Министерство образования и науки Российской Федерации

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (ННГАСУ)

Кафедра теоретической механики

ИНТЕРНЕТ-ТЕСТИРОВАНИЕ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Выпуск 3. Кинематика твердого тела

Методические указания для подготовки к интернет - тестированию

по теоретической механике

Нижний Новгород – 2011

УДК 531.1

Интернет-тестирование по теоретической механике. Выпуск 3. Кинематика твердого тела. Методические указания для подготовки к интернет - тестированию по теоретической механике, Нижний Новгород, ННГАСУ, 2011 г..

Настоящие методические указания предназначены для студентов ННГАСУ. Методические указания содержат основные теоретические положения по кинематике твердого тела, а также рекомендации и примеры решения типовых задач по данной теме.

Составители: Г.А. Маковкин, А.С. Аистов, А.С. Баранова, Т.Е. Круглова, И.С. Куликов, Е.А. Никитина, О.И. Орехова, С.Г. Юдников, Г.А. Лупанова.

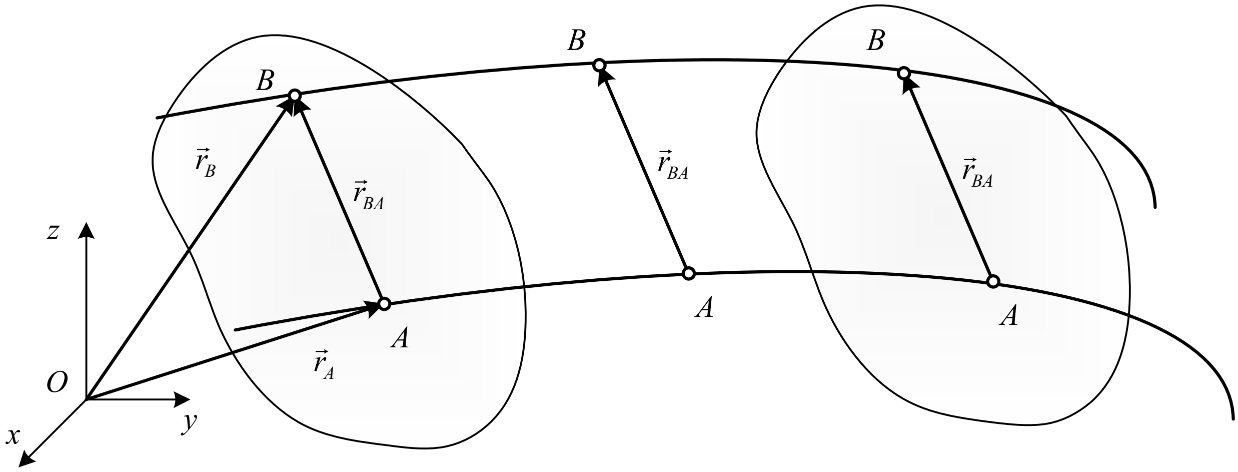
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Простейшие виды движения твердого тела

1. Поступательное движение

Простейшими видами движения твердого тела являются ***поступательное и вращательное движения***.

Поступательным движением называется движение, при котором любой отрезок, принадлежащий телу, перемещается, оставаясь параллельным своему первоначальному направлению.



Все точки твердого тела, движущегося поступательно, описывают тождественные, то есть совпадающие при наложении, траектории и в каждый момент времени имеют одинаковые скорости и одинаковые ускорения.

Поступательное движение твердого тела полностью определяется движением какой-либо его точки, например центра тяжести. В этом случае имеют смысл выражения «скорость тела» или «ускорение тела». При других формах движения каждая точка тела имеет свою скорость и свое ускорение.

2. Вращательное движение

Движение тела, при котором все точки тела, лежащие на некоторой прямой, остаются неподвижными, называется ***вращательным движением.***

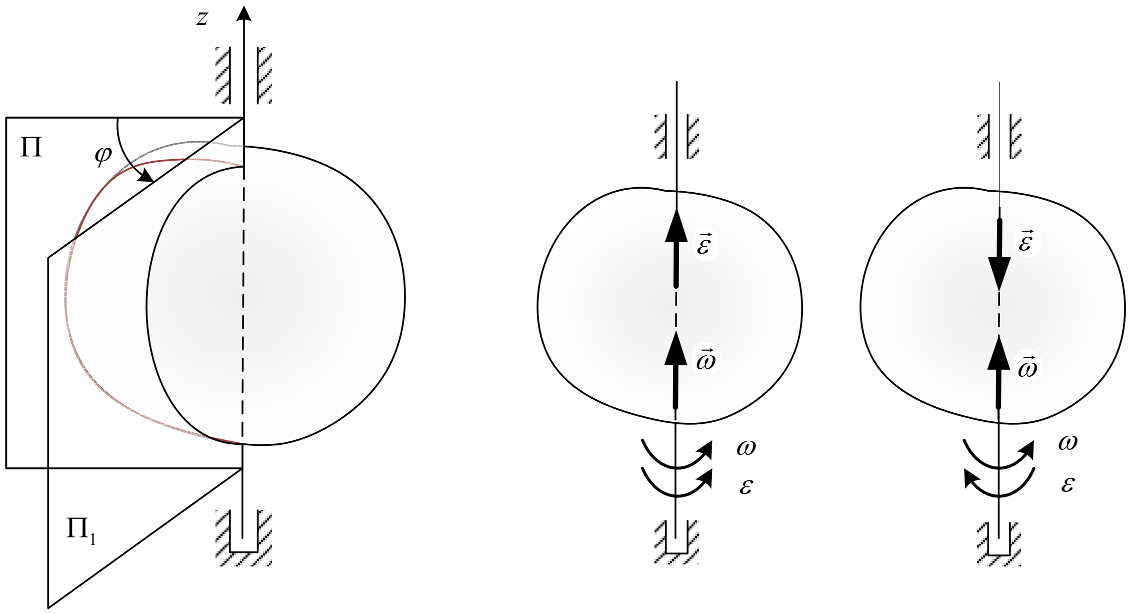
Точки, не лежащие на оси, при движении описывают окружности в плоскостях, которые перпендикулярны к оси вращения.

Проведем через ось вращения полуплоскость, которая в начальный момент времени занимает положение Π. В процессе вращения эта плоскость будет поворачиваться на угол φ, который является функцией времени:

$$\varphi = \varphi(t).$$

Это уравнение называется ***уравнением вращательного движения твердого тела***.

Основные кинематические характеристики такого движения - ***угловая скорость и угловое ускорение***.



Угловой скоростью называется лежащий на оси вращения вектор $\vec{\omega}$, проекция которого на эту ось равна производной по времени от угла поворота: $\omega_z = \dot{\varphi}$.

Эта проекция называется ***алгебраическим значением угловой скорости***.

Модуль угловой скорости равен $\omega = |\omega_z| = |\dot{\varphi}|$, а его размерность $[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$.

При $\omega_z > 0$ угол поворота φ увеличивается, а при $\omega_z < 0$ уменьшается.

В технике угловую скорость часто измеряют в оборотах в минуту, обозначая ее буквой «*n*». Связь между *n* и ω определяется формулой:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}.$$

Угловым ускорением называется величина $\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}$, равная производной по времени от угловой скорости:

$$\vec{\varepsilon} = \dot{\vec{\omega}}$$

При этом проекция вектора углового ускорения на ось z будет равна

$$\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \ddot{\varphi}.$$

Она называется ***алгебраическим значением углового ускорения***.

Модуль углового ускорения равен $\varepsilon = |\varepsilon_z| = |\ddot{\varphi}|$, а его размерность $[\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{c^2} = \text{с}^{-2}$. При $\omega_z \cdot \varepsilon_z > 0$ вращение является ускоренным (направления векторов совпадают), а при $\omega_z \cdot \varepsilon_z < 0$ – замедленным (направления векторов противоположны).

3. Равномерное и равнопеременное вращение

Равномерным называется такое вращение тела, при котором угловая скорость все время остается постоянной: $\omega_z = const$. Тогда $\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = 0$.

При равномерном вращении $d\varphi/dt = \omega_z = const$. Интегрируя это равенство, получим ***уравнение равномерного вращения***:

$$\varphi = \omega_z t + \varphi_0.$$

Равнопеременным называется вращение тела, при котором величина углового ускорения все время остается постоянной: $\varepsilon_z = const$. Оно бывает ***равноускоренным*** или ***равнозамедленным***.

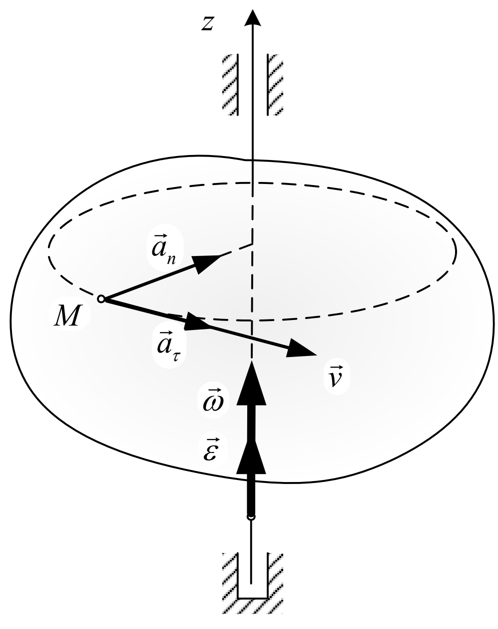
Дважды интегрируя равенство $\frac{d\omega_z}{dt} = \varepsilon_z = const,$ получим выражения для угловой скорости и угла поворота, то есть ***уравнения равнопеременного вращения***:

$$\omega_z = \varepsilon_z t + \omega_0; \qquad \varphi = \frac{\varepsilon_z t^2}{2} + \omega_0 t + \varphi_0,$$

где φ_0 и ω_0 – начальные значения угла поворота и угловой скорости.

4. Скорость точки вращающегося тела

Рассмотрим твердое тело, совершающее вращение вокруг оси z.



Любая точка M, не лежащая на оси вращения, будет двигаться по окружности, которая лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения.

Если для вращающегося тела известна угловая скорость $\vec{\omega}$ и угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$, то скорость точки M, которая удалена от оси вращения на расстояние R, находится по формуле:

$$v_\tau = \omega_z R.$$

Для модулей соответствующих скоростей получим: $v = \omega R$ – формула Эйлера.

5. Ускорение точки вращающегося тела

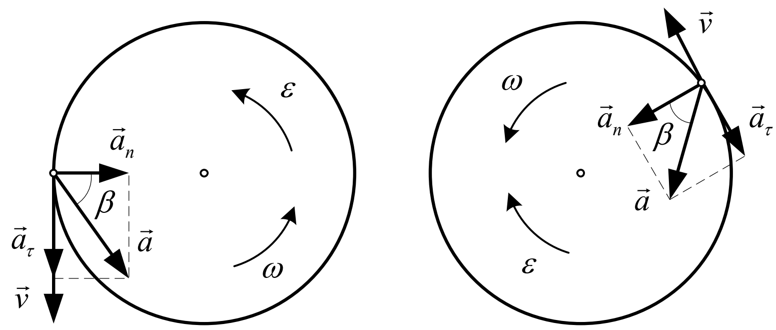
Из кинематики точки известно, что полное ускорение является векторной суммой касательного и нормального ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где $\vec{a}_\tau$ - касательное ускорение, которое при рассмотрении твердого тела называют ***вращательным ускорением***,

$\vec{a}_n$ - нормальное ускорение, которое при рассмотрении твердого тела называют ***центростремительным или осестремительным ускорением***.

В ряде книг вместо $\vec{a}_\tau$и $\vec{a}_n$ применяются обозначения $\vec{a}_{\text{ВР}}$ и $\vec{a}_{\text{ЦС}}$.



Алгебраическое значение касательного ускорения равно:

$$a_\tau = \varepsilon_z R.$$

При этом модуль касательного ускорения:

$$a_\tau = \varepsilon\, R.$$

Нормальное ускорение определяется по формуле:

$$a_n = \omega^2 R.$$

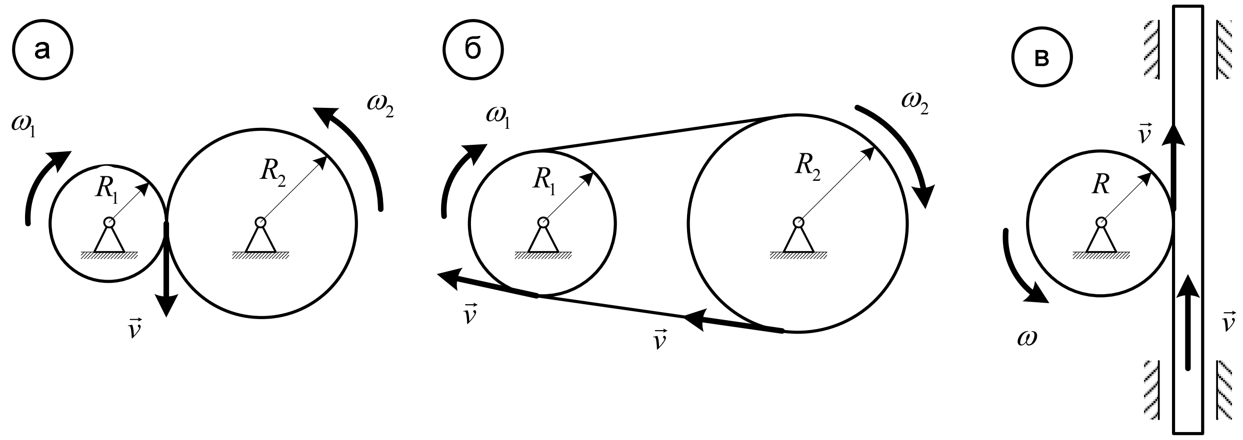
6. Преобразование вращательного движения

В движущихся элементах машин часто происходят преобразования движений:

- преобразование одного вращательного движения в другое,
- преобразование вращательного движения в поступательное (и наоборот).

Преобразования эти происходят с помощью

- зубчатых или фрикционных передач,
- ременных или цепных передач.



Связи между скоростями двух различных движений называются ***<u>кинематическими связями</u>***.

Они устанавливаются из ***<u>условия отсутствия проскальзывания между взаимодействующими телами</u>***, то есть из условия равенства скоростей двух тел в точке их соприкосновения.

Так, справедливым является соотношение

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \qquad \text{или} \qquad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2},$$

которое получено из условия, что в точке соприкосновения $v_1 = v_2$ (скорость точки первого тела равна скорости точки второго тела) .

Для передачи, показанной на рис. **<u>в</u>** , имеем соотношение

$$v = \omega R.$$

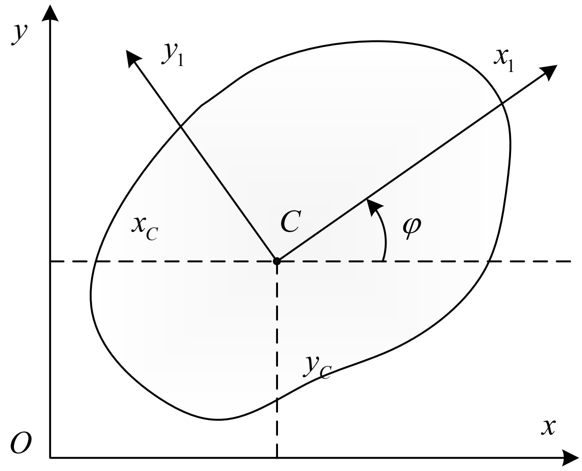
7. Плоскопараллельное движение твердого тела

<u>Плоскопараллельным или плоским</u> движением называется движение твердого тела, при котором его точки перемещаются в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости.

Описание плоскопараллельного движения тела сводится к описанию движения одного сечения тела (плоской фигуры) относительно неподвижной плоскости.

Координаты точки С (полюса) и угол поворота при движении меняются, то есть зависят от времени. Соответствующие формулы называются ***<u>уравнениями плоскопараллельного движения</u>***:

$$\begin{cases} x_C = x_C(t) \\ y_C = y_C(t) \\ \varphi = \varphi(t) \end{cases}$$



Из этих уравнений можно найти:

- скорость $\vec{v}_C$ и ускорение $\vec{a}_C$ полюса,
- угловую скорость $\vec{\omega}$ и угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ тела.

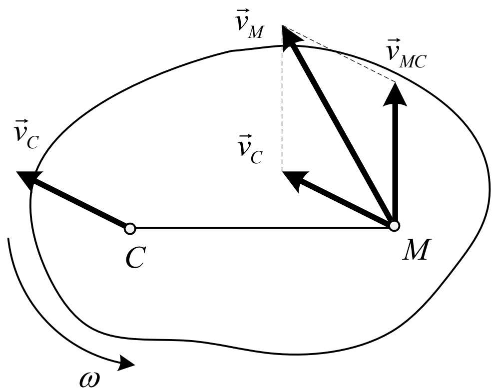
Важно заметить, что:

- плоское движение можно представить как совокупность двух движений: поступательного и вращательного,
- угол поворота (φ) и кинематические характеристики вращательной части движения ($\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$) не зависят от выбора полюса,
- координаты полюса (x_C, y_C) и кинематические характеристики поступательной части движения ($\vec{v}_C$ и $\vec{a}_C$) зависят от выбора полюса.

8. Теорема о сложении скоростей

Скорость точки плоской фигуры равна векторной сумме скорости полюса и скорости, которую эта точка имеет в относительном вращении этой фигуры вокруг полюса:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_C + \vec{v}_{MC}.$$



Направление и модуль вектора $\vec{v}_{MC}$ определяется по правилам, принятым для вращательного движения:

- скорость перпендикулярна отрезку MC и направлена в сторону вращения,
- модуль скорости вычисляется по ***формуле Эйлера***:

$$v_{MC} = \omega\, r_{\text{CM}}$$

9. МГНОВЕННЫЙ ЦЕНТР СКОРОСТЕЙ

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю: $v_P = 0$.

Такая точка всегда существует.

Если выбрать в качестве полюса МЦС, то скорость произвольной точки M будет равна: $\vec{v}_M = \vec{v}_P + \vec{v}_{MP} = \vec{v}_{M\mathrm{P}}$.

Скорость произвольной точки М плоской фигуры равняется скорости, которую она имеет в относительном вращении вокруг МЦС.

Следовательно:

1. скорость $\vec{v}_M$ направлена перпендикулярно отрезку PM в сторону вращения;
2. модуль ее равен $v_M = \omega\, r_{M\mathrm{P}}$.

10. ПРАВИЛА НАХОЖДЕНИЯ МГНОВЕННОГО ЦЕНТРА СКОРОСТЕЙ

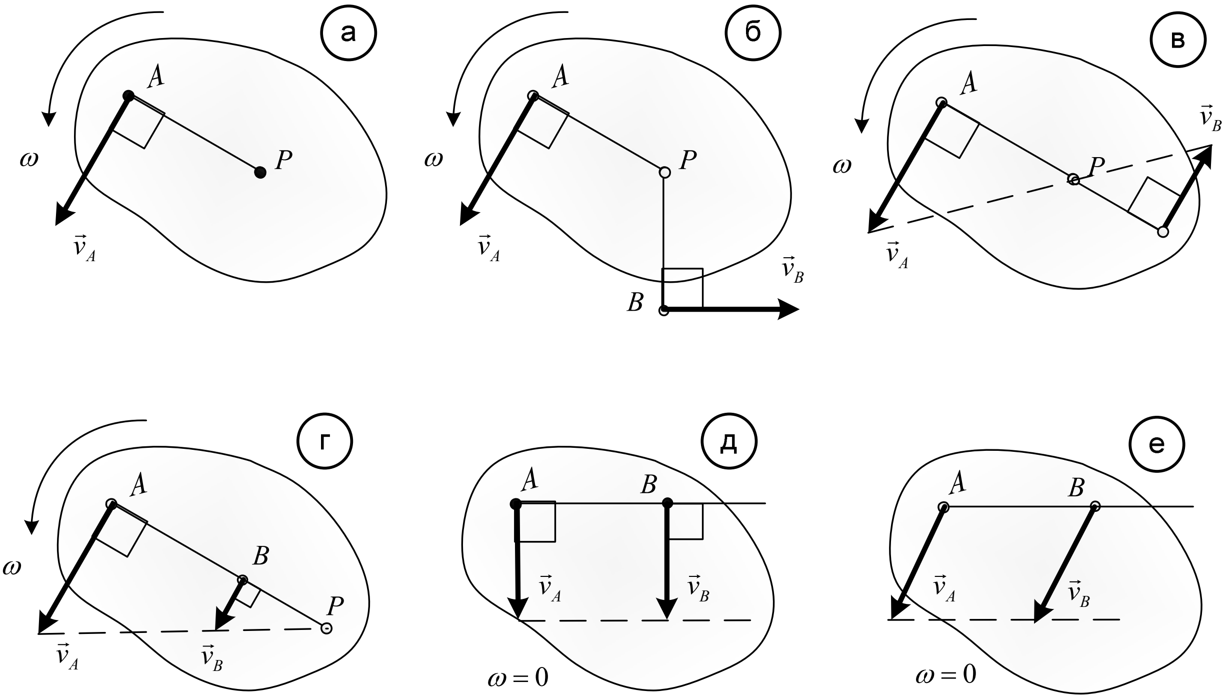
Рассмотрим несколько приемов, позволяющих в процессе решения задач определить местоположение МЦС.

1. Пусть известна угловая скорость тела ω и скорость любой его точки $\vec{v}_\mathrm{A}$ (рис. а).
   Для определения МЦС надо:
   a. Повернув вектор скорости $\vec{v}_A$, на 90^0 в сторону вращения тела, найти направление, на котором лежит МЦС;
   b. На найденном направлении отложить отрезок AP равный $AP = \frac{v_A}{\omega}$ и получить положение точки P, которая является мгновенным центром скоростей.
2. Пусть известны скорости двух точек плоской фигуры $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ и эти скорости не параллельны друг другу (рис. б).
   Для определения МЦС надо из точек A и B восстановить перпендикуляры к направлению скоростей до точки их пересечения P, которая и будет точкой МЦС.
   При этом $\frac{v_A}{|AP|} = \frac{v_B}{|BP|} = \omega$.
3. Пусть известны скорости двух точек плоской фигуры $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ параллельны друг другу и перпендикулярны отрезку AB.
   МЦС находится из условия, что модули скоростей точек A и B пропорциональны расстояниям от этих точек до МЦС:
   $$\frac{v_A}{|AP|} = \frac{v_B}{|BP|} = \omega.$$

Возможны два варианта:

a. МЦС находится между точками A и B, когда скорости направлены в разные стороны (рис. в);

b. МЦС находится за пределами отрезка AB, когда скорости не равны и направлены в одну сторону (рис. г).

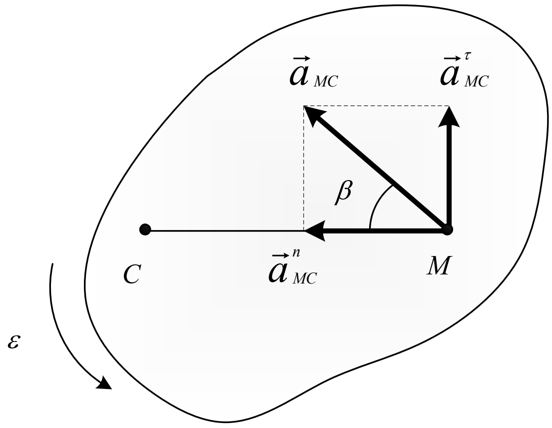


4. Пусть скорости двух точек плоской фигуры $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ равны по модулю и параллельны друг другу. При этом они могут быть перпендикулярны или не перпендикулярны отрезку AB.
   МЦС в этом случае располагается в бесконечности. Скорости всех точек тела одинаковы и $\omega = 0$.
5. При качении тела по неподвижной поверхности скорости соприкасающихся точек равны в том случае, если отсутствует проскальзывание между телами. Тогда МЦС находится в точке соприкосновения тела с поверхностью.

11. Теорема о сложении ускорений

Ускорение точки плоской фигуры равно векторной сумме ускорения полюса и ускорения, которое имеет эта точка в относительном вращении фигуры вокруг полюса:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_C + \vec{a}_{MC}.$$

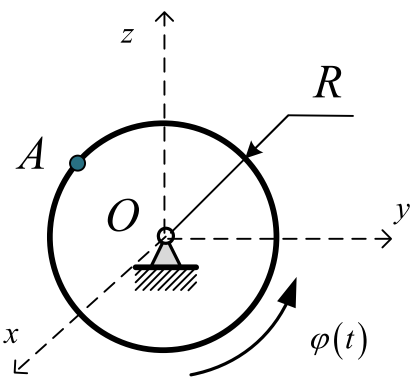


Ускорение $\vec{a}_{MC}$ определяется по правилам вращательного движения, то есть равно сумме вращательного и центростремительного ускорений:

$$\vec{a}_{MC} = \vec{a}^{\tau}_{MC} + \vec{a}^{n}_{MC}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ЗАДАЧА 1.



Диск радиуса R=10 см вращается вокруг оси Ox по закону $\varphi = 3t + t^2$ (φ в рад, t в сек).

Чему будет равна скорость точки A при t =2с?

Варианты ответов.

1. 80	2. 100	3. 70	4. 50

Решение.

- Дифференцируя закон движения, получим угловую скорость диска:

$$\omega = \dot{\varphi} = (3 + 2t).$$

При t=2с эта скорость будет равна

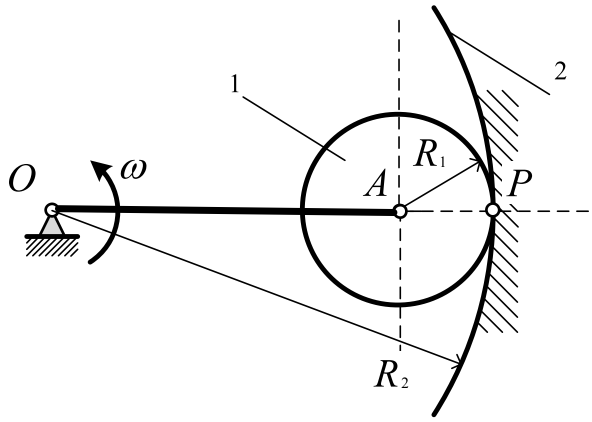
$$\omega|_{t=2} = 3 + 2 \cdot 2 = 7(\frac{1}{\text{c}}).$$

- По формуле Эйлера определим скорость точки А, которая расположена от оси вращения на расстоянии R:

$$\omega_A = \omega \cdot OA = \omega \cdot R = 7 \cdot 10 = 70\ (\text{см} \cdot \text{c}^{-1})$$

Ответ: 3. $v_{\text{A}} = 70\ \text{см} \cdot \text{c}^{-1}$.

ЗАДАЧА 2.



В планетарном механизме с внутренним зацеплением колесо1 катится по колесу 2. Механизм приводится в движение кривошипом ОА, угловая скорость которого ω = 20 рад/с. Радиусы колес $R_1 = 0.1$ м, $R_2 = 0.3$ м.

Чему равна угловая скорость колеса 1?

Варианты ответов.

1. 80	2. 100	3. 40	4. 50

Решение.

Длина вращающегося стержня *OA* равна $R_2 - R_1 = 0.3 - 0.1 = 0.2$ (м).

По формуле Эйлера определим скорость точки *A:*

$$v_A = \omega \cdot OA = \omega \cdot R = 20 \cdot 0.2 = 4 \text{ (см} \cdot \text{с}^{-1}).$$

Диск 1 катится по криволинейной поверхности 2.

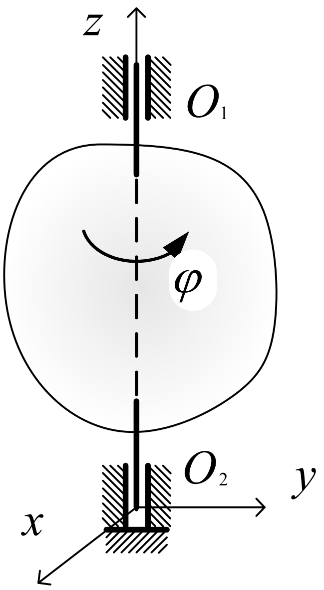
При этом мгновенный центр скоростей диска1 находится в точке Р , в которой он соприкасается с поверхностью 2.

Разделив скорость точки А на расстояние до мгновенного центра скоростей, получим угловую скорость диска 1:

$$\omega_1 = v_A / AP = \frac{4}{0.1} = 40(c^{-1}).$$

Ответ: 3. $\omega_1 = 40c^{-1}$.

ЗАДАЧА 3.



Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси O_1O_2 по закону $\varphi = \left(4+\sqrt{3}\right)^2 - 7t$. Каким будет характер движения тела при t=1с?

Варианты ответов.

1. Равнозамедленным
2. Равномерным
3. Ускоренным
4. Замедленным
5. Равноускоренным

Решение.

Путем дифференцирования закона движения по времени определим угловую скорость тела:

$$\omega_z = \dot{\varphi} = -7c^{-1} = const.$$

Угловая скорость тела постоянна, следовательно, вращение является равномерным.

Ответ: 2.Вращение является равномерным.

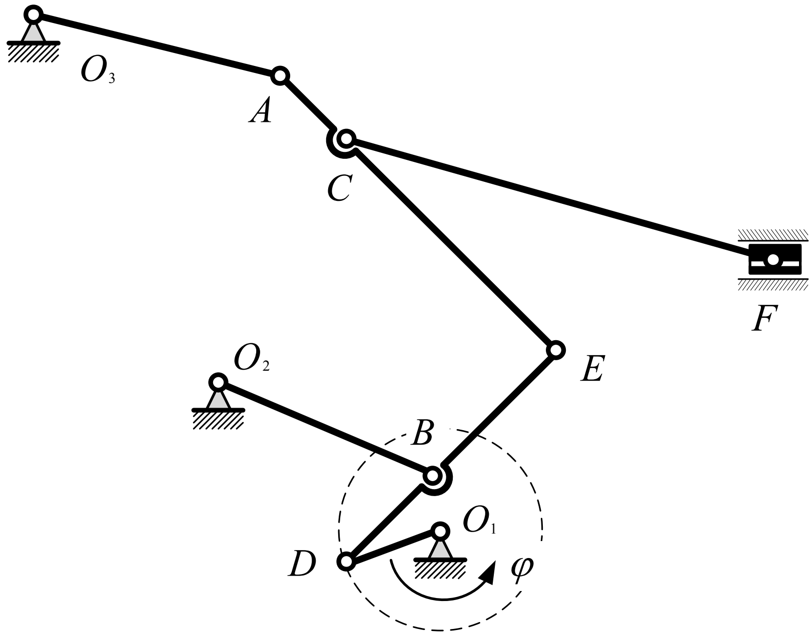
ЗАДАЧА 4.

Укажите последовательность точек для определения направления и вычисления скоростей точек многозвенного механизма (см. рис.), если задана угловая скорость вращения кривошипа O_1D.

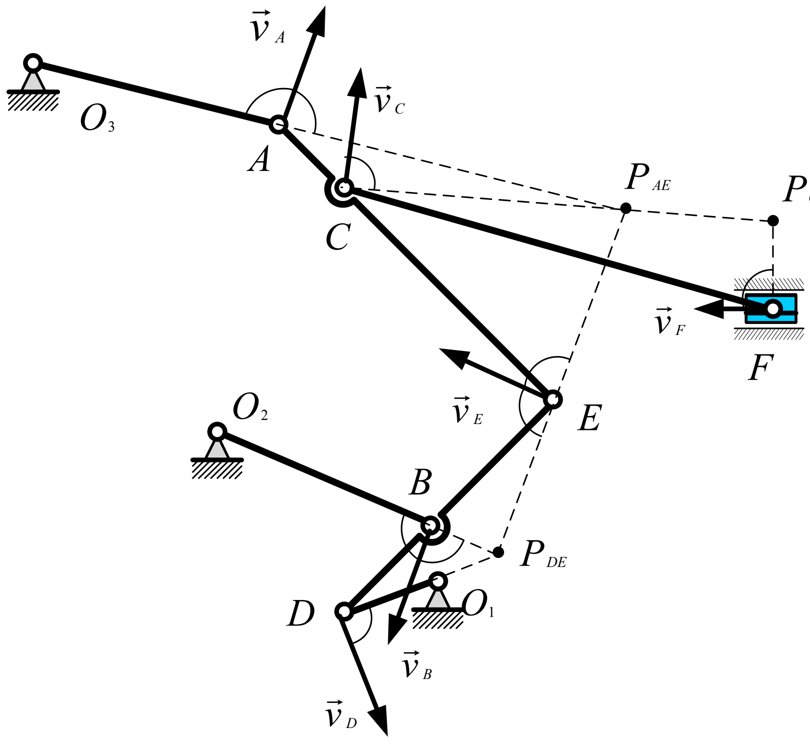
Решение.

Порядок решения задачи следующий:

- Зная угловую скорость вращения кривошипа O_1D , определяем скорость точки D: $v_D = \omega_{O_1D} \cdot O_1D$;



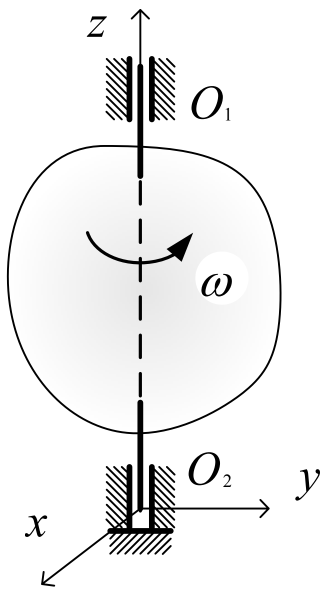
- Зная скорость точки D и линию действия скорости точки B (перпендикулярно отрезку O_2B), найдем мгновенный центр скоростей звена DE — точку P_{DE};
- Определяем угловую скорость вращения звена DE: $\omega_{DE} = v_D / DP_{DE}$;
- Определяем скорость точки B: $v_B = \omega_{DE} \cdot P_{DE}B$;
- Определяем скорость точки E: $v_E = \omega_{DE} \cdot P_{DE}E$;
- Зная скорость точки E и линию действия скорости точки A (перпендикулярно отрезку O_3A), найдем мгновенный центр скоростей звена AE — точку P_{AE};
- Определяем угловую скорость вращения звена AE: $\omega_{\text{AE}} = v_{\text{E}} / \text{EP}_{\text{AE}}$;



- Зная угловую скорость вращения звена AE , определяем скорость точки C: $v_C = \omega_{AE} \cdot P_{AE}C$;
- Зная угловую скорость вращения звена AE, определяем скорость точки A: $v_A = \omega_{AE} \cdot P_{AE}A$;
- Зная скорость точки C и линию действия скорости точки F, найдем мгновенный центр скоростей звена CF — точку P_{CF};
- Определяем угловую скорость вращения звена CF: $\omega_{CF} = v_C / CP_{CF}$;
- Зная угловую скорость вращения звена CF , определяем скорость точки F: $v_F = \omega_{CF} \cdot P_{CF}F$.

Ответ: при определении скоростей узлов многозвенного механизма его точки рассматриваются в следующей последовательности: *D, B, E, A, C F.*

ЗАДАЧА 5.



Тело равномерно вращается вокруг оси z с угловой скоростью $\omega = 6$ с$^{-1}$.

На какой угол повернется тело за время t =2 с?

Варианты ответов.

1. 3 рад.	2. 12 рад.	3. 120^0	4. 360^0

Решение.

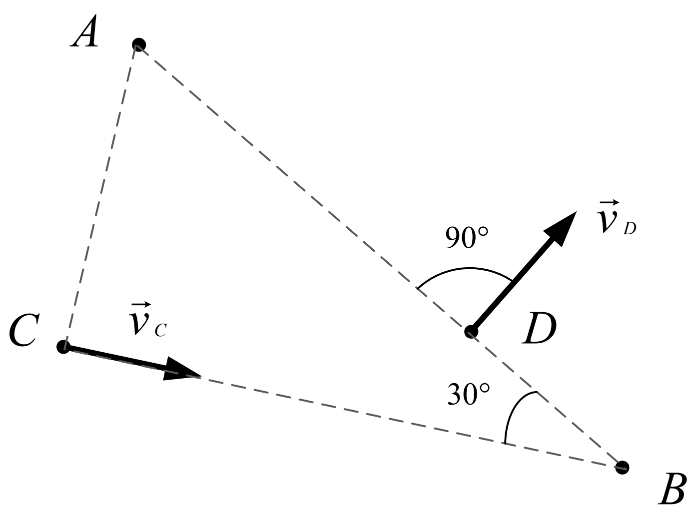
По условию задачи вращение тела является равномерным. Поэтому, угол, на который тело повернется за некоторый промежуток времени, следует искать по формуле:

$$\varphi = \omega t = 6 \cdot 2 = 12 \text{ (рад)}.$$

Ответ: 2.$\varphi = 12$ рад.

ЗАДАЧА 6.

Скорости точек *C* и *D* прямоугольного треугольника (*AB*=6м, $\angle ABC$=30^0), движущегося плоскопараллельно, направлены так, как показано на рисунке.



Определить мгновенную угловую скорость треугольника ω, если скорость точки С равна 6 м/с.

Варианты ответов.

1. 4	2. 1	3. 2	4. 0.5

Решение.

Мгновенный центр скоростей, как известно, можно найти, восстановив перпендикуляры к направлению скоростей точек С и D.

Таким образом, получим, что МЦС находится в точке А.

Чтобы получить угловую скорость тела в данный момент времени, необходимо известную скорость точки С поделить на расстояние до мгновенного центра скоростей:

$$\omega = v_C/AC,$$

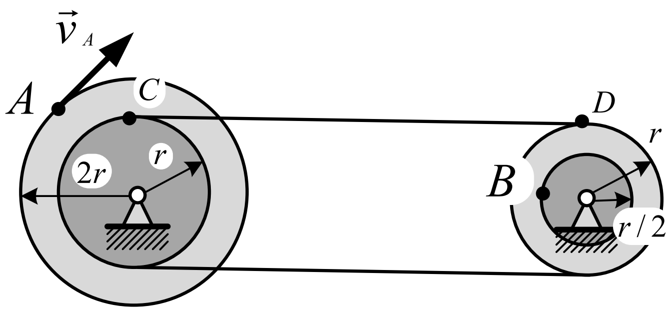
где $AC = AB \cdot sin\, 30^0 = 6 \cdot 0.5 = 3$ (м).

Получим, что $\omega = 6/3 = 2(\text{ с}^{-1}\,)$.

Ответ: 3. $\omega = 2\text{ с}^{-1}$.

ЗАДАЧА 7.

Два шкива соединены ременной передачей. Точка *A* одного из шкивов имеет скорость $v_A = 20\ \text{см/с}$. Определить скорость точки *B* другого шкива.



Варианты ответов.

1. 40	2. 10	3. 20	4. 5

Решение.

Зная скорость точки А можно найти угловую скорость левого шкива:

$$\omega_{\text{лев}} = v_A/2r.$$

Умножив эту угловую скорость на расстояние до точки *C*, найдем ее скорость, которая в свою очередь будет равна скорости точки *D*:

$$v_C = \omega_{\text{лев}} \cdot r = v_A \cdot r/2r = v_A/2 = v_D.$$

Поделив скорость точки *D* на расстояние до оси вращения, получим угловую скорость правого шкива:

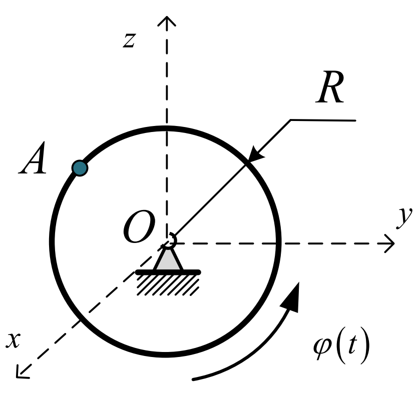
$$\omega_{\text{прав}} = v_D/r = v_A/2r.$$

Скорость точки *B* получим, умножая угловую скорость $\omega_{\text{прав}}$ на расстояние $r/2$:

$$v_B = \omega_{\text{прав}} \cdot (r/2) = v_A \cdot (r/2)/2r = v_A/4 = 20/4 = 5(\text{ мс}^{-1}).$$

Ответ: 4. $v_B = 5$ мс$^{-1}$.

ЗАДАЧА 8.



Диск радиуса *R*=10 см вращается вокруг оси *Ox* по закону $\varphi = 2 + t^3$, где $\varphi -$ угол поворота тела в радианах.

Найти величину нормального ускорения точки А в момент времени t=2c.

<u>Варианты ответов.</u>

1. 1600	2. 1440	3. 1000	4. 360

<u>Решение.</u>

Дифференцируя по времени закон вращательного движения, получим угловую скорость диска, а затем и угловое ускорение вращающегося тела:

$$\omega_Z = \dot{\varphi} = 3t^2.$$

Подставляя в полученное выражения значение времени, получим, что при *t=2 с* угловая скорость будет равна

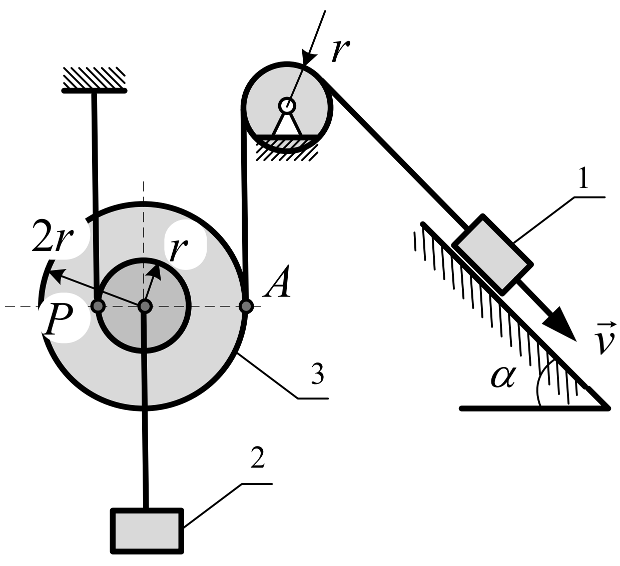
$$\omega_Z = 3 \cdot 2^2 = 12\ (\text{с}^{-1}).$$

Теперь нормальное ускорение точки *A*, лежащей на краю диска, можно найти по формуле:

$$a_A^n = \omega^2 R = 12^2 \cdot 10 = 1440\ (\text{см} \cdot \text{с}^{-2}).$$

<u>Ответ:</u> 2. $a_A^n = 1440\ (\text{см} \cdot \text{с}^{-2})$

<u>ЗАДАЧА 9.</u>



Груз 1 имеет скорость V.

Чему равна угловая скорость подвижного блока 3?

<u>Варианты ответов.</u>

1. V/r	2. $V/2r$	3. $2V/r$	4. $V/3r$	5. $3V/r$

Решение.

Скорость точки *A* равна заданной скорости тела *1*.

Мгновенный центр скоростей подвижного блока *3* находится в точке *P*. Поделив скорость точки *A* на расстояние до мгновенного центра скоростей, получим угловую скорость тела 3:

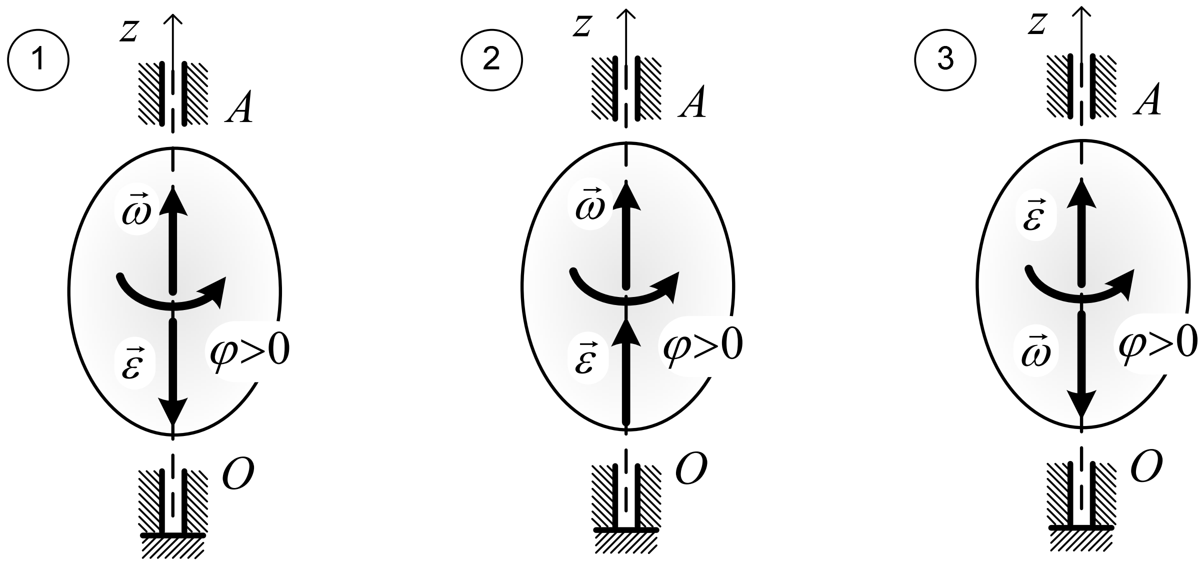
$$\omega_3 = v_A/AP = V/3r.$$

Ответ: 4. $\omega_3 = V/3r$.

ЗАДАЧА10.

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси Oz согласно уравнению $\varphi = 3t - 2t^2$, где φ — угол поворота тела в радианах.

Выберите рисунок, на котором правильно показаны направления угловой скорости и углового ускорения в момент *t=0.5c*?



Решение.

Дважды дифференцируя по времени закон вращательного движения, получим сначала угловую скорость, а затем и угловое ускорение вращающегося тела:

$$\omega_Z = \dot{\varphi} = 3 - 4t, \qquad \varepsilon_Z = \dot{\omega}_Z = \ddot{\varphi} = -4\ c^{-2}.$$

Подставляя в полученные выражения значение времени, получим, что при *t=0.5c* угловая скорость и угловое ускорение будут равны

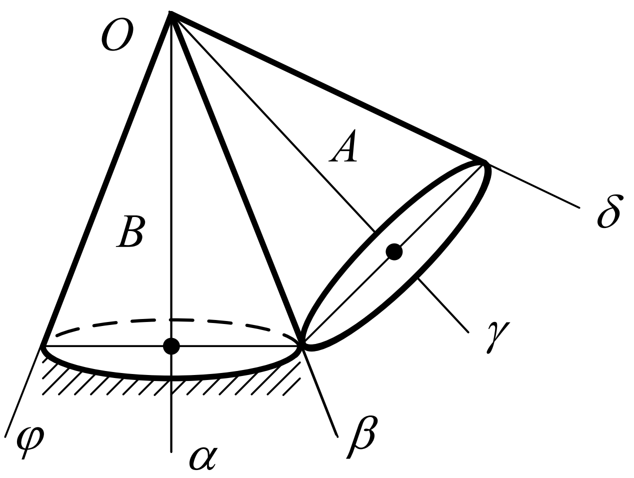
$$\omega_Z = 3 - 4 \cdot 0.5 = 3 - 2 = 1(\text{c}^{-1}), \qquad \varepsilon_Z = -4\ c^{-2}.$$

Угловая скорость положительна, следовательно, направлена в положительном направлении вращения (против часовой стрелки, если глядеть с положительного направления оси вращения), а угловое ускорение отрицательно и направлено по этой причине в противоположную сторону.

Ответ: правильные направления показаны на рисунке №1.

ЗАДАЧА 11.

Подвижный конус *A* катится без скольжения по неподвижному конусу *B*, имея неподвижную точку *O*.



Определить с каким из показанных на рисунке направлений совпадает мгновенная ось вращения.

Варианты ответов.

1. β	2. δ	3. α	4. φ	5. γ

Решение.

В данном случае картина аналогична той, которая имеет место при качении колеса по неподвижной поверхности. Как известно, в этом случае, если отсутствует проскальзывание, мгновенный центр скоростей катящегося колеса находится в точке соприкосновения колеса и поверхности.

В данном случае подвижный конус катится по поверхности неподвижного конуса и мгновенная ось вращения подвижного конуса также проходит по линии соприкосновения поверхностей, то есть по прямой β.

Ответ: 1. по прямой β.

ЗАДАЧА 12.

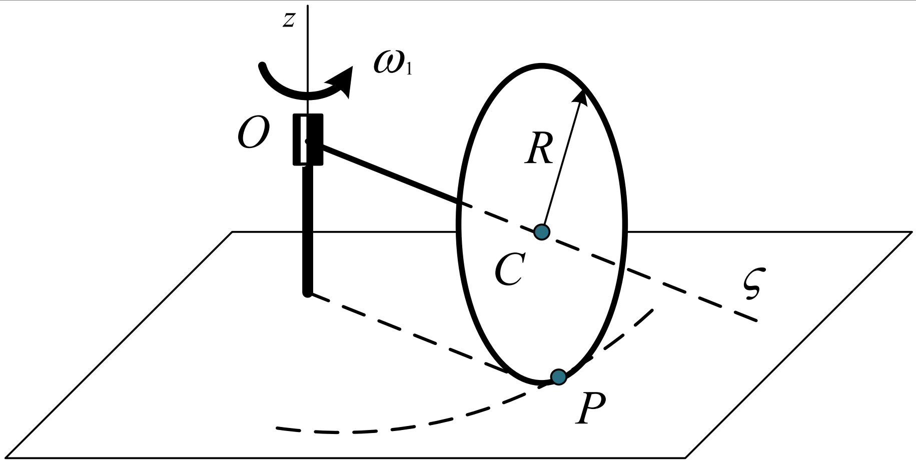
Ось мельничного бегуна *OC* вращается вокруг вертикальной оси *Oz* с угловой скоростью ω_1.

Длина оси *OC*=0.8 м, радиус бегуна *R*=0.6 м.

Найти мгновенную угловую скорость бегуна.

Варианты ответов.

1. $\frac{5}{3}\omega_1$	2. $\frac{3}{5}\omega_1$	3. $\frac{4}{3}\omega_1$	4. $\frac{3}{4}\omega_1$



Решение .

Умножив угловую скорость ω_1 на длину стержня OC, получим модуль скорости точки C:

$$v_C = \omega_1 \cdot OC.$$

Мгновенный центр катящегося колеса находится в точке P — в точке соприкосновения колеса с опорной поверхностью.

Чтобы получить угловую скорость колеса ω, надо скорость точки C разделить на расстояние от точки C до мгновенного центра скоростей, то есть на длину отрезка CP:

$$\omega = v_C/CP = \omega_1 \cdot OC/CP = \omega_1 \cdot 0.8/0.6 = \frac{4}{3}\omega_1.$$

Ответ: 3. $\omega = \frac{4}{3}\omega_1$.

Маковкин Георгий Анатольевич
Аистов Анатолий Сергеевич
Куликов Игорь Сергеевич
Юдников Сергей Георгиевич
Баранова Алла Сергеевна
Никитина Елена Александровна
Круглова Татьяна Евгеньевна
Орехова Ольга Ивановна
Лупанова Галия Алексеевна

ИНТЕРНЕТ-ТЕСТИРОВАНИЕ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Выпуск 3. Кинематика твердого тела

Методические указания для подготовки к интернет - тестированию

по теоретической механике

Подписано к печати . Формат 60х90 1\16 Бумага газетная. Печать трафаретная
Уч.изд.л.1,1. Усл.печ.л.1,3 Тираж 200 экз. Заказ №

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.
Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.