Федера (см. раздел 2.6). Напомним алгоритм метода.



Рис. 4.6. Определение фрактальной размерности береговой линии Краснодарского водохранилища: а – карта водохранилища масштаба 1: 500 000; б – план водохранилища по урезу воды при НПУ=33,65 м БС; в, г, д– обработанные изображения водохранилища для расчета фрактальной размерности береговой линии; е – график зависимости *N*(*є*) в билогарифмических координатах; линейный масштаб в км

1. План водохранилища, оконтуренный урезом НПУ, покрывается сеткой с размером ячейки *ε*.

2. Подсчитывается число занятых береговой линией ячеек  $N(\varepsilon)$ .

3. Повторяются действия 1 и 2 с увеличением размера ячейки  $\varepsilon$  от минимального до максимального. В данном случае увеличение следовало геометрическому ряду 1,3,5.

4. Строится график зависимости  $N(\varepsilon)$  в билогарифмических координатах  $\ln(N)$  и  $\ln(\varepsilon)$ .

5. Оценивается наклон этого графика, который и представляет собой фрактальную размерность  $D = \tan \alpha$ .

Длина береговой линии при этом определяется по количеству занятых ею ячеек минимального размера как  $L = N \cdot \varepsilon$  [Иудин, 2012].

Алгоритм проиллюстрирован на рис.4.6.

Очевидно, что чем подробнее масштаб топокарты и чем меньше размер ячейки  $\varepsilon$ , тем точнее будет результат измерения длины береговой линии  $L(\varepsilon)$  и, следовательно, точнее определено отклонение ее фрактальной размерности D от целого значения. Это явствует из данных табл. 4.2.

Таблица 4.2

Значения длины и фрактальной размерности береговой линии Краснодарского водохранилища, определенные на основе топографических карт разных масштабов

Масштаб	Длина берег	Фрактальная		
топографической				размерность
карты	<i>ε</i> =1 км	ε =3 км	<i>ε</i> =5 км	D
1: 100000	243	183	161	1,255
1:200000	236	179	158	1,248
1: 500000	192	171	145	1,175

Понятно, что измерить длину береговой линии L и определить ее фрактальную размерность D в любом случае можно только приблизительно. Из практических соображений обычно выбирают минимальный размер деталей береговой линии равным порядку единицы измерения. Так, если береговая линия измеряется в километрах, то детали меньше 1 км просто не принимаются во внимание.

# 4.2. Фрактальные размерности береговых линий больших водохранилищ

Для удовлетворения интереса о реальных значениях фрактальных размерностей береговых линий российских водохранилищ по описанной выше методике были проведены измерения длин береговых линий L и расчеты их фрактальных размерностей D на базе топографических карт масштаба

1: 500000 (в 1 см 5 км) 1983 – 2003 гг., привлеченных из электронного ресурса [Karty…]. Измеритель равнялся  $\varepsilon = 1$  км; 3 км; 5 км. Измерениями и расчетами были охвачены несколько десятков водохранилищ разнообразных плановых конфигураций и с различной изрезанностью береговых линий.

В табл. 4.3 и 4.4 представлены данные по водохранилищам Волжско-Камского и Ангаро-Енисейского каскадов [Соболь, 2017 (2)].

Длины береговых линий водохранилищ Волжско-Камского каскада с помощью измерителя  $\varepsilon = 1$  км определены в диапазоне L = 253 – 2839 км, а фрактальные размерности характеризуются величинами D =1,181 – 1,400. Для представленных водохранилищ Ангаро-Енисейского каскада соответственно L = 720 – 5764 км, D = 1,075 – 1,397. На рис. 4.7 и рис. 4.8 в качестве иллюстраций показаны плановые контуры Куйбышевского и Братского водохранилищ, имеющих наибольшие длины береговых линий среди водохранилищ каскадов, вместе с тем не самые извилистые берега.

Таблица 4.3

Водохранилище	НПУ,	Длина береговой линии			Фрактальная
(река)	м БС	L	<i>L</i> (ε), км, п	ри	размерность
		<i>ε</i> =1 км	<i>ε</i> =3 км	<i>ε</i> =5 км	D
Верхневолжское (Волга)	206,5	253	162	145	1,346
Иваньковское (Волга)	124,0	409	249	215	1,400
Угличское (Волга)	113,0	511	342	285	1,362
Рыбинское (Волга)	102,0	1357	1080	925	1,238
Горьковское (Волга)	84,0	1454	1110	975	1,249
Чебоксарское (Волга)	63,0	1131	804	680	1,316
Куйбышевское (Волга)	53,0	2839	2298	2120	1,181
Саратовское (Волга)	28,0	1360	990	825	1,310
Волгоградское (Волга)	15,0	2406	1767	1490	1,298
Камское (Кама)	108,5	1507	1107	930	1,300
Воткинское (Кама)	89,0	922	711	590	1,278
Нижнекамское (Кама)	68,0	532	462	395	1,185

Значения длин и фрактальных размерностей береговых линий водохранилищ Волжско-Камского каскада, определенных на основе топографических карт масштаба 1: 500000



Рис. 4.7. План Куйбышевского водохранилища на р. Волге с урезом воды при НПУ = 53,0 м БС ( $\varepsilon$  = 5 км) и график зависимости N( $\varepsilon$ ) в билогарифмических координатах для определения фрактальной размерности береговой линии. L ( $\varepsilon$  = 5 км) = 2120 км. D =1,181



Рис. 4.8. План Братского водохранилища на р. Ангаре по урезу воды при НПУ = 394,65 м БС (ε = 5 км) и график зависимости N (ε) в билогарифмических координатах для определения фрактальной размерности береговой линии. L (ε = 5 км) = 3550 км. D = 1,298

Водохранилище	НПУ,	Длина бе	реговой ли	нии L( <i>ε</i> ),	Фрактальная
(река)	м БС		км, при		размерность
		<i>ε</i> =1 км	<i>ε</i> =3км	<i>ε</i> =5 км	D
Иркутское (Ангара	457,0	2849	2538	2525	1,075
вкл. оз. Байкал)					
Братское (Ангара)	394,65	5764	4212	3550	1,298
Усть-Илимское	296,0	1943	1434	1210	1,294
(Ангара)					
Саяно-Шушенское	540,0	1126	795	675	1,317
(Енисей)					
Красноярское	243,0	1979	1500	1200	1,311
(Енисей)					
Курейское	95,0	720	501	380	1,397
(Курейка*)					
Хантайское	60,0	1201	927	770	1,276
(Хантайка*)					

### Значения длин и фрактальных размерностей береговых линий водохранилищ Ангаро-Енисейского каскада, определенных на основе топографических карт масштаба 1: 500000

\*Правые притоки Енисея в нижнем течении

Полученные фрактальные размерности согласуются с данными Е. Федера, который отмечал, что для многих береговых линий значение D близко к 1,3 [Федер, 1991].

Оценка фрактальных размерностей береговых линий на основе единой методики для водохранилищ России ранее не выполнялась. Полученные данные могут представлять научный интерес и использоваться при составлении информационных систем, содержащих сведения о морфометрических параметрах водохранилищ [Измайлова, 2014]. По необходимости эти данные можно уточнить на основе более подробных картографических материалов.

# 4.3. Измерение длины береговых линий водохранилищ в натурных условиях

Положение береговой линии водохранилища с течением лет изменяется вследствие переформирования берегов. На абразионных участках берегов она отступает в сторону суши, на аккумулятивных – выдвигается в сторону акватории. Это происходит даже у малых водохранилищ (рис.4.9, 4.10), тем заметнее у больших (рис. 4.11, 4.12). Соответственно изменяются реальная длина и фрактальная размерность береговой линии.



Рис. 4.9. Анадырское водохранилище на р. Казачке: совмещенные на 1986 и 2008 гг. планы урезов воды водохранилища при НПУ = 13,75 м БС. Длина береговой линии в 1986 г. – 3,07 км, в 2008 г. – 3,59 км [Гнетов, 2013]

Фактическое состояние береговой зоны водохранилища надежнее всего определяется традиционными методами топографии. Однако, это требует значительных материальных и людских затрат и растягивается, как правило, на годы с периодичностью обновления карт в несколько десятилетий даже для урбанизированных территорий. Например, последняя топографическая съемка береговой зоны Камского водохранилища в пределах г. Перми выполнялась в 1970 –х гг. и не отражает ее фактическое состояние на сегодняшний день (рис.4.13) [Гормаш, 2010].

Современное положение береговой линии устанавливают путем засечек уреза воды при проведении эхолотной съемки донного рельефа водохранилищ с координатной привязкой через спутниковые системы GPS – CNSS, на сложных для промеров участках привлекая данные дистанционного зондирования Земли. Береговую линию отражают на создаваемой в результате цифровой модели рельефа (ЦМР) [Землянов, 2009; Соболь\*, 2010].

Надо сказать, что не все средства дистанционного зондирования могут дать ожидаемый эффект. Прежде всего успех зависит от разрешения материалов зондирования.



Рис. 4.10. Долина р. Казачки с Анадырским водохранилищем у г. Анадыря



Рис. 4.11. Термоабразионный берег в Кусаганском расширении Вилюйского водохранилища на р. Вилюе – притоке р. Лены



Рис. 4.12. Аккумулятивный берег Горьковского водохранилища у пос. Сокольское ~ 85 ~



Рис. 4.13. Пример несовпадения границы городской черты г. Перми, проведенной по карте масштаба 1:2000, с береговой линией Камского водохранилища, отраженной на космическом снимке с размером пикселя 1 м [Гормаш, 2010]



Рис. 4.14. Мелководный залив в подпертом устье р. Шомохты на Горьковском водохранилище (а) и район Дарвинского заповедника (места всплывших торфяников) на Рыбинском водохранилище (б) недоступные для эхолотных промеров глубин с водоизмещающих плавательных средств Приемлемые результаты при определении положения береговой линии дают спутниковые съемки [Dai, 2015; Басова, 2018]. Геоинформационный опыт ННГАСУ показал, что, например, от спутника Quick-Bird можно получать снимки с разрешением 0,6 – 0,7 м при ширине полосы съемки 16,5 км.

Аэрофотосъемка позволяет получать аналоговые или цифровые снимки небольших участков с разрешением 0,1 – 0,2 м. Но организационные и экономические затруднения сдерживают ее применение.

Пробовалось проводить фотосъемку отдельных участков берегов водохранилищ с беспилотного летального аппарата вертолетного типа – гексакоптера. Точность позиционирования его в пространстве при высоте полета 160 м составляла  $\pm$  1,5 м по горизонтали (при порывистом ветре до 8 м/с) и  $\pm$ 0,5м по вертикали. Цифровая модель береговой полосы (ортофотоплан) создавалась в программе AgisoftPhotoScan. Однако, опыт пока недостаточен, чтоб оценить достоинства и недостатки этой технологии применительно к фиксации береговой линии водохранилищ [Соболь\*, 2016; Лучников, 2018].

Для оценки точности моделирования плановых контуров водохранилищ реализована редкая возможность сравнения результатов двух независимых исследований.

ННГАСУ совместно с Государственным океанологическим институтом (ГОИН) в 2009 г. определил длину береговой линии Горьковского водохранилища при составлении ЦМР с привлечением материалов эхолотной съемки донного рельефа, топографических карт масштабов 1: 25000 и 1: 10000 1963 – 1998 гг. выпуска и данных дистанционного зондирования Земли [Красильников, 2012].

ОАО «Кировводпроект» за 2011 – 2013 гг. определило длину береговой линии Горьковского водохранилища в составе работ по установлению границ водоохраной зоны. В качестве «рабочего материала» использовались топографические карты масштаба 1:10000 выпуска 1980 – 2003 гг., а «в особо сложных условиях было проведено уточнение положения береговой линии по результатам полевого маршрутного обследования» [Желнина, 2013].

Сравнение результатов проведено в табл. 4.5.

Измеренная современная длина береговой линии водохранилища в обоих случаях оказалась больше первоначальной длины, но с расхождением в 287,7 км (около 10 %).

Подобная сходимость результатов считается хорошей, но все же точность моделирования планового контура большого действующего водохранилища оставляет желать лучшего.

### Таблица 4.5

# Сравнительные данные о длине береговой линии Горьковского водохранилища измеренной в натурных условиях

Организация - ис-	Год	Длина береговой	Источник данных
полнитель	измерения	линии, км	
Институт	на 1955 г.	2170	[Вода России. Во-
Гидропроект		(проектная)	дохранилища,
			2001]
ННГАСУ –	2009	2963	[Красильников,
– ГОИН			2012]
OAO	2011 - 2013	2675,3	[Желнина, 2013]
Кировводпроект			

Причины приблизительности видятся в следующем:

 – определение при эхолотировании координат натурного уреза в точках, отстоящих на больших расстояниях одна от другой;

– приблизительная фиксация линии уреза на участках мелководий. Мелководья обычно заболочены и недоступны даже для маломерных экспедиционных судов, их границы непроходимы при полевом маршрутном обследовании и трудноразличимы для монохромного разделения воды и суши на космических снимках (рис. 4.14);

- использование устаревших топографических карт;

– неточное отражение линии уреза на топографических картах. Так, на карте масштаба 1: 25000 положение контуров местности относительно точек съемочной опорной сети определяется с точностью  $\pm$  0,5 мм, что соответствует  $\pm$  12 м на местности; при измерении отрезка L ошибка в длине составляет  $\Delta$  L=  $12\sqrt{2} = \pm 17$  м. На карте масштаба 1: 10000 соответственно  $\pm 7$  м;

– погрешность при векторизации линии уреза. После сканирования полиграфических оттисков карт ширина контура береговой линии на растровом изображении составляет 3 – 4 пикселя, что соответствует 6 – 8 м на местности по карте масштаба 1: 10000. Векторная линия проводится по середине растрового контура береговой линии. Погрешность в положении береговой линии, векторизованной по растровым изображениям топографических карт, с учетом неточности проецирования карт, может не уложиться в 10 м.

Сегодня получают распространение работы по уточнению морфометрических параметров больших водохранилищ после многолетней эксплуатации [Михалев, 2010; Шапоренко, 2014]. При этом декларируемая исполнителями точность в отношении длины береговой линии водохранилищ, не препятствуя делать общие заключения, представляется излишне оптимистичной.

### Водное зеркало водоемов

Будем рассматривать водное зеркало замкнутого водоема, считая его плоской фигурой. Напомним, что водное зеркало (площадь) водохранилища оконтуривается береговой линией, соответствующей урезу воды при НПУ; водное зеркало озера – береговой линией, соответствующей урезу воды при среднемноголетнем уровне за период, когда оно не покрыто льдом.

#### 5.1. Соотношение периметра и площади

Рассмотрим для плоской фигуры соотношение периметра L и площади А вида

$$\rho = \frac{L}{\sqrt{A}} , \qquad (5.1)$$

которым далее будем оперировать.

Для идеальных фигур – кругов, квадратов, равносторонних треугольников и других многоугольников отношение периметра к квадратному корню их площади (5.1) не зависит от размера многоугольника, оно одинаково для каждого семейства фигур одинаковой формы. Для кругов  $\rho = 2\sqrt{\pi} \approx 3,545$ ;

для квадратов  $\rho = 4$ ; для равносторонних треугольников  $\rho = 6/3^{\frac{1}{4}} \approx 4,559$ .

Обратимся к фигуре произвольной плановой формы. Пусть это будет остров, оконтуренный береговой линией (рис. 5.1) [Федер, 1991].

Для семейства подобных островов различных размеров отношение длины нефрактальной береговой линии любого острова к квадратному корню из его площади не зависит от размера острова.

Однако, если береговая линия фрактальна, то ее длина  $L(\delta)$  зависит от длины эталона  $\delta$ , с помощью которого она меряется и  $L(\delta) \rightarrow \infty$  при  $\delta \rightarrow 0$ . Напротив, площадь острова  $A(\delta)$ , измеряемая с помощью его покрытия квадратами площадью  $\delta^2$ , остается конечной при  $\delta \rightarrow 0$ .

Для фрактальных кривых расходящееся отношение (5.1) нужно заменить в каждом случае следующей модификацией:

$$\rho_D = \frac{(\Pi ериметр)^{1/D}}{(\Pi лощадь)^{1/2}} = \frac{[L(\delta)]^{1/D}}{[A(\delta)]^{1/2}}.$$
(5.2)
$$\sim 89 \sim$$

Здесь D – фрактальная размерность береговых линий островов, имеющих подобные очертания. Отношение  $\rho_D$  не зависит от размера острова, но оно зависит от выбора эталона длины.

Соотношение периметра и площади, выраженное равенством (5.2), вытекает из определения фрактальной размерности D. Это можно усмотреть из сравнения двух подобных островов разной площади, показанных на рис. 5.1.

На этом рисунке площадь и длина береговой линии каждого из островов измеряются с помощью эталона, длина которого  $\delta_i^* = \lambda \sqrt{A_i(\delta)}$  зависит от площади данного острова. Площадь *i* -го острова равна  $A_i(\delta)$ , когда она измеряется эталоном фиксированной длины  $\delta$ , а параметр  $\lambda$  – некоторое произвольно малое число, скажем, 0,0001. Длина береговой линии *i* – го острова равна периметру многоугольника, состоящего из  $N_\lambda$  отрезков длины  $\delta^*$ , т.е. в этом приближении  $L_i(\delta^*) = N_\lambda \delta_i^*$ . Отсюда следует важное замечание: для подобных островов  $N_\lambda$  не зависит от размера острова.

Однако можно записать, что длина береговой линии i – го острова равна  $L(\delta) = L_i(\delta^*)(\delta / \delta^*)^{(1-D)}$ .



Рис. 5.1. Два подобных острова, обмеряемые с помощью эталона, длина которого зависит от площади острова [Федер, 1991]

Таким образом, приходим к равенству

$$L_i(\delta) = N_\lambda \delta^{(1-D)} \delta^{*D}.$$
(5.3)

Выразим  $\delta^*$  через  $A(\delta)$  в этом равенстве,

$$L_i(\delta) = N_\lambda \lambda^D \delta^{(1-D)} [A_i(\delta)]^{D/2}, \qquad (5.4)$$

и получим, что отношение

$$\rho_D(\delta) = \frac{[L_i(\delta)]^{1/D}}{[A_i(\delta)]^{1/2}}$$
(5.5)  
~ 90~

не зависит от размера острова. Но это отношение

$$\rho_D(\delta) = N_\lambda^{1/D} \lambda \delta^{(1-D)/D} \tag{5.6}$$

зависит от длины  $\delta$  используемого эталона и принятого значения произвольного множителя  $\lambda$ . Поэтому несмотря на то, что  $\rho_D(\delta)$  связано с формой островов, эта величина включает также произвольные множители, и мы попрежнему не имеем общей характеристики формы острова. Можно заключить, что острова, очертания которых подобны, удовлетворяют соотношению периметра и площади

$$L(\delta) = C\delta^{(1-D)} [A(\delta)]^{D/2}.$$
 (5.7)

Коэффициент пропорциональности  $C = N_{\lambda} \lambda^{D}$  зависит от произвольного параметра  $\lambda$ .

Чтобы привести пример соотношения периметра и площади, рассмотрим остров, ограниченный квадратичной кривой Коха (рис. 5.2). Первичным элементом кривой является квадрат со стороной  $\alpha$ . Генератор кривой при замене каждой ее стороны добавляет малый «полуостров» и вырезает участок «побережья» такого же размера. Поэтому при повторных преобразованиях кривой не меняется охватываемая ею площадь  $A(\delta) = \alpha^2$ . Периметр кривой n-го порядка,  $L_n = 4 \cdot 8^n \cdot (1/4)^n \cdot \alpha$ , равен длине береговой линии, если она измеряется с помощью эталона длины  $\delta = (1/4)^n \alpha = (1/4)^n \sqrt{A}$ . Поэтому порядок кривой *n* можно выразить через ее площадь,  $n = \ln(\delta/\sqrt{A}) / \ln(1/4)$ , и получить  $L_{\delta} = 4 \cdot 8^n \delta = 4\delta^{1-D} A^{D/2}$ . Здесь D = 3/2 есть фрактальная размерность береговой линии острова, ограниченного квадратичной кривой Коха. Таким образом, остров удовлетворяет соотношению периметра и площади вида (5.7) с коэффициентом пропорциональности C = 4.

Пример показывает, что соотношение периметра и площади (5.7) может быть справедливо только при малой длине эталона  $\delta$ , когда длина фрактальной части береговой линии преобладает над вкладом любой регулярной части береговой линии [Федер, 1991].



Рис. 5.2. Построение квадратичной кривой Коха [Федер, 1991] ~ 91 ~

### 5.2. Коэффициент формы как морфометрическая характеристика водоема

Форма плоских фигур может быть ограничена краевым индексом  $I_k$  (2.15) или охарактеризована коэффициентом формы  $K_F$ .

Коэффициент формы вычисляют по-разному [Фетисова, 2011], но для двумерных объектов в виде планов озер, водохранилищ, островов, наиболее корректно он определяется отношением периметра (т.е. длины береговой линии) *L* к корню квадратному из площади А (для водоемов – из площади водного зеркала)

$$K_F = \frac{L}{\sqrt{A}} \,. \tag{5.8}$$

В числе морфометрических параметров при характеристике водоемов  $K_F$  представляется более понятным и предпочтительным, чем  $I_k$ .

Числовое значение коэффициента формы (5.8) тем больше, чем сложнее форма фигуры. Он чувствителен к связным фигурам, когда увеличение изрезанности их контура без самопересечений приводит к уменьшению площади и росту периметра при неизменных линейных размерах.

Использование отношения (5.8) предполагает отсутствие у фигуры фрактальных свойств.

В понятиях фрактальной геометрии теоретически конечная площадь зеркала водоема ограничена береговой линией бесконечной длины и  $K_F$  теоретически равен бесконечности. Однако, в действительности такой фрактал, как береговая линия, имеет некоторый минимальный и максимальный масштаб длины. С учетом фрактальных свойств коэффициент формы соответствует выражению (5.5) и зависит от длины  $\delta$  используемого эталона измерения, так что для получения удовлетворительного результата этот эталон должен быть достаточно малым и одинаковым при измерении длины береговой линии и площади водного зеркала водоема.

Очевидно, что при измерениях одной мерной единицей на топографической основе разных масштабов, значения  $K_F$ , будут получаться разные, причем более точные – при использовании крупномасштабных (более подробных) топографических карт или космических снимков. Пример – в табл. 5.1, где приведены результаты такого определения  $K_F$  Горьковского водохранилища, план водного зеркала которого был показан на рис. 4.3.

Проектные (отраженные на топографических картах) контуры водоемов, в частности водохранилищ, обычно характеризуют их первоначальную плановую конфигурацию. Но длина береговой линии и площадь зеркала в период эксплуатации водохранилища изменяются вследствие переформирования берегов. Поэтому показатели формы следует связывать с определенными периодами существования водохранилища. В табл. 5.2 приведен пример уточнения коэффициента формы эксплуатируемых малых водохранилищ, планы которых показаны на рис. 5.3.

Таблица 5.1

# Зависимость измеренных параметров Горьковского водохранилища от масштаба топографической основы

Масштаб плана	Длина береговой	Площадь зеркала,	Коэффициент
	линии, км	км <sup>2</sup>	формы К <sub>F</sub>
Проектные данные	1270,0	1591,0	54,03
1:25000	1198,3	1469,0	57,37
1:50000	1708,1	1456,4	44,76
1:100000	1604,9	1422,3	42,56
1:200000	1535,8	1324,1	42,21
1:500000	1446,7	1250,8	40,91

Таблица 5.2

# Проектные и уточненные плановые морфометрические показатели малых водохранилищ

Водохранилище	Пензенское на	Рузское	Анадырское
	p. Cype	на р. Рузе	на р.Казачке
НПУ, м БС	150,00	182,50	13,75
Период эксплуата-	1979 - 2005 (26)	1966 - 2009 (43)	1986 - 2008 (22)
ции (годы)			
Масштаб плана	1:25000	1:10000	1:10000
Площадь зеркала,			
км <sup>2</sup> : проектная	110,0	32,7	1,49
уточненная	94,04	30,59	1,47
Длина береговой			
линии (периметр),			
км: проектная	99	128	3,07
уточненная	109	133,12	3,59
Коэффициент			
формы К <sub>F</sub> :			
проектный	9,44	22,41	2,52
уточненный	11,24	24,07	2,96

Вернемся к примеру Краснодарского водохранилища, разбиравшемуся в предыдущей главе (см. рис. 4.6). Для него по карте масштаба 1:500000 (в 1 см 5 км) при измерителе  $\delta = 3$  км длина береговой линии L = 171 км, ее фрактальная размерность D = 1,175 (см.табл. 4.2), площадь зеркала A = 459 км<sup>2</sup> (по



Рис. 5.3. Планы малых водохранилищ, построенное по результатам гидрографических изысканий в период эксплуатации: а – Пензенского на р. Суре по съемке 2005 г. [Соболь, 2009]; б – Рузского на р. Рузе по съемке 2009 г.,показано расположение листов масштаба 1: 10000 [Шапоренко, 2014]; в – Анадырского на р. Казачке по съемке 2008 г. [Гнетов, 2013] рис. 4.6). Коэффициент формы получаем: по зависимости (5.8) для нефрактальной береговой линии  $K_F = 7,98$ ; по зависимости (5.2) для фрактальной береговой линии  $K_F = 3,69$ . В соотношении (5.7) коэффициент пропорциональности выходит равным C = 1,68. Таким образом проиллюстрирован факт, что коэффициент формы водохранилища всегда будет найден только приблизительно.

### 5.3. Классификация водохранилищ по конфигурации в плане

Водохранилища типизируют по конфигурации в плане, выделяя линейно вытянутые простые, линейно вытянутые сложные с чередованием резко очерченных расширений и сужений, разветвленные (древовидные), округлые простые, округлые сложные по форме водоемы [Водохранилища, 1986]. Для инженерных целей предпочтительнее была бы классификация, но ее в российских стандартах нет [ГОСТ 17.1.1.02 – 77]. Нами реализована попытка классифицировать водохранилища с использованием количественного показателя – коэффициента плановой формы [Соболь, 2017 (1)].

Для его приближенного определения с соблюдением единообразия в оценках за основу были приняты топографические карты 1983 – 2003 гг. масштаба 1: 500000 из электронного ресурса [Karty...]. Площадь зеркала и длина береговой линии определялись при помощи стандартных инструментов программы AutoCAD 2015, значения K<sub>F</sub> – по формуле (5.8).

В табл. 5.3 записаны результаты определения коэффициентов формы  $K_F$  для 100 водохранилищ различных плановых конфигураций. Водохранилища расположены по убывающей коэффициента формы, который определился в диапазоне  $K_F = 76,93 - 4,20$ . Данные табл. 5.3 представлены на рис. 5.4 в виде гистограммы.

Ряд значений K<sub>F</sub> не получил резких перепадов, поэтому классифицировать водохранилища по данному показателю удалось весьма условно. В зависимости от сложности плановой конфигурации аналогично классификации по основным морфометрическим признакам [ГОСТ 17.1.1.02 – 77] выделены четыре категории водохранилищ (табл. 5.4).

На рис. 5.5 предложенная классификация проиллюстрирована планами водохранилищ, замыкающих их выделенные категории.

Количественная оценка конфигурации водохранилищ в плане, хотя бы и приблизительная, способствует расширению представлений о водных объектах и обеспечению дополнительной информацией разрабатываемых схем комплексного водохозяйственного планирования.

### Таблица 5.3

# Коэффициенты плановой формы водохранилищ, определенные с использованием топографических карт масштаба 1:500000

			Плониоли	Длина	Коэффи-
N⁰	Bonovpannumune (pera)	НПУ,	площадь	береговой	циент
п/п	Водохранилище (река)	м БС	3 $сркала,$	линии,	плановой
			KM	КМ	$\phi$ ормы $K_F$
1.	Братское (Ангара)	394,65	5377,4	5641,0	76,93
2.	Вилюйское (Вилюй)	249,00	2047,7	2637,1	58,28
3.	Саяно-шушенское (Енисей)	540,00	633,0	1364,0	54,21
4.	Богучанское (Ангара)*	_	2110,0	2231,7	44,67
5.	Веселовское (Маныч)	10,00	332,2	789,0	43,29
6.	Горьковское (Волга)	84,00	1250,8	1446,7	40,91
7.	Красноярское (Енисей)	243,00	2175,0	1901,1	40,76
8.	Усть-Илимское (Ангара)	296,00	1837,3	1690,6	39,44
9.	Пролетарское (Западный Маныч)	13,00	880,0	1147,9	38,70
10.	Зейское (Зея)	307,00	2626,0	1868,2	36,46
11.	Волгоградское (Волга)	15,00	3210,6	2023,7	35,72
12.	Куйбышевское (Волга)	53,00	5875,3	2706,0	35,30
13.	Камское (Кама)	108,50	1591,4	1390,3	34,85
14.	Чебоксарское (Волга)	63,00	973,0	1068,2	34,24
15.	Павловское (Уфа)	140,00	106,4	348,3	33,77
16.	Воткинское (Кама)	89,00	845,2	931,7	32,05
17.	Ковдозерское (Ковда)	37,20	763,6	881,1	31,89
18.	Вазузское (Вазуза)	177,20	82,2	281,6	31,06
19.	Днепровское (Днепр)	51,40	284,0	495,8	29,42
20.	Саратовское (Волга)	28,00	1729,4	1172,8	28,20
21.	Ириклинское (Урал)*	245,00	187,5	378,1	27,61
22.	Серебрянское (Воро-	_	474,7	588,8	27,02
	нья)				
23.	Усть – Хантайское (Хантайка)	60,00	2117,1	1232,8	26,79
24.	Кумское (Кума)	109.00	1702,9	1087.2	26,35
25.	Верхнетуломское	80,00	645,1	658,8	25,94
	(Тулома)	7	- 7	- 7 -	2-
26.	Иваньковское (Волга)	124,00	269,4	386,7	23,56
27.	Верхневолжское (Вол-	206,50	133,5	266,3	23,05
	га)				

Продолжение табл. 5.3

			Плониоли	Длина бе-	Коэффи-
N⁰	Bonovnauuuuu (nera)	НПУ,	площадь	реговой	циент пла-
п/п	водохранилище (река)	м БС	зеркала,	линии,	новой
			КМ	КМ	$\phi$ ормы $K_F$
28.	Колымское (Колыма)	450,00	454,3	487,8	22,89
29.	Курейское (Курейка)	95,00	558,0	540,0	22,86
30.	Угличское (Волга)	113,00	266,3	371,7	22,78
31.	Истринское (Истра)	168,60	31,3	127,0	22,70
32.	Шекснинское (Шексна)	113,00	1645,7	902,5	22,25
33.	Цимлянское (Дон)	36,00	2683,7	1027,2	19,83
34.	Верхнесвирское, вкл. оз. Онежское (Свирь)	33,30	10196,9	1977,7	19,59
35.	Нижнетуломское (Тулома)*	18,00	81,2	175,0	19,43
36.	Подужемское (Кемь)*	—	21,6	90,2	19,38
37.	Рыбинское (Волга)	102,00	4370,9	1266,5	19,16
38.	Бухтарминское (Иртыш)	394,84	2429,7	1328,9	19,12
39.	Днепродзержинское (Днепр)	64,00	600,8	446,7	18,22
40.	Шатское (Шат)	_	20,0	80,4	17,98
41.	Нарвское (Нарова)	25,00	140,9	207,9	17,51
42.	Каховское (Днепр)	16,00	2162,3	801,3	17,23
43.	Озернинское (Озерна)	182,50	24,0	84,2	17,19
44.	Новосибирское (Обь)	113,50	1183,0	586,8	17,06
45.	Рузское (Руза)	182,50	35,1	97,7	16,9
46.	Краснооскольское (Оскол)	72,50	99,4	158,9	15,94
47.	Печенежское (Северский Донец)	100,50	75,4	138,0	15,89
48.	Яузское (Яуза)	214,00	46,9	106,5	15,55
49.	Пронское (Проня)	162,50	17,7	65,1	15,47
50.	Иовское (оз. Толванд)*	97,00	185,3	209,3	15,38
51.	Чиркейское (Сулак)	335,00	41,2	93,6	14,58
52.	Рефтинское (Большой и Малый Рефт)*	177,00	26,9	74,3	14,33
53.	Десногорское (Десна)*	193,00	26,2	73,3	14,32
54.	Киевское (Днепр)	103,00	842,9	406,3	13,99
55.	Уводвское (Уводь)*	125,00	10,9	45,8	13,85
56.	Ондское (Онда)*	89,00	32,2	78,2	13,78
57.	Кременчугское (Днепр)	81,00	2265,1	654,5	13,75

Продолжение табл. 5.3

N⁰	Водохранилище (река)		Площадь	Длина бе-	Коэффи-
п/п		НПУ,	зеркала,	реговой	циент
		мБС	KM <sup>2</sup>	линии,	плановой
				КМ	формы К <sub>F</sub>
58.	Нижнекамское (Кама)	68,00	1030,4	436,0	13,58
59.	Можайское (Москва)*	183,00	24,9	66,9	13,39
60.	Иркутское, вкл. оз. Байкал (Ангара)	457,00	32775,8	2398,4	13,25
61.	Нижнетуринское (Выя)*	_	9,8	40,3	12,88
62.	Широковское (Косьва)*	204,00	32,6	72,8	12,76
63.	Варваровское (Волго- Донской канал)*	_	13,9	47,0	12,72
64.	Матырское (Матыра)*	—	31,1	70,0	12,55
65.	Путкинское (Кемь)*		10,4	40,4	12,52
66.	Белоярское (Пышма)	207,00	38,7	73,6	11,83
67.	Сегозерское (Сегежа)	119,90	852,2	342,4	11,73
68.	Пестовское (Москва)*	-	12,3	41,1	11,70
69.	Клязьминское (Клязь- ма)*	_	10,4	37,1	11,50
70.	Иреляхское (Ирелях)*	295,00	4,8	24,6	11,21
71.	Кубенское (Сухона)*	_	469,6	239,6	11,06
72.	Вытегорское (Вытегра)*	46,00	17,5	44,4	10,63
73.	Верхнемакаровское (Зеленый лог)*	317,00	13,0	36,7	10,18
74.	Воронежское	84,00	40,1	62,8	9,92
	(Воронеж)*				
75.	Новотроицкое (Егорлык)*	153,00	7,1	25,7	9,65
76.	Пензенское (Сура)**	150,00	110,0	99,0	9,44
77.	Старооскольское (Оскол)*	137,00	14,2	35,5	9,43
78.	Мингечаурское (Кура)	71,00	592,3	216,7	8,90
79.	Сытыканское (Сытыкан)*	_	10,0	28,2	8,90
80.	Кривопорожское (Кемь)*	_	122,9	98,2	8,86

Окончание табл. 5.3

N⁰	Водохранилище (река)		Площадь	Длина бе-	Коэффи-
п/п	• • • ·	НПУ,	зеркала,	реговой	циент
		м БС	км <sup>2</sup>	линии,	плановой
				КМ	формы К <sub>F</sub>
81.	Магнитогорское	_	21,9	40,4	8,63
	(Заводской пруд)*				
82.	Краснодарское (Кубань)	33,65	399,2	172,1	8,60
83.	Вышневолоцское (Цна)	163,50	82,8	71,6	7,87
84.	Корповское (Дон)*	42,00	21,5	36,3	7,83
85.	Шершневское (Миасс)*	222,00	20,4	34,0	7,53
86.	Омутнинское (Омутная)*	_	8,0	20,9	7,43
87.	Белохолуницское (Белая Холуница)*	_	14,9	28,2	7,30
88.	Отказненское (Кума)*	249,00	9,8	22,4	7,13
89.	Аятское (Аять)*	234,00	30,8	39,0	7,03
90.	Гилевское (Алей)*	288,00	29,5	36,9	6,80
91.	Варнавинское (Агадум)*	_	20,9	29,0	6,35
92.	Береславское (Волго- Донский канал)*	_	7,1	16,5	6,19
93.	Южноуральское (Кабанка)*	206,00	11,1	20,2	6,05
94.	Нугушское (Нугуш)*	217,00	18,6	25,4	5,89
95.	Шапсугское (Афипс)*	_	22,2	26,0	5,52
96.	Черноисточинское (Каменка)*	221,00	27,3	27,6	5,28
97.	Верхнетагильское (Тагил)*	_	2,2	7,7	5,27
98.	Сенгилевское (Егорлык)*	230,00	21,8	24,0	5,15
99.	Кубанское (Кубань)*	629,00	27,2	23,4	4,49
100.	Вогульское (Тагил)*	_	3,9	8,3	4,20

Примечание. Без звездочки [Соболь, 2017 (1)]; \*[Семина, 2018]; \*\* по плану масштаба 1:25000.



Рис. 5.4. Классификация водохранилищ по сложности плановой конфигурации (на горизонтальной шкале номера водохранилищ по табл. 5.3)

Таблица 5.4

Классификация водохранилищ по сложности плановой конфигурации

Конфигурация вод	Водохранилища	
Категория	Значения коэффициента формы <i>К<sub>F</sub></i>	в нижних пределах категорий
Очень сложная	более 40	Красноярское: К <sub>F</sub> =40,76
Сложная	от 40 до 20	Шекснинское: К <sub>F</sub> =22,25
Средней сложности	от 19 до 10	Верхнемакаровское К <sub>F</sub> =10,18
Простая	менее 10	Вогульское K <sub>F</sub> = 4,20



Рис. 5.5. Планы водохранилищ, заключающих выделенные категории в предлагаемой классификации

Когда и если предложенная классификация водохранилищ по коэффициенту плановой формы найдет апробацию (лат. approbation – одобрение, утверждение), последует ее развитие. На предмет этого потребуется профессиональная ревизия 2290 водохранилищ страны, явно выходящая за планы и прерогативы автора. Возможно, что ее кто-нибудь и проведет. Или попытается провести. Или все останется как есть.

#### 5.4. Плановая конфигурация озер

Одним из озерных районов страны считается Карелия с территорией 172,4 тыс. км<sup>2</sup>, озерность которой составляет 5,4 %, а с учетом крупнейших озер достигает 12,6 % [Водные ресурсы, 2008].

На рис. 5.6 показаны контуры некоторых из подвергавшихся фрактальному анализу озер Карелии [Меншуткин, 2015].

Клеточным методом Е. Федера (см.раздел 2.6) определялись фрактальные размерности береговых линий озер «по данным картографического материала, приведенного в справочнике [Озера Карелии, 2013]». Вычислялся коэффициент формы  $K_F = L/\sqrt{S}$  для каждого озера (названный коэффициентом развития береговой линии), где L – длина береговой линии, S – площадь озера (табл. 5.5).



Рис. 5.6. Примеры контуров береговых линий озер, которые использовались при определении их фрактальных размерностей [Меншуткин, 2015]

Жаль, но в публикации не указан масштаб карт, с которых снимались контуры озер для определения величин L и S, нет информации об уровнях во-

ды, при которых озера имеют эти контуры, и о том, учитывались ли многочисленные острова, показанные на рис. 5.6.

Мимоходом отметим, что некоторые из озер, перечисленных в табл. 5.5, представляют собой подпертые озера-водохранилища. Онежское озеро в современном состоянии (с 1952 г.) является водохранилищем Верхне-Свирской ГЭС, у которого речная часть имеет площадь водного зеркала 228 км<sup>2</sup>, озерная часть – 9720 км<sup>2</sup>. Топозеро и Пяозеро к 1963г. были объединены в водохранилище Кумской ГЭС, расположенной на вытекающей из Пяозера р. Куме. Сегозеро – это Сегозерское водохранилище. Выгозеро подперто Надвоицким гидроузлом и образовало самое большое водохранилище на трассе Беломорско-Балтийского канала, построенного в 1931 – 1933 гг., площадь зеркала озера была увеличена в несколько раз до 21,2 км<sup>2</sup>.

Таблица 5.5

Озера	Фрактальная размерность	Коэффициент	
-	береговой линии D	формы <i>К<sub>F</sub></i>	
Пелдожское	1,054	6,53	
Пряжинское	1,088	6,27	
Укшозеро	1,093	9,64	
Шотозеро	1,097	6,30	
Янисъярви	1,113	9,40	
Ведлозеро	1,133	8,30	
Логмозеро	1,148	6,23	
Святозеро	1,166	8,58	
Ладожское	1,169	11,80	
Пяозеро	1,191	8,34	
Сегозеро	1,193	9,74	
Нюкозеро	1,193	17,43	
Лижемское	1,196	5,96	
Водлозеро	1,207	12,93	
Шуезеро	1,224	8,06	
Каменное	1,234	19,80	
Сула	1,236	7,49	
Мунозеро	1,245	13,54	
Онежское	1,247	18,36	
Каскеснаволок	1,250	7,97	
Выгозеро	1,301	19,49	
Топозеро	1,305	17,27	
Тикшеозеро	1,343	14,04	
Кереть	1,397	23,17	

Характеристики некоторых озер Карелии [Меншуткин, 2015]

Всегда любопытно сравнить данные независимых исследователей. Исходя из содержания табл. 5.3 и табл.5.5, конкретное сравнение возможно для одного объекта – Сегозерского озера-водохранилища (рис.5.7) – и проделано в табл. 5.6. Странно было бы ожидать, что данные совпадут, и о причинах расхождений (до 20 % в значениях  $K_F$ ) дополнительных разъяснений (см. раздел 5.2) не требуется.



Рис. 5.7. План Сегозерского водохранилища (Сегозера), выкопированный с карты масштаба 1:500000

Таблица 5.6

# Сравнение характеристик Сегозера, полученных независимыми исследователями

Источник	Масштаб	НПУ,	L,	S,	D	K <sub>F</sub>
	картографической	м БС	КМ	км <sup>2</sup>		
	основы					
Табл. 5.3						
[Соболь,	1:500000	119,90	342,4	852,2	1,236	11,73
2017]						
Табл. 5.5						
[Меншуткин,	_	—	_	_	1,193	9,74
2015]						

Автор описанного исследования обратил внимание на то, что  $K_F$  является морфометрической характеристикой, которая «может быть использована при классификации озер Карелии, поскольку учитывает такие свойства конфигурации озера, которые невозможно учесть другими средствами» [Меншуткин, 2015]. Добавим, что классификацию по коэффициенту плановой формы можно распространить и на все 2,7 млн озер России. Как говорят китайцы: даже самая длинная дорога начинается с первого шага.

## Глава 6.

## Подводный и надводный рельеф

Рельеф – это поверхность, общая часть двух смежных областей пространства.

Применительно к водным объектам приходится иметь дело со стационарной поверхностью долины реки, затапливаемой водохранилищем, с трансформирующейся в период эксплуатации поверхностью дна водохранилища за счет отложения наносов (рис.6.1) или тепловой осадки (в области вечной мерзлоты) и др.

В данной главе мы покажем некоторые возможности моделирования и исследования поверхностей подводного и надводного рельефа в районах водохранилищ. К разрешению вопроса о фрактальности реального рельефа будем подбираться постепенно.

#### 6.1. Цифровые модели рельефа

Бассейновые водные управления (БВУ), под чьим контролем находятся российские водохранилища, в своей деятельности начинают применять географические информационные системы (ГИС).

Специализированная ГИС «Морфометрия водохранилища» может включать набор из следующих векторных слоев:

- контур береговой линии (урез НПУ);

- изолинии рельефа дна и берегов;

- поперечные профили водохранилища и др.,

а также цифровую модель рельефа (ЦМР), наглядно отражающую предыдущие построения.

ГИС создается методами традиционной геометрии. Основным инструментом для создания ГИС служит распространенный в России программный комплекс ArcGIS ArcView компании ESPI, США, поскольку обладает большим набором возможностей анализа картографических и связанных с ними табличных данных, что позволяет приспосабливаться к различным потребностям, возникающим при моделировании и представлении результатов. Наиболее подходящие типы ЦМР для водохранилищ и их окрестностей – матрица высот (GRID) или растр высот. Технология создания ЦМР в общем случае состоит в векторном описании характеристик рельефа (горизонталей, изогипс, точечных отметок глубин и высот) и построении средствами ГИС нерегулярной триангуляционной сети, конвертируемой затем в матрицу высот.

В ННГАСУ для Верхне-Волжского БВУ была сформирована база ЦМР по пяти водохранилищам Верхней Волги – Иваньковскому, Угличскому, Рыбинскому, Горьковскому, Чебоксарскому [Землянов, 2009; Красильников, 2013; Свидетельство, 2014]. На рис.6.2 представлена ЦМР для Рыбинского водохранилища, заполненного за 1940 – 1947 гг., в сопровождении табл. 6.1 с его проектными и уточненными после многолетней эксплуатации морфометрическими параметрами.

Таблица 6.1

Характеристики	Проектные зна-	Данные ЦМР,	
	чения [Основные	2010 г.	
	правила, 2001]	[Красильников,	
	-	2013]	
Нормальный подпорный уровень	102,0	102,0	
(НПУ), м БС			
Уровень мертвого объема (УМО), м БС	97,1	97,1	
Уровень навигационной сработки	98,0	98,0	
(УНС),м БС			
Площадь зеркала при НПУ, км <sup>2</sup>	4550 (100 %)	4545,5 (99,9 %)	
Наибольшая ширина при НПУ, км	—	72	
Наибольшая глубина при НПУ, м	23,2	20,5	
Средняя глубина при НПУ, м	5,58	5,45	
Полный объем при НПУ, млн м <sup>3</sup>	25420 (100 %)	24767 (97,4 %)	
Полезный объем между НПУ и УМО,	16670	16657	
млн м <sup>3</sup>			
Мертвый объем при УМО, млн м <sup>3</sup>	8750	8110	
Объем при УНС, млн м <sup>3</sup>	11000	10640	
Объем между НПУ и УНС, млн м <sup>3</sup>	14420	14017	

### Проектные и уточненные морфометрические параметры Рыбинского водохранилища

Известно, что рельеф фрактален [Мандельброт, 2002; Федер, 1991; Шредер, 2001; Иудин, 2012]. Имея ЦМР, можно вычислить фрактальную размерность донного рельефа водохранилища. Далее будет показано как это сделать.



Рис. 6.1. Схема накопления донных отложений в Рыбинском водохранилище, приводящего к изменению поверхности дна [Законнов, 1995]


Рис. 6.2. Цифровая модель рельефа для Рыбинского водохранилища: слева – в виде растра высот, справа – в трехмерном представлении, по состоянию на 2010 г.

#### 6.2 Искусственные фрактальные поверхности

Идеально гладкий лист бумаги есть символ плоскости. Хорошо помятый и несколько расправленный лист бумаги представляет собой фрактал, площадь которого зависит от того, как мы ее измеряем, хотя до акта помятости никаких сомнений не возникало [Копосов, 2011].

Приведем примеры построения искусственных фрактальных поверхностей.

Фрактальная поверхность Коха. Способ построения поверхности состоит в параллельном переносе триадной кривой Коха (см. рис.2.3) на расстояние *l* вдоль направления, перпендикулярного ее плоскости (рис.6.3)



Рис. 6.3. Триадная поверхность Коха с фрактальной размерностью D=2,262... [Федер, 1991]

Чтобы измерить площадь такой поверхности, покроем ее полосками длины l и ширины  $\delta$ . При эталоне малой площади  $\alpha = \delta \times \delta$  нам потребуется

$$N(\delta) = \frac{l}{\delta} \cdot \frac{1}{\delta^{D_1}} \tag{6.1}$$

таких ячеек, чтобы покрыть поверхность. Здесь, как и раньше (см.раздел 2.3), фрактальная размерность кривой Коха равна  $D_1 = \ln 4 / \ln 3 = 1,262$  ... Первый множитель в формуле (6.1) означает, что число ячеек площадью  $\alpha$ , необходимых для покрытия каждой полоски, равно  $l/\delta$ , а второй множитель – это число отрезков длины  $\delta$ , необходимых для покрытия кривой Коха

$$N(\delta) = \delta^{-D_1}.$$
 (6.2)

Мера определяется выражением

$$M_d = N(\delta)\delta^2 = l\delta^{d-D_1-1}$$
, (6.3)

где d – размерность меры. Поскольку мера конечна только при d = D, где

$$D = 1 + D_1 = 2,262 \dots, \tag{6.4}$$

то из условия (2.7), приводившегося в разделе 2.2:

$$M_{d} = \gamma(d) \cdot N(\delta) \cdot \delta_{\overline{\delta \to \infty}}^{d} \begin{cases} 0 \text{ при } d > D \\ \infty \text{ при } d < D \end{cases}$$
(6.5)

следует, что *D* – размерность поверхности по Хаусдорфу – Безиковичу.

Этот результат – иллюстрация одного из эмпирических правил Б. Мандельброта для фрактальных множеств: если множество  $\varphi$  является произведением двух независимых фрактальных множеств  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , то фрактальная размерность множества  $\varphi$  равна сумме фрактальных размерностей множеств  $\varphi_1$ и  $\varphi_2$ .

Мы взяли множество точек  $\varphi_1$ , определяемое триадной кривой Коха в 2 мерном пространстве (ее размерность D<sub>1</sub>) и построили множество  $\varphi$  умножением на множество  $\varphi_2$ , которое представляет собой отрезок прямой длиной *l* в 1-мерном пространстве. Таким образом, каждую точку множества  $\varphi_1$  мы сопоставили с линией в 3 –мерном пространстве. Полученное множество имеет размерность  $D = D_1 + D_2$ , где  $D_2 = 1$  есть размерность линии.

Подобным образом можно построить искусственные фрактальные поверхности любой размерности в пределах  $2 \le D \le 3$ , но они не будут реалистичными моделями естественных нерегулярных поверхностей [Федер, 1991].

Поверхности случайного переноса. Один из способов построения более приемлемых поверхностей заключается в добавлении к вертикальной координате z(x, y), полученной после параллельного переноса фрактальной кривой, дополнительных слоев с подобными профилями, но повернутых относительно первой поверхности.

Пусть  $z_D(x, y)$  – профиль поверхности, образованной скольжением вдоль оси *y* фрактальной кривой размерности *D*, лежащей в плоскости *xz*. Повернем эту поверхность в плоскости *xy* на угол ф. В результате получим поверхность  $z_D(x, y | \phi)$ . И, наконец, умножим вертикальную координату на множитель *h*. Таким образом, определена поверхность

 $z_D(x, y | h, \phi) = h z_D(x, y | \phi)$ . Используя поверхности такого профиля, можно построить фрактальные поверхности с возвышением Z(x, y), определяемым как

$$Z(x, y) = \sum z_D(x, y | h \phi).$$
(6.6)

Если сложить таким образом некоторое число слоев с фиксированным h и случайными ф, то получаются поверхности, которые имеют фрактальную размерность, равную размерности производящей фрактальной поверхности, т.е. D(Z) = D(z) [Федер, 1991].

Означенным способом Е. Федер строил модели искусственных поверхностей, которые выглядят как настоящие пейзажи.

Опустив теоретические выкладки, сопровождавшие построения, мы показываем один из таких пейзажей на рис. 6.4. Чтобы подчеркнуть структуру поверхности, в картину добавлена до некоторого уровня «вода» и выбран угол зрения с определенной высоты. Получен довольно изрезанный ландшафт с фрактальными береговыми линиями. По мнению Е. Федера такой вид вполне можно встретить где-нибудь среди гранитных скал на юге Норвегии [Федер, 1991].



Рис. 6.4. Фрактальный пейзаж, полученный как поверхность случайного переноса. Фрактальная размерность береговой линии D = 1,15 [Федер, 1991]

**Поверхности случайного сложения.** Непосредственно фрактальные поверхности позволяет строить алгоритм последовательных случайных сложений Р. Фосса. Отсылаем читателя к его компетентному описанию [Voss, 1985; Федер, 1991; Иудин, 2012]. Как пример приложения метода показываем фрактальные поверхности в виде обобщенного броуновского ландшафта, сформированные на квадратной решетке с использованием двумерного аналога алгоритма Фосса (рис. 6.5) [Копосов, 2009 (2); Иудин, 2012].

Получающийся в результате применения алгоритма Р. Фосса потенциальный рельеф h(x, y) является самоаффинной поверхностью. Самоаффинность структуры рельефа подразумевает существование показателя  $\gamma < 1$  (параметр в процедуре Р. Фосса), когда  $\gamma$  – любое действительное число из интервала  $0 \le \gamma \le 1$ , характеризующее строение поверхности (см. рис. 6.5).

В отличие от самоподобной структуры, самоаффинная структура характеризуется двумя различными размерностями: глобальной и локальной.

Локальная фрактальная размерность D самоаффинной поверхности связана с размерностью евклидова пространства d = 3 соотношением  $D = d - \gamma$ , находится в диапазоне 2 < D < 3. Глобальная размерность D характеризует структуру рельефа в асимптотике глобальных масштабов и равна D = d - 1, т.е. равна 2. Это означает, что на больших расстояниях самоаффинный фрактал выглядит совершенно гладким – как рельеф на рис. 6.5в [Иудин, 2012]. Иначе – самоаффинная поверхность в глобальном смысле нефрактальна [Федер, 1991].

**Программа** для генерации ландшафтов. Одной из современных программ – генераторов ландшафтов является Terragen для Microsoft Windows и Mac OSX, разработанная и опубликованная Planetside Software в 2009 – 2016 гг. последовательно в четырех версиях. Она используется для создания, визуализации, анимации фотореалистичных фрактальных ландшафтов, позволяет их генерировать используя ЦМР или двумерную карту высот. На рис. 6.6 показаны созвучные тематике данной главы книги результаты работы с этой программой [http:// en. wikipedia. org/wiki/Terragen; http:// en. wikipedia. org/wiki/Fractal\_landscape].

Хотя показанные искусственные фрактальные поверхности не определяют какой-либо конкретный реальный рельеф, но нерегулярность топографии земной поверхности в широком интервале пространственных масштабов служит указанием на то, что с помощью фракталов можно строить ее полезные модели [Федер, 1991]. Нас, однако, больше интересует не построение фрактальных поверхностей, а определение фрактальных свойств реальных поверхностей и реального рельефа.

#### 6.3. Фрактальность реальных поверхностей

Б. Мандельброт впервые обратил внимание на тот факт, что различные реальные поверхности являются фрактальными объектами [Mandelbrot, 1977; Мандельброт, 2002].

Фрактальные размерности поверхностей горных пород. Для ориентировки читателя в табл. 6.2 приведена подборка фрактальных размерностей поверхностей образцов горных пород по данным Е. Федера [1991]. В подборке встречаются поверхности с фрактальными размерностями, занимающими почти весь диапазон от D = 2 до D = 3. Но не указано что это за образцы – полученные от взрыва породы, выпиленные из массива, или какие-то еще, так что приведенные данные не имеют здесь другого значения, кроме демонстрационного.



Рис. 6.5. Генерация броуновского рельефа с показателем 0 ≤ γ ≤ 1 на простой квадратной решетке 1025х1025 [Иудин, 2012]





Рис. 6.6 Примеры генерированных фрактальных ландшафтов с озером и долиной реки [http://en.wikipedia.org/wiki/Terragen; http://en..wikipedia.org/wiki/Fratl\_landscape]

Фрактальные	Наименование	Происхождение
размерности	образцов	образцов
2,92±0,02	Почва (каолинит)	_
2,91±0,02	Доломитовая порода	Огайо, США
2,90±0,01	Карбонатная порода	Невада, США
2,97±0,01	Кальциевая порода	Оклахома, США
2,88±0,02	Гранитные породы	Невада, США
2,63±0,03	Плавиковый шпат	Виргиния, США
2,58±0,01	Доломит	Огайо, США
2,16±0,04	Исландский шпат,	Мексика
	кальцит	

# Фрактальные размерности поверхностей образцов горных пород

Фрактальные размерности поверхности морских льдов. В публикации [Яцевич, 2006] описано применение специально разработанной программы фрактального анализа аэрокосмических изображений земной поверхности методом «скользящего окна» (см. раздел 2.6) для определения фрактальных размерностей поверхности морских льдов.

Аэрокосмическое изображение поверхности рассматривается как объединение областей, характеризующихся конкретной фрактальной размерностью  $2 \le D \le 3$ . Для совершенно черного изображения фрактальная размерность равна D = 2, т.е. совпадает с топологической размерностью плоскости; для изображения, имеющего одинаковую белую яркость всех пикселей, – D = 3 (топологическая размерность объема); изображения в градациях серого будут иметь дробную фрактальную размерность. Программа позволяет выделять характерные кластеры фрактальных размерностей и отображать их определенным цветом, создавая поля фрактальных размерностей.

На рис. 6.7 показаны селективные изображения поверхностей Норвежского моря с фрактальными размерностями D = 2,7 - 2,995. Изображения построены методом скользящего окна размером 8х8 пикселей. Как видно на рис.6.7, применение фрактального анализа для обработки исходного радиолокационного изображения позволило четко выделить границы лед – вода и вода – суша.

Для оценки степени неоднородности морской поверхности применен строчный анализ фрактальных размерностей исходного изображения. На рис. 6.8а показано исходное изображение поверхности со следами сечений, для которых проводился анализ изменения фрактальной размерности с



Рис. 6.7. Радиолокационное изображение поверхности Норвежского моря с искусственного спутника Земли «СИЧ – 1» (а) и селективные изображения: D = 2,7 – 2,8 (б); D = 2,8 – 2,9 (в); D = 2,9 – 2,995 (г)



Рис. 6.8. Исходное изображение (а) и построчное изменение фрактальной размерности (б) поверхности моря. На горизонтальных шкалах – километры

использованием «скользящего окна» размером 16x16 пикселей, а на рис.6.86 приведены данные о фрактальных размерностях поверхности моря в этих сечениях.

Строка 120 соответствует изображению ледового покрова при наличии тороса в левой части, где фрактальная размерность ледовой поверхности уменьшается до величины D = 2,84, в то время как среднее значение в строке составляет D = 2,93. В 315-й строке точка 96, в которой достигается минимум фрактальной размерности  $D_{min} = 2,75$ , выделяет границу лед-вода. Фрактальные размерности в 600 –й строке отражают некоторые особенности поверхности воды. Кривые в 1050 –й и 1200 –й строках иллюстрируют изменение фрактальных размерностей при смещении справа налево границы море-берег [Яцевич, 2006].

#### 6.4. Фрактальность реального рельефа

Реальный рельеф имеет различное статистическое поведение от места к месту, поэтому, например, песчаные пляжи не обладают теми же фрактальными свойствами, что овраги или холмы.

Рельеф территории г. Нижнего Новгорода. Обратимся за примером к работе, содержащей результаты исследования поверхности рельефа в районе слияния рек Оки и Волги в г. Нижнем Новгороде [Копосов, 2009 (2)]. Формами рельефа выделяется правобережная нагорная часть (рис.6.9). В геоморфологическом отношении она представляет собой возвышенное Окско-Волжское плато, изрезанное оврагами и долинами малых рек, с абсолютными отметками поверхности от 65 до 200 м.

Для анализа самоподобия поверхности авторами цитируемой работы [Копосов, 2009 (2)] использован R/S метод, называемый методом нормированного размаха или методом Херста [Федер, 1991; Осипов, 1999; Шредер, 2001; Иудин, 2012]. Метод изложен в разделе 7.2 применительно к фрактальному анализу рядов данных, здесь же мы вынужденно забегаем вперед, реализуя метод раньше, чем даем его описание.

Анализируется безразмерное отношение R/S на изучаемом интервале  $\tau$ , где R( $\tau$ ) – размах случайной величины (наибольшего и наименьшего значения на интервале) по формуле (7.8); S( $\tau$ ) – ее среднеквадратичное отклонение по формуле (7.9).

Представим, что мы движемся по дневной поверхности на рис. 6.9 вдоль произвольно выбранного азимутального направления и производим последовательные определения высоты местности. Полученная последовательность измерений представляет собой случайный ряд данных (H, м БС) – ( $\ell$ , 10<sup>4</sup> м).





Рис. 6.9. Панорама района слияния рек Волги и Оки в г. Нижнем Новгороде (снимок начала 2010 гг.) и изометрия ландашафтных структур [Копосов, 2009 (2)]. Выделяется рельеф нагорного правобережья



Рис. 6.11. Исходное изображение (а) и изменение локальной фрактальной размерности D (б) профиля дна Рыбинского водохранилища

~ 120 ~

На рис. 6.10 показано асимптотическое поведение зависимости R/S в билогарифмических координатах для ряда, отобразившего нижегородский рельеф, изображенный на рис. 6.9. Этой зависимостью определяется показатель Херста H, который получен примерно равным  $H = \lg(R / S) / \lg l \approx 0.40$ .



Рис. 6.10. Асимптотическое поведение отношения R/S: 1 – для нижегородского рельефа, представленного на рис. 6.9; 2 – для модельного рельефа, представленного на рис. 6.5 б; 3 – для случайного процесса с независимыми значениями и конечной дисперсией, представленного на рис. 6.5 а; 4 и 5 – теоретические границы персистентности [Копосов, 2009 (2)]

Результат анализа свидетельствует, что поверхность нижегородского рельефа является фрактальной. Ее локальная фрактальная размерность ориентировочно равна D = d - H = 3 - 0,40 = 2,60 [Копосов, 2009 (2)].

**Рельеф дна Рыбинского водохранилища.** Тем же R/S методом исследован донный рельеф Рыбинского водохранилища, цифровая модель которого изображена на рис. 6.2. [Красильников, 2018]. Дно водохранилища – это затопленное при НПУ = 102,0 м БС пойменное междуречье рек Волги и Шексны с отметками в руслах около 86,0 м БС.

Для оценки степени неоднородности дна водохранилища применялся постворовый анализ его фрактальных размерностей. На рис. 6.11а воспроизведен поперечный профиль дна в одном из створов. Проходя профиль с правого берега на левый, при ширине водохранилища 50 км между горизонталями 102,0 м БС на берегах, имеем 50 измеренных отметок дна в Балтийской системе высот (табл. 6.3).

#### Таблица 6.3

Отметки	Расстояния,	Отметки	Расстояния,	Отметки	Расстояния,
дна, м	КМ	дна, м	КМ	дна, м	КМ
102,0	5,20	95,2	15,20	88,8	25,20
99,0	5,90	96,0	16,00	90,5	26,50
96,0	6,63	97,0	18,43	92,5	27,50
93,0	8,35	97,3	19,00	95,6	28,50
90,0	9,58	97,0	19,65	95,8	30,00
90,0	11,06	93,0	20,00	96,0	31,20
86,0	11,30	90,7	21,00	97,1	33,00
91,0	11,43	93,0	22,80	97,1	34,00
93,0	11,79	90,0	24,00	96,0	34,90
95,2	15,20	88,8	25,20	90,0	35,20

Координаты поверхности дна Рыбинского водохранилища (от правого берега в створе, показанном на рис. 6.11а)

Отметки	Расстояния,	Отметки	Расстояния,
дна, м	КМ	дна, м	КМ
90,0	35,20	97,4	45,20
86,0	35,50	97,8	46,40
90,0	36,50	98,2	48,00
93,0	37,00	99,1	50,00
93,4	38,20	99,0	50,70
94,5	40,00	97,1	52,00
95,5	42,00	97,0	53,00
96,5	44,00	97,1	53,50
97,0	44,90	100,0	54,00
97,4	45,20	102,0	55,20

На рис. 6.11б приведены данные о фрактальных размерностях поверхности дна в рассматриваемом створе (D = 3 - H, где H – показатель Херста), определенные на интервалах длиной по 10 км. Можно видеть, что эти размерности отражают особенности донного рельефа. Так в левой части рис. 6.116, где проходит русло р. Волги с крутыми берегами, фрактальная размерность рельефа увеличивается до значения D = 2,676, в то время как затопленная пойма в междуречье Волги и Шексны характеризуется величиной D около 2,4.

Рис. 6.12 содержит результат фрагментарного анализа отношения R/S для разделенного на интервалы l разной длины 50 — километрового ряда отметок дна. Прямая в координатах  $\lg(R/S) - \lg l$  указывает на то, что дно Рыбинско-го водохранилища — фрактальная поверхность с показателем Херста H $\approx$  0,5 и

локальной фрактальной размерностью D ≈ 2,50, что согласуется со статистической независимостью значений отметок дна.



Рис. 6.12. Отношение R/S как функция интервалов *l* для рельефа дна Рыбинского водохранилища

Закончим тему на оптимистической ноте: пока не опробован, но определенно имеет перспективу метод изучения подводного рельефа водохранилищ с позиций фрактальной геометрии для оценки динамики морфометрических параметров.

#### 6.5. Фрактальные параметры водохранилищ: практический аспект

Рассуждения о фрактальных свойствах береговой линии (глава 4), водного зеркала (глава 5), подводного рельефа (глава 6) завершим итоговой сводкой фрактальных параметров водохранилищ Верхней Волги [Баринов, 2019].

В табл. 6.4 приведен типичный перечень публикуемых справочных (проектных) данных о водохранилищах [Вода России. Водохранилища, 2001; Водохранилища Верхней Волги, 2008; Реки и озера, 2012]. В подобных перечнях будут уместными сведения о фрактальных параметрах водохранилищ.

В табл. 6.5 сведены значения фрактальных размерностей береговых линий и коэффициентов плановой формы верхневолжских водохранилищ, приблизительно определенные на основе топографических карт масштаба 1:500000 (см. табл. 4.3, 5.3, 6.1).

В табл. 6.6, как образец, дана полная сводка вычисленных фрактальных параметров Рыбинского водохранилища [Красильников, 2018].

Таблица 6.4

## Справочные (проектные) данные о водохранилищах Верхней Волги [Вода России. Водохранилища, 2001; Водохранилища Верхней Волги, 2008; Реки и озера, 2012]

_		Площадь	Объем, км <sup>3</sup>		Голы
Водохранилище	НПУ, м БС	водного	полный	полезный	заполнения
		зеркала, км			
Верхневолжское	206,50	179	0,79	0,53	1845
					(1943–1947)
Иваньковское	124,00	327	1,20	0,81	1937
Угличское	113,00	249	1,24	0,81	1939–1943
Рыбинское	102,00	4550	25,42	16,67	1940–1947
Горьковское	84,00	1591	8,70	3,90	1955–1957
Чебоксарское	68,00	2100	12,60	5,40	_
	63,00	1080	4,6	0	1982

Таблица 6.5

Фрактальные размерности береговых линий и коэффициенты плановой формы водохранилищ Верхней Волги, определенные на базе топографических карт масштаба 1:500 000

Водохранилище	НПУ, м БС	Пло- щадь зеркала <i>F</i> , км <sup>2</sup>	Длина берего- вой ли- нии <i>L</i> , км	Коэффициент формы водо- хранилища <i>К<sub>F</sub></i>	Фракталь- ная размер- ность бере- говой линии <i>D</i>
Верхневолж-	206,5	133,5	266,3	23,05	1,346
ское	0				
Иваньковское	124,0	269,4	386,7	23,56	1,400
Угличское	113,0	266,3	371,7	22,78	1,362
Рыбинское	102,0	4370,9	1266,5	19,16	1,238
Горьковское	84,00	1250,8	1446,7	40,91	1,249
Чебоксарское	63,00	973,0	1068,2	34,24	1,316

Элемент	Показатели	Значения	Где
	фрактальности	показателей	определены
Береговая линия	Фрактальная	1 229	Раздел 4.2,
	размерность D	1,230	табл. 4.3
Водное зеркало	Коэффициент плановой	10.16	Раздел 5.3,
	формы К <sub>F</sub>	19,10	табл.5.3
	Категория по	Средней	Раздел5.3,
	сложности плановой	сложности	рис. 5.4
	конфигурации		
Поверхность	Локальная фрактальная	2.50	Раздел 6.4
подводного ре-	размерность D	2,30	
льефа	Показатель Херста Н	0,50	

Сводка фрактальных параметров Рыбинского водохранилища

Как длина береговой линии с площадью водного зеркала, так и фрактальные параметры водохранилищ, изменяются с течением периода эксплуатации.

Для пяти водохранилищ Верхней Волги (кроме Верхневолжского), как сообщалось в разделе 6.1, сформирована база цифровых моделей рельефа по состоянию на 2010 г. [Красильников, 2013; Свидетельство, 2014]. К настоящему времени фрактальные параметры верхневолжских водохранилищ уточнены на базе ЦМР. Этими данными пополнена количественная информация в ГИС «Морфометрия водохранилищ», используемой Верхневолжским БВУ при организации водохозяйственной деятельности [Баринов, 2019]. Включение фрактальных параметров в число морфометрических показателей водохранилищ ведет к повышению корректности их анализа, моделирования и прогнозирования, к повышению объективности и адекватности информационной поддержки жизненного цикла водохранилищ. Пока неясно, проявят ли интерес к информации о фрактальных параметрах водохранилищ другие БВУ Агентства водных ресурсов МПР России.

# Глава 7

### Временные ряды данных

Совокупность данных измерений какой-либо одной характеристики какого-либо процесса в течение какого-либо периода времени представляет собой временной ряд.

Во временные ряды могут выстраиваться, например, следующие эмпирические данные: температура воздуха; расходы воды в реке (или объемы стока); значения уровней воды в водоеме при внутригодовых и многолетних колебаниях; параметры процесса переформирования берегов водохранилища и т.п.

Временной ряд стационарен, если порождающий его механизм не меняется при сдвиге во времени.

В этой главе мы опишем и обсудим традиционные методы анализа и фрактальный анализ временных рядов данных.

#### 7.1. Традиционные методы анализа временных рядов

Теоретической базой для анализа временных рядов явилась теория случайных процессов [Свешников, 1968; Андерсон, 1976].

Случайные процессы представляют собой семейство случайных функций X(t), зависящих от одного параметра, которым в нашем случае является время. На практике непрерывный ряд представляется таблично в виде дискретной численной последовательности.

Существуют две основные цели анализа временных рядов:

 – определение природы ряда (описание свойств ряда и выделение адекватной модели);

 прогнозирование (предсказание будущих значений временного ряда по настоящим и прошлым значениям).

В центре внимания исследователей находятся обычно общие закономерности (тренды), скрытые в эмпирических данных.

Трендом (или тенденцией) называют неслучайную медленно меняющуюся составляющую временного ряда, на которую могут накладываться случайные колебания и сезонные эффекты. Это понятие используется во многих методах анализа, в основе которых лежит разложение временного ряда на несколько компонент, одна из которых является в определенном смысле достаточно гладкой, отражая глобальную направленность процесса, а остальные компоненты характеризуют воздействия случайных факторов [Гелашвили, 2013].

Среди традиционных методов выявления тренда временных рядов проще других метод сглаживания (с его разновидностями) [Андерсон, 1976; Кобзарь, 2006; Sivakumar, 2016]. Сглаживание всегда включает какой-либо способ локального усреднения данных, при котором несистематические компоненты взаимно погашают друг друга. Например, некоторые монотонные ряды можно хорошо сгладить линейной функцией. Понятно, что результаты трендового анализа будут зависеть от периода наблюдения.

Сказанное иллюстрируется примером трендового анализа векового хода температуры воздуха в г. Нижнем Новгороде (рис. 7.1). В период 1910 – 1934 гг. можно сделать вывод о похолодании, в период 1945 – 1970 гг. о стабильности температурной обстановки, в период 1990 – 2000 гг. о потеплении. Тренд за период 1880 – 2000 гг., если его провести, укажет на некоторое повышение годовой температуры воздуха [Мокеева, 2005].



Рис. 7.1. Скользящие 10-летние средние значения векового хода температуры воздуха в г. Нижнем Новгороде [Мокеева, 2005; Гелашвили, 2013]

Для прогнозирования составляющих берегового процесса на эксплуатируемых равнинных водохранилищах опробовалось параболическое, логарифмическое, полиномиальное преобразование временных рядов данных [Епишин, 1979].

Решение названной задачи при значительной продолжительности инструментальных наблюдений за берегом и зафиксированной однонаправленностью берегового процесса продуктивно осуществлялось адаптивным методом [Громов, 2013]. В основу метода положена идея учета множества экспертных заключений в виде гипотетических трендов динамики процесса.

Структура модели имеет вид y = f(t), где y – вектор характеристик процесса (отступание бровки берега, объем размытой породы, ширина береговой отмели и т.д.), t – время, f – некоторая функция. Из наблюденных величин составляется временной ряд, который равномерно ( $\Delta t = 1$ ) табулируется на временном интервале от t<sub>1</sub> до t<sub>n</sub> до вида

 $y(t_1), y(t_1 + 1), \dots, y(t_1 + k), \dots, y(t_n),$  (7.1) разбивается на 2 части: обучающую и экзаменационную выборки

 $y(t_1), \dots, y(\tau),$  при  $\tau < t_n; y(\tau + 1), \dots, y(t_n),$  (7.2) по данным обучающей выборки строится набор аппроксимирующих трендов

$$\Phi_1(t), \dots, \Phi_\ell(t) \tag{7.3}$$

с вычислением нормированных весовых коэффициентов W<sub>j</sub>(t) каждого из них, затем выводится средневзвешенное выражение модельного временного ряда

$$Y(t) = \sum_{j=1}^{\ell} W_j(t) \cdot \Phi_j(t), \qquad (7.4)$$

после чего оценивается относительная ошибка моделирования. В случае качественного моделирования формируется адаптивный прогноз на срок t<sub>p</sub> в виде средневзвешенного выражения экстраполированных значений ряда

$$Y^{*}(t_{n}+l) = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} W_{i}^{*} Y^{i}(t_{n}+l).$$
(7.5)

Механизм использования весовых коэффициентов  $W_j(t)$  и адаптация (самоприспособление) к мнению «экспертов» на интервале экзаменационной выборки  $(t_1 + \tau) < t \le t_n$  позволяют достичь наилучшей экстраполяции данных за пределы  $(t_1 + \tau)$  обучающей выборки.

Подробно адаптивный метод описан в статье [Громов, 2013]. В разделе 8.5 помещен пример приложения метода к оценке темпов берегопереформирования на Волгоградском водохранилище.

Следует заметить, что результаты построения тренда разными методами могут значительно различаться, создавая искаженный образ действительности и проистекающего из нее будущего.

Традиционные методы анализа успешно реализуют вторую из вышепоставленных целей: предсказание будущих значений ряда. В то же время, тренд ничего не говорит о том, насколько устойчив ряд, а именно: сможет ли имеющаяся тенденция (рост или спад) продолжиться в будущем или нет? Информативнее в этом отношении оказывается фрактальный анализ временных рядов данных [Гелашвили, 2013].

#### 7.2. Фрактальный анализ временных рядов

Многие ряды эмпирических данных обнаруживают фрактальные свойства, могут быть исследованы с помощью методов фрактального анализа.

Одним из направлений фрактального анализа является изучение динамики во времени такой характеристики, как фрактальная размерность D.

В общем случае, имея график зависимости какой-либо величины от времени, можно формально вычислить ее фрактальную размерность клеточным методом. Но вычисляемая таким образом размерность будет зависеть от относительных масштабов по осям, так как временные ряды демонстрируют самоаффинность. Самоаффинные множества характеризуются двумя значениями фрактальной размерности – локальной и глобальной. Временной ряд конкретно характеризует локальная фрактальная размерность (см. раздел 2.2).

Проводя анализ предполагают, что временной ряд на некотором интервале масштабов самоподобен и, как следствие, процессы, идущие в настоящее время, определяются предыдущими состояниями.

Для анализа самоподобия временных рядов наиболее часто используется метод X. Херста [Hurst, 1951, 1965; Херст, 1954; Sutcliff, 2016], или как его еще называют, метод нормированного размаха (R/S). Метод основан на анализе размаха исследуемого параметра (разницы наибольшего и наименьшего значения параметра на изучаемом отрезке времени) и его среднеквадратичного отклонения. Воспроизведен в публикациях [Федер, 1991; Калуш, 2002; Бутаков, 2005; Любушин, 2006; Иудин, 2012; Гелашвили, 2013; Лепихин, 2016 и др.].

Существо метода Херста состоит в следующем.

Пусть мы имеем последовательность измерений какой-либо величины  $\xi(t)$  при длительности исследуемого процесса Т (временную серию), где t – дискретное время, принимающее целочисленные значения.

- 1. Временная серия делится на n неперекрывающихся интервалов равной продолжительности  $\tau = T/n$ .
- 2. Для каждого интервала *т* вычисляются:

 $-\langle \xi \rangle_{\tau}$  – среднее значение величины  $\xi(t)$  на интервале времени  $\tau$ , равное

$$\langle \xi \rangle_{\tau} = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\iota} \xi(t) ; \qquad (7.6)$$

– X(t, $\tau$ ) – накопившееся отклонение величины  $\xi(t)$  от среднего ния  $\langle \xi \rangle_{\tau}$ , равное

$$X(t,\tau) = \sum_{t=1}^{t \le \tau} [\xi(t) - \langle \xi \rangle_{\tau}].$$
(7.7)

~ 129 ~



Рис. 7.2. Годовой сток из оз. Альберт ξ(t) в м<sup>3</sup> (штриховая линия) и накопленное отклонение от среднего стока X(t) в м<sup>3</sup> (сплошная линия) за периоды продолжительностью 30 лет (1900 – 1930 гг.) и 53 года (1904 – 1957 гг.). Показан размах R за эти периоды [Федер, 1991]

3. Определяется размах  $R(\tau)$  как разница между максимальным и минимальным значениями  $X(t,\tau)$  внутри каждого интервала  $\tau$ :

$$R(\tau) = \max X(t,\tau) - \min X(t,\tau).$$
(7.8)  

$$1 \le t \le \tau \qquad 1 \le t \le \tau$$

Ясно, что размах  $R(\tau)$  зависит от длительности интервала времени  $\tau$ , и обычно ожидается, что  $R(\tau)$  растет с увеличением  $\tau$ . Так, например, по данным Х. Херста о годовом стоке из оз. Альберт в Центральной Африке за период в 30 лет (1900 – 1930 гг.) размах составлял  $R(30) = 73 \cdot 10^9 \text{ м}^3$ , а за период в 53 года (1904 – 1957 гг.) уже  $R(53) = 91 \cdot 10^9 \text{ м}^3$  (рис. 7.2).

4. Вычисляется стандартное отклонение (квадратный корень из дисперсии) исследуемой величины  $\xi(t)$  для каждого интервала  $\tau$  как

$$S(\tau) = \left(\frac{1}{\tau} \cdot \sum_{t=1}^{\tau} [\xi(t) - \langle \xi \rangle_{\tau}]^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$
(7.9)

5. Размах  $R(\tau)$  делится на стандартное отклонение  $S(\tau)$ , получаем безразмерное отношение R/S для данного интервала.

6. Этапы 2 – 5 выполняются для всех n интервалов заданной продолжительности τ каждый. Результаты усредняются. Получаем значение R/S для всей временной серии длительностью T при заданном размере интервалов τ.

7. Этапы 1 – 6 выполняются для нескольких разбиений временной серии Т на интервалы разной длины  $\tau$ . В итоге получаем функцию  $\overline{R/S}(\tau)$ .

Как обнаружил Х. Херст, для многих временных рядов наблюдаемый нормированный размах R/S хорошо описывается эмпирическим соотношением

$$R/S = (\tau)^H, \tag{7.10}$$

где H – показатель Херста, 0 < H < 1.

8. Проводится анализ функции R/S ( $\tau$ ) в билогарифмических координатах  $lg(R/S) - lg\tau$ , как это делал Х. Херст (рис. 7.3). Зависимость R/S от  $\tau$  в виде прямой линии указывает на самоподобие процесса, а показатель Херста вычисляется как

$$H = \lg(R/S) / lg\tau. \tag{7.11}$$

Наличие изломов в графике зависимости R/S ( $\tau$ ) будет свидетельствовать о присутствии характерных временных масштабов и/или периодичностей.



Рис. 7.3. Применение метода нормированного размаха для различных естественных процессов. По оси абсцисс указана длительность анализируемого периода τ в годах. Приведены данные для следующих объектов: 1 – сток рек, H = 0,72; 2 – сток р. Рода, H = 0,77; 3 – слоистые отложения оз. Саки, H = 0,76 [Федер, 1991]

В табл. 7.1 приведены некоторые собранные Х. Херстом статистические данные. Они иллюстрируют качество соответствия между эмпирическим законом Херста (7.10) и наблюдениями. Видно, что показатель Херста Н более или менее симметрично распределен вокруг среднего значения  $H \cong 0,72$  и для многих естественных процессов  $H \neq 0,5$ . Последний факт вызывает интерес потому, что при отсутствии долговременной статистической зависимости отношение R/S должно вести себя в соответствии с асимптотикой  $R/S \sim \tau^{1/2}$ , если временной ряд связан со случайным процессом с независимыми значениями членов ряда и конечной дисперсией [Федер, 1991; Иудин, 2012].

Методом нормированного размаха (методом Херста) можно исследовать временные последовательности разных измеряемых в природе величин. Вот некоторые результаты в дополнение к табл. 7.1:

- скорость ветра, Республика Тыва, 3994 измерения, H = 0,79;

- среднегодовые осадки, г. Кызыл, 19 измерений, H = 0,7073;

– уровень воды в р. Большой Енисей, 18 измерений, H = 0,5507 и в р. Малый Енисей, 18 измерений, H = 0,6912 (створы не названы) [Калуш, 2002]; максимальные расходы половодья: р. Кама, г. Пермь, выборка за 107 лет,
H = 0,59; р. Чусовая, пгт Лямино, 133 года, H = 0,68; р. Белая, г. Уфа, 107 лет,
H = 0,56; р. Вятка, г. Киров, 107 лет, H = 0,55 [Лепихин, 2016].

Таблица 7.1

Гидрометео-	Период	Коли	чество	Среднее	Стан-	Диапазон
рологическая характери- стика	изме- ре-ний, годы	объек- тов	наборов измере- ний	значение показа- теля Херста	дар- тное от- клоне- ние	значений показате- ля Н
Сток рек	10 – – 100	39	94	н 0,72	<b>S</b> 0,091	0,50 – – 0.94
Уровень рек и озер	44 – – 176	4	13	0,71	0,082	0,59 – – 0,85
Слоистые отложения озер	50 - - 2000	5	258	0,74	0,090	0,50 – – 0,95
Температура воздуха	29-60	18	120	0,68	0,087	0,46 – – 0,92
Средние зна- чения	_	_	_	0,72	0,087	0,51 – – 0,91

#### Значения показателя Херста для некоторых природных процессов [Федер, 1991]

Значение показателя Херста Н указывает на следующие тенденции в поведении временного ряда.

1. Временные последовательности измерений, для которых H>0,5, относятся к классу **персистентных** – сохраняющих имеющуюся тенденцию. Если приращения были положительными в течение некоторого времени в прошлом, то есть происходило увеличение значений  $\xi(t)$ , то и впредь в среднем будет происходить увеличение. Таким образом, для процесса с 0,5< H <1 тенденция к увеличению в прошлом означает тенденцию увеличения в будущем. И, наоборот, тенденция к уменьшению в прошлом означает, в среднем, продолжение уменьшения в будущем. Чем больше H, тем сильнее тенденция.

2. При H = 0,5 корреляция прошлых и будущих приращений значений  $\xi(t)$  отсутствует на любых временных масштабах, как и должно быть у случайного процесса с независимыми приращениями. То есть, никакой выраженной тенденции процесса не выявлено и нет оснований считать, что она появится в будущем.

3. При 0< H <0,5 ряд является антиперсистентным. В этом случае рост  $\xi(t)$  в прошлом означает уменьшение в будущем, а тенденция к уменьшению в прошлом делает вероятным увеличение в будущем. И чем меньше H, тем больше эта вероятность. В таких процессах после возрастания переменной обычно происходит ее уменьшение, а после уменьшения – возрастание [Иудин, 2012].

На рис. 7.4 дан пример фрактальных временных серий (обобщенный броуновский процесс) с различными показателями Херста. Видно, что с уменьшением показателя Херста увеличивается доля резких перепадов в поведении случайного процесса.



Рис.7.4. Пример фрактальных временных серий с различными показателями Херста [Иудин, 2012]

Одним из преимуществ метода называют малую чувствительность к длине ряда, что позволяет определять показатель Херста H даже для коротких рядов [Гелашвили, 2013]. Вместе с этим отмечалось, что короткие ряды бывают неотличимы от случайных последовательностей и при малых значениях  $\tau$  отношение R/S может быть меньше, чем для случайного процесса с независимыми приращениями [Федер, 1991]. Стоит заметить, что на практике большинство рядов данных, с которыми приходится иметь дело, соответствует именно коротким временам.

В работе [Лепихин, 2016] выражение (7.10) записано в виде  $R/S \sim N^H$  или  $H = \ln(R/S) / \ln N$ , где N означает длину выборки (т.е. количество измерений

на интервале  $\tau$ ), и на основе вычислительных экспериментов показано, что возможная среднеквадратичная погрешность  $\sigma_{\rm H}$  в значениях Н в зависимости от *N* в первом приближении аппроксимируется выражением

$$\sigma_{\rm H} (N) \sim 1/\sqrt{N}. \tag{7.12}$$

С использованием соотношения (7.12) построен доверительный интервал для Н, что несколько повышает объективность анализа ряда по данному показателю. При

$$H \ge 0.5 + 1.65 \,/\sqrt{N} \tag{7.13}$$

ряд можно считать персистентным с надежностью 95 %, соответственно при

$$H \le 0.5 - 1.65 \, / \sqrt{N} \tag{7.14}$$

ряд можно считать антиперсистентным с той же надежностью 95%.

Соответствующим исследованием [Калуш, 2002] подчеркнута зависимость показателя Херста H от численного значения длины промежутка между моментами времени t, на которых производится измерение. В действительности это вытекает из формулы (7.10), т.к. величина  $\tau$  есть сумма промежутков  $\Delta t$  между измерениями. И было высказано предположение о том, что значение показателя H = 0,72 по Херсту (см табл. 7.1) является средним для смеси временных рядов, имеющих различную численную длину промежутков между измерениями.

Показатель Херста Н связан с фрактальной размерностью D (локальной размерностью) временного ряда соотношением

$$\mathsf{D} = \mathsf{d} - \mathsf{H} , \tag{7.15}$$

где d – евклидова размерность задачи (табл. 7.2).

Таблица 7.2

Соотношение между показателем Херста и фрактальной размерностью временных рядов [Иудин, 2012].

Показатель Херста	Фрактальная	Описание ряда
Н	размерность ряда <b>D</b>	
0 < H < 0,5	1,5 < D < 2	Антиперсистентентный
H = 0,5	D=1,5	Без выраженной тенден-
		ции (броуновский про-
		цесс)
0,5 < H < 1	1< <i>D</i> <1,5	Персистентный

Кроме вышеизложенного метода нормированного размаха (метода Херста) существуют другие методы фрактального анализа временных рядов, описанные в англоязычных публикациях [Fougere, 1985; Eke, 2000; Peng, 1993; Cannon, 1997]. Независимая оценка применимости методов [Delignieres, 2006] показала, что даже для коротких рядов (от 64 измерений) фрактальный анализ дает адекватные результаты. Но, так как, чем короче ряд, тем выше ошибка, в ответственной практике желательно использовать не один, а несколько методов анализа параллельно [Гелашвили, 2013; Лепихин, 2016].

#### 7.3. Применение фрактального анализа к рядам данных

Применительно к водным объектам в настоящее время, как и ранее, преобладают работы из области гидрологии [Кучмент, 1999; Sivakumar, 2016; Singh, 2018] с фрактальным анализом временных рядов гидрологических данных [Калуш, 2002; Бутаков, 2005; Williams, 2015; Лепихин, 2016 и др.].

Важным разделом гидрологии являются гидрологические прогнозы, указывающие величину и время наступления какого-либо элемента гидрологического режима, например, максимума половодья, начала ледохода и пр. На сегодняшний день оправдываемость гидрологических прогнозов удовлетворяет потребности экономики в недостаточной мере; в особенности это относится к долгосрочным прогнозам водного режима рек, и главная тут причина в невысокой надежности метеорологических прогнозов. Так, прогноз притока в водохранилища Волжско-Камского каскада с 1960 по 2001 гг. оправдывался примерно в половине лет. В остальные годы имели место расхождения между прогнозируемым и фактическим объемами притока как в большую (до 22 % в 1996 г.) так и в меньшую (до 42 % в 1990 г.) стороны [Асарин, 2003]. Выбор эффективной модели «осадки-сток» представляет собой трудную задачу практического прогнозирования. В этой связи гидролог Р.А. Нежиховский приводит следующие слова М.В. Ломоносова: «Человеку ничего не оставалось бы требовать от Бога, если бы он научился правильно предсказывать погоду» [Нежиховский, 1988].

Информативность фрактального анализа в части определения устойчивости временных рядов данных является хорошим подспорьем гидрологических прогнозов.

Фрактальный анализ применяется не только к различным временным, но и к другим рядам измерений [Zhou, 2014; Li, 2015; Williams, 2015; Chiaudani, 2017]. Это продемонстрировано ниже на примере анализа изменения пористости грунта по глубине [Федер, 1991]. На рис.7.5 слева воспроизведены результаты определения пористости грунта как функции глубины. Пористость определялась по кернам, полученным при бурении скважины. Как видно из рисунка, пористость сильно флуктуирует.

Анализ методом R/S, результат которого представлен на рис. 7.5 справа, ясно указал на присутствие поддерживающейся тенденции изменения пористости грунта по глубине, характеризуемой показателем Херста H = 0,855 [Федер, 1991].

Понятно, что такая ситуация с пористостью грунтов в естественном залегании не повсеместна.



Рис.7.5. Пористость грунта как функция глубины (в футах) по анализу кернов (слева). R/S как функция глубины для измерений пористости (справа). Сплошной линией показана аппроксимация с H = 0,855. Штриховая линия – процесс со статистически независимыми приращениями [Федер, 1991]

На этом оставим общие рассуждения о фрактальном анализе рядов данных. В следующей главе будут поводы к ним возвратится при рассмотрении физических процессов, присущих водным объектам.

# Глава 8

# Климатические, гидрологические, геологические процессы

Как на естественных водоемах (морях, озерах), так и на природнотехногенных (водохранилищах), ведутся режимные или эпизодические количественные наблюдения за климатическими, гидрологическими и геологическими процессами для их изучения и с целью прогнозирования (см. рис.1.8). Результаты представляются обычно временными рядами.

В данной главе фрактальный анализ (наряду с традиционными методами) распространен на результаты наблюдений за температурой воздуха, уровенным режимом, ветровым волнением, нарастанием толщины ледяного покрова, переформированием абразионного берега, отложением наносов, другими процессами, сопровождающими водные объекты (преимущественно водохранилища) в их жизненном цикле. Подробные и продолжительные данные наблюдений некоторых из процессов взять было неоткуда, но верх одержало желание показать их фрактальность, хотя бы и в ущерб точности итоговых результатов.

#### 8.1. Вековой ход температуры воздуха

Температура воздуха – одна из основных количественных характеристик климата, отслеживаемых при мониторинге водных объектов. В гидротехнике температуру принято обозначать как  $\vartheta$  (или  $\Theta$ ), в отличие от обозначения времени t, и измерять в °C.

Покажем результаты применения метода Херста для анализа колебаний среднемесячной температуры воздуха за 100-летний период (1900 – 2000 гг.) в трех контрастных регионах [Гелашвили, 2007,2013]:

– Нижегородской области (характеризуется умеренно-континентальным климатом), пункт наблюдения г. Нижний Новгород;

 Республике Якутии-Саха (резко-континентальный климат), пункт наблюдения г. Якутск;

– Амурской области (умеренно-холодный влажный климат), пункт наблюдения г. Николаевск-на-Амуре.

Исследователи располагали массивами данных о суточной температуре воздуха за 100 лет.

На рис. 8.1 и в табл. 8.1 отражена динамика изменения среднемесячной температуры по данным ее векового хода в названных регионах.

Для всех трех регионов характерно наличие периода «потепления», характеризующегося положительным приростом среднемесячной температуры, и периода «похолодания», когда прирост среднемесячной температуры отрицательный. «Холодные» периоды на графиках рис.8.1 отмечены темным цветом. По мере продвижения с запада на восток начало «холодного периода смещается ближе к середине года. Длительность самого периода примерно постоянна и составляет 5 – 6 месяцев.

Таким образом, помесячный анализ подтверждает сложившееся в настоящее время у климатологов представление о зимнем «потеплении» и летнем «похолодании». В связи с тем, что скорость изменения температуры в «теплый» период выше, чем скорость «похолодания», в целом за год по результатам инструментальных наблюдений имеет место повышение температуры.

Таблица 8.1

Пункт	Январские	Июльские	Годовые
наблюдения	температуры	температуры	температуры
	( $\Delta \vartheta$ , °С за 100 лет)	( $\Delta \vartheta$ , °С за 100 лет)	( $\Delta \vartheta$ , °С за 100 лет)
г. Нижний	2,6	- 0,66	0,72
Новгород			
г. Якутск	0,1	- 0,62	1,52
Г. Николаевск-на-	2,29	0,09	0,95
Амуре			

# Анализ трендов векового хода январских, июльских и годовых температур воздуха в различных регионах России

Вычисление показателя Херста позволяет оценить, насколько выявленные динамики изменения температуры персистентны (то есть сохраняют имеющуюся тенденцию).

На рис. 8.2 приведены результаты расчета показателя Херста для всех месяцев. Расчет проводился для всего массива температур за каждый месяц, в среднем длина временного ряда составляла 30 суток х 100 лет = 3000 отсчетов.

Значение показателя Херста по отдельным месяцам выше 0,5. Это говорит о персистентности имеющейся динамики изменения температуры воздуха, т.е. о сохранении в будущем имеющейся тенденции к потеплению климата.



Рис.8.1. Динамика изменения среднемесячной температуры воздуха по результатам ее векового хода: а – г. Нижний Новгород; б – г. Якутск; в – г. Николаевск-на- Амуре. По оси ординат отложены значения Δθ, °С, за 100 лет [Гелашвили, 2007, 2013]



Рис. 8.2. Значение показателя Херста по отдельным месяцам временного ряда температуры воздуха [Гелашвили, 2013]

Из полученных результатов можно видеть, что рассмотрение динамики одного из климатических процессов с точки зрения самоподобия позволило не только оценить тренд его развития, но и определить характеристики ряда, необходимые для понимания его природы. Знание таких характеристик открывает возможность на основе ретроспективного анализа моделировать различные сценарии развития климатической ситуации [Гелашвили, 2013].

Так, по наблюдениям Росгидромета на территории России за период 1886 – 2012 гг. среднегодовая приземная температура воздуха увеличилась на 2,4°С, причем за период 1976 – 2012 гг. скорость роста в среднем составила 0,43°С / 10 лет. Прогнозные модели Росгидромета предсказывают увеличение этой температуры за 2011 – 2030 гг. на 0,9 – 2°С, за 2041 – 2060 гг. на 2 – 3,9°С, за 2080 – 2099 гг. на 3,4 – 5,5°С [Второй оценочный, 2014]. Результаты находятся в согласии с докладом Межправительственной группы экспертов по изменению климата (МГЭИК) от 2007 г., по которому на земле развивается «глобальное потепление» и к концу XXI в. средняя температура воздуха повысится на 4 °С по отношению к таковой в конце XX в.

Между тем, геологическая история свидетельствует, что на Земле ледниковые периоды перемежались межледниковыми. Последние продолжались от 40 тысяч до нескольких сотен тысяч лет. Период, в котором мы живем, считается типичным межледниковьем. Оно ничем не отличается от более древних межледниковий, и, во всяком случае, не теплее, чем межледниковья прошлого. Напротив, нынешнее межледниковье более прохладное, чем некоторые более древние межледниковья, и есть основания предполагать, что оно также может оказаться короче: начавшись около 20 тыс. лет назад, продлится, вероятно, еще 5 – 10 тыс. лет, после чего на Земле наступит новый ледниковый период [Джон, 1982]. Т.о. Земля движется к похолоданию [Катцов, 2012].

А вот знаменитый британский физик С.У. Хокинг (1942 – 2018) в посмертно изданной книге «Краткие ответы на большие вопросы» [Хокинг, 2019] пугает людей обещая, что человечество исчезнет уже к 2600 г., потому что наша планета станет непригодной для жизни – «...у нас будет климат...при температуре плюс 460 градусов Цельсия».

Идея конструирования будущего Земли, конечно, не так проста, как может показаться, и нельзя с уверенностью сказать какой из описанных сценариев и насколько будет соответствовать действительности даже в относительно недалекой перспективе.

#### 8.2. Многолетние колебания уровня воды

Как известно, уровенный режим водохранилищ – процесс детерминированный, регулируемый, зависит от величины полезного объема водохранилища и от вида регулирования стока реки (рис. 8.3). Об этом представители корпуса гидротехников, будучи студентами, слушали на лекциях в вузе, а некоторые, особенно дисциплинированные, возможно даже конспектировали.

Нам здесь интереснее рассмотреть стохастический процесс колебания уровня естественного водоема. За этим обратимся к Каспийскому морю, куда впадает р. Волга.

Каспийское море – крупнейшее озеро мира: его площадь около 4000 тыс. км<sup>2</sup> (без залива Кара-Богаз-Гол), объем – 78 тыс. км<sup>3</sup>, отметка водной поверхности ниже нуля Балтийской системы высот.

С начала XX в. уровень моря понижался. В 1970 – е гг. обмеление моря приписывали гидротехникам, связывали с зарегулированием стока р. Волги каскадом водохранилищ. Время показало, что человек бессилен повелевать природой в таких масштабах: без его участия уровень моря с 1978 г. стал вдруг повышаться и это вызвало осложнения в хозяйственной деятельности на побережье.

Согласно историческим данным изменения уровня Каспийского моря квазипериодического характера с амплитудой до 12 м являлись его характерной чертой в течение последних 2 тыс. лет. В XX в. происходили: падение уровня моря в период 1900 – 1977 гг. от отметки – 25,60 до отметки – 29,01 м БС; подъем в период 1978 – 1995 гг. до отметки – 26,90 м БС; падение к 2000 г. до отметки – 27,08 м БС с продолжением падения в 2000 –е гг. (рис. 8.4).



Рис. 8.3. Средний годовой ход уровней водохранилищ разного вида регулирования: а – Горьковское недельного регулирования (с элементами сезонного); б – Куйбышевское сезонного регулирования; в – Рыбинское многолетнего регулирования [Водохранилища, 1986; Основные правила, 2001]



Рис. 8.4. Ход среднегодового уровня Каспийского моря у г. Махачкалы в XX и начале XXI вв. Уровень приведен относительно единого нуля моря, равного – 28,00 м БС [Водный баланс, 2016]
Повышение уровня моря за 1978 – 1995 гг. более чем на 2,0 м объяснялось Росгидрометом так:

 примерно на 54% увеличением притока речных вод (в основном р. Волги);

- на 29 % уменьшением испарения с водной поверхности;

- на 10 % увеличением количества осадков на акваторию;

- на 7 % искусственным регулированием стока из моря в залив Кара-Богаз-Гол (в 1980 г. залив был отсечен дамбой от моря, в 1992 г. дамбу прорвало).

Гидрологическое моделирование изменений уровня моря на период 2000 – 2030 гг. предрекало, что будут происходить его колебания в диапазоне от – 26,0 до – 30 м БС, при этом наиболее вероятное положение уровня к 2030 г. будет находиться в пределах отметок – 27,8.... – 28,5 м БС [Бедрицкий, 2005].

До 2010 г. прогноз оправдывался (см. рис. 8.4).

В 1990-х гг. уже указывалось на фрактальность многолетних колебаний уровня Каспийского моря [Кучмент, 1998]. Нами проанализированы эти колебания за 1900 – 2010 гг. [Соболь, 2018 (1)].

Для анализа временной последовательности значений уровня моря по опубликованным данным сформирован ряд его ежегодных отметок в Балтийской системе высот за период с 1900 г. по 2010 г. (табл.8.2). Заметим, что из-за разночтений в публикациях точность этих данных не вполне гарантирована.

Фрактальный анализ ременного ряда уровней моря проведен методом нормированного размаха Х. Херста (см. раздел 7.2) с делением расчетного периода T = 110 лет на интервалы продолжительностью  $\tau$  = 5 лет, 10 лет, 20 лет, 55 лет.

На рис. 8.5 приведены значения показателя Херста, рассчитанные для отдельных 10 -летних интервалов времени. График H(t) позволяет видеть, что в 1900 – 1970 гг., когда происходило понижение уровня моря, значения H < 0,5 указывали на антиперсистентность ряда, т.е. на последующее повышение уровня, что и наблюдалось с 1980 -х гг. (см. рис. 8.4). Интервал минимальных уровней моря 1970 – 1980 гг. на графике H(t) отмечен минимальным значением показателя Херста H  $\cong$  0,430.

На рис. 8.6 показан график отношения R/S как функции  $\tau$  в билогарифмических координатах. Линейность графика свидетельствует о фрактальности процесса.

# Таблица 8.2

Ежегодные отметки уровня воды (УВ) Каспийского моря у г. Махачкалы

Годы	УВ, м БС	Годы	УВ, м БС	Годы	УВ, м БС
1900	-25,60	1938	-26,40	1976	-29,00
1901	-25,62	1939	-26,50	1977	-29,01
1902	-25,64	1940	-26,60	1978	-28,98
1903	-25,66	1941	-26,88	1979	-28,92
1904	-25,68	1942	-27,15	1980	-28,90
1905	-25,70	1943	-27,44	1981	-28,71
1906	-25,74	1944	-27,72	1982	-28,54
1907	-25,78	1945	-28,00	1983	-28,36
1908	-25,82	1946	-27,95	1984	-28,18
1909	-25,87	1947	-27,92	1985	-28,01
1910	-25,90	1948	-27,89	1986	-28,06
1911	-25,94	1949	-27,84	1987	-28,12
1912	-25,98	1950	-27,80	1988	-28,18
1913	-26,02	1951	-27,84	1989	-28,23
1914	-26,05	1952	-27,88	1990	-28,30
1915	-26,10	1953	-27,92	1991	-27,70
1916	-26,10	1954	-27,95	1992	-27,40
1917	-26,10	1955	-28,00	1993	-27,25
1918	-26,10	1956	-28,12	1994	-27,10
1919	-26,10	1957	-28,24	1995	-26,90
1920	-26,10	1958	-28,35	1996	-26,60
1921	-26,12	1959	-28,48	1997	-26,80
1922	-26,14	1960	-28,60	1998	-26,95
1923	-26,16	1961	-28,61	1999	-27,00
1924	-26,18	1962	-28,62	2000	-27,08
1925	-26,20	1963	-28,63	2001	-27,17
1926	-26,14	1964	-28,65	2002	-27,34
1927	-26,07	1965	-28,65	2003	-27,19
1928	-26,01	1966	-28,66	2004	-27,04
1929	-25,95	1967	-28,67	2005	-26,60
1930	-25,88	1968	-28,68	2006	-26,98
1931	-25,92	1969	-28,69	2007	-27,06
1932	-25,97	1970	-28,70	2008	-27,14
1933	-26,02	1971	-28,72	2009	-27,22
1934	-26,05	1972	-28,74	2010	-27,00
1935	-26,10	1973	-28,76		
1936	-26,20	1974	-28,78		
1937	-26,30	1975	-28,80	2015	-27,60



Рис.8.5. Значения показателя Херста по отдельным 10-летним интервалам временного ряда отметок уровня Каспийского моря в период 1900 – 2010 гг.



Рис.8.6. График безразмерного отношения R/S как функция времени для значений уровня Каспийского моря в период 1900 – 2010 гг. Н≈ 0,518

Весь временной ряд уровней моря за 1900 – 2010 гг. характеризуется показателем Херста  $H \cong 0,518 > 0,5$ , что указывает на персистентность ряда, когда тенденция понижения уровня воды в прошлом предполагает в среднем ту же тенденцию в течение некоторого времени в будущем. В действительности уровень моря понижается и после 2010 г.: в 2010 г. он стоял на отметке – 27,00, а к 2015 г. опустился до отметки – 27,60 (см табл. 8.2).

Локальная фрактальная размерность ряда колебаний уровня моря D  $\cong$  2-*H* = 2-0,518 = 1,482.

Результаты проведенного фрактального анализа пребывают в согласии с данными гидрологического моделирования, приводившимися выше. Но природа не обязана следовать нашим ожиданиям и предположениям и точная картина станет ясна только тогда, когда все случится.

#### 8.3. Ветровое волнение

В каждом водохранилище в зависимости от скорости и продолжительности ветра, длины разгона, глубины, плановой конфигурации акватории, рельефа дна, высоты берегов, наличия затопленной древесной растительности существуют свои пределы параметров ветровых волн (табл. 8.3).

На больших водохранилищах повторяемость волн высотой более 1,2 м составляет около 5 % продолжительности безледоставного периода, более 1,5 м – около 2 % и свыше 2 м – около 0,5 % [Вода России. Водохранилища, 2001].

Таблица 8.3

Водохранилище	Годы	Максимальная высота		
	наблюдений	волны, м		
Рыбинское	1956 – 1964	3,0		
Горьковское	1957 — 1964	2,9		
Куйбышевское	1960 - 1970	3,2		
Волгоградское	1968 – 1972	3,1		
Цимлянское	1964 - 1972	3,9		

# Наблюденные высоты волн на больших водохранилищах [Вода России. Водохранилища, 2001]

С первой половины XX в. на вводившихся в эксплуатацию больших водохранилищах СССР велись систематические наблюдения за ветровыми волнами. В конце 1930-х гг. В.А. Марьин на озере Ленина (водохранилище ДнепроГЭС) получил зависимость высоты волны h, м, от длины ее разгона L, км, по направлению господствующих ветров

$$h = 0.37\sqrt{L}.\tag{8.1}$$

Этой зависимостью описывалась средневысокая волна (2 – 10 % обеспеченности) в глубоководной зоне водохранилища ( $H_B \ge 0.5\lambda$ ;  $H_B$  – глубина воды, м;  $\lambda$  – длина волны, м) при условии, что L< 30 км [Марьин, 1939].

В отличие от исследователей волнения на других водохранилищах, В.А. Марьин поставил высоту волн в зависимость только от одного фактора. Превентивная ликвидация возможности учета прочих факторов сделала его данные (рис. 8.7) удобными для использования в примере монофрактального анализа.

Анализ проведен фрагментарно методом Х. Херста (см. раздел 7.2). Двадцатикилометровая длина разгона волн L делилась на интервалы *l* от 5 км. На рис. 8.8 представлено отношение R/S как функция длины разгона. Показатель Херста составил H = 0,548. Поскольку наблюденное значение H > 0,5, высота волны h обнаруживает персистентность, т.е. будет увеличиваться с увеличением длины ее разгона L. Фрактальная размерность ряда высот волн D = 2 - H = 2 - 0,548 = 1,452.

Фрактальную размерность самоаффинной кривой, подобной h(L) на рис.8.7, возможно оценить клеточным методом (см.раздел 2.6), имея в виду вероятную зависимость результата от размера и формы исходных клеток (о чем было замечание в разделе 7.2). Приемлемый результат получается, когда структура кривой исследуется с высоким разрешением, т.е. в локальном пределе [Федер, 1991].



Рис. 8.7. График зависимости высоты волны h от длины ее разгона L на водохранилище ДнепроГЭС в натуральных координатах по данным В.А. Марьина [1939]



Рис. 8.8. Отношение R/S как функция длины разгона волны L на водохранилище ДнепроГЭС в билогарифмических координатах. H = 0,548

Пробное применение клеточного метода к данным В.А. Марьина о высоте волн на водохранилище ДнепроГЭС при минимальном размере клеток 0,1м х 0,5 км (см.рис.8.7) дало значения D = 1,49 и H = 0,51, несколько отличные от полученных методом Херста (H = 0,548 и D = 1,452).

Причины расхождений предполагаются следующие:

или клеточный метод оказался неприменимым из-за использования клеток, размер которых не мал по сравнению с размахом кривой;

– или наблюдаемая перестройка объясняется переходом от персистентного (H = 0,548) к почти случайному (H = 0,51) поведению высоты волн, который проявляется в локальных значениях D [Федер, 1991].

Этим отступлением мы ограничились в попытках применения клеточного метода к фрактальному анализу рядов данных.

#### 8.4. Нарастание толщины ледяного покрова

В ледовом режиме водохранилищ выделяют три основные фазы: замерзание, ледостав, вскрытие ото льда.

Замерзание водохранилищ начинается с момента устойчивого перехода среднесуточной температуры воздуха к отрицательным (по Цельсию) значениям. На поверхности воды образуется ледяной покров в виде тонкого однородного слоя кристаллического льда, постепенно утолщающегося по мере увеличения количества морозных дней. Продолжительность периода замерзания от первых ледовых явлений до ледостава около 3 недель.

Ледостав на водохранилищах европейской территории России образуется в ноябре-декабре. Продолжительность ледостава на волжских водохранилищах 5 месяцев ± 3 недели. После образования ледостава происходит нарастание толщины льда. По акватории водохранилища толщина льда не одинакова. В открытых частях волжских и камских водохранилищ она к концу зимы достигает в среднем 45 – 65 см.

Вскрытие ледяного покрова водохранилищ на реках Волге и Каме происходит в апреле. Средняя продолжительность периода вскрытия и очищения ото льда 10 – 30 суток.

Толщину льда под снежным покровом рекомендовалось рассчитывать:

– на реках европейской территории страны по формуле Ф.И. Быдина

$$\mathbf{h} = 2\sqrt{\Sigma \,\vartheta} \; ; \tag{8.2}$$

- на озерах и водохранилищах по формуле В.Н. Гончарова

$$h = 3,68 \cdot \sqrt{\Sigma \vartheta} , \qquad (8.3)$$

~ 149 ~

где h – толщина льда в конце рассматриваемого периода, см;  $\Sigma \vartheta$  – сумма отрицательных среднесуточных температур воздуха с момента начала ледообразования, °C. Указывалась применимость формул: при наличии на льду снега толщиной 10 – 20 см, к концу зимы до 40 см, и при скорости течения воды до 0,5 м/с [Лебедев, 1965].

Есть ощущение, что эмпирические формулы (8.2) и (8.3) не дают приемлемых результатов во многих конкретных случаях. Однако, они описывают наблюдавшееся многократно нарастание толщины льда по степенному закону, с чем хочется согласиться.

Обратимся к примеру по Воткинскому водохранилищу на р. Каме. На этом водохранилище средняя продолжительность ледовых фаз составляет: замерзание – 14, ледостав – 146, вскрытие – 15 суток; максимальная толщина льда наблюдалась 83 см. На рис. 8.9 приведены данные о нарастании толщины льда по измерениям в одном из пунктов на акватории водохранилища, аппроксимированные степенной зависимостью

$$h = 0,907 \cdot (\Sigma \vartheta)^{0,553}, \tag{8.4}$$

где обозначения те же, что в формулах (8.2) и (8.3) [Микова, 2006].



Рис. 8.9. Зависимость средней толщины льда от суммы отрицательных среднесуточных температур воздуха по данным измерений на профиле Оханск Воткинского водохранилища [Микова, 2006]

Анализ R/S – методом ряда данных, представленных точками на рис. 8.9 (67 измерений), дал среднее значение показателя Херста H = 0,535 > 0,5, ука-

зывающее на персистентность ряда, т.е. на тенденцию продолжения нарастания толщины льда с увеличением суммы отрицательных среднесуточных температур воздуха.

# 8.5. Переформирование абразионного берега

Разрушение берегов рек и морей является неизбежным природным процессом, с которым население прибрежных территорий привычно мирится, сосуществует, при необходимости и по возможности от него защищается.

Переформирование берегов водохранилищ – процесс, наведенный человеческой деятельностью (антропогенный). Он, хотя и относится к категориям умеренно- и малоопасного явления [Природные опасности, 2002], вызывает эпизодическую озабоченность специалистов, практиков, хозяйственников, собственников, арендаторов, государственных служащих, партийных функционеров, активной общественности, подогреваемую средствами массовой информации.

Наибольшему переформированию на водохранилищах подвержены абразионные берега. Они разрушаются под воздействием энергии ветрового волнения. Протяженность разрушающихся берегов на всех водохранилищах России полным объемом свыше 0,1 км<sup>3</sup> называется равной 25 000 км [Природные опасности, 2002].

Описание процесса. Процесс разрушения абразионного берега однонаправленный. Интенсивность берегопереформирования при мониторинге водохранилищ оценивают обычно по скорости смещения бровки надводного берегового уступа в сторону суши.

На пути эволюции абразионных берегов больших равнинных водохранилищ прослеживаются четыре временные стадии.

I. Начальная стадия в период первоначального наполнения водохранилища, когда берега разрушаются при уровнях воды в нем ниже НПУ.

II. Стадия интенсивного берегоразрушения и развития абразионной отмели в начальный период нормальной эксплуатации водохранилища, когда в береговой зоне преобладают абразионно-аккумулятивные процессы.

III. Стадия становления берега и абразионно-аккумулятивной отмели, когда в береговой зоне начинают преобладать неволновые денудационные и аккумулятивные процессы.

IV. Стадия динамического равновесия берега, когда абразия надводного уступа практически прекращается. Переход в IV стадию может произойти в условиях постоянного уровенного режима водохранилища, при изменении которого динамическое равновесие будет нарушено [Соболь\*, 2012].

Данные наблюдений. Мы проанализируем наблюденный береговой процесс на Волгоградском водохранилище, наполненном в 1958 – 1960 гг. Его НПУ =15,0 м БС, УМО = 12,0 м БС, площадь водного зеркала 3120 км<sup>2</sup>, полный объем 31,45 км<sup>3</sup>. Протяженность абразионных берегов водохранилища в 2000 г. составляла 1050 км – до 51,7 % длины береговой линии. Колебания уровня воды в безледоставные сезоны за многолетний период эксплуатации не превышали 0,4 м, т.е. уровень водохранилища почти постоянный.

Абразионные берега водохранилища (рис.8.10) прошли II стадию интенсивного разрушения, конец которой пришелся на 1962 – 1964 гг., и пребывают в III стадии становления, приближающейся кое-где к IV стадии динамического равновесия. Состоявшееся в начале 1990 –х гг. повышение уровня водохранилища на 30 – 35 см над НПУ привело к активизации абразии и продолжению III стадии берегопереформирования (рис.8.11).

В табл. 8.4, как и на рис. 8.11, представлены данные непрерывных ежегодных измерений отступания бровки абразионного берега водохранилища в одном из режимных створов за 1961 – 2000 гг. [Назаров, 2005].

Анализ и прогноз адаптивным методом. Метод [Громов, 2013] был описан в разделе 7.1. Рассматриваем отступание берега нарастающим итогом, начиная с 1961 г.

На фазе обучения по результатам интерполяции ряда данных наблюдений, представленных в табл.8.4, на рис.8.12 построены аппроксимирующие тренды отступания бровки берега.

После фазы обучения на выборке временного ряда данных, построена адаптивная модель динамики процесса в первом приближении, включающая в себя набор весовых коэффициентов  $W_j$  для всех трендов в общем аналитическом выражении (7.4) и графическую модель – рис.8.13. Для уточнения модели на основе неформальных эмпирических представлений экспоненциальный и степенной тренды исключены и осуществлен перерасчет весовых коэффициентов  $W_j$  для модели с линейным, полиномиальным и логарифмическим трендами. При этом результат приближения, изображенный на графической модели (рис.8.14) дал существенно меньшую среднюю ошибку приближения, равную 0,4 %.

Также после фазы обучения выполнен адаптивный прогноз до 2020 г. с результатом, представленным графически на рис. 8.15. В табл. 8.5 распечатаны числовые значения отступания бровки берега, полученные в процессе вычислений.

За 40 лет наблюдений (1961 – 2000 гг.) средняя скорость отступания бровки берега в рассмотренном створе составила 3,62 м/год, а на 2001 – 2020 гг. она прогнозируется равной 1,77 м/год. То есть берегопереформирование







Рис. 8.10. Абразионные берега Волгоградского водохранилища. Сверху вниз: в прошедшей стадии интенсивного разрушения (1963 г.) [Качугин, 1975]; в современной стадии становления (2010 г.); в стадии динамического равновесия (2010 г.)



Рис. 8.11. Стадии переработки абразионного берега Волгоградского водохранилища: 1 –отступание бровки берега, м/год; 2 – средний уровень воды в безледоставный сезон; II – стадия интенсивного берегоразрушения; III – стадия становления берега; IV – признаки стадии динамического равновесия [Назаров, 2005]

Таблица 8.4

Отступание бровки с	обвально-осыл	пного абразио	нного беј	рега
Волгоградского водох	ранилища за	1961-2000 гг.	Назаров,	2005]

Год	Отступани	ие бровки берега	Год	Отступани	ие бровки берега
	м/год	нарастающим		м/год	нарастающим
		итогом, м			итогом, м
1961	14,5	14,5	1981	2,8	98,0
1962	7,6	22,1	1982	3,0	101,0
1963	7,1	29,2	1983	3,0	104,0
1964	3,4	32,6	1984	3,0	107,0
1965	4,5	37,1	1985	2,1	109,1
1966	4,0	41,1	1986	1,9	111,0
1967	2,8	43,9	1987	1,8	112,8
1968	3,2	47,1	1988	1,8	114,6
1969	3,1	50,2	1989	1,8	116,4
1970	7,0	57,2	1990	1,8	118,2
1971	2,9	60,1	1991	3,9	122,1
1972	4,0	64,1	1992	3,8	125,9
1973	4,0	68,1	1993	3,7	129,6
1974	5,0	73,1	1994	3,8	133,4
1975	5,0	78,1	1995	2,0	135,4
1976	4,0	82,1	1996	2,0	137,4
1977	4,0	86,1	1997	1,8	139,2
1978	3,0	89,1	1998	1,7	140,9
1979	3,1	92,2	1999	1,9	142,8
1980	3,0	95,2	2000	2,0	144,8



Рис. 8.12. Аппроксимирующие тренды ряда данных наблюдений переформирования берега Волгоградского водохранилища за период 1961 – 2000 гг.



Набор	весовых	коэффициентов	лпя	тренлов
ruoop	весовых	коэффицисттов	длл	трендов

Линейный	Полиномиаль-	Логарифмиче-	Экспоненци-	Степенной
тренд	ный тренд	ский тренд	альный тренд	тренд
0,238	0,275	0,136	0,063	0,287

Рис. 8.13. Результат адаптивной экстраполяции данных наблюдений переформирования берега Волгоградского водохранилища по обучающей выборке за 1961 – 2000 гг.



IIacan		man da da			
наоор	весовых	көэша	ипиентов	ДЛЯ '	грендов
				·	

Линейный	Полиномиаль-	Логарифмиче-	Экспоненци-	Степенной
тренд	ный тренд	ский тренд	альный тренд	тренд
0,307	0,368	0,325	0	0

# Рис. 8.14. Итоговая адаптивная модель динамики переформирования берега Волгоградского водохранилища в период 1961 – 2000 гг.



Рис. 8.15. Результат адаптивного прогноза переформирования берега Волгоградского водохранилища до 2020 г.

№№ точек ряда	Год	Измерен- ные значения ряда, м	Средневз- вешенные по трен- дам значения ряда,м	№№ точек ряда	Год	Измерен- ные значения ряда, м	Средневз- вешенные по трен- дам значения ряда,м
1	1961	14 500	12 353	31	1991	122 100	123 259
2	1962	22 100	21 543	32	1997	125,900	125,237
3	1963	29,200	28 204	33	1993	129,500	128,165
4	1964	32,600	33,811	34	1994	133,400	130,558
5	1965	37.100	38.826	35	1995	135,400	132,910
6	1966	41.100	43.454	36	1996	137.400	135.222
7	1967	43,900	47.805	37	1997	139.200	137.495
8	1968	47,100	51,944	38	1998	140,900	139,729
9	1969	50,200	55,915	39	1999	142,800	141,925
10	1970	57,200	59,744	40	2000	144,800	144,082
11	1971	60,100	63,454	41	2001	,	146,201
12	1972	64,100	67,060	42	2002		148,282
13	1973	68,100	70,572	43	2003		150,326
14	1974	73,100	74,000	44	2004		152,333
15	1975	78,100	77,352	45	2005		154,302
16	1976	82,100	80,632	46	2006		156,235
17	1977	86,100	83,845	47	2007		158,131
18	1978	89,100	86,996	48	2008		159,990
19	1979	92,200	90,087	49	2009		161,813
20	1980	95,200	93,122	50	2010		163,600
21	1981	98,000	96,102	51	2011		165,350
22	1982	101,000	99,031	52	2012		167,065
23	1983	104,000	101,908	53	2013		168,744
24	1984	107,000	104,737	54	2014		170,387
25	1985	109,100	107,517	55	2015		171,994
26	1986	111,000	110,252	56	2016		173,567
27	1987	112,800	112,941	57	2017		175,103
28	1988	114,600	115,585	58	2018		176,605
29	1989	116,400	118,186	59	2019		178,071
30	1990	118,200	120,743	60	2020		179,502

# Числовые значения отступания бровки берега Волгоградского водохранилища, полученные в процессе вычислений адаптивным методом

### Таблица 8.6

Интервал	Размах	Отклонение	Отношение	Показатель
au, годы	$R(\tau)$	S(τ), м	R/S	Херста Н
1961 – 1965	11,1	3,87	2,867	0,655
1966 – 1970	3,8	1,54	2,464	0,561
1971 – 1975	2,1	0,780	2,692	0,616
1976 – 1980	1,0	0,474	2,109	0,476
1981 – 1985	0,90	0,348	2,582	0,590
1986 – 1990	0,10	0,040	2,500	0,570
1991 – 1995	1,9	0,722	2,631	0,602
1996 - 2000	0,3	0,116	2,572	0,587
1961 - 2000	_	_	_	0,582

# Результат анализа отступания бровки берега Волгоградского водохранилища методом Херста при $\tau = 5$ лет



Рис. 8.16. Значения показателя Херста по пятилетним интервалам ежегодных значений отступания бровки абразионного берега Волгоградского водохранилища



Рис. 8.17. Отношение R/S как функция времени для значений отступания бровки абразионного берега Волгоградского водохранилища в период 1970 – 2000 гг. H = 0,481

замедлится, но не прекратится. Очевидно, что прогноз окажется наиболее достоверным при неизменных уровенных условиях на водохранилище.

Фрактальный анализ методом Херста. Ряд данных ежегодных наблюдений за период 1961–2000 гг. (см. табл. 8.4) для анализа делился на пяти-, десяти-, двадцатилетние интервалы. Анализ проведен согласно описанию метода (см. раздел 7.2). Результаты вычислений даны в табл. 8.6 и отражены графически на рис. 8.16 и рис.8.17.

На графике рис. 8.16, если сравнивать его с рис. 8.11, видно, что показатель Херста Н отразил поведение бровки абразионного берега во временных интервалах.

За весь период 1961 – 2000 гг. H = 0,481 < 0,5 (см. рис. 8.17).Здесь, видимо, как раз проявилось замечание Е. Федера о том, что при малых значениях  $\tau$  отношение R/S может быть меньше, чем для случайного процесса с независимыми приращениями (см. раздел 7.2).

В целом же результат фрагментарно проведенного фрактального анализа явился дополнением к выводу, последовавшему из результата адаптивного анализа и прогноза о продолжении с постепенным затуханием процесса абразионного переформирования берега Волгоградского водохранилища в рассмотренном створе.

# 8.6. Отложение наносов

В эксплуатационный период происходит изменение морфометрических параметров водохранилищ – длины береговой линии (см. раздел 4.3), площади водного зеркала (см. раздел 5.2), полного объема.

Объем водохранилищ уменьшается из-за отложения в их чашах донных и взвешенных наносов вместе с продуктами разрушения берегов (см.рис.6.1). Так, интенсивность осадконакопления в волжских водохранилищах, оценивавшаяся по материалам грунтовых съемок и расчетов седиментационных балансов, за период с 1937 г. по 2006 г. составляла 1,8 – 4,6 мм/год. Это позволило рассуждать о том, что существование проблемы полного заиления волжских водохранилищ исключено на ближайшую тысячу лет [Законнов, 1995; Вода России. Водохранилища, 2001]. Утешившись данным умозаключением, мы проанализируем сегодняшнюю ситуацию с потерей объема вследствие осадконакопления водохранилищами Волжско-Камского каскада и заглянем в недалекое будущее [Румянцев,2014].

Хронология и прогноз потери объема водохранилищ Волжско-Камского каскада за период от начала эксплуатации до 2030 г. Строительство водохранилищ Волжско-Камского каскада было начато с Иваньковского на р. Волге, наполненного в 1937 г. Вслед за вводом в эксплуатацию они стали терять проектный объем. Разрешим два вопроса.

1. Какого суммарного полного объема водохранилищ лишился Волжско-Камский каскад за прошедший период и лишится в предстоящие годы?

2. Каковы потери суммарного полезного объема, существенно значимые для энергетических водохранилищ каскада?

Из опубликованных материалов прошлых лет и материалов современных исследований волжских и камских водохранилищ вычленены данные о потерях их полных объемов, сопряжены в пространстве и времени и сведены в табл. 8.7. Таким образом получена выборка из 26 точек в координатах «годы эксплуатации – потеря полного объема, км<sup>3</sup>».

Среди водохранилищ каскада наименьшей процентной потерей полного объема со временем характеризуется Чебоксарское (0,60 % за 25 лет), а наибольшей – Камское (11,47 % за 54 года).

По выборке из 26 точек (см. табл. 8.7) апробированным методом [Громов, 2012] синтезирована кривая потери полного объема 10-ю водохранилищами каскада (за исключением Нижнекамского из-за отсутствия данных) за период эксплуатации с 1937 г. по 2011 г. и далее до 2030 г. (табл. 8.8, рис. 8.18). Потеря к 2011 г. составила 5,285 км<sup>3</sup> или 3,15 % суммарного проектного объема водохранилищ каскада (167,31 км<sup>3</sup>), что больше полных объемов таких водохранилищ, как Иваньковское (1,2 км<sup>3</sup>), Угличское (1,245 км<sup>3</sup>), Нижнекамское (2,8 км<sup>3</sup>), Чебоксарское (4,6 км<sup>3</sup>). К 2030 г. потеря полного объема водохранилищами Волжско-Камского каскада составит 5,80 км<sup>3</sup>.

Из данных табл. 8.8 и рис.8.18 просматривается общая для каскада тенденция уменьшения годовых потерь объема со временем, объясняемая понижением мутности воды в р. Волге, ослаблением интенсивности переформирования берегов и поступления продуктов берегоразрушения в водохранилища.

По потере полезного объема водохранилищ каскада в отсутствие части данных удалось предпринять лишь грубую оценку. Потеря полезного объема 6 исследованных водохранилищ (табл.8.9) к 2008 – 2010 гг. составила 1694,7 млн м<sup>3</sup> или 4,92 % от их суммарного проектного полезного объема, равного 34435 млн м<sup>3</sup>. Если распространить полученные 5 % на все водохранилища каскада, имеющие суммарный полезный объем 66435 млн м<sup>3</sup>, то его потеря в целом по каскаду к настоящему времени составила не менее 3000 млн м<sup>3</sup>. Это равносильно исключению из каскада примерно такого водохранилища, как Горьковское (W<sub>полезн.</sub> = 2580 млн м<sup>3</sup>). А с учетом неиспользуемых полезных

объемов Чебоксарского (5400 млн м<sup>3</sup>) и Нижнекамского (4400 млн м<sup>3</sup>) водохранилищ, Волжско- Камский каскад сегодня недосчитывает 12800 млн м<sup>3</sup> проектного полезного объема [Румянцев, 2014].

Таблица 8.7

Водохрани-	Полный	Период эксплуа-	Уточ-	Потеря пол	
лище	объем	тации (возраст во-	ненный	ного объема	
	проект-	дохранилища), го-	объем в	км <sup>3</sup>	%
	ный, км <sup>3</sup>	ды	конце		
			периода,		
			КМ <sup>3</sup>		
Иваньковское	1,20	1937–1957 (20)	1,180	0,020	1,63
		1937–1968 (31)	1,178	0,022	1,76
		1937–1992 (55)	1,166	0,034	2,83
		1937 – 2009 (72)	1,075	0,125	10,4
Угличское	1,245	1940–1958 (18)	1,228	0,017	1,36
		1940–1992 (52)	1,224	0,021	1,68
		1940–2008 (68)	1,223	0,022	1,76
Рыбинское	25,42	1941–1955 (14)	24,834	0,586	2,30
		1941-2002 (61)	24,782	0,638	2,50
		1941-2010 (69)	24,767	0,653	2,56
Горьковское	8,82	1955–1980 (25)	8,689	0,131	1,48
		1955–1999 (44)	8,666	0,154	1,75
		1955–2009 (54)	8,588	0,168	1,91
Чебоксарское	4,60	1981–1991 (10)	4,586	0,014	0,30
		1981-2001 (20)	4,579	0,021	0,47
		1981 - 2006(25)	4,572	0,027	0,60
Куйбышев-	57,30	1955 – 1966 (11)	56.866	0.434	0.80
ское		1955–1983 (28)	56,198	1,102	1,92
		1955–2002 (47)	56,149	1,151	2,01
Саратовское	12,87	1967–1985 (18)	12,716	0,154	1,19
		1967–2006 (39)	12,678	0,192	1,49
Волгоград-	31,50	1958–1985 (27)	31,046	0,454	1,44
ское		1958–1990 (32)	31,041	0,459	1,45
Камское	12,20	1954–1966 (12)	11,50	0,700	5,73
		1954-2008 (54)	10,80	1,400	11,47
Воткинское	9,36	1961-2009 (48)	8,648	0,712	7,60
Нижнекам-	2,80	1984-	_	_	
ское					

Показатели потери с возрастом полного объема водохранилищ Волжско-Камского каскада [Румянцев, 2014]

# Таблица 8.8

# Суммарные потери полного объема водохранилищ Волжско-Камского каскада (км<sup>3</sup>)

	Сум-	Иванько-	Углич-	Рыбин-	Горько-	Чебок-	Куйбы-	Саратов-	Волго-	Камское	Воткин-
Год	марный	вское	ское	ское	вское	сарское	шевское	ское	градское		ское
	объем										
	потерь										
1937	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1940	0,003	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1950	0,399	0,013	0,009	0,377	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1960	1,236	0,021	0,017	0,592	0,026	0,000	0,197	0,000	0,034	0,350	0,000
1970	2,442	0,023	0,019	0,603	0,079	0,000	0,590	0,026	0,202	0,767	0,134
1980	3,475	0,028	0,022	0,614	0,131	0,000	0,984	0,111	0,370	0,933	0,282
1990	4,109	0,033	0,024	0,625	0,143	0,013	1,120	0,163	0,459	1,100	0,430
2000	4,641	0,035	0,023	0,636	0,162	0,020	1,146	0,181	0,594	1,267	0,579
2010	5,246	0,037	0,024	0,718	0,201	0,025	1,274	0,200	0,691	1,376	0,700
2011	5,285	0,037	0,024	0,720	0,203	0,025	1,276	0,201	0,700	1,385	0,713
2015	5,431	0,038	0,024	0,725	0,213	0,027	1,282	0,202	0,735	1,421	0,765
2020	5,584	0,039	0,023	0,730	0,224	0,027	1,275	0,201	0,775	1,460	0,830
2025	5,707	0,040	0,023	0,735	0,234	0,027	1,253	0,196	0,813	1,491	0,894
2030	5,800	0,040	0,022	0,740	0,244	0,027	1,216	0,188	0,848	1,516	0,959

~



Рис. 8.18. Хронологические графики частных потерь и синтезированная кривая общей потери полного объема водохранилищ Волжско-Камского каскад

Водохранилище	Полезный	Период	Уточненный	Потеря	
	объем	эксплуатации	полезный	полезного	
	проектный,	(возраст	объем	объема	
	млн. м <sup>3</sup>	водохранилища),	в конце	МЛН.	%
		годы	периода,	M <sup>3</sup>	
			МЛН. М <sup>3</sup>		
Иваньковское	810	1937-2009 (72)	747	63	7,77
Угличское	675	1940-2008(68)	647,7	27,3	4,04
Рыбинское	16670	1941-2010(69)	16657	13,0	0,08
Горьковское	2780	1955-2009(54)	2588,6	191,4	6,88
Чебоксарское	0	1981-2011 (30)	0	0	0
Куйбышевское	21000	1955-	—	_	_
Саратовское	1750	1967-	—	_	_
Волгоградское	8250	1958-	_		—
Камское	9800	1954-2008(54)	8500	1300	13,26
Воткинское	3700	1961-2009(48)	3600	100	2,70
Нижнекамское	0	1984 -2011(27)	0	0	0

Потери полезного объема водохранилищ Волжско-Камского каскада

Фрактальный анализ временного ряда потерь полного объема водохранилищ каскада. Здесь мы пошли следующим путем: из данных табл.8.7 с добавлением данных за 2015 и 2020 гг. из табл. 8.8 составили временной ряд в координатах «возраст водохранилищ (годы) – потеря полного объема (%)»; на стадии его первичной обработки нетипичные данные отбросили, предполагая их слабое влияние на общую динамику процесса; где требовалось – усреднили данные внутри года; полученный неравномерно табулированный временной ряд дополнили до равномерно табулированного посредством процедуры кусочно-линейной интерполяции [Громов, 2012]; в результате таких поправок получили ряд ежегодных потерь объема, показанный на рис. 8.19; для него выполнили фрактальный анализ методом Х. Херста (см. раздел 7.2).

Получили удовлетворительное согласие с законом Херста R/S $\sim \tau^{H}$  при H = 0,517 (рис. 8.20). Поскольку наблюденное значение H за весь временной период и на интервалах  $\tau = 10$  лет в среднем заметно превышает 0,5 (рис. 8.21), можно сказать, что рассмотренный ряд обнаруживает персистентность, что согласуется с результатом предыдущего анализа и прогноза.



Рис. 8.19. Временной ряд в координатах «возраст водохранилища (годы) – потеря полного объема (%)» для водохранилищ Волжско-Камского каскада. Малыми точками отмечены нетипичные данные



Рис. 8.20. Отношение R/S как функция возраста водохранилищ (в годах) для значений потерь полного объема (в %) водохранилищ Волжско-Камского каскада. Н = 0,517



Рис. 8.21. Показатель Херста Н за десятилетние интервалы временного ряда ежегодных потерь полного объема водохранилищ Волжско-Камского каскада

Полученное значение H = 0,517 для потери объема (заиления) водохранилищ Волжско-Камского каскада уложилось в диапазон данных X.Херста (H = 0,50 - 0,95) для слоистых отложений озер (см. табл.7.1).

Заключая раздел, отметим [Румянцев,2014], что интенсивность потери полного объема больших равнинных российских водохранилищ за многолетний период эксплуатации, оцененная на примере Волжско-Камского каскада в 0,03% в год, существенно меньше, чем для водохранилищ мира (0,77 – 0,12% в год), и меньше, чем предполагалось по прогнозам 1970 –х гг. для равнинных водохранилищ России емкостью 40 – 70 % от среднегодового стока рек (0,1 – 0,5 % в год).

### 8.7. Подпор подземных вод

При заполнении водохранилищ в их берегах возникает явление подпора подземных вод, могущее вызвать подтопление населенных пунктов, сельско-хозяйственных и лесных земель.

Длительность формирования предельного подпорного уровня подземных вод зависит от литологического состава вмещающих пород. В берегах больших равнинных водохранилищ, сложенных песчаными породами, этот уровень устанавливается в течение первых 10 лет их эксплуатации, в супесчаных и суглинистых отложениях – значительно позже. В приводохранилищной зоне уровень подземных вод следует за колебаниями уровня водохранилища.

При Волгоградском водохранилище планировалось освоение больших массивов орошения. В связи с этим подпор подземных вод прогнозировался посредством математического моделирования. На отдельных участках проводились натурные наблюдения. Мы воспользовались данными по одному из наблюдательных створов с тремя режимными скважинами №2156, №2157, №2158, который был заложен перпендикулярно урезу проектного НПУ на левом берегу на участке Рахинка в 35 км от плотины гидроузла (рис. 8.22). Участок находится на II надпойменной террасе, незаметно в рельефе переходящей в возвышенную равнину. Поверхность наклонена в сторону р. Волги от отметок 20,0 – 25,0 м БС до отметок около 10,0 м БС на бровке берега. Берег сложен песками мощностью до 40 м, подстилаемыми глинами. Грунтовые воды до подпора находились на глубине 10 - 25 м, дренировались р. Волгой. Уровень р. Волги колебался в диапазоне от 0 до – 10 м БС.



Рис.8.22. Схематический план южной части левобережья Волгоградского водохранилища: 1 – урез р. Волги; 2 – урез водохранилища при НПУ; 3 – массивы орошения, введенные в эксплуатацию в 1962 – 1976 гг.; 4 – то же, проектировавшиеся; точками на плане обозначены режимные скважины с их номерами; скважина №2157 расположена в 2,5 км от уреза НПУ; скважина №2158 – в 4,5 км [Прогноз, 1984]



Рис. 8.23. Фактические (сплошные жирные линии) и модельные (штриховые линии) кривые подъема уровня грунтовых вод в режимных скважинах №2156, №2157, №2158 и гидрограф наполнения Волгоградского водохранилища (верхний график). Уровни воды даны от уровня р. Волги в декабре 1958 г. [Прогноз, 1984]

Наполнение водохранилища было начато в декабре 1958 г. К концу января 1959 г. уровень реки повысился до отметки +2,6 м БС. В октябре 1961г. уровень водохранилища достиг проектного НПУ = 15,0 м БС и после июля 1961г. поддерживался относительно постоянным во времени за исключением периодов сработки с января месяца к концу зимы на 1,0 – 1,5 м.

На рис. 8.23 показаны фактические и модельные графики подъема уровней воды в режимных скважинах вместе с графиком уровней водохранилища за период с 1958 г. по 1977 г. Подпор формировался плавно с колебаниями уровней воды в скважинах, не превышавшими в среднем 1 м, а к 1980-м гг. практически стабилизировался [Прогноз, 1984].

Для выявления фрактальности процесса подпора использован фактический график подъема уровня подземных вод в скважине №2156 (см. рис. 8.23), превращенный в числовой ряд уровней воды на конец каждого года (20 измерений). Анализ ряда выполнен методом Х. Херста (R/S методом). Отношение R/S как функция времени получено в виде прямой линии (рис.8.24). Так что процесс подпора подземных вод по скважине №2156 фрактален. Значение показателя Херста H = 0,538 > 0,5 указало на то, что подъем уровня подземных вод окончательно не завершен и будет после 1977 г. еще какое-то время продолжаться. Это и наблюдалось в действительности (см. рис. 8.23).



Рис. 8.24. Отношение R/S как функция времени *τ* в процессе подъема уровня подземных вод в режимной скважине №2156 на участке Рахинка берега Волгоградского водохранилища. Н = 0,538

По другим режимным скважинам получены аналогичные результаты: по скважине №2157 H = 0,520, по скважине №2158 H = 0,504, т.е. фрактальность процесса подпора подземных вод наблюдена по всему створу на левобережном участке Рахинка Волгоградского водохранилища.

Проявился также эффект меньших коэффициентов Н фрактального скейлинга в более мелких скважинах [Yu, 2016].

## 8.8 Проявления карста

Под карстом понимается совокупность геологических явлений в земной коре, вызванных химическим растворением горных пород и выраженных в образовании пустот, осадок и провалов земной поверхности, изменении структуры пород и гидрологического режима на закарстованных территориях [Осипов, 1999; Аникеев, 2017].

Распространенность карста. Рискам, связанным с развитием карста (рис. 8.25) подвержены многие территории Волжско-Камского бассейна в Пермской, Костромской, Нижегородской, Кировской, Самарской, Волгоградской областях, Республике Татарстан, также Ангаро-Енисейского бассейна и др. [Природные опасности, 2002]. Подсчитано, что районы развития карста занимают около 65 % территории России [Дублянская, 2004], видимо – совместно с районами распространения термокарста [Общее мерзлотоведение, 1978].

Карстовые процессы активизируются в берегах водохранилищ, могут распространяться на значительные расстояния в стороны водоразделов. Закарстованные участки берегов есть на Куйбышевском, Камском, Братском, Красноярском, других водохранилищах.

Там, где имеется прямая гидравлическая связь водохранилища с карстующимися породами через карстовые воронки, может происходить загрязнение чистых подземных вод нечистыми поверхностными водами (рис. 8.26).

Изучение закарстованных территорий ведется посредством геологических полевых изысканий.

Фрактальный анализ площадной распространенности карста. Проиллюстрируем методологию фрактального анализа [Копосов, 2009 (1)] на примере распределения карстовых воронок в районе поселка имени М.И. Калинина (г. Дзержинск Нижегородской области), расположенного на левом берегу р. Оки. Там имеется большое карстовое поле, насчитывающее более ста воронок, вытянутых полосой в меридиональном направлении (рис. 8.27).

Вот абзац из описания этой территории в трудах бывшего госпредприятия «Противокарстовая и береговая защита»: «Воронки различные – от отчетливо очерченных чашеобразных до блюдцеобразных. Чаще встречаются воронки с диаметром 10 - 20 м и глубиной 1,5 - 3 м, некоторые достигают 40 м в диаметре. Воронки располагаются неравномерно – группами и в одиночку». Последнее предложение приведенного абзаца фактически декларирует мозаичный, фрактальный характер распределения воронок. Проведенные расчеты подтверждают это предположение. Действительно, самоподобный характер паттерна распределения воронок означает, что плотность  $\rho$  числа пикселей n,

залитых черным цветом на рис. 8.27, по степенному закону уменьшается с ростом единицы масштаба *l* анализируемого изображения:

$$\rho(l) = \frac{n(l)}{l^2} \sim l^{2-D}$$
(8.5)

где D – фрактальная размерность распределения.

На практике оценку фрактальной размерности бинарного изображения проще всего осуществлять с помощью метода подсчета занятых ячеек (box – counting metod), описанного в разделе 2.6. Для этого все изображение разбивается на достаточно большое (отвечающее соображениям необходимого разрешения) количество ячеек. Например, и вертикальная и горизонтальная стороны паттерна разбиваются на  $N = 2^{\kappa}$  одинаковых интервалов так, что полный растр изображения покрыт квадратной решеткой из  $N^2 = 2^{2\kappa}$  ячеек, где к – некоторая целая степень. Подсчитывается число m(N) занятых ячеек (число единиц бинарного изображения). Затем изображение покрывается более грубой решеткой, соответствующей разбиению вертикальной и горизонтальной сторон паттерна на  $N = 2^{\kappa-1}$  одинаковых интервалов. Одна ячейка новой решетки содержит 4 ячейки исходного разбиения. Если в ней находится хотя бы одна бинарная единица, ячейка новой решетки объявляется занятой. Вычисляется соответствующее число m(N) занятых ячеек нового разбиения. Продолжая описанную процедуру ренормализации, мы придем к разбиению в виде единственной ячейки N = 1, которая, разумеется, окажется занятой m(1) = 1. Затем, в билогарифмических координатах строится график зависимости m(N). Искомая фрактальная размерность изображения определяется соотношением

$$D = \frac{\ln(m)}{\ln(N)}.$$
(8.6)

Необходимо пояснить, что осуществляемый выбор одинакового числа  $N = 2^{\kappa}$  интервалов по вертикали и горизонтали паттерна не ограничивает общности рассмотрения задачи. При необходимости изображение может растягиваться или сжиматься как в вертикальном, так и в горизонтальном измерениях до получения квадратного паттерна, что не меняет фрактальной размерности изображения.

И следует добавить, что наряду с процедурой ренормализации можно проводить дополнительное масштабирование: для каждого ренормализованного разбиения на N интервалов уменьшать линейный размер ячеек в *l* раз. При этом масштаб всего покрытия будет составлять величину N.

Результат применения метода подсчета занятых ячеек к оценке фрактальной размерности карстового поля у пос. им. М.И. Калинина представлен на рис. 8.28. Верхняя панель рисунка показывает, что плотность площадного распределения карстовых воронок хорошо аппроксимируется линейной



Рис. 8.25. Карстовые провалы: а – озеро Морской глаз глубиной 35 м на левобережье р. Волги в Республике Марий -Эл; б – воронка в дне подпертого озера –водохранилища Вадское в Нижегородской области (виден силуэт аквалангиста)

~ 171 ~

a

б



Рис. 8.26. Схема загрязнения водами водохранилища трещинно-карстового водоносного горизонта через карстовую воронку [Копосов, 2010]



Рис. 8.27. Распределение 107 карстовых воронок в районе пос. им. Калинина [Копосов, 2009 (1)]

зависимостью от масштаба в билогарифмических координатах. Уравнение линейной аппроксимации минимизирующей среднеквадратичную ошибку имеет вид:  $\ln(m) = 1,6 \cdot \ln(N) + 0,36$ . При квадратичной аппроксимации, описываемой уравнением  $\ln(m) = 0,02 \cdot (\ln(N))^2 + 1,4 \cdot \ln(N) + 0,57$ , старший член оказывается величиной существенно малой по сравнению с линейным и вносит лишь незначительную коррекцию. Соответствующие остатки – разности между исходными данными и экстраполяционными кривыми, отображены на нижней панели рис. 8.28. Фрактальная размерность карстового поля составила D = 1,558 [Копосов, 2009 (1)].



Рис. 8.28. Результаты монофрактального анализа площадного распределения карстовых воронок. Верхняя панель: плотность пространственного распределения воронок и ее линейная и квадратичная аппроксимации в билогарифмических координатах. Нижняя панель: разности между исходными данными и экстраполяционными кривыми. Темный тон соответствует линейной экстраполяции, светлый – квадратичной [Копосов, 2009 (1)]

При проведении данного фрактального анализа учитывался лишь сам факт наличия пятна карстовой воронки в той или иной точке площади. При этом дополнительное параметры, такие, например, как размеры воронок, их форма и т.п.,из анализа выпали. Обычного монофрактального подхода с одним показателем – фрактальной размерностью D – в случае учета дополнительных параметров недостаточно. Рассмотрение такой задачи подразумевает применение мультифрактального анализа, который не включен в содержание

данного издания, поэтому желающим потребуется заглянуть в первоисточники [Копосов, 2009 (1); Иудин, 2012].

### 8.9. Образование термокарстовых озер

Северо-восток России подвержен влиянию сурового климата и занят вечной мерзлотой. [Якутия, 1927; Общее мерзлотоведение, 1978; Алексеев, 2008, 2011]. Благодаря зигзагам научной биографии и собственным склонностям автор располагает некоторым знанием природных условий этой части страны [Соболь, 2007]. Характерными водными объектами там предстают термокарстовые озера.

Развитие термокарстовых озер вследствие оттаивания вечной мерзлоты в основании. Наличие льда в вечномерзлых горных породах предопределяет возможность проявлений природного термокарста – процесса таяния льдонасыщенных пород, сопровождающегося осадкой оттаявшего слоя из-за уменьшения пористости за счет отжатия талой воды. Факторами, определяющими характер развития процесса, являются льдонасыщенность вечномерзлых пород, их просадочность при оттаивании, глубина залегания льдистого горизонта и его мощность. Процесс начинается на местах пожарищ или локальных изменений теплообмена дневной поверхности с атмосферой по другим причинам. В результате образуется и растет в размерах термокарстовое озеро (рис.8.29). Таких озер много в области вечной мерзлоты (рис. 8.30).

Мы проследим многолетний процесс оттаивания вечномерзлых грунтов в основании большого термокарстового озера Сырдах.

Озеро находится в Центральной Якутии. Информация о природных условиях была получена из Института мерзлотоведения Сибирского отделения РАН [Тишин, 1980]. Размеры озера в плане 1500 × 800 м, глубина воды около 4,5 м, берега возвышаются над уровнем воды на 15 – 20 м. Мощность вечной мерзлоты в районе 300 м. С поверхности на глубину до 60 м залегает тяжелая супесь с включениями повторно-жильных льдов. Коэффициент теплопроводности супеси  $\lambda_{M2}/\lambda_{m2} = 2,675/1,628$  Вт/(м·°С), общая теплоемкость ( $\gamma c$ )<sub>M2</sub>/( $\gamma c$ )<sub>m2</sub> = (2,093/3,349)·10<sup>6</sup> Дж/(м<sup>3</sup>.°С), тепло таяния-замерзания  $\gamma_{\pi}\omega L = 199,282\cdot10^6$  Дж/м<sup>3</sup>, относительная осадка  $\delta = 0,32$ . Ниже залегают непросадочные грунты. Градиент температуры в мерзлом грунте  $G_{M2} = 0,01567$  град/м, в талой подмерзлотной толще  $G_{m2} = 0,0207$  град/м. Среднегодовая температура поверхности земли  $\vartheta_{\mu} = -4,7$  ° C, воды у дна озера  $\vartheta_{\theta} = 5,5$  C.

Расчетным путем был исследован процесс деградации мерзлоты и оседания ложа озера [Соболь, 2007].



Рис.8.29. Термокарстовое болото поперечником около 300 м среди тайги в бассейне р. Чамбэ – правого притока р. Подкаменной Тунгуски [Войцеховский, 2008]



Рис. 8.30. Озеро Бяди в Дюпсюнском улусе в южной части Якутии. Фотография 1925 г. [Якутия, 1927]



Рис. 8.31. Деградация вечной мерзлоты под оз. Сырдах



Рис. 8.32. Оттаивание основания и оседание дна оз. Сырдах

В центре озера имеется геотермическая скважина. На рис.8.31 показан современный температурный профиль по данным измерений температуры в скважине. Здесь же приведен профиль стационарной температуры (при  $t = \infty$ ) на вертикали, проходящей через скважину, полученный расчетом. Сопоставление профилей позволило заключить, что в основании озера предельное температурное состояние еще не достигнуто.

В этом случае представило интерес выяснение возраста озера. Начальное температурное состояние для расчета принималось по данным о температурах в скважине, имеющейся за пределами озера. По результатам расчета получилось, что шестидесятиметровый верхний слой супеси протаял примерно за 1000 лет. При этом осадка составила 17,5 м, что соответствует глубине озерной котловины (рис.8.32). Объем котловины равен  $17,664 \times 10^6 \, \text{м}^3$ , объем воды в озере  $4,14 \times 10^6 \, \text{м}^3$ . На рис. 8.31 нанесен температурный профиль по вертикали в центре озера на момент времени 2700 лет, полученный расчетом. Его сравнение с измеренным современным профилем позволило предположить, что озеру сейчас около 3 тысяч лет.

Подобное отдаленное будущее ожидает малые водохранилища криолитозоны, которые даже после разрушения напорного фронта гидроузла не перестанут развиваться по типу термокарстовых озер.

Фрактальному анализу был подвергнут ряд данных об оттаивании вечной мерзлоты под озером за 1000 лет, отраженных кривой  $\xi(t)$  на рис.8.32. При температурных условиях и свойствах грунтов, выписанных выше, аналитическая кривая имеет вид

$$\xi(t) = \beta \sqrt{t} = 1,897 \cdot \sqrt{t}.$$
 (8.7)

Хотя эти данные получены расчетным путем, но вполне соответствуют натурному процессу. Ряд был составлен из 100 значений глубины оттаивания  $\xi(t)$  – по 10 значений в каждые 100 лет.



Рис. 8.33. Результат фрактального анализа оттаивания вечномерзлого грунта с учетом осадки в основании термокарстового озера Сырдах. H = 0,497 ~ 177 ~

Анализ проведен методом Х. Херста (см. раздел 7.2). Результат указал на фрактальность ряда  $\xi(t)$  с показателем Херста H  $\cong$  0,497 при диапазоне H = 0,508 – 0,488 (рис. 8.33). При этом тепловая осадка дна озера (кривая S(t) на рис. 8.32) характеризуется показателем Херста H = 0,487. Таким образом, временные ряды оттаивания  $\xi(t)$  и тепловой осадки S(t) вечномерзлого грунта в основании оз. Сырдах почти неотличимы от случайного процесса, хотя и демонстрируют некоторую антиперсистентность (H < 0,5), указывающую на замедление процесса со временем.

Кластерное развитие термокарстовых озер на местностях с полигонально-жильными льдами. В северных районах области распространения вечномерзлых пород широко развиты полигонально-жильные структуры, образующиеся на основе морозобойного растрескивания и включающие повторно-жильные (клиновидно-жильные, полигонально-жильные) льды (рис.8.34). Плановая форма морозобойных полигонов может быть различной. В массивах однородных пород системы морозобойных трещин и полигонально-жильных структур образуют чаще всего квадраты или прямоугольники (рис.8.35). Наиболее широко представлены морозобойные полигоны с поперечниками от 6 - 8 до 20 - 30 м.

На участках, где глубина залегания льдов близка к глубине сезонного оттаивания пород, при относительно небольших изменениях внешних температурных условий [Второй оценочный, 2014] клиновидные льды начинают оттаивать, морозобойные полигоны заполняются талой водой и начинает развиваться термокарст. При отсутствии стока он приводит к образованию разных по размерам термокарстовых озер, а при наличии стока оставляет аласные котловины [Общее мерзлотоведение, 1978].

На материалах одномоментных ландшафтных съемок (рис.8.37) и фотоснимках с воздухоплавательных средств (рис.8.36) видно, что термокарстовые озера на местностях с полигональными повторно-жильными льдами представляют собой кластеры, образовавшиеся путем слияния соседних полигонов.

Мозаичное расположение озер группами и в одиночку указывает на его фрактальный характер. С помощью метода подсчета занятых ячеек, опираясь на пример, помещенный в разделе 8.8, можно определить фрактальную размерность площадной распространенности термокарстовых озер на участках местности, как

$$D = \log m / \log N , \qquad (8.8)$$

где  $N^2$  – число квадратных ячеек сетки, которой покрывается рассматриваемый участок; m(N) – число ячеек, занятых водными поверхностями озер [Копосов, 2009; Иудин, 2012].



Рис.8.34. Ледяная клиновидная жила в вечномерзлом грунте на террасе р. Нерючи в Якутии (фото Института мерзлотоведения СО РАН)



Рис.8.35. Полигональные грунты в районе р. Хатанги. Фото с самолета АН-2 с высоты около 500 м [Общее мерзлотоведение, 1978]



Рис. 8.36. Кластерное развитие термокарстовых озер в полигональной тундре на полуострове Таймыр [raumond – babbitt/ livejournal.com]


Рис. 8.37. Схематическая карта ландшафтного микрорайонирования участка Яно-Индигирской низменности: 1,2 – древняя аллювиальная равнина, пойма и аласы; 3,4 – прибрежные полосы озер и заболоченные участки, занятые злаково-хвощевым лугом,  $\xi_{ort}$ =0,3–0,4 м; 5–кустарниковые тундры,  $\xi_{ort}$ =0,5–0,7 м; 6 – участки поймы с полигональным рельефом, в сухих полигонах  $\xi_{ort}$  = 0,3–0,4 м, в заболоченных – 0,4 – 0,5 м; 7 – участки периодически высыхающих лайд,  $\xi_{ort}$  более 1 м; 8 – ровные поверхности древней аллювиальной равнины, занятые мелкобугристыми мохово-лишайниковыми тундрами,  $\xi_{ort}$ =0,4 – 0,5 м; 7 – уступы древней аллювиальной равнины, занятые мелкобугристыми мохово-лишайниковыми тундрами,  $\xi_{ort}$ =0,4 – 0,5 м; 9 – пониженные участки древней аллювиальной равнины, занятые кочкарными тундрами;  $\xi_{ort}$ =0,3 – 0,4 м; 10 – уступы древней аллювиальной равнины, осложненные байджерахами (а), задернованные (б) и с обнаженными ледяными жилами (в); 11 – полигоны разрушения; 12 – водные поверхности;  $\xi_{ort}$  – глубина сезонного оттаивания [Общее мерзлотоведение, 1978]

Результат применения метода для участка Яно-Индигирской низменности, показанного на рис. 8.37, где термокарстовые озера залиты темным цветом, отражен на рис. 8.38. Фрактальная размерность их площадного распространения составила  $D \approx 1,351$ .



Рис.8.38. Результат монофрактального анализа площадного распространения термокарстовых озер на участке Яно-Индигирской низменности. D≈1,351

Проведенный монофрактальный анализ (как и в предыдущем разделе) констатировал лишь сам факт наличия пятен озер в данный момент в том или ином месте участка. Для учета размеров озер, характеризующих интенсивность явления, требуется проведение мультифрактального анализа [Копосов, 2009] в совокупности с данными разновременных наблюдений.

Можно показать [Иудин, 2012], что каждый кластер (озеро) самоподобен на всех линейных масштабах и может рассматриваться как фрактал. Фрактальная размерность D в данном случае, согласно зависимости (2.30), будет описывать как в среднем меняется масса кластера M (число его элементов размером  $R_o$ ) внутри наименьшей окружности, содержащей кластер, с ростом ее радиуса R:

$$M(R) \approx (R/R_o)^D.$$
(8.9)

Причем, для случайных фракталов M(R) представляет результат усреднения по различным конфигурациям кластера [Иудин, 2012].

В пределах рис. 8.36, если присмотреться, можно насчитать около 20 кластеров, из них 5 относительно крупных (отмечены номерами), образовавшихся в результате слияний от 6 до 12 морозобойных полигонов. Фрактальные размерности этих кластеров (озер) определены в диапазоне от D = 1,16 (№4) до D = 1,54 (№5). Понятно, что с ростом озер фрактальные размерности будут изменяться.

**Явление перколяции в полигональной тундре.** Перколяция (протекание) – это распространение одной субстанции в другой. Она представляет наглядную модель неупорядоченной среды, характеризует широкий класс явлений в двухфазных системах с контрастными физическими свойствами. Теория перколяции дает эффективный способ генерации фракталов [Sahimi, 1992; Bunde, 1995; Иудин, 2012; Тарасевич, 2012; Hunt, 2016].

С некоторой долей воображения можно предположить, что при кластерном развитии термокарстовых озер в полигональных тундрах природа демонстрирует нам решеточные задачи перколяции. Дадим пояснение этого на простом примере [Иудин, 2012].

На рис. 8.39 изображена квадратная решетка ограниченных размеров имитирующая участок местности с морозобойными полигонами, каждая ячей-ка (полигон) которой занята водой с вероятностью р или пуста с вероятностью (1 – р). Вероятность р интерпретируется как доля занятых ячеек при случайно-однородном заполнении решетки.



Рис. 8.39. Перколяционная задача на квадратной решетке размерами 11x11 ячеек. Черные ячейки – проводники (вода), светлые – изоляторы (суша), серые – соответствуют максимальному проводящему кластеру. Белым выделены ближайшие соседи центральной ячейки [Иудин, 2012]

Естественно полагать, что протекание (перколяция) может происходить только между ближайшими занятыми водой (проводящими) ячейками, имеющими общее ребро. Видно, что обводненные ячейки либо изолированы друг от друга, либо формируют небольшие кластеры ближайших соседей. Серым цветом в пределах решетки выделен максимальный проводящий кластер, образованный 13 -ю слившимися ячейками.

Существует некоторое критическое значение  $p = p_c$  (порог протекания), при котором на решетке происходит переход от непроводящего состояния (при  $p < p_c$ ) к проводящему (при  $p > p_c$ ). Для задачи на квадратной решетке порог протекания равен  $p_c \approx 0,5927$ .

При p≤ 1 образуются только кластеры небольших размеров (как озера на puc. 8.36). По мере роста концентрации занятых ячеек средний размер кластеров (озер) увеличивается. При концентрации близкой к критической  $p \approx p_c \approx 0,59$  появляется кластер, связывающий противоположные стороны решетки. Его называют перколяционным кластером. Нечто подобное можно наблюдать в натурных условиях (рис. 8.40).



Рис. 8.40. Формирование термокарстового озера на участке с полигональным повторно-жильным льдом. Снимок с вертолета [Алексеев, 2008]

При p = 1 все занятые ячейки будут принадлежать уже только одному максимальному проводящему кластеру. На местности это ситуация, когда весь рассматриваемый участок стал единым водоемом.

С применением теории перколяции получилось бы имитировать образование термокарстовых озер на рельефе с морозобойными полигонами разных плановых форм, однако для обоснования высказанного предположения недостаточно фактического материала и пока не очевидно, что мы обязательно будем правы.

### Таблица 8.10

Значения показателей фрактальности для исследованных процессов, представленных рядами эмпирических данных

Процесс	Диапазон	Количе-	Диапазон	Среднее
	измерений	ство	значений по-	значение
		измерений	казателя	показателя
			Херста Н	Херста Н
Ход температуры воздуха, °С, в	T = 100 лет	3000	0,46-0,78	0,571
городах Нижний Новгород, Якутск, Николаевск- на-Амуре	(1900 – 2000 гг.)			
Колебания уровня воды Каспийского моря, м БС	T = 110 лет	110	0,640 - 0,416	0,518
	(1900 – 2010 гг.)			
Высота ветровой волны h, м, в зависимости от длины раз-	L = 0 – 20 км	20	0,647 - 0,465	0,548
гона L, км, на водохранилище ДнепроГЭС				
Нарастание толщины льда h, см, в зависимости от суммы	$\Sigma \Theta = 0 - 2750^{\circ} C$	67	0,535 - 0,534	0,535
отрицательных среднесуточных температур воздуха $\Sigma\Theta$ ,				
°С, на Воткинском водохранилище				
Отступание ξ(t), м, бровки абразионного берега Волго-	T = 40 лет	40	0,580-0,428	0,481
градского водохранилища в процессе берегопереформиро-	(1960 – 2000 гг.)			
вания				
Уменьшение объема (из-за отложения наносов), %, в зави-	T = 0 – 70 лет	26	0,524 - 0,511	0,517
симости от возраста Т, лет, водохранилищ Волжско-	(1940 – 2010 гг.)			
Камского каскада				
Подпор (подъем уровня) подземных вод, м БС, в левобе-	T = 20 лет	20	0,538 - 0,504	0,520
режье Волгоградского водохранилища при его заполнении	(1958 – 1977 гг.)			
Оттаивание вечной мерзлоты ξ(t), м, в основании термо-	T = 1000 лет	100	0,508-0,488	0,497
карстового озера Сырдах с учетом оседания ложа				

Рассмотренные примеры обнаруживают достоинства фрактального подхода, увеличивающего возможности количественного описания процессов развития термокарстовых озер на северо-востоке страны. Реализация такого подхода представляется наиболее результативной на фоне перманентных полевых исследований территорий, потенциально подверженных термокарсту.

### 8.10. Фрактальные параметры рассмотренных процессов

В пройденной главе были приведены результаты исследований нескольких физических процессов, сопутствующих существованию водных объектов и представленных рядами данных натурных наблюдений. Методом Херста (R/S – анализом) выявлен факт фрактальности исследованных процессов. В табл. 8.10 обобщены вычисленные значения показателя Херста H для них. Имея в виду возможное влияние на точность определения H разных обстоятельство – невысокой достоверности исходной информации, малости ее выборок, грубости вычислительных экспериментов –полученные значения H надо понимать как ориентировочные. Данные табл. 8.10, также как табл. 7.1, иллюстрируют качество соответствия между эмпирическим законом Херста (7.10) и наблюдениями. Справедливость закона Херста получила очередное подтверждение.

Согласно обозначенной направленности книги мы показали приложение элементов фрактальной теории к характеристике различных (далеко не всех) параметров водных объектов, климатических, гидрологических и геологических процессов, сопровождающих их существование: разобрались с фрактальными размерностями речных (также овражно-балочных) сетей и однорукавных русел рек, береговых линий водохранилищ и озер, предложили классификацию российских водохранилищ по коэффициентам плановой формы, вплотную подошли к определению фрактальных размерностей подводного рельефа водохранилищ, описали фрактальные свойства временных рядов многолетних измерений температуры воздуха, также колебаний уровня воды в открытом водоеме, выявили фрактальность процессов волнения и нарастания толщины ледяного покрова на водохранилищах, переформирования абразионных берегов, подпора подземных вод в берегах, отложения наносов, приводящего к уменьшению объема водохранилищ в период эксплуатации, приложили фрактальные методы к исследованиям проявлений карста, развития термокарстовых озер в области вечной мерзлоты.

На этом нам, пожалуй, имеет смысл остановиться, оставив дело тем, кто захочет и сможет его продолжить в рамках ведущейся гонки за прогрессом.

В контексте упомянем философскую доктрину основоположника критического реализма в эпистемологии (теории познания) К.Р. Поппера (1902 – 1994) [Поппер, 2004]. Опираясь на концепцию истины он считал, что истина объективна, а знание носит предположительный характер, может быть подвержено ошибкам и должно постоянно пересматриваться. В отличие от «принципа верификации», т.е. реально осуществляемой проверки знания, он предложил «принцип фальсификации», т.е. столь же реально осуществляемого опровержения. Фальсификационизм исходит из сущности объективного знания, заключающегося в том, что его нельзя никоим образом доказать. Всегда останется возможность для опровержения самой тщательно проверенной научной гипотезы (предположения). Согласно доктрине Поппера фальсифицируемость (опровергаемость) теоретического знания является необходимым условием его научности.

Любопытна была бы сторонняя оценка по Попперу результатов данной работы.

Абразия – процесс механического разрушения и снос в воду рыхлых пород берегов морей, озер и водохранилищ ветровыми волнами.

Абсолютная высота точки земной поверхности (альтитуда) – расстояние (в метрах) по вертикали от этой точки до среднего уровня поверхности океана. В России абсолютные отметки точек земной поверхности, дна акваторий, уровней воды и пр. принято исчислять в Балтийской системе высот (БС) от нуля Кронштадтского футштока (0,00 м БС). Футшток представляет собой чугунную рейку, укрепленную в 1840 г. на опоре Докового моста через Петровский канал в г. Кронштадте, на которой нанесена черта, зафиксировавшая средний уровень воды в Финском заливе Балтийского моря, откуда берет начало канал, за период 1825 – 1839 гг. Черта соответствует нулю футштока (0,00 м БС). С 1898 г. при футштоке работает самопишущий прибор – мареограф, расположенный в специальном павильоне с колодцем и регистрирующий ход уровня воды.



Кронштадтский футшток с мареографом

Адаптация – приспособление. Адаптивная система то же, что самоприспосабливающаяся система. Адекватное – соответствующее, верное, точное.

Алгоритм – конечный набор правил, позволяющих чисто механически решать любую конкретную задачу из некоторого класса однотипных задач. При этом подразумевается: что исходные данные могут изменяться в определенных пределах (массовость алгоритма); что процесс применения правил к исходным данным (путь решения задачи) определен вполне однозначно (детерминированность алгоритма); что на каждом шаге процесса применения правил известно, что считать результатом этого процесса (результативность алгоритма).

Аналогия – сходство объектов, явлений, процессов в каких -либо свойствах. Умозаключение по аналогии – это знание, полученное из рассмотрения какого-либо объекта и перенесенное на менее изученный, сходный по существенным свойствам объект. Такие умозаключения – один из источников научных **гипотез**.

Антиперсистентный (временной ряд) – меняющий существующую тенденцию на противоположную: тенденция к уменьшению в прошлом делает вероятным увеличение в будущем.

Антропогенный – возникший в результате деятельности человека.

**Аппроксимация** – замена одних математических объектов (чисел или функций) другими, более простыми и в том или ином смысле близкими к исходным (например, кривых линий близкими к ним ломаными).

Апробация – (лат. approbation) – одобрение, утверждение.

Асимптота кривой линии с бесконечно простирающейся ветвью – прямая, к которой эта ветвь неограниченно приближается. Асимптотическую форму имеет, например, график затухающих колебаний, приближающийся к прямой.

Аспект – точка зрения, с которой рассматривается какое-либо явление, понятие, перспектива.

Аффинное преобразование – геометрическое преобразование плоскости или пространства, которое можно получить, комбинируя зеркальные отражения и **гомотетии** в направлениях координатных осей.

Байт (англ. byte) – часть машинного слова, состоящая обычно из 8 бит (двоичных разрядов) и используемая как одно целое (например, слог) при представлении, хранении и обработке информации в ЦВМ. **Бифуркация** – раздвоение, разветвление на две части. Бифуркация рек – разделение реки на две ветви, которые в дальнейшем не сливаются и впадают в различные бассейны; возможна при нечетко выраженных водоразделах.

Большие числа – ими иногда приходится оперировать при описании водных объектов. Миллион – это тысяча тысяч или единица с шестью нулями 1000000 =  $10^6$ ; миллиард – это тысяча миллионов или единица с девятью нулями 1000000000 =  $10^9$ ; триллион – это тысяча миллиардов (или, что то же самое, миллион миллионов), т.е. единица с 12 нулями 10000000000 =  $10^{12}$ . Реально представить миллион трудно, а миллиард – невозможно. Если считать без остановки, прибавляя по единице в секунду, потребуется около 12 суток, чтобы досчитать до миллиона, а на счет до миллиарда уйдет 32 года. Числа больше триллиона практически не употребляются [Саган, 2018].

**Броуновское движение** – беспорядочное пространственное движение мельчайших частиц, взвешенных в жидкости или газе, под влиянием ударов молекул окружающей среды. Открыто Р. Броуном в 1827 г.

**Вектор** – отрезок определенной длины и направления. Векторами изображают так называемые векторные величины – силу, скорость и т.д. и векторные поля – области, в каждой точке которых задан вектор.

Верификация – проверка, эмпирическое подтверждение теоретических положений путем сопоставления их с наблюдаемыми объектами, экспериментом. Принцип верифицируемости – одно из основных понятий логического позитивизма, отрицающего познавательное значение научных утверждений, непосредственно не проверенных опытным путем.

**Вероятность** – математическая числовая характеристика степени возможности появления какого-либо случайного события при тех или иных определенных, могущих повторятся неограниченное число раз условиях.

Виртуальная память (кажущаяся память ЭВМ) – система запоминающих устройств.

**Выборка** – часть совокупности данных, подвергаемой статистическому изучению.

**Геоморфология** (прикладная) – занимается решением практических задач, связанных с **рельефом** и рельефообразующими процессами (исследование долин рек в целях их гидротехнического использования, изучение динамики берегов и пр.). Количественные характеристики рельефа рассматриваются в одной из частей геоморфологии – **морфометрии**.

**Гидрология** – наука, изучающая природные воды (реки, озера, водохранилища, болота и др.), явления и процессы, в них протекающие.

**Гипотеза** – предположительное суждение о закономерной связи явлений; форма развития науки.

**Гомотетия** (преобразование подобия) – преобразование плоскости или пространства, при котором каждая фигура переходит в подобную. Применяется для увеличения или уменьшения изображений (проекционный фонарь и т.п.).

**Дисперсия** (в математической статистике и теории вероятностей) – мера рассеивания случайных величин, т.е. отклонения их от среднего. В статистике дисперсия

 $D = \sigma^{2} = \{(x_{1} - \bar{x})^{2} + \dots + (x_{n} - \bar{x})^{2}\}:n$ 

есть среднее арифметическое из квадратов отклонений величин  $x_1, x_2, ..., x_n$  от их среднего арифметического  $\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) : n$ .

Часто вместо дисперсии рассматривают среднеквадратичное (стандартное) отклонение как корень квадратный из дисперсии.

Доктрина – учение, научная теория, руководящий теоретический принцип.

Детерминированный – определенный, объективно закономерный и причинно обусловленный (процесс).

Евклидово пространство – пространство, свойства которого изучаются в евклидовой геометрии (систематическое построение которой было осуществлено в «Началах» Евклида, III в. до н.э.). В более широком понимании это *n* – мерное векторное пространство.

Затопление – повышение уровня воды водотока, водоема или подземных вод, приводящее к образованию свободной поверхности воды на участке территории. Затопление земель рассматривается как наиболее существенное воздействие долинных водохранилищ на природную среду.

**Иерархичность** – способность повторяться в разных масштабах пространства и времени [Розенберг, 2011].

**Интерполяция** (в математике и статистике) – отыскание промежуточных значений величины по некоторым известным ее значениям. Интерполяцию применяют, например, если функция задана таблично. Если значения искомой величины лежат вне интервала известных ее значений, аналогичная процедура называется экстраполяцией.

**Интерпретация** – в широком смысле – истолкование, перевод на более понятный язык; в специальном смысле – построение моделей для абстрактных систем (исчислений) логики и математики.

**Интерфейс** (англ. interface) – система унифицированных связей (по виду передаваемой информации, аппаратуре), предназначенная для обмена информацией между устройствами ЭВМ.

Итерация – повторное применение какой -либо математической операции.

Квазифракталы – природные фракталы, которые отличаются неполнотой и неточностью повторений структуры от математических фракталов.

Кластер – скопление однотипных объектов. Кластеризация – процесс группировки объектов по принципу близости совокупности характеристик.

Климат – долгосрочная суммарная характеристика атмосферных условий, которые в краткосрочном проявлении составляют погоду. Такими условиями являются: солнечное излучение; температура, влажность воздуха; виды, частота, количество осадков; атмосферное давление; скорость и направление ветра. Многолетние наблюдения за погодой позволяют определить климат в данной местности.

Концепция – определенный способ понимания, трактовки каких-либо явлений, руководящая идея для их освещения; ведущий замысел, конструктивный принцип различных видов деятельности.

Корреляция (в математической статистике) – вероятностная или статистическая зависимость. В отличие от функциональной зависимости корреляция возникает тогда, когда зависимость одного из признаков от другого осложняется наличием ряда случайных факторов.

**Ландшафт** (географический) – генетически единая территория с однотипным **рельефом,** геологическим строением, характером поверхностных и подземных вод, сочетанием почв и растительности. Подвержен ритмическим и необратимым изменениям.

**Линейная функция** – простейшая функция, изображаемая на графике прямой линией. Выражается формулой  $y = k \cdot x + b$ , где  $k = tg\varphi$ ;  $\varphi$  – угол, под которым прямая пересекает ось абсцисс *OX*.

**Логарифм** данного числа при основании a – это показатель степени y, в которую нужно возвести число a, чтобы получить N, т.е.  $\log_a N = y$ ,  $N = a^y$ .

Логарифм с основанием a = e = 2,718...называется натуральным и обозначается *lnN*. Логарифм с основанием a = 10 называется десятичным и обозначается *lgN*. Свойства логарифма позволяют заменить умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня более простыми действиями сложения, вычитания, умножения и деления. Равенство  $y = \log_a x$  определяет логарифмическую функцию.

**Логарифмическая функция** – функция y = lnx, обратная к экспоненциальной (показательной) функции. Рассматриваются, также, логарифмические функции  $\log_a x$  при произвольных основаниях a > 0,  $a \neq 1$ .

**Максимальный уровень воды** – обозначается определенной повторяемостью. Повторяемость той или иной величины максимального уровня есть число лет, за которые эта величина оказывается превзойденной. Повторяемость уровня устанавливается через **вероятность** его превышения, называемую в гидрологии обеспеченностью. Соотношение между повторяемостью (N, лет) и вероятностью превышения (P, %) для P < 50% равно N = 100 / P. Так, например, если вероятность превышения P = 5 %, то повторяемость N =20 (т.е. 1 раз в 20 лет); если P = 1 %, то N = 100 (1 раз в 100 лет). Последнее означает, что в среднем 1 раз в 100 лет случится максимальный уровень с

H<sub>макс</sub> ≥ H<sub>макс p=1%</sub>. Эти пояснения в равной мере относятся к уровням половодий и паводков на реках, расходам воды рек, высоте ветровых волн на озерах и водохранилищах и пр. [Нежиховский, 1988].

**Математическое ожидание** – понятие теории вероятностей, важнейшая характеристика распределения значений случайной величины X. В простейшем случае, когда X может принимать лишь конечное число значений  $x_1, x_2, ..., x_n$  с вероятностями  $p_1, p_2, ..., p_n$ , математическим ожиданием величины X называется выражение  $EX = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \cdots + x_n \cdot p_n$ .

**Мера** – количественная характеристика геометрического объекта, рассматриваемого как множество точек на плоскости или в пространстве [Федер, 1991; Иудин, 2012].

**Множество** – простейшее математическое понятие, оно не определяется, а лишь поясняется при помощи примеров (множество точек на прямой).

**Моделирование** – исследование каких-либо реально существующих предметов и явлений и конструируемых объектов путем построения и изучения их **моделей**.

**Модель** – любой образ, аналог (изображение, описание, схема, график, карта и т.п.) какого-либо объекта, процесса или явления (оригинала данной модели), используемый в качестве его заменителя, представителя.

**Мониторинг** (лат. monitor – надзирающий) – термин впервые использован в материалах Первой всемирной конференции ООН по охране окружающей среды (Стокгольм, 1972 г.), был охарактеризован как система повторных наблюдений за одним или несколькими элементами окружающей среды в пространстве и во времени в соответствии с определенными целями и заранее подготовленной программой. В Россию мониторинг пришел последние десятилетия вместе с другими чужеродными словами.

**Монотонный** (ряд) – функция, которая при возрастании аргумента либо всегда возрастает (или хотя бы не убывает), либо всегда убывает (не возрастает).

Морфометрия – часть геоморфологии, дающая характеристику элементов рельефа различными числовыми показателями (морфометрические параметры водохранилищ и т.п.).

Нормализация – упорядочение.

Объективное – то, что принадлежит самому объекту, не зависит от субъекта, существует вне и независимо от сознания человека.

Окружающая среда – среда обитания и производственной деятельности человечества.

**Паводок** – интенсивный, сравнительно кратковременный подъем уровня воды. Формируется дождями и ливнями, иногда таянием снега при зимних оттепелях, обычно несколько раз в году. Периоды **половодья** и паводков в течение года разделяются периодами меженей с низкими уровнями воды в реке.

Парадигма – 1. Строго научная теория, воплощенная в системе понятий, выражающих существенные черты действительности; 2. Концептуальная схема, модель постановки проблем и их решения, методов исследования, господствующих в течение определенного исторического периода в научном сообществе.

**Параметр** (техн.) – величина, характеризующая какое-либо основное свойство процесса, явления или объекта.

Паттерн (англ.) – образец, шаблон, повторяющийся элемент (в природе).

**Перколяция** (лат. percolatio – просачивание, фильтрация, протекание) – распространение одной физической субстанции, условно называемой жидкостью, в другой, условно называемой средой. Процессы описывает теория перколяции [Иудин, 2012].

Перманентный – непрерывно продолжающийся, постоянный.

**Персистентный** (временной ряд) – сохраняющий существующую тенденцию: тенденция к увеличению в прошлом делает вероятным увеличение в будущем.

**Пиксел, пиксель** (англ. pixel) – наименьший логический элемент двумерного цифрового изображения в растровой графике или (физический) элемент матрицы дисплеев, формирующих изображение. Пиксел представляет собой неделимый объект прямоугольной или круглой формы, характеризуемый определенным цветом. Растровое компьютерное изображение состоит из пикселов, расположенных по строкам и столбцам.

Плоская кривая – кривая линия, все точки которой лежат в одной плоскости

**Подобие** – геометрическое **понятие**, характеризующее наличие одинаковой формы у геометрических фигур, независимо от их размеров.

**Подпор подземных вод** – подъем уровня грунтовых вод в берегах, обусловленный подъемом уровня воды в реке в результате создания водохранилища. Подпор может вызывать **подтопление**.

**Подтопление** – изменение природных условий в результате подъема (**подпора**) уровня грунтовых вод. Подпор вызывает подтопление лишь на тех участках побережья, где этому способствует **рельеф** и механический состав почвогрунтов и если грунтовые воды достигают корнеобитаемого слоя и создают в нем дополнительное увлажнение. Сильное подтопление угнетает древостой, ведет к заболачиванию земли, к смене луговой растительности на болотную. Умеренное подтопление дает увеличение прироста растительной массы.

**Полиномиальная функция** (полином – многочлен) от одного переменного – это функция вида  $y = a_0 \cdot x^n + a_1 \cdot x^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot x + a_n$ , где показатели степеней – целые неотрицательные числа.

**Половодье** – ежегодно повторяющийся в один и тот же сезон значительный и довольно длительный подъем уровней воды в реке. Обычно половодье вызывается весенним таянием снега на равнинах или дождевыми осадками и весенне-летним таянием снега в горах.

**Понятие** (филос.) – форма мышления, отражающая существенные свойства, связи и отношения предметов и явлений.

**Преобразование** (матем.) – замена одного математического объекта (геометрической фигуры, алгебраической формулы, функции) аналогичным объектом, получаемым из первого по определенным правилам.

**Природа** – совокупность естественных условий существования человеческого общества.

**Размерности.** Топологическая размерность d – всегда является целым числом; фрактальная размерность D может быть как целочисленной, так и (чаще всего) дробной. Так, для **плоской кривой** d =1, 1 < D < 2. (см. раздел 2.2).

**Разрез (геологический)** – графическое изображение строения участка земной коры на плоскости.

**Реки** – водные потоки, текущие в естественных руслах и питающиеся за счет поверхностного и подземного стока с их бассейнов.

**Рекуррентный** (матем.) – вычисляемый (определяемый) на основе значений предыдущих членов последовательности.

**Рекурсия** – определение, описание, изображение какого-либо объекта или процесса внутри самого этого объекта или процесса, то есть ситуация, когда объект является частью самого себя [ru.wikipedia.org].

**Рельеф** (геол.) – совокупность неровностей суши, дна океанов и морей, разнообразных по очертаниям, размерам, происхождению, возрасту и истории развития.

Ретроспекция – обращение к прошлому, обзор прошедших событий.

Самоаффинное множество – структура, характеризующаяся двумя различными размерностями: глобальной и локальной.

Самоподобие – (масштабная инвариантность, скейлинг) – см. подобие.

Симметрия – инвариантность геометрической или физической системы по отношению к различного рода преобразованиям.

Скаляр – величина, каждое значение которой (в отличие от вектора) может быть выражено одним (действительным) числом: длина, площадь, время, температура и т.д. Степенная функция – функция вида  $y = a \cdot x^n$ , где a и n – любые действительные числа. Охватывает большое число закономерностей в природе.

Стохастический – случайный, вероятностный (процесс).

Субъективное – то, что свойственно субъекту или производное от его деятельности; характеристика знания, выражающая те моменты, в которых знание не вполне точно воспроизводит объект.

**Термин** – слово или сочетание слов, употребляемое с оттенком специального научного значения.

**Термоабразия** – процесс разрушения берегов морей и водохранилищ в области вечной мерзлоты под воздействием тепловой и механической (преимущественно волновой) энергии воды. В процессе термоабразии образуется надводный береговой термоабразионный уступ.

**Топология** – раздел математики, изучающий топологические свойства фигур, т.е. свойства, не изменяющиеся при любых деформациях, производимых без разрывов. Так, окружность, эллипс, контур квадрата имеют одни и те же топологические свойства (в частности, топологическую **размерность** d=1), т.к. эти линии могут быть деформированы одна в другую описанным способом.

**Термоденудация** – процесс разрушения надводного берегового уступа морей и водохранилищ в области вечной мерзлоты: на уступе мерзлый грунт оттаивает под действием солнечной радиации; происходит медленное вязкопластичное течение оттаявшего слоя вниз по уступу; скопление у его подножия продуктов разрушения со временем приводит к уполаживанию берега.

Устойчивое развитие – процесс изменений, в котором эксплуатация инвестиций, природных ресурсов, направление ориентация научнотехнического прогресса, развитие личности и институциональные перемены согласованы друг сдругом и укрепляют нынешний и будущий потенциал для удовлетворения человеческих потребностей и устремлений. В 1987 г. ООН опубликовала аналитический доклад «Наше общее будущее», в котором была показана невозможность ставить и решать крупные экологические проблемы вне их связи с проблемами социальными, политическими и экономическими. Со времен опубликования доклада в обиход вошел этот термин (англ. sustainable development). Окончательное определение термина было дано в Хартии Земли, разработанной в соответствии с решением конференции ООН «Саммит Земли» (г. Рио-де-Жанейро, 1992 г.). Устойчивое развитие призвано гармонизировать развитие экономик стран мира таким образом, чтобы не нарушить права будущих поколений на чистую воду, энергию и другие природные ресурсы. Создание водохранилищ – один из базовых элементов устойчивого развития [Вестник РусГидро, 2012 – №2].

**Флуктуации** – беспорядочные отклонения физической величины от ее среднего значения. Мерой флуктуации величины *ξ* служат:

– дисперсия  $D_{\xi}$ , равная среднему квадрату отклонения величины  $\xi$  от ее среднего значения  $\langle \xi \rangle$ :  $D_{\xi} = (\xi - \langle \xi \rangle)^2$ ;

– квадратичное отклонение  $\sigma_{\xi} = \sqrt{D_{\xi}};$ 

– относительная флуктуация  $\delta_{\xi} = \sigma_{\xi}/\langle \xi \rangle$ .

Флуктуацией давления объясняется броуновское движение.

**Фрактал** – понятия фрактал, монофрактал см. в разделе 2.1; мультифрактал – в разделе 2.7.

Экологическое состояние окружающей среды – ее качество, благоприятность условий для проживания людей, их хозяйственной деятельности и функционирования экосистем. Экологический кризис – критическое состояние окружающей среды, угрожающее существованию человека, вызванное хищническим использованием основных природных ресурсов (воды, воздуха, почвы, растительного, животного мира) и загрязнением окружающей среды в условиях капиталистического хозяйства [Советский энциклопедический словарь. – Москва: Советская энциклопедия, 1982. – 1600 с.]

Экспонента – экспоненциальная (показательная) функция  $y = e^x$ , обозначается иногда  $\exp x$ , встречается в многочисленных приложениях математики.

Экстраполяция (в статистике) – распространение установленных в прошлом тенденций на будущий период. Методы экстраполяции во многих случаях сходны с методами интерполяции.

Авакян, А.Б. Водохранилища / А.Б. Авакян, В.П. Салтанкин, В.А.

Шарапов. – Москва: Мысль, 1987. – 325 с.

АИС ГМВО [Электронный ресурс]: автоматизированная информационная система государственного мониторинга водных объектов / Северо-кавказский филиал РосНИИВХ. – Режим доступа https:// gmvo.skniivh.ru/.

Алексеев, В.Р. Криология Сибири: избранные труды / В.Р. Алексеев; науч.

ред. А.Н. Антипов, В.П. Мельников. – Новосибирск: Академическое

изд – во «ГЕО», 2008. – 483 с.

Алексеев, В.Р. Мы живем на вечной мерзлоте: научно-популярное издание / В.Р. Алексеев; отв. ред. Р.В. Чжан. – Якутск: Изд-во Ин-та мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, 2011. – 36 с.

Алексеевский, Н.И. Фрактальные свойства речных систем и их использование в гидрологических расчетах / Н.И. Алексеевский, А.Г. Косицкий, А.В. Христофоров // Вестник Томского гос. ун-та, 2013. – №371. – С.167 – 170.

Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – Москва: Мир, 1976. – 756 с.

Аникеев, А.В. Провалы и воронки оседания в карстовых районах: механизмы образования, прогноз и оценка риска / А.В. Аникеев. – Москва: РУДН, 2017. – 327 с.

Асарин, А.Е. Резервы увеличения выработки электроэнергии на ГЭС Волжско-Камского каскада / А.Е. Асарин, К.Н. Бестужева // Гидротехническое строительство, 2003. – №7. – С. 2 – 7.

Балханов, В.К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления / В.К. Балханов; отв. ред. Ю.Б. Башкуев. – Улан-Уде: Изд-во Бурятского гос. ун-та, 2013. – 224 с.

Балханов, В.К. Фрактальная размерность структуры русловой сети дельты Селенги / В.К. Балханов, Ю.Б. Башкуев // Водные ресурсы, 2004. – Т.31. – №2. – С. 165 – 169.

Баринов, А.Н. Об оценке фрактальных параметров водохранилищ Верхней Волги / А.Н. Баринов, Д.Б. Гелашвили, В.М. Красильников, С.В. Соболь // Приволжский научный журнал, 2019. – №1. – С. 89 – 98.

Басова В.В. Сравнительный анализ точности материалов дистанционного зондирования Земли / В.В. Басова // Труды научного конгресса 20-го меж-

дународного научно-промышленного форума «Великие реки – 2018». – Н. Новгород: ННГАСУ; ВЗАО «Нижегородская ярмарка», 2018. – Том 1. – С. 395 – 398.

БД «Озера России» [Электронный ресурс]: база данных / Гос. Гидрологический ин-т (ГГИ). – Режим доступа http:// <u>www.limno.org.ru/win/rlake/php</u>.

Бедрицкий, А.И. Повышение гидрометеорологический безопасности в бассейне реки Волги / А. И. Бедрицкий // Проблемы гидрометеорологии и мониторинга загрязнения окружающей природной среды в бассейнах великих рек. – С.-Петербург: Гидрометеоиздат, 2005. – С. 72 – 80.

Белевцов, А.А. Оценка изменения максимальных расходов воды реки Амур под влиянием Зейского водохранилища / А.А. Белевцов // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, 2017. – №6. – С. 74 – 85.

Божокин, С.В. Фракталы и мультифракталы / С.В. Божокин, Д.А. Паршин. – Ижевск, 2001. — 128 с.

Бутаков, В. Оценка уровня стохастичности временных рядов произвольного происхождения при помощи показателя Херста / В. Бутаков, А. Грановский // Computer Modeling and New Technologies, 2005. – Vol.9 – №2 – С. 27 – 32.

Васильев, Л.Н. Фрактальность и самоподобие природных пространственных структур /Л.Н. Васильев // Известия РАН. Сер. геогр., 1992. – № 5. – С. 25 – 35.

Вода России. Водохранилища / Под науч. ред. А.М. Черняева; РосНИИВХ. – Екатеринбург: АКВА-ПРЕСС, 2001. – 700 с.

Вода России. Малые реки / Под науч. ред. А.М. Черняева; РосНИИВХ. – Екатеринбург: АКВА-ПРЕСС, 2001. – 804 с.

Вода России. Речные бассейны / Под науч. ред. А.М. Черняева; РосНИ-ИВХ. – Екатеринбург: АКВА-ПРЕСС, 2000. – 536 с.

Водные ресурсы России и их использование / Под ред. проф. И.А. Шикломанова. – С. -Петербург: ГГИ, 2008. – 600 с.

Водный баланс и колебания уровня Каспийского моря. Моделирование и прогноз: научно-методическое пособие / Под ред. д-ра геогр. наук Е.С. Нестерова. – Москва: ФГБУ Гидрометеорологический науч.- исслед. центр Российской Федерации, 2016. – 376 с.

Водный кодекс Российской Федерации: Федер. Закон Рос. Федерации от 03.06.2006 №73 – ФЗ, ред. от 28.12.2013. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Консультант Плюс. Законодательство. Версия Проф.

Водохранилища и их воздействие на окружающую среду / Отв. ред. Г.В. Воропаев, А.Б. Авакян; Академия наук СССР.–Москва: Наука, 1986.– 368 с.

Войцеховский, А.И. Тунгусский метеорит. 100 лет великой загадке / А.И. Войцеховский, В.А. Ромейко. – Москва: Вече, 2008. – 432 с.

Второй оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. Общее резюме. – Москва: Планета, 2014. – 60 с.

Гаврилов, А.П. Методические подходы к формированию зон однородности и построению ценовых поверхностей в задаче массовой оценки недвижимости / А.П. Гаврилов // Приволжский научный журнал, 2011. – №3. – С. 184 – 189.

Гапеев, А.М. Строительство судоходных гидротехнических сооружений в России / А.М. Гапеев, В.В. Кононов // Гидротехническое строительство, 2009. – №10. – С. 11 – 17.

Гелашвили, Д.Б. Анализ средневекового хода температуры в России с использованием показателя Херста / Д.Б. Гелашвили, Л.А. Солнцев, И.О. Иванова, Д.И. Иудин, Г.С. Розенберг // Приволжский научный журнал, 2007. – №3. – С. 110 – 116.

Гелашвили, Д.Б. Фракталы и мультифракталы в биоэкологии / Д.Б. Гелашвили, Д.И. Иудин, Г.С. Розенберг, В.Н. Якимов, Л.А. Солнцев. – Н. Новгород: Изд-во Нижегор. гос. ун-та, 2013. – 370 с.

Гелашвили, Д.Б. Экология Нижнего Новгорода / Д.Б. Гелашвили, Е.В. Копосов, Л.А. Лаптев. – Н. Новгород: Нижегород. гос. архит. – строит. ун-т, 2008. – 530 с.

Гидрологические аспекты проблем территорий перераспределения речного стока / Под ред. Р.А. Нежиховского. – Москва: Гидрометеоиздат,1987. – 136 с.

Гнетов, Е.А. Трансформация чаши водохранилища в вечномерзлых грунтах за долголетний период эксплуатации по изысканиям и прогнозу / Е.А. Гнетов, Е.Н. Горохов, Н.Ф. Кривоногова, И.С. Соболь, С.В. Соболь, Д.К. Федоров // Приволжский научный журнал, 2013. – №4. – С.91 – 99.

Горева, А.Э. Математико-картографические методы оценки геоэкологических рисков в градостроительстве / А.Э. Горева, Е.К. Никольский // Приволжский научный журнал, 2017. – №3. – С.85 – 90.

Гормаш, А.В. Опыт использования космических снимков IKONOS и Quickbird для решения задач муниципального хозяйства г. Перми / А.В.

Гормаш, И.В. Оньков, В.А. Чернопазов, М.А. Кривенко. – Геоматика, 2010. – №1. – С.52 – 57.

Города под водой / Автор – составитель В.И. Ерохин. – Москва: «Гранд – Холдинг», 2010. – 112 с.

ГОСТ 17.1.1.02 – 77. Охрана природы. Гидросфера. Классификация водных объектов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http:// <u>www.normload.ru</u> / SNiP / Data 1/4/4712/index.htm.

Громов, Ю. А. Адаптивный метод экстраполяции данных наблюдений и прогнозирования характеристик абразии берегов эксплуатируемых водохранилищ / Ю.А. Громов, И.С. Соболь, С.В. Соболь // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, 2013. – №1. – С. 78 – 90.

Громов, Ю.А. Синтез динамической модели процесса по измеренным характеристикам неоднородных объектов (в задачах гидротехнического строительства) / Ю.А. Громов, И.С. Соболь // Известия высщих учебных заведений. Поволжский регион. Сер. «Технические науки», 2012. – №4. – С.120 – 126.

Громов, Ю.Ю. Фрактальный анализ и процессы в компьютерной сети / Ю.Ю. Громов, Н.А. Земский, О.Г. Иванова [ и др.]. – Тамбов: Тамбовский гос. ун-т, 2002. – 106 с.

Джон, Б. Зимы нашей планеты: пер. с англ. / Б. Джон, Э. Дебишир, Г. Янг, Р. Фейрбридж, Дж. Эндрюс; под ред. Б. Джона.–Москва: Мир, 1982.–336 с.

Догановский, А.М. Сборник практических задач по определению основных характеристик водных объектов суши: практикум по гидрологии / А.М. Догановский, В.Г. Орлов. – С.-Петербург: Изд-во РГГМУ, 2011. – 315 с.

Доманицкий, А.П. Реки и озера Советского союза / А.П. Доманицкий, Р.Г. Дубровина, А.И. Исаева. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1971. – 104 с.

Дублянская, Г.Н. Распространение карстующихся пород и типов карста / Г.Н. Дублянская, В.Н. Дублянский// Материалы междунар. симпозиума «Карстоведение – XXI век: теоретическое и практическое значение». – Пермь: Пермский госуд. ун-т, 2004. С. 49 – 53.

Епишин, В.К. Прогноз процесса формирования берегов водохранилищ / В.К. Епишин, В.Н. Экзарьян. – Москва: Энергия, 1979. – 112 с.

Желнина Е.А. Определение водоохранных зон, прибрежных полос водохранилищ на примере Горьковского водохранилища / Е.А. Желнина // Тезисы доклада ОАО «Кировводпроект» по результатам выполнения государственного контракта №23/2011. – Пенза: Бассейновый совет Верхневолжского бассейнового округа, 2013. – С.11 – 14. Законнов, В.В. Пространственно-временная неоднородность распределения и накопления донных отложений верхневолжских водохранилищ /В.В. Законнов // Водные ресурсы, 1995. – Том 22. – №3. – С. 362 – 371.

Заповедники России / Ред. группа А. Голосовская, К. Михайлов, Е. Евлахович. – Москва: Мир энциклопедий Аванта, 2009. – 180 с.

Землянов, И.В. Использование геоинформационных технологий для оценки современных морфологических характеристик водных объектов / И.В. Землянов, О.В. Горелиц, А.Е. Павловский, Е.Ю. Шикунова// Исследование океанов и морей: труды Гос. океанограф. ин-та. – Москва, 2009. – Вып. 212. – С.258 – 269.

Иванов, А.В. Аналогии в строении природных эрозионных структур и кривой Коха: предпосылки качественного сопоставления / А.В.Иванов, А.С. Шешнев, И.А. Яшков// Вестник Томского гос. ун-та: науки о Земле, 2012. – №359. – С.188 – 192.

Иванов, А.В. Определение фрактальной размерности овражно-балочной сети города Саратова / А.В. Иванов, А.А. Короновский, И.М. Минюхин, И.А. Яшков // Известия вузов: Прикладная нелинейная динамика, 2006. – Т.14. – №2. – С.64 – 74.

Измайлова, А.В. Информационная система «Озера Земли» / А.В. Измайлова, Т.Ю. Ульянова // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, 2014. – №6. – С.21 – 48.

Иудин, Д.И. Фрактальный подход к анализу процессов развития термокарстовых озер / Д.И. Иудин, С.В. Соболь, Р.В. Чжан // Приволжский научный журнал, 2019 – №1 – С.99 – 106.

Иудин, Д.И. Фракталы: от простого к сложному / Д.И. Иудин, Е.В. Копосов. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2012. – 182 с.

Казнов С.Д. Экологические аспекты освоения городских оврагов и балок / С.Д. Казнов, С.С. Казнов // Приволжский научный журнал, 2016. – №2. – С. 129 – 132.

Калуш, Ю.А. Показатель Херста и его скрытые свойства / Ю.А. Калуш, В.М. Логинов // Сибирский журнал индустриальной математики, 2002. – Т.5. – №4. – С. 29 – 37.

Катцов, В.М. Глобальные изменения климата: причины и возможные последствия / В.М. Катцов; лекции ученых мира. – Поиск-НН, 2012. – №1. – С. 18 – 19.

Качугин, Е.Г. Геологическое изучение динамики берегов водохранилищ / Е.Г. Качугин. – Москва: Наука, 1975. – 148 с.

Кириллов, А.А. Повесть о двух фракталах / А.А. Кириллов. – Москва: МЦНМО, 2016. – 176 с.

Книга вкусной и здоровой пище. – Москва: Пищепромиздат, 1953. – 400 с.

Кобзарь, А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь. – Москва: Физматлит, 2006. – 816 с.

Коломиец, А.М. О проблемах правового регулирования использования пресных подземных вод / А.М. Коломиец // Труды научного конгресса международного научно-промышленного форума «Великие реки –2018». – Н. Новгород: ННГАСУ; ВЗАО «Нижегородская ярмарка», 2018. – Том 1. – С.430 – 432.

Копосов, Е.В. Значение водохранилищ для обеспечения водными ресурсами экономики России / Е.В. Копосов, И.С. Соболь // Вестник Волжского регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук. – Н. Новгород, 2012. – вып. 15. – С.89 – 98.

Копосов, Е.В. Мультифрактальный анализ пространственного распределения карстовых явлений / Е.В. Копосов, Д.И. Иудин // Приволжский научный журнал, 2009(1). – №1. – С. 140 – 147.

Копосов, Е.В. Проблемы геоэкологической безопасности крупных городов в бассейне Волги / Е.В. Копосов // Приволжский научный журнал, 2010. – №2. – С. 122 – 129.

Копосов, Е.В. Фрактальные методы оценки устойчивости развития территорий, подверженных воздействию экзогенных процессов / Е.В. Копосов, Д.И. Иудин, О.В. Кащенко, Н.В. Каплунов, А.А. Панютин // Приволжский научный журнал, 2009(2). – №4. – С.134 – 141.

Копосов, Е.В. Фракталы для инженеров: учебное пособие / Е.В. Копосов, Д.И. Иудин, О.В. Кащенко. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2011. – 63 с.

Красильников В.М. Уточнение морфометрических параметров водохранилищ на базе цифровых моделей рельефа / Красильников В.М., Соболь И.С. // Вестник МГСУ, 2012. – № 10. – С. 272 – 280.

Красильников, В.М. Фрактальные параметры Рыбинского водохранилища на реке Волге / В.М. Красильников, С.В. Соболь // Приволжский научный журнал, 2018. – № 4. – С.87 – 94.

Красильников, В.М. Цифровой рельеф ложа и берегов водохранилищ в составе гидродинамической модели Верхней Волги / В.М. Красильников // Приволжский научный журнал, 2013. – №4. – С. 47 – 49. Кривоногова, Н.Ф. Особенности переработки берегов водохранилищ в криолитозоне / Н.Ф. Кривоногова, Л.И. Свительская, Д.К. Федоров // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 2009. – Том 255. – С. 25 – 33.

Кузнецов, С.П. Динамический хаос: курс лекций / С.П. Кузнецов. – Москва: Физмалит, 2001. – 296 с.

Кучмент, Л.С. Фракталы в гидрологии / Л.С. Кучмент // Юбилейный сборник ИВП. – Москва: Наука, 1999. – С.55 – 64.

Кучмент, Л.С. Эффект Херста в многолетних колебаниях уровня Каспийского моря / Л.С. Кучмент, Л.В. Поюровский // Метеорология и гидрология, 1998. – №5. – С. 73 – 79.

Лебедев, В.В. Гидрологические и водохозяйственные расчеты для проектирования сооружений водоснабжения / В.В. Лебедев. – Москва-Ленинград: Стройиздат, 1965. – 396 с.

Лепихин, А.П. К анализу структуры гидрографических сетей / А.П. Лепихин // Географический вестник = Geographical bulletin, 2017. –  $N_{23}$  (42). – С. 53 – 60.

Лепихин, А.П. К применению показателя (коэффициента) Херста в гидрологии / А.П. Лепихин, Д.И. Перепелица // Географический вестник = Geographical bulletin, 2016. – №4 (39). – С. 36 – 44.

Лучников А.И. Опыт применения беспилотных летательных аппаратов для оценки состояния поверхностей берегов водных объектов / А.И. Лучников, Ю.С. Ляхин, А.П. Лепихин // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, 2018. – №1. – С. 37 – 46.

Любушин, А.А. Фрактальный анализ временных рядов: учебное пособие для старших курсов геофизического факультета / А.А. Любушин. – Москва: Из-во РГГУ, 2006. – 22 с.

Малые реки волжского бассейна / Под ред. Н.И. Алексеевского. – Москва: МГУ, 1998. – 234 с.

Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы / Б.Мандельброт. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

Марьин, В.А. Ветровое волнение в речных озеровидных бьефах / В.А. Марьин. – Москва: Водный транспорт, 1939.

Мельник, М.А. Фракталы в эрозионном расчленении поверхности и автоколебания в динамике геоморфосистем / М.А. Мельник, А.В. Поздняков // Геоморфология, 2008. – №3 – С. 86 – 95. Мельник, М.А. Фрактальный анализ извилистости рек (на примере Томской области) /М.А. Мельник //Вестник Томского ун-та: науки о Земле, 2010. – С.168 – 176.

Меншуткин, В.В. Фрактальный анализ конфигурации озер Карелии /В.В. Меншуткин// Труды Карельского науч. центра РАН, 2015.– №9. – С.109 – 113.

Микова, К.Д. Исследование закономерностей нарастания толщины ледяного покрова на Воткинском водохранилище / К.Д. Микова, В.Г. Калинин // Гидрология и гидроэкология Западного Урала: сб. науч. трудов. – Пермь: Пермский гос. ун-т, 2006. – С. 50 – 54.

Михалев, В.В. Современная морфология Камского водохранилища / В.В. Михалев, И.К. Мацкевич // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, 2010. – №3. – С.4 – 18.

Мокеева, О.Д. К вопросу об изменении климата. Вековой ход средней температуры воздуха и сумм осадков по Нижнему Новгороду / О.Д. Мокеева // Проблемы гидрометеорологии и мониторинга загрязнения окружающей природной среды в бассейнах великих рек. – С. -Петербург: Гидрометеоиздат, 2005. – С. 333 – 335.

Морозов, А.Д. Введение в теорию фракталов / А.Д. Морозов. – Москва - Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002. – 160 с.

Назаров, Н.Н. Современная переработка берегов равнинных водохранилищ / Н.Н. Назаров // Двадцатое межвуз. координац. совещание по проблеме эрозионных, русловых и устьевых процессов: докл. и сообщения. – Ульяновск, 2005. – С. 76 – 87.

Найденко, В.В. Великая Волга на рубеже тысячелетий. От экологического кризиса к устойчивому развитию / В.В. Найденко. – Н. Новгород: Промграфика, 2003. – Том1. – 432 с., Том 2. – 368 с.

Нежиховский, Р.А. Наводнения на реках и озерах / Р.А. Нежиховский. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1988. – 184 с.

Никора, В.И. Фрактальные свойства некоторых гидрологических объектов / В.И. Никора. – Кишинев: ИГИГ АН МССР, 1988. – 43 с.

О недрах: Федер. Закон Рос. Федерации от 21.02.1992 №2395 – 1, ред. от 31.05. 2018. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Консультант Плюс. Законодательство. Версия Проф.

Об охране окружающей среды: Федер. Закон Рос. Федерации от 10.01.2002 №713 – ФЗ. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Консультант Плюс. Законодательство. Версия Проф.

Общее мерзлотоведение (геокриология): учебник / Под ред. В.А. Кудрявцева. – Москва: Изд-во МГУ, 1978. – 464 с.

Озера Карелии: справочник / Ред. Н.Н. Филатов, В.И. Кухарев. – Петрозаводск: Карельский НЦ РАН, 2013. – 464 с.

Осипов, В.И. Опасные экзогенные процессы / В.И. Осипов, В.М. Кутепов, В.П. Зверев [и др.]; под ред. В.И. Осипова. – Москва: ГЕОС, 1999. – 290 с.

Основные правила использования водных ресурсов Рыбинского и Горьковского водохранилищ на р. Волге. – Москва: АО Институт Гидропроект, 2001. – 39 с.

Пайтген, Х.О. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем / Х.О. Пайтген, П.Х. Рихтер; пер. с анг.; под ред. А.Н. Шарковского. – Москва: Мир, 1993 – 176 с.

Песин, Я.Б. Теория размерностей и динамические системы: современный взгляд и приложения / Я.Б. Песин. – Москва – Ижевск: ИКИ, 2002. – 404 с.

Пикунов, С.В. Экологическое состояние Обь-Иртышского бассейна в границах Ханты-Мансийского автономного округа – Югры /С.В. Пикунов// Труды конгресса международного научно-промышленного форума «Великие реки – 2011». – Н. Новгород: ННГАСУ, 2011. – С.4 – 10.

Поппер, К.Р. Предположения и опровержения: рост научного знания / К.Р. Поппер. – Москва: АСТ, Ермак, 2004. – 638 с.

Природные опасности России. Том 3. Экзогенные геологические процессы / Под ред. В.М. Кутепова, А.И. Шеко. – Москва: Изд-во КРУК, 2002.–348 с.

Прогноз влияния равнинных водохранилищ на подпор, ресурсы и запасы подземных вод / Составители И.В. Гармонов, И.Б. Колотов, И.И. Крашин. – Москва: Недра, 1984. – 157 с.

Пузаченко, Ю.Г. Приложение теории фракталов к изучению структуры ландшафта / Ю.Г. Пузаченко // Известия РАН. Сер. геогр., 1997. – №2. – С. 24 – 40.

Разумов, С.О. Моделирование термоабразии льдистых берегов арктических морей в стационарных климатических условиях/ С.О. Разумов // Криосфера Земли, 2001. – Том V. – №4. – С. 50 – 58.

Реки и озера мира: энциклопедия / Ин-т водных проблем РАН, Ин-т озероведения РАН, Геогр. Фак. МГУ; редкол. В.И. Данилов-Данильян [и др.]. – Москва: Энциклопедия, 2012. – 924 с.

Ресурсы поверхностных вод СССР. Гидрологическая изученность. Тома 1 – 20. – Москва-Ленинград: Гидрометеоиздат, 1958 – 1962.

Розенберг, Г.С. У геометрии природы фрактальное лицо (памяти Бенуа Мандельброта) / Г.С. Розенберг, Е.В. Чупрунов, Д.Б. Гелашвили, Д.И. Иудин // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011. – №1. – С.411 – 417.

Розенберг, Г.С. Экология. Элементы теоретических конструкций современной экологии / Г.С. Розенберг, Д.П. Мозговой, Д.Б. Гелашвили. – Тольятти: Ин-т экологии Волжского бассейна РАН, 1999. – 396 с.

Румянцев, И. С. Изменение объема равнинных водохранилищ на эксплуатационной фазе жизненного цикла / И.С. Румянцев, И.С. Соболь, С.В. Соболь // Гидротехническое строительство, 2014. – №3. – С.2 – 9.

Румянцев, И.С. Природоприближенное восстановление и эксплуатация водных объектов / И.С. Румянцев, Р.С. Чалов, Р. Кромер, Ф. Нестманн. – Москва: МГУП, 1999. – 211 с.

Саган, К. Миллиарды и миллиарды / К. Саган; пер. с англ. – Москва: Альпина нон-фикшн, 2018. – 296 с.

Свешников, А.А. Прикладные методы случайных функций / А.А. Свешников. – Москва: Наука, 1968. – 172 с.

Свидетельство о государственной регистрации базы данных №2014620960: Цифровые модели ложа и берегов водохранилищ Верхней Волги / В.М. Красильников, И.С. Соболь; Нижегор. гос. архитектур. -строит. ун-т. – Н. Новгород, 2014.

Семина, Д.Д. О развитии классификации водохранилищ по конфигурации в плане / Д.Д. Семина, С.В. Соболь // Приволжский научный журнал, 2018. – №4. – С. 200 – 205.

Сидорчук, А.Ю. Фрактальная геометрия речных сетей / А.Ю. Сидорчук // Геоморфология, 2014. – №1. – С.3 – 14.

Сикан, А.В. Методы статистической обработки гидрометеорологической информации / А.В. Сикан. – С.-Петербург: Изд-во РГГМУ, 2007.–278 с.

Соболь\*, И. С. Закономерности эволюции абразионных берегов равнинных водохранилищ / И.С. Соболь // Приволжский научный журнал, 2012. – №4. – С.149 – 154.

Соболь\*, И.С. Об измерении длины береговой линии водохранилищ / И.С. Соболь, С.В. Соболь, А.С. Крупинов // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, 2014. – №6. – С. 30 – 43.

Соболь\*, И.С. Применение аэрофотосъемки с беспилотного летательного аппарата для мониторинговых исследований береговой зоны водохранилища / И.С. Соболь, А.В. Костров, Д.Н. Хохлов, В.М. Красильников, Н.Ю. Королев // Приволжский научный журнал, 2016. – №4. – С. 75 – 79.

Соболь\*, И.С. Современные методы съемки подводного рельефа водохранилищ / И.С. Соболь, В.М. Красильников, Д.Н. Хохлов // Приволжский научный журнал, 2010. – №2. – С. 34 – 40.

Соболь, С.В. Безопасная эксплуатация водных объектов: учебное пособие для студентов вузов/ С.В. Соболь, А.В. Февралев, И.С. Соболь. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2016. – 334 с. (www.bible.nngasy.ru / electronic resources / such-method / hydraulic-engineering).

Соболь, С.В. Водохранилища в области вечной мерзлоты / С.В. Соболь. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2007. – 432 с.

Соболь, С.В. О классификации водохранилищ по конфигурации в плане / С.В. Соболь, Н.Р. Зайнуллина // Приволжский научный журнал, 2017(1). – №2. – С.116 – 124.

Соболь, С.В. Разработка схемы комплексного использования и охраны водных объектов бассейна р. Суры / С.В. Соболь, А.В. Февралев, И.С. Соболь, Н.П. Сидоров // Приволжский научный журнал, 2013. – №4. – С. 126 – 129.

Соболь, С.В. Формирование чаш малых водохранилищ в бассейне Верхней Волги / С.В. Соболь, И.С. Соболь, П.В. Потемин // Исследование актуальных геоэкологических проблем Приволжья: сб. науч. тр. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2009. – С. 216 – 274.

Соболь, С.В. Фрактальность временного ряда колебаний уровня Каспийского моря / С.В. Соболь, Е.И. Щелачев // Приволжский научный журнал, 2018 (1). – №3. – С.184 – 187.

Соболь, С.В. Фрактальный анализ овражно-балочной сети нагорной части города Нижнего Новгорода /С.В. Соболь, Е.И. Щелачев // Приволжский научный журнал, 2018(2). – №2. – С. 111 – 116.

Соболь, С.В. Фрактальные параметры водных объектов бассейна реки Суры/ С.В. Соболь, В.М. Красильников // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, 2018 (3). – № 6 – С. 4 – 15.

Соболь, С.В. Фрактальные размерности береговых линий долинных водохранилищ / С.В. Соболь, Н.Р. Зайнуллина // Приволжский научный журнал, 2017 (2). – №2. – С. 252 – 256.

Сто самых красивых и удивительных мест СССР / Текст, фото Р.В. Москаленко. – Москва: Эксмо, 2010. – 288 с.

Тарасевич, Ю.Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы: учебное пособие / Ю.Ю. Тарасевич. – Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 112 с.

Тишин, М.И. Тепловой режим дна крупного термокарстового озера в Центральной Якутии / М.И. Тишин // Мерзлотные исследования в осваиваемых районах СССР. – Новосибирск, 1980. – С.40 – 47.

Федер, Е. Фракталы / Е. Федер; пер. с англ.-Москва: Мир, 1991. - 254 с.

Фетисова, М.А. Коэффициент формы как геометрическая характеристика / М.А. Фетисова, С.С. Володин // Молодой ученый, 2011. – №5. – Т.1. – С. 105 – 107.

Херст, Г. Нил. Общее описание реки и использование вод / Г. Херст. – Москва: Иностранная литература, 1954. – 326 с.

Хокинг, С.У. Краткие ответы на большие вопросы / С.У. Хокинг; пер. с англ – Москва: Бомбора, 2019. – 256 с.

Хортон, Р.Е. Эрозионное развитие рек и водосборных бассейнов / Р.Е. Хортон. – Москва-Ленинград: Изд-во иностр. лит-ры, 1948. – 158 с.

Чаун, М. Солнечная система: путеводитель по ближним и дальним окрестностям нашей планеты /М. Чаун; пер. с англ. – Москва: ACT; CORPUS, 2014. – 224 с.

Шапоренко, С.И. Изменение морфометрических параметров водохранилищ Москворецкой водной системы за период эксплуатации / С.И. Шапоренко, С.В. Ясинский, И.А. Вишневская // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, 2014. – №1. – С.4 – 22.

Шредер, М. Фракталы, хаос, степенные законы / М. Шредер. – Ижевск: Научно-издат. центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.–528 с.

Юрьев, И.В. Проблемы эксплуатации объектов газового комплекса в береговой зоне западного Ямала / И.В. Юрьев // Криосфера Земли, 2009. – Том XIII. – С. 46 – 54.

Якутия: сборник статей / Под ред. П.В. Виттенбурга. – Москва, Ленинград: АН СССР, 1927. – 752 с.

Яцевич, С.Е. Фрактальный анализ изображений морских льдов / С.Е. Яцевич, В.К. Иванов, В.Б. Ефимов, В.Н. Цымбал, Р.Э. Пащенко // Исследование земли из Космоса, 2006. – с.189 – 193.

Bunde, A. Fractal in Science / A. Bunde, S. Halvin. – Berlin: Springer-Verlag, 1995. – 298 p.

Cannon, M.J. Evaluating scaled windowed variance methods for estimating the Hurst coefficient of time series / M.J. Cannon, D.B. Percival, D.C. Caccia, G.M. Raymond, J.B. Bassingthwaighte // Physica. A., 1997. – V.241. – P. 606 – 626.

Chiaudani, A. Statical and fractal approaches on long time-series to surfacewater / ground water relationship assessment: A central Italy alluvial plain case study / A. Chiaudani, D. Di Curzio, W. Palmucci, A. Pasculli, M. Polemio, S. Rusi // Water, 2017. –  $N_{29}$  (11). – 850 (http: // doi. org / 10.3390 / W9110850).

Dai, Y. A Comparative Study of Reservoir Area Calculation Method Based on GIS and Remote Sensing: A Case Study in Shiliand River Reservoir / Y.Dai, J. Xu, J. Su, L. Liu // Geomatics & Spatial Information Thechnolodu, 2015. – №4. (en.cnki.com.cn).

Deligniers, D.Fractal analyses for «short» time series: A re-assessment of classical methods / D. Deligniers, S. Ramdani, L. Lemoine, K. Torre, M. Fortes // J. Math. Psychlogy, 2006. – V. 50. – P. 525 – 544.

Eke, A. Physiological time series: Distinguishing fractal noises from motions / A. Eke, P. Hermann, J.B. Bassingthwaighte, G.M. Raymond, D.B. Percival, M. Cannon, I. Balla, C. Ikrenyi // Pflueger's Archives, 2000. – V.439. – P. 403 – 415.

Falconer, K.J. Fractal geometry. Mathematical foundation and applications / K.J. Falconer. – Chichester: John Wiley&Sons, 1985. – 299 p.

Fougere, P.F. On the accuracy of spectrum analysis of red noise processes using maximum entropy and periodogram methods: simulation studies and application to geophysical data / P. F. Fougere // J. Geophys. Res., 1985. – V. 90. – P. 4355 – 4366.

Hack, J.T. Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland / J. T. Hack // U.S. Geological Survey Professional. Paper. – №294 – B, 1957. – P.45 – 97.

Horton, R.E. Erosional development of streams and their drainage basins; hydrophysical approach to quantitative morphology / R.E. Horton // Geol. Sos. Am. Bull.,  $1945. - N_{2} 56. - P. 275 - 370.$ 

Hunt, A.G. Brief communication: Possible explanation of the values of Hack's drainage basin, river length scalling exponent / A.G. Hunt // Nonlin. Processes Geophys., 2016. - V.23. - P. 91 - 93.

Hurst, H. Long term storage capacity of reservoirs / H.Hurst // Transactions of the American society of Civil Engineers, 1951. – Vol. 116. – P. 770 – 799.

Hurst, H.E. Long-term storage: An experimental study / H.E. Hurst, R.P. Black, Y.M. Simaika. – London: Contable, 1965. – 145 p.

НУDROLARE [Электронный ресурс]: база данных / Гос. Гидрологический ин-т (ГГИ). – Режим доступа http:// <u>www.hydrolare.net/</u>.

Karty vsego mira (elektronny resurs). – Rezhim dostupa:http:// Iondmap.net.

Li, E. Multifractal detrended fluctuation analysis of streamflow in the Yellow River Basin, China / E. Li, X. Mu, G. Zhao, P. Gao // Water, 2015. – №7 (4), P. 1670 – 1686.

Lindenschmidt, K.E. Geospatial Modelling of River Systems / K.E. Lindenschmidt, M.K. Carr // Water Travel, 2018. – Vol.10 (3). – P. 282 (https://doi.org / 10.3390 / W1000282).

Lopes, C.O. Fractalidade da estrutura de drenagen do municipio do Rio de Janeiro / C.O. Lopes, G.A. Paula, A.C. Vieira // Revista Universidade Rural, Serie Clenclas Exalas eda Terra, 2002. – Vol.21 – N2 – P.23.

Mandelbrot, B.B. Fractals: form, chance and dimension / B.B. Mandelbrot. – San-Francisco: Freeman, 1977. – 365 p.

Mandelbrot, B.B. The fractal geometry of nature / B.B. Mandelbrot. – New York: Freeman, 1982. – 468 p.

Peng, C.K. Long-range anticorrelations and non-Gaussian behavior of the heartbeat/ C.K. Peng, J. Mietus, J.M. Hausdorff, S. Havlin, H.E.Stanley, A.L. Goldberger// Phus. Rev.Lett., 1993. – V.70 – P. 1343 – 1346.

Rosso, R. Fractal Relation of Mainstream length to Catchment Area in River Networks / R. Rosso, B. Bacehi // Water Resources Research, 1997. – V. 27. – no. 3. – P. 381 – 387.

Sahimi, M. Aplications of Percolation Theory / M. Sahimi. – London: Taylor & Francis, 1992. – 347 p.

Singh, V.P. Hudrologic modeling: progress and future directions / V.P. Singh // Geoscience Letters, 2018. – №5:15 (geoscienceletters. spingeropen.com).

Sutcliff, J. Harold Edwin Hurst: the Nile and Equpt, past and future / J.Sutcliff, S. Hurst, A.G. Awadallah, E. Brown, H. Hamed // Hudrologial sciences, 2016. – Vol.61. –  $N_{9}$ . – P. 1557 – 1570.

Sivakumar, B. Chaos in hydrology: brudging determinism and stochasticity / B. Sivakumar. – Springer, 2016. – 394 p.

Voss, R.F. Random fractals: Characterization and measurement / R.F. Voss, R. Pynn, A. Skjeltorp // Scaling Phenomene in Disordered Systems: Plenum Press. – New York, 1985. - P.1 - 11.

Willemin, J.H. Hack's law: Sinuosity, convexity, elongation / J.H. Willemin // Water Resour Res., 2000. – V.36. – P.3365 – 3374.

Williams, Z.C. Self-affinity and surface-area-dependent fluctuations of lake-level time series / Z.C. Williams, J.D. Pelletier // Water Resources Research, 2015. – Vol.51. – Issue 9 (Wiley Online Library. <u>https://doi.org</u> / 10.1002 / 2015WRO17254).

World Declaration. Water storage for Sustainable Development. ICOLD, ICID, IHA, IWRA: approved on 5 -th June 2012. – Kyoto (Japan), 2012.

Yang, L. River networks system changes and its impact on storage and flood control capacity under rapid urbanization / L. Yang, Y. Xu, L. Han, S. Song, X. Deng, V. Wang // Hudrological Processes, 2016. – Vol. 30. – Issue 13 (https://doi.org / 10.1002 / hyp.10819).

Yu, X. Patterns of temporal scaling of groundwater level fluctuation / X. Yu, R. Ghasemizadeh, I.Y. Padilla, D. Kaeli, A. Alsavakke // Journal of hydrology, 2016. – Vol.536. – P.485 – 495.

Zhou, Y. Fractal-based evaluation of the effect of water reservoirs on hydrological processes: the dams in the Yangtze River as a case study / Y. Zhou, Q. Zhang, V.P. Singh // Stochastic Environmental Research and Risk Assessment. – Springer, 2014. – Vol.28. – Issue 2. – P.263 – 279.

## Приложение

# Объекты и процессы для исследования фрактальными методами

Фракталы встречаются везде. Специалисты в разных областях, повинуясь врожденной активности, штурмуют фрактальную тему.

Когда и если у читателя, имеющего отношение к водным объектам и заинтересовавшегося фракталами (возможно – магистранта или аспиранта), появится желание или потребность поупражняться в решении связанных с ними задач, на такой случай здесь представлены примеры природных и техногенных ситуаций и процессов, которые можно и было бы интересно исследовать методами фрактальной геометрии и монофрактального анализа.

### Дельта реки Лены

Река Лена впадает в море Лаптевых. На рис. 1.4 помещен космический снимок ее дельты со ссылкой на интернет-ресурс, откуда заимствован. Дельта визуально похожа на дерево, как и речная сеть.

Задача: разрешить вопрос о том, является ли дельта фрактальным объектом, найти ее фрактальную размерность (см. раздел 3.3). Прецедент имеется [Балханов, 2004].

#### Архипелаг Соловецких островов в Белом море

В архипелаг входят 6 крупных островов:

- Большой Соловецкий 225,28 км<sup>2</sup>,
- Анзер 48,51 км<sup>2</sup>,
- Большая Муксалма 19,91 км<sup>2</sup>,
- Малая Муксалма 1,54 км<sup>2</sup>,
- Большой Заяцкий 1,38 км<sup>2</sup>,
- Малый Заяцкий 1,24 км<sup>2</sup>,

а также более 100 малых островов. Площадь архипелага около 347 км<sup>2</sup>. Главной достопримечательностью и духовным центром островов является Соловецкий мужской монастырь. На рис. П.1 показан масштабированный план архипелага [https:// ru.wikipedia.org/wiki]. Карту архипелага можно найти также в электронном ресурсе [Karty vsego mira].

Задача: определить фрактальную размерность береговой линии архипелага из шести крупных островов методом соотношения периметр – площадь (см. раздел 2.6)



Рис. П.1. Архипелаг Соловецких островов [https://ru.wikipedia.org/wiki]

### Ладожское озеро

В современной энциклопедии «Реки и озера мира» [2012] приведены план (рис. П.2) и морфометрические характеристики озера:

– площадь зеркала 17872 км<sup>2</sup>;

- общая площадь (с островами) 18132 км<sup>2</sup> (в озере более 600 островов);

– объем 838 км<sup>3</sup>;

- средняя глубина 46,9 м;

– максимальная глубина 230 м.

Задача: определить коэффициент плановой формы озера (см. раздел 5.4), сравнить с данными табл. 5.5.



Рис. П.2. План Ладожского озера [Реки и озера, 2012]


Рис. П.3. Группа тундровых озер на полуострове Ямал. Космический снимок ИТЦ «СКАНЭКС» (см. также [900 igr.net]). Наибольшее – оз. Нейто поперечником около 800 м

## Группа термокарстовых озер на полуострове Ямал

В разделе 8.9 мы писали о распространенности термокарстовых озер в области вечной мерзлоты. На рис. П. 3 помещен космический снимок участка с такими озерами в тундре п-ва Ямал. Наибольшее – оз. Нейто – имеет в поперечнике около 800 м.

Задача: найти фрактальную размерность береговой линии группы крупных озер п-ва Ямал, изображенных на рис. П.3, методом соотношения периметр – площадь (см. раздел 2.6).

## Водные пути из реки Волги в реку Неву

В XVIII и начале XIX вв. для судоходной связи г. Петербурга с остальной Россией р. Волгу соединили с р. Невой тремя водными системами. С 1708 г. стала пропускать суда Вышневолоцкая водная система длиной 1440 км (р. Волга – р. Тверца – водораздельный канал – р. Цна – оз. Мстино – р. Мста – оз. Ильмень – р. Волхов – Ладожское оз. – р. Нева). В 1799 – 1810 гг. была построена Мариинская судоходная система длиной 1143 км (р. Волга – р. Шексна – Белое оз. – р. Ковжа – Мариинский канал – р. Вытегра – Онежское оз. – р. Свирь – Ладожское оз. – р. Нева). В течение 1802 – 1811 гг. был построен Тихвинский (самый короткий) водный путь длиной 924 км. На рис. П.4 приведен масштабированный план с трассами этих систем, которые для своего времени были уникальными искусственными водными объектами.

Задача: определить фрактальные свойства любого из водных путей (см. раздел 3.3). Желательно воспользоваться более подробной топографической основой.

## Географическое размещение водохранилищ в России

В России по паспортизации 1986 г. насчитывалось 2263 водохранилища объемом более 1 млн м<sup>3</sup>. Подавляющее большинство (96 %) российских водохранилищ относится к долинному типу (см. рис. 1.7 - 1.9), который доминирует и в других странах мира. При этом из 327 водохранилищ объемом более 10 млн м<sup>3</sup> 242 расположены на европейской и 85 на азиатской территории, а из 1936 водохранилищ объемом 1 – 10 млн м<sup>3</sup> 565 расположены на европейской территории [Вода России. Водохранилища, 2001]. Значительное число водохранилищ осталось за пределами России в государствах, выделившихся из СССР при его распаде в 1991 г. К 2005 г. количество водохранилищ в России возросло до 2290.

На рис. П.5 приведена схема географического размещения водохранилищ на территории России по состоянию на 1986 г. Показаны местоположения водохранилищ объемом более 1 км<sup>3</sup> [Авакян, 1987; geographyofrussia. com].



Рис. П.4. Искусственные водные пути России в XVIII – XIX вв.: Вышневолоцкий 1440 км, Мариинский 1143 км, Тихвинский 924 км [Гапеев, 2009]



Рис. П.5. Схема размещения водохранилищ России объемом более 1 км<sup>3</sup> по состоянию на 1986 г. [geographyofrussia.com]

~ 219 ~



Рис. П.6. Схема зоны затопления в нижней части Иваньковского водохранилища. Красными кружками отмечены затопленные поселения [Города, 2010]

Названия части водохранилищ выписаны на схеме, остальные – под номерами: 1 – Верхнетуломское, 2 – Пиренгское, 3 – Иовское, 4 – Княжегубское, 5 – Кумское, 6 – Юшкозерское, 7 – Сегозерское, 8 – Выгозерское, 9 – Пальеозерское и Сандальское, 10 – Краснодарское.

Задача: провести фрактальный анализ размещения водохранилищ на территории России (см. разделы 2.6 и 8.8).

## Затопленные поселения в зоне Иваньковского водохранилища

В 1930 -х гг. вал индустриализации, захлестнувший берега Верхней Волги строительством канала Москва – Волга и трех первых ГЭС Волжского каскада (Иваньковской, Угличской и Рыбинской), привел к полному или частичному затоплению более 1000 населенных пунктов. Так Иваньковским водохранилищем, разлившимся на площади более 300 км<sup>2</sup> по долинам рек Волги и Шоши, было затоплено около 100 сел и деревень, исчез с волжского берега г. Корчева, в котором проживало 4 тыс. человек, было 600 домов, из них 30 каменных, а также 3 храма [Города, 2010].

На плане нижней части Иваньковского водохранилища (рис. П. 6) отмечено местоположение 38 затопленных поселений.

Задача: определить фрактальную размерность изображения затопленных поселений (см. разделы 2.6 и 8.8).

## Речная сеть бассейна Куйбышевского водохранилища

Куйбышевское водохранилище на р. Волге создано в 1955 – 1957 гг. плотиной куйбышевской ГЭС (с 1958 г. – Волжская ГЭС им. В.И. Ленина, с 2004 г. – Жигулевская ГЭС), створ которой расположен в районе г. Ставрополя (с 1964 г. – г. Тольятти) ниже впадения р. Усы. При НПУ = 53,0 м БС оно имеет полный объем 57,3 км<sup>3</sup> и площадь водного зеркала (после сопряжения с Чебоксарским, Саратовским и Нижнекамским Водохранилищами) 5900 км<sup>2</sup>, являясь самым большим водохранилищем в Волжско-Камском каскаде.

Общая площадь бассейна Куйбышевского водохранилища 1187,3 км<sup>2</sup>, частная – 78,2 км<sup>2</sup>, с которой в водохранилище впадают 79 рек длиной более 10 км каждая и 260 водотоков меньшей длины (рис. П.7, табл. П.1) [Вода России. Водохранилища, 2001]. Подробные сведения о реках имеются в справочных изданиях [Ресурсы, 1958 – 1962; Доманицкий, 1971].

Задача: определить фрактальную размерность речной сети бассейна Куйбышевского водохранилища (см. раздел 3.3).



Рис. П.7. Схема бассейна Куйбышевского водохранилища: названия рек выписаны в табл. П.1 [Вода России. Водохранилища, 2001]

Таблица П.1

Номер	Название реки	Номер	Название реки
1	Большой Кундыш	29	Кичуй
2	Большая Кокшага	30	Степной Зай
3	Малая Кокшага	31	Лесной Зай
4	Малый Кундыш	32	Меша
5	Юшуть	33	Бетька
6	Илеть	34	Берсут
7	Казанка	35	Тойма
8	Большой Цивиль	36	Актай
9	Малый Цивиль	37	Бездна
10	Аниш	38	Утка
11	Свияга	39	Майна
12	Кубня	40	Вятка
13	Була	41	Черная Холуница
14	Улема	42	Кобра
15	Карлы	43	Летка
16	Бирючь	44	Белая Холуница
17	Сельда	45	Великая
18	Гуща	46	Молома
19	Малая Свияга	47	Быстрица
20	Тушонка	48	Пижма
21	Уса	49	Ярань
22	Сызрань	50	Немеда
23	Кондурча	51	Воя
24	Сок	52	Кильмезь
25	Самара	53	Лобань
26	Большой Черемшан	54	Лумнуй
27	Малый Черемшан	55	Вала
28	Шешма	56	Чепца

Реки бассейна Куйбышевского водохранилища (к рис.П.7)

## Динамика орошаемых площадей в бассейнах рек Волги, Дона и Кубани

Как известно, граждане России питаются, в основном, сельскохозяйственной продукцией. Сельское хозяйство страны благодаря орошаемому (из водохранилищ) земледелию по объемам водопотребления превосходит все отрасли экономики, кроме электроэнергетики. Основные массивы орошаемых земель сосредоточены в бассейнах рек Волги, Дона и Кубани. Рис. П. 8 отражает динамику орошаемых площадей в этих бассейнах за период 1960 – 2005 гг. и с размахом на 2020 г. [Водные ресурсы, 2008].



Рис. П.8. Динамика орошаемых земель в речных бассейнах с оценкой на перспективу до 2020 г. [Водные ресурсы, 2008]

Задача: продлить по фактическим статистическим данным (из интернета) временную последовательность размеров орошаемых площадей в бассейне р. Волги до настоящего времени, выполнить фрактальный анализ полученного временного ряда, выявить возможную тенденцию на будущее (см. разделы 7.2 и 8.2).

#### Многолетняя динамика максимальных расходов воды р. Амура

Река Амур не зарегулирована (на ней нет водохранилищ).

На р. Зее, впадающей в р. Амур слева у г. Благовещенска, в 1964 – 1978 гг. была построена Зейская ГЭС с водохранилищем полным объемом 68,42 км<sup>3</sup>, полезным объемом 38,26 км<sup>3</sup> и резервной емкостью между отметками НПУ и ФПУ 18,98 км<sup>3</sup>. Водохранилище ведет многолетнее регулирование стока. Наряду с энергетической функцией оно выполняет функцию предотвращения наводнений в долинах рек Зеи и Амура за счет аккумуляции паводкового стока в полезной и резервной емкостях. Так, максимальный расход 1% -й обеспеченности р. Зеи в створе ГЭС составляет 8320 м<sup>3</sup>/с, а по условиям незатопляемости населенных пунктов и сельхозугодий проектный расход в нижний бьеф через гидроузел не допускается выше 3500 м<sup>3</sup>/с.

Для оценки эффективности противопаводковой функции Зейского водохранилища сравнивались максимальные в году расходы воды р. Амура в опорных створах у с. Кумара (выше впадения р. Зеи) и у с. Гродеково (ниже впадения р. Зеи) за период 1900 – 2010 гг. с учетом включения в эксплуатацию Зейского водохранилища после 1975 г. Линейный тренд максимальных расходов в створе у с. Кумара оказался положительным, а в створе у с. Гродеково – отрицательным (рис. П. 9), что свидетельствует о непосредственном влиянии Зейского водохранилища на уменьшение максимальных (паводковых) расходов воды в р. Амуре [Белевцов, 2017].

Задача: выполнить фрактальный анализ графиков (временных рядов) максимальных расходов воды р. Амура с оценкой тенденций их изменения на будущее (см. разделы 7.2 и 8.2).



Рис. П.9. Тенденция изменения максимальных расходов воды р. Амура в створах у с. Кумара (а) и у с. Гродеково (б) [Белевцов, 2017]

#### Наледи подземных вод на севере Чукотки

В области вечной мерзлоты при поисках источников водоснабжения часто выручают наледи. Они формируются послойным намораживанием воды, изливающейся из недр земли или из-под льда рек и озер, указывают местоположение водоисточников. Большая Момская наледь в бассейне р. Индигирки имела в 2000 г. площадь более 100 км<sup>2</sup>, объем 0,25 км<sup>3</sup>, максимальную толщину около 7 м. На рис. П.10 представлена карта распространения наледей подземных вод на севере Чукотки [Алексеев, 2011].

Задача: определить фрактальную размерность распределения наледей подземных вод на обозначенной территории или какой-либо ее части (см. разделы 2.6 и 8.8).

## Факелы сжигаемого газа в Ханты -Мансийском АО

Большую техногенную нагрузку на природу (в том числе на водные объекты) испытывают районы сосредоточенной нефтедобычи, в частности Ханты-Мансийский автономный округ – Югра. Площадь округа 534,8 тыс. км<sup>2</sup>, из них более 160 тыс. км<sup>2</sup> занято промышленными объектами – буровыми установками, трубопроводами, площадками по добыче и первичной переработке нефти. Техногенная нагрузка характеризуется следующими натуральными показателями: 156 тыс. эксплуатационных и разведочных скважин; 549 факелов, на которых в 2010 г. сожжено 4,9 млрд. м<sup>3</sup> попутного газа и др. [Пикунов, 2011].

На рис. П.11 показан план газовых факелов. Ситуация относится к направленности нашей книги более чем косвенно, но любопытна для экологов.

Задача: определить фрактальную размерность распределения газовых факелов на территории округа (см. разделы 2.6 и 8.8)

## Разрушение берегов восточных арктических морей

За счет разрушения берегов арктических морей Россия ежегодно теряет несколько десятков квадратных километров суши [Алексеев, 2011]. Берега, сложенные вечномерзлыми породами, разрушаются вследствие термоабразии и термоденудации. Как пример, на рис. П.12 показана эволюция участка арктического берега полуострова Ямал в Карском море, где разрабатывается Харасавэйское газоконденсатное месторождение. Здесь средняя скорость отступания бровки берега за 1976 – 2007 гг. составила 1,13 м/год, суммарное отступание за эти годы – от 28,5 до 39,1 м [Юрьев, 2009].

Рис. П.13 содержит натурные данные о скорости линейного термоденудационного разрушения надводных береговых уступов восточных арктических морей в зависимости от температуры воздуха в летний (безледный) период [Разумов, 2001].

Задача: оценить фрактальность процесса разрушения мерзлых морских берегов (см. разделы 7.3 и 8.5).



Рис. П.10. Карта распространения наледей подземных вод на севере Чукотки. Площадь наледей на период максимального развития, км<sup>2</sup>: 1 – менее1; 2 – от 1 до 5; 3 – от 5 до 10; 4 – более 10; 5 – генерализованная граница высотных поясов, м абс.; 6 – средняя мощность наледей по высотным поясам, м; 7 – граница исследованной территории [Алексеев, 2011]



Рис. П.11. Места сжигания попутного газа при добыче нефти в Ханты -Мансийском автономном округе на композите ночных спутниковых снимков компании «Совзонд»



a







Рис. П.13. Зависимость скорости разрушения льдистых берегов восточных арктических морей от средней температуры воздуха безледного периода в процессе термоденудации [Разумов, 2001]

#### Потребление рыбной продукции населением России

Издавна вылавливаются (рис.П.14) и жителями России потребляются в разном приготовлении (рис. П.15) морские и пресноводные рыбы: семга, осетр, севрюга, белуга (рис.П.16), калуга, шип, стерлядь, кета, горбуша, нерка, чавыча, форель, нельма, таймень, хариус, сиги (пыжьян, муксун, ряпушка, пелядь, чир, тугун), омуль, сельди (лучшие из них – жупановская, олюторская, керченская, каспийский залом – черноспинка, беломорская, волжская – астраханская, каспийский пузанок), треска, пикша, навага, хек, минтай, тунец, карп, сазан, кутум, лещ, карась, линь, шемая, жерех, вобла, рыбец, голавль, чехонь, судак, берш, ерш, окунь, щука, сом, налим и др. Особенно хороши осетры из Оби, Енисея, Лены и других рек Сибири: в них до 30 % жира, тогда как в каспийских и черноморских – 15 %. Вслед за икрой вкуснейшими рыбными изделиями являются балыки – вяленые (провесные) и холодного копчения (куреные). Щуку обычно фаршируют, судака готовят отварным и жареным, карасей жарят в сметане, уху варят из ершей, окуней и стерлядей [Книга, 1953].

Из рис. П.14 и рис. П.15 видно, что вслед за спадом времен перестройки экономики страны проявились тенденции к увеличению вылова рыб и потребления населением рыбной продукции.

Задача: провести фрактальный анализ графиков (временных рядов) вылова рыб (см. рис. П.14) и потребления рыбной продукции населением России (см. рис. П.15) с оценкой тенденций этих показателей на будущее (см. раздел 7.2)



тыс.тонн/год



Период 1970 – 1990 гг. и 2016 г.: 1970 1972 1974 1976 1980 1982 2016 годы 1978 1984 1986 1988 кг/год/чел 18,3 18,4 20,9 22,3 21,8 22,4 22,6 21,9 23,0 22,0 18,6 Рекомендация российского Минздрава: 22 кг/год/чел.

# Рис. П.15. Потребление рыбной продукции населением России, кг в год на человека



Рис. П.16. Белуга, пойманная рыболовецкой бригадой в р. Волге у г. Тетюши. 1921г.

Соболь Станислав Владимирович

## Фрактальные параметры водных объектов

Монография

Компьютерная верстка: О. А. Соболь, И. К. Красавина

Подписано в печать Формат 60х90 1/16 Бумага газетная. Печать трафаретная. Уч. изд. л. 14,1. Усл. печ. л. 14,5. Тираж 500 экз. Заказ №

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет» 603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65. Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Н.Новгород, Ильинская, 65 http://www.nngasu.ru, srec@nngasu.ru



#### Соболь Станислав Владимирович,

инженер-гидротехник, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой гидротехнических и транспортных сооружений Нижегородского государственного архитектурно-строительного университета. Река Сухона, 2012 г.