

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования «Нижегородский
государственный архитектурно-строительный университет»
(ФГБОУ ВПО ННГАСУ)

С. А. Капустин
С. Ю. Лихачева

**Моделирование
процессов деформирования и разрушения
материалов
с периодически повторяющейся структурой**

Монография

Нижний Новгород

2012

УДК
ББК
К

Капустин С. А. , Лихачева С. Ю. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов с периодически повторяющейся структурой. Н.Новгород: Изд-во ННГАСУ, 2012. 96 с.

Рецензенты: профессор, д.т.н. И.А.Волков, профессор, д.т.н. А.Ю.Панов

Монография содержит описание моделей, численных схем и алгоритмов, предлагаемых авторами для численного решения на основе МКЭ задач деформирования и разрушения конструкций, выполненных из кусочно-однородных физически нелинейных разномодульных материалов. Приведены результаты численных исследований различных конструкций каменной кладки, полученные авторами на основе разработанных авторами методических и программных средств.

Рис. 44, Библиограф. 90 назв.

ISBN
ББК

©Капустин С.А., Лихачева С.Ю., 2012

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1. Анализ существующих моделей процессов деформирования и разрушения каменных кладок, анизотропии, разномодульности и ползучести конструкционных материалов	7
1.1. Особенности поведения каменных кладок и их составляющих	7
1.2. Современные результаты моделирования поведения каменных кладок, проведенного российскими и зарубежными исследователями.....	9
1.3. Анализ моделей, описывающих зависимости деформирования конструкционных материалов от вида напряженного состояния, анизотропии и ползучести	16
Глава 2. Методические основы исследования напряженно-деформированного состояния сред с периодически повторяющейся структурой	22
2.1. Двухуровневая модель, описывающая поведение кусочно-однородных сред с регулярной внутренней структурой.....	22
2.2. Модель материала, характеристики которого зависят от вида НДС, физической нелинейности, текущего уровня поврежденности и ползучести.....	26
2.3. Методические основы численного моделирования поведения изделий каменной кладки при квазистатических нагружениях	36
2.4. Методика определения основных характеристик среды верхнего уровня двухуровневой модели	42
2.5. Реализация предложенных моделей в рамках вычислительного комплекса УПАКС	47
Глава 3. Численные исследования НДС и процессов разрушения строительных конструкций на основе разработанных моделей и методик	53
3.1. Анализ особенностей поведения материала каменных кладок при одноосном сжатии	53
3.2. Кирпичная стена под действием сдвиговых нагрузок	61
3.3. Прочность узлов сопряжения кирпичных стен с бетонными плитами перекрытий	66
3.4. Участок стены 5-этажного кирпичного здания под действием эксплуатационных нагрузок	73
3.5. Фрагмент кирпичной стены в условиях плоского изгиба.....	78
3.6. Прочность и деформативность столбов из гипсоопилочных камней типа «Крестьянин»	84
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	90
ЛИТЕРАТУРА	91

ВВЕДЕНИЕ

С точки зрения механики деформируемого твердого тела [1] кусочно-однородными материалами можно назвать совокупность двух или нескольких материалов при условии, что структура основного материала может быть представлена сочетанием конечного числа повторяющихся блоков достаточно небольшого размера.

К кусочно-однородным материалам с периодической внутренней структурой относятся, в первую очередь, разные виды кладок (кирпичная, шлакоблоковая, бутовая, из блоков и др.). При некотором приближении можно в таком аспекте рассматривать и армированные конструкции: армоцемент, армированные каменные конструкции, армированный асбестоцемент, а также композиционные материалы (при условии упорядочения ориентации волокон).

Функциональное назначение составляющих материалов, разная природа приводит к большой разнице в физико-механических и прочностных характеристиках. Простое осреднение при нахождении необходимых характеристик кусочно-однородной среды может привести к неверному представлению поведения изучаемого материала. Так, например, обожженный кирпич – разномодульный материал, деформации которого примерно пропорциональны напряжениям, а раствор – существенно физически-нелинейный материал. При этом характеристики прочности для этих материалов могут различаться в десятки или даже сотни раз.

Для компонентов стеклопластика предел прочности при растяжении у стекловолокна примерно в 100 раз выше, чем у полимерных связующих, модуль упругости составляет для стекловолокна 65000 – 72000 МПа, а эпоксидной смолы 28 – 91 МПа, для стеклопластика эта же величина колеблется от 18000 до 6300 МПа в зависимости от соотношений наполнителя и связующего, от технологии производства и целого ряда других причин.

Физико-механические свойства всех остальных перечисленных выше кусочно-однородных материалов точно также зависят от типа образующих материалов, их количественного соотношения, вида и структуры компонент. С одной стороны, в этом проявляется одно из основных достоинств кусочно-однородных материалов, состоящее в том, что, комбинируя исходные компоненты и технологию, можно получить материал, обладающий желаемыми механическими и прочностными характеристиками.

Но с другой стороны, в этом же заключена и основная трудность в изучении таких материалов, так как возникает необходимость подробного учета каждой особенности и всех характеристик составляющих материалов, что при расчетах больших конструкций приводит к вычислительным трудностям и при использовании стандартных подходов часто бывает невозможным.

Сложность учета свойств составляющих материалов, нелинейность решаемой задачи в случае кусочно-однородных сред облегчается упорядоченной структурой расположения блоков с одинаковым составом. Периодичность повторения одних и тех же фрагментов делает возможным моделирование материала конструкции как однородной среды, характеристики которой определяются при подробном изучении наиболее характерных блоков, из которых состоит основной кусочно-однородный материал.

Для осуществления такого подхода к изучению кусочно-однородного материала наиболее подходящей, на наш взгляд, является каменная кладка. Разница по всем основным прочностным и физико-механическим характеристикам камней и раствора не позволяет использовать простое осреднение для получения характеристик каменной кладки. Введение перевязок, разных видов кладок в одном сооружении, обусловленных конструктивными потребностями, а также разнообразных включений, например, плит перекрытий), не позволяет описывать этот материал как композиционный в отличие, к примеру, от стеклопластика, но делает его кусочно-однородным при условии выделения достаточного количества элементарных фрагментов, необходимых для полного описания материала конструкции. Кроме того, именно каменная кладка до сих пор является наиболее популярным материалом, применяемым в строительстве.

Комбинация двух различных по своим свойствам материалов (камней и раствора) приводит к различию значений упругих и прочностных характеристик и существенной неоднородности композиционной среды, полученной на основе этих материалов.. При описании механического поведения такой среды должны быть учтены особенности прочностных и деформационных характеристик рассматриваемых материалов: различие пределов прочности материалов при растяжении, сжатии, сдвиге; зависимость их упругих характеристик от текущего вида напряженно-деформированного состояния (разномодульность) и направления деформирования (анизотропия).

Из практики эксплуатации каменных конструкций при продолжительном действии постоянной нагрузки известно, что деформации каменных кладок не остаются неизменными, а увеличиваются во времени. Конечные полные деформации конструкций через 3-4 года нагружения постоянной во времени нагрузкой могут в несколько раз превышать мгновенные деформации. Такое явление называется ползучестью и также должно быть учтено при математическом моделировании каменных кладок и кусочно-однородных материалов в целом.

Специфика структуры материалов с регулярной внутренней структурой в значительной степени определяет трудоемкость расчета конструкций, выполненных из этих материалов. Решить эту проблему позволяет использование численных методов. Особое место среди них занимает метод конечных элементов (МКЭ), благодаря своей универсальности в программной реализации и естественности механической природы. Он основан на замене исследуемого объекта совокупностью конечного числа дискретных элементов, связанных между собой в узлах. На сегодняшний момент именно каменные кладки чаще и одновременно успешнее других кусочно-однородных материалов моделируют с использованием метода конечных элементов.

Глава 1. Анализ существующих моделей процессов деформирования и разрушения каменных кладок, анизотропии, разномодульности и ползучести конструкционных материалов

1. 1. Особенности поведения каменных кладок и их составляющих

Каменное строительство представляет собой древнейшую отрасль строительной техники. Известно, что обработанный камень применяют более пяти тысячелетий, а обожженный кирпич – более трех тысяч лет. Сложенные из камня древние сооружения, такие как пирамиды Египта, амфитеатры Римской империи, стены и башни кремлей на Руси, мечети Азии, Великая Китайская стена и другие объекты сохранились до сих пор, хотя никаких установленных методов расчета и проектирования в те времена не существовало. И только лишь в начале девятнадцатого века французский инженер Ронделе закрепил опыт сотен поколений предшественников, разработав эмпирические правила проектирования каменных стен. Но и эти правила не давали ответа на многочисленные вопросы, возникающие при проектировании конструкций каменной кладки.

Первая формула прочности кладки, получившая название «формулы треста Мосстрой», была выведена в тридцатые года XX века на основании исследований профессора В.А. Гастева, установившего ряд важных факторов, влияющих на прочность кладки из кирпича, а также инженеров А.К. Говве и И.И. Ильина, проводивших серии испытаний прочности кирпичной кладки в зависимости от применяемого раствора.

В 1932 г. во Всесоюзном институте сооружений (теперь ЦНИИСК) была создана лаборатория каменных конструкций под руководством профессора Л. И. Онищика. За годы существования лаборатории испытаны многие тысячи образцов каменных и армированных каменных конструкций из самых разнообразных материалов (кирпича, бетонных камней, бута, крупных блоков) на различные виды нагрузок. Теоретические работы проф. Л. И. Онищика [2, 3], С. А. Семенцова [4] и их учеников [5,6] позволили создать теорию поведения кирпичной кладки при сжатии, положенную в основу всех, в том числе действующих в настоящее время нормативных указаний расчета кирпичных конструкций [7–10].

Основные положения о напряженном состоянии кирпичной кладки при осевом сжатии, кратко сформулированные на основе анализа экспериментальных исследований, заключаются в следующем:

- Особенностью напряженного состояния кладки при осевом сжатии является возникновение напряжений сжатия, растяжения, изгиба и среза как в камнях кладки, так и в растворе швов.

- Поперечные деформации растворных швов малой и средней прочности значительно больше деформаций соседних с ними кирпичей.

- Уменьшение несущей способности кирпичной кладки по сравнению с кирпичом происходит не столько за счет меньших, чем у кирпича пределов прочности, сколько из-за возникновения высоких напряжений растяжения в кирпичах кладки.

- Несущая способность растворов в горизонтальных швах, представляющих собой тонкие пластинки, находящиеся между более мощными и жесткими слоями из кирпича, значительно больше, чем несущая способность образцов раствора, выполненных в виде кубиков. Поэтому кирпичная кладка на слабых растворах может выдерживать значительные нагрузки без разрушения раствора в швах.

- Вертикальные швы всегда лишь частично заполнены раствором, а сцепление между раствором и камнем в этих швах отсутствует. Вследствие этого вертикальные швы не участвуют в работе кладки на сжатие, и их можно рассматривать как ослабление горизонтального сечения кирпичной кладки на 8%.

- Наибольшее влияние на прочность кирпичной кладки оказывают марка кирпича и раствора, соответствующая их пределу прочности на сжатие, подвижность раствора при его укладке, деформативность затвердевшего раствора, равномерность кладки, обуславливаемая мастерством каменщика и правильностью формы кирпича, а также перевязка кладки.

После 70-х годов XX века количество работ, посвященных экспериментальным и теоретическим исследованиям каменных конструкций, заметно сократилось. Одна из основных причин этого в нашей стране – использование в многоэтажном строительстве панелей, металлоконструкций, монолитных технологий.

Но в последнее время можно отметить увеличение интереса у отечественных исследователей к изучению напряженно-деформированного состояния и процессов разрушения различных каменных кладок и других кусочно-однородных материалов. Возникают целые научные школы (в Казани, Перми и др.), успешно занимающиеся моделированием поведения каменных конструкций (в основном, кирпичных).

Во многом эти позитивные моменты обусловлены всплеском малоэтажного строительства, а также возможностью использования мощных ЭВМ, позволяющих реализовать достаточно сложные модели, которые описывают процессы, возникающие в материале каменных конструкций.

1. 2. Современные результаты моделирования поведения каменных кладок, проведенного российскими и зарубежными исследователями

Для оценки прочности разных видов каменной кладки при сжатии Б. С. Соколовым и А. Б. Антковым [11,12] успешно используется разработанная ранее модель разрушения бетона [13]. В основу методики положена рабочая гипотеза об образовании под грузовыми и опорными площадками уплотнений в виде клиньев, под действием которых происходит разрушение материала сжатого элемента от преодоления сопротивления по сдвигу, отрыву и сжатию-раздавливанию.

В работах Г. Г. Кашеваровой и ее учеников [14, 15, 16] при моделировании свойств кирпичной кладки учитываются структурные разрушения и деформационное разупрочнение. При проведенных исследованиях сделано предположение, что материал кирпичной кладки и после повреждения остается ортотропным. Рассмотрены варианты появления двух и трех трещин в точке элемента (открытых и закрытых), критерии открытия – закрытия трещин. В результате численных экспериментов определены возможные значения коэффициента сдвига слоев, обеспечивающие минимальный уровень интенсивности напряжений.

Методика расчета и анализа напряжений в кирпичах и растворе кладки, позволяющая направленно подбирать состав и систему перевязки кирпичной кладки, предложена В. В. Панагаевым [17, 18]. Она основана на разработанной автором модели поведения кладки, учитывающей различный характер деформирования и разрушения типичных элементов кирпичной кладки – тычковых и ложковых рядов, вертикальных и горизонтальных растворных швов.

При явно выраженном дефиците отечественных методик, применяемых при исследовании кусочно-однородных материалов, в других странах наблюдается большой интерес к компьютерному моделированию блочных конструкций. Регулярно проводятся конгрессы, выходят журналы, посвященные сугубо этой проблеме. Ежегодно проводится Интернациональная международная конференция по проблемам

кирпичной и блочной кладки (IB²Mac), в Америке регулярно собирается Канадский симпозиум по кирпичной кладке (Canadian Masonry Symposium), Северо-Американская конференция (North American Masonry Conference), большая часть выступлений которой также посвящена вопросам компьютерного моделирования НДС не только кирпичных конструкций, но и других кусочно-однородных материалов, например, сооружений, выполненных из земляных блоков. В Европе большой интерес к этому же вопросу проявляют ученые Голландии, Италии, Швеции, Германии. В Великобритании проводятся обширные численные исследования сооружений из разных видов кладок в рамках Британского керамического общества (British ceramic research Association). Также регулярно проводятся семинары в Токио, где результатами численного исследования блочных структур обмениваются ученые Азии.

Но и в зарубежных публикациях основную массу докладов составляют результаты численных исследований кирпичной кладки.

Исследование кладки при воздействии сил в плоскости сводится к плосконапряженной задаче, в то время как при эксцентричном сжатии рассматривается задача плоской деформации. Моделирование кладки производится с помощью «микромоделей», рассматривающих кирпич и раствор как отдельные элементы, или «макромоделей», в которых кладка представляется однородным телом с усредненными характеристиками.

Сначала проведем обзор результатов оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) кирпичной кладки, полученных с использованием «микромоделей».

В работах Пейджа [19, 20] предлагается рассматривать кирпичи как упругий изотропный материал, в то время как возникновение нелинейности в поведении раствора под действием сдвига, сжатия и локального разрушения принималось во внимание. Эта модель не способна предсказать разрушение кирпичей, а анализ больших кирпичных стен сталкивается с вычислительными трудностями, поэтому может быть использована лишь для предсказания зон концентраций напряжений.

Итерационная нелинейная КЭ модель, представляющая кирпичи как плосконапряженные элементы, а растворные соединения как "пустые/промежуточные" контактные элементы, была разработана в [21]. Эту модель можно предложить только для оценки предельной нагрузки, соответствующей заданному механизму разрушения малого элемента кладки.

Более совершенная методика нелинейного КЭ расчета работающей в плоскости кирпичной кладки, предсказывающая разрушение внутри компонент, а также

разрушение композитного типа на основе главных напряжений, описана в [22]. Для кирпича и раствора используются треугольные плосконапряженные элементы с нелинейным трех-осевым законом поведения материала и поверхностью разрушения. В соответствии с заданным критерием разрушения элементы квалифицируются как: а) неповрежденные элементы кирпича или раствора; б) элементы кирпича или раствора с трещиной; в) отслоившиеся элементы раствора; г) элементы кирпича или раствора с поперечной трещиной; д) элементы кирпича или раствора, расколотые поперек.

Построению 4-узлового изопараметрического прямоугольного КЭ для численного расчета показателей НДС в кирпичной кладке под действием вертикальной нагрузки посвящена работа [23]. Основное внимание уделено взаимодействию между слоями цементного раствора и кирпичами. Матрица жесткости композиционного элемента строится с учетом наличия разнообразных полей напряжений и деформаций в кирпичной кладке.

Нестандартная модель кирпичной кладки под действием вертикальной сжимающей силы предложена в [24]. Материал представляется в виде системы упругих блоков, связанных между собой клейкими нелинейными соединительными элементами – прослойками из известкового раствора. Определяются изолинии главных напряжений и типовые формы разрушения кирпичных стен в процессе образования и раскрытия трещин при воздействии распределенных и сосредоточенных вертикальных сжимающих нагрузок.

Взаимодействие между стеной и подкреплением рассмотрено в [25]. Были использованы плосконапряженные и балочные элементы с делением на подконструкции для получения более экономичного решения по сравнению с решением на основе традиционных конечных элементов низкого порядка.

Методика расчета средних механических характеристик кирпичной кладки представлена в [26]. Элементы кирпичных конструкций рассматриваются как композиционная среда из кирпича с горизонтальными и вертикальными растворными прослойками. При этом вертикальные стыки полагаются прямоугольными равномерно распределенными слабыми включениями. Горизонтальные соединения считаются непрерывными плоскостями с ослабленными свойствами. Композит характеризуют девять упругих констант, зависящих от высоты и толщины вертикальных швов. Также приводятся результаты построения поверхностей разрушения при использовании различных критериев прочности.

В инкрементальной итерационной КЭ модели кирпичной кладки, предложенной в [27], физическая нелинейность считается несущественной по сравнению с эффектом трещинообразования. Кирпич рассматривается как линейно-упругий материал с усредненными свойствами и двух-осевым критерием разрушения.

В [28] предложена нелинейная конечно-элементная модель, критерий разрушения которой учитывает разрушение слоя, трещинообразование в кирпиче и разрушение кирпича или раствора. Чтобы избежать больших вычислительных затрат, конструкция разбивается на упругие и неупругие подконструкции. Учитывается нелинейность характеристик кладки, обусловленная физической нелинейностью и локальным разрушением. Для предсказания разрушения используются две модели, первая предполагающая мгновенное освобождение растягивающих напряжений в треснувших растворных соединениях, вторая – сохраняющая ослабление натяжения с целью постепенного уменьшения напряжений в разрушающейся области.

Для исследования кладки под действием сосредоточенных нагрузок предложены несколько микромоделей с плосконапряженными элементами. Один из вариантов – использование более мелкой КЭ сетки сразу после точки приложения силы [20], другой – моделирование посредством плосконапряженного элемента с наложенным связывающим элементом для описания растворного соединения [29]. При этом предполагается, что блоки выполнены из упругого изотропного материала, в то время как раствор рассматривается как физически-нелинейный материал. В этой же работе предпринята попытка учета разномодульности кирпичной кладки путем введения зависимости прочностных характеристик от вида напряженного состояния растворных швов. Если разрушение возникало вследствие нормального растягивающего напряжения в растворе, жесткость элемента шва приравнивалась нулю и в нормальном и в сдвиговом направлении, а под действием сжатия и сдвига жесткость в нормальном направлении оставалась прежней, а сдвиговой жесткости присваивалось меньшее значение в зависимости от величины напряжения сжатия в соединениях.

В [30] для анализа кладки под действием вертикальной и боковой нагрузки предлагается методика, соединяющая в себе микро- и макро моделирование. Исследуемая конструкция делится на конечное число фрагментов, которые авторы называют "макро-кирпичем". Для описания различных условий силовых взаимодействий между горизонтальными и вертикальными элементами кладки используются специальные промежуточные элементы. В зависимости от

интенсивности нагрузки и относительной жесткости элементов учитываются три механизма разрушения.

Среди удачных вариантов использования макромоделей можно назвать работу [31], являющуюся частью исследовательской программы Технического Координационного Комитета по кирпичной кладке (Великобритания). КЭ программа нелинейного анализа с использованием формулировки начальных жесткостей и инкрементального итерационного метода решения (где перемещения и/или силы могли бы быть использованы как начальные условия) была разработана для статического анализа подкрепленных компонент кирпичных зданий под воздействием нагрузки в плоскости. Кладка и подкрепления моделировались отдельно, а взаимодействие осуществлялось с помощью плосконапряженных элементов, где два четырехугольных элемента дублировали друг друга (один – представляющий кладку, другой – подкрепление). Вычисленные деформации присваивались одновременно двум элементам, составляющим гибридный элемент. Кладка рассматривалась как материал с двухмодульной ортотропией, а подкрепление – как материал с билинейной зависимостью "напряжения-деформации". Также применялась методика ориентации распространения трещины, когда направление окончательной трещины может быть отлично от начальной.

Макромодель для описания нелинейной зависимости "напряжение-деформация" и характеристик разрушения кирпичной кладки, принимающих во внимание ориентацию растворных соединений (работающих как "плоскости ослабления"), предложена в [19]. Модель базируется на результатах обширных двух-осевых испытаний. Для каждого последующего шага нагружения выполнялись две итерации: одна – для расчета физической нелинейности, другая – для распространения трещины. Соотношение между напряжениями и деформациями изменялись в соответствии с заданным критерием разрушения.

К макроmodellированию можно отнести и работу [32], где сформулирована модель структурированного континуума для описания поведения каменной кладки, моделируемой системами твердых тел с упругими поверхностями раздела.

Авторами [33] разработаны физико-математические модели для обоих анализируемых подходов – для макро- и микроmodellирования напряженно-деформированного состояния и форм разрушения кирпичных стен. В микромодели для описания поведения кирпичной кладки использован интерфейсный критерий

разрушения с учетом напряжений отрыва, кулоновского трения и эллиптической формы поверхности текучести. Эта модель описывает локальное взаимодействие компонентов кладки и воспроизводит экспериментально наблюдаемое ее поведение. Для макроанализа строится анизотропная континуальная физико-математическая модель, включающая поверхность текучести типа Рэнкина при растяжении и поверхность текучести типа Хилла при сжатии.

После сравнения использования микро- и макромоделей при плоской постановке задачи можно констатировать, что первая является более эффективной при описании реального поведения небольших фрагментов кирпичной кладки, поскольку боковые напряжения растяжения недооцениваются в макромоделах. Но в то же время все проанализированные микромоделю нельзя использовать для расчета целых зданий или больших элементов конструкций из-за большей трудоемкости.

Упругий анализ кладки тоннельных стен под действием боковой изгибающей нагрузки был проведен [34]. При расчете два листа кладки моделировались как ортотропные изгибные элементы, а для металлических ободов были использованы трехмерные осевые элементы. Модель принимает во внимание ортотропию материала и рассматривает различные геометрические свойства и граничные условия для расчета отклонений стены, а также сил, моментов и напряжений, действующих в ободе.

Нелинейная макромоделю, использующая модифицированный метод Ньютона-Рафсона и включающая поперечные и сдвиговые эффекты, а также нелинейность вследствие трещинообразования, описывается в [35]. Для учета нагрузки, действующей как в плоскости стены, так и из плоскости, был использован конечный элемент, имеющий восемь степеней свободы. Формулировка слоистой пластины была использована для моделирования оболочек из полых кирпичей или многолистных стен. Таким образом, может быть рассчитана жесткость индивидуальных слоев, которые достигли состояния возникновения трещин.

В [36] применен восьмиузловой изопараметрический элемент для упругого пространственного анализа объемной кладки под действием сосредоточенной нагрузки. Можно отметить, что даже с использованием макромоделю расчет панелей для реальных размеров выливается в значительные вычислительные затраты.

Для лучшего представления поведения композиционной кладки (с кирпичами и блочными листами) в [37] предлагается комплексная трехмерная модель. Сначала кирпичная кладка с включениями под действием плоской нагрузки рассматривалась как задача плоской деформации (поперечная модель). Поскольку эта модель

оказалась непригодной для анализа стены с отверстиями и концентрированной нагрузкой, а трехмерная модель требует значительных вычислительных затрат, была разработана продольная модель с двумерным композитным элементом. Данная модель расширена включением эффектов трещинообразования и разрушения скрепляющих узлов, которые могли бы быть использованы для оценки прочности композиционной кладки. Было также показано, что продольная модель могла бы быть использована для вычисления поперечных сдвиговых напряжений в скрепляющих соединениях даже в случаях стен с отверстиями.

Трехмерная квази-модель для расчета нормальных и сдвиговых напряжений в скрепляющих элементах композиционной кладки была разработана в работах [38]. Модель хорошо предсказывает распространение трещин в растворах для случая постоянной вертикальной и увеличивающейся горизонтальной (сейсмической) нагрузки. Были также рассмотрены температурные напряжения в скрепляющих соединениях композитной кладки внутри и снаружи листа.

Анализ результатов работ в плоской и пространственной постановке показывает, что двумерный анализ систематически завышает максимальную несущую способность конструкций кирпичной кладки вследствие внутреннего ограничивающего эффекта, и является достаточным только в случае, если площадь нагружения превышает на 75% толщину стенки. Пространственный анализ требуется для композиционных кладок. Развитие трехмерных вычислительных моделей является необходимым также для изучения поведения кладки из полого кирпича.

Однако большие вычислительные затраты ведут к интенсивному применению двумерного анализа, а трехмерный нелинейный анализ кладки находится на стадии развития.

Отдельно хотелось бы отметить статьи [39, 40], в которых предлагается однородная нелинейная модель для композитов с периодической внутренней структурой. Методика, основанная на этой модели, позволяет рассчитывать любые кусочно-однородные материалы, а не только кирпичную кладку в отличие от рассмотренных ранее моделей с узкой направленностью, обусловленной подробным учетом свойств кирпича, раствора или кирпичной кладки в целом.

Численные исследования композиционных материалов не могут быть распространены на другие кусочно-однородные материалы, так как основной идеей моделирования поведения композитов является учет наличия матрицы.

1. 3. Анализ моделей, описывающих зависимости деформирования конструкционных материалов от вида напряженного состояния, анизотропии и ползучести

Математическое моделирование кусочно-однородных материалов в целом и каменных кладок, в частности, затруднено из-за необходимости большого охвата информации, проистекающей не только из химической и физической природы описываемых материалов, но и из-за сложности учета всех особенностей поведения, таких как анизотропия и разномодульность.

Комбинация двух или даже большего количества материалов приводит к резкому различию в упругих и прочностных характеристиках для разных направлений у материала основной конструкции. Помимо конструктивной анизотропии, возникающей вследствие такой комбинации, каждый из составляющих материалов или только один из них может обладать анизотропией, зависящей от внутреннего строения. При описании анизотропной среды должны быть учтены особенности прочностных свойств рассматриваемых материалов: различие пределов прочности на растяжение, сжатие, сдвиг по разным направлениям (собственно, анизотропия), различие пределов прочности на растяжение и сжатие между собой по каждому направлению (разномодульность), зависимость пределов прочности на сдвиг от направлений касательных напряжений. Последняя особенность является существенной при рассмотрении анизотропных материалов, неодинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию.

Над описанием зависимостей деформирования конструкционных материалов от вида напряженного состояния в линейной и нелинейной постановке работали несколько научных школ в нашей стране и за рубежом, особенно хотелось бы выделить труды [41-45]. В основном в этих работах для разных видов напряженного состояния предлагаются различные аналитические представления, что создает существенные трудности при численной реализации. Можно отметить также возникновение неопределенности закона упругости для некоторых видов НДС, наличие строгих взаимообуславливающих связей между некоррелируемыми механическими характеристиками материалов, неудовлетворительное согласование экспериментальных и рекомендуемых расчетом диаграмм деформирования конкретных материалов при некоторых видах напряженного состояния. Последний из указанных

недостатков наиболее весом, так как практически делает невозможным применение предлагаемых соотношений к описанию состояний разносопротивляющихся сред.

Одним из перспективных направлений создания моделей разномодульных материалов является представление их как континуальной упругой однородной среды, характеристики которой зависят от вида напряженно-деформированного состояния (работы [46, 47]). При феноменологическом описании деформирования таких материалов авторами этих работ выделяются три характерные стадии: стадия линейной упругости, линейное поведение поврежденного материала и стадия разрушения. По аналогии с теорией пластичности вводятся поверхность начального поведения и предельная поверхность разрушения, которые определяют верхнюю и нижнюю границы для эффективного напряжения в пространстве напряжений. Однако практическое применение этой модели [48] выявило ряд очевидных недостатков. Один из основных заключается в том, что параметр вида НДС – косинус угла вида НДС не учитывает влияние первых двух инвариантов тензора напряжений, поэтому модель некорректно описывает зависимость деформационных и прочностных свойств материала от текущего характера распределений напряжений в точке тела.

Естественно, что при адекватном моделировании каменных кладок необходимо учитывать анизотропию. Комбинация двух таких разных материалов, как кирпич и раствор, наличие вертикальных и горизонтальных швов, введение перевязанных сечений делает каменную кладку материалом, анизотропный характер поведения которого очевиден даже визуально без подробного рассмотрения разницы механических и прочностных характеристик для разных направлений.

К тому же камни сами по себе ортотропный материал. В исследованиях [49] показано, что модуль упругости получается разным, когда внешняя сила направлена параллельно или перпендикулярно так называемой «постельной» плоскости кирпича. При этом всегда получается, что модуль упругости в направлении, параллельном этой плоскости, меньше, чем в двух других.

Можно выделить лишь несколько исследований, в которых при моделировании кирпичной кладки учитывается ортотропия механических либо прочностных свойств кирпичной кладки.

В статье [50] авторы при решении задачи о стене под действием сдвига пытаются учесть ортотропные свойства кирпичной кладки. Делается вывод о том, что при плоской постановке задачи степень ортотропии не превышает 5%, и в дальнейшем ведется исследование кирпичной кладки как линейно-упругого материала.

При трехмерном анализе степень ортотропии оказывается уже выше, так в [51] показано, что максимальные боковые растягивающие напряжения в кирпиче в направлении x и z уменьшаются от 0,137 МПа и 0,157 МПа до 0,114 МПа и 0,129 МПа, то есть степень ортотропии составляет примерно 16%. Но авторы признают, что полученные результаты достаточно спорны и требуют уточнения в сторону уменьшения полученных характеристик ортотропии.

В работах Е. Г. Кашеваровой [15] указывается, что ортотропию свойств кладки следует учитывать, если модули упругости раствора и кирпича отличаются в 5–7 раз в ту или иную сторону. Также делается вывод о необходимости учета ортотропии кладок, армированных стальными сетками.

Важную роль при построении модели материала играет выбор критерия поврежденности.

При описании процесса накопления повреждений в конструкционных материалах к настоящему времени наибольшее распространение получили модели, основанные на учете работы части тензора напряжений на изменениях необратимых деформаций. Эти модели хорошо описывают процесс накопления повреждений при интенсивном развитии пластических деформаций, деформаций ползучести и позволяют учесть историю процесса необратимого деформирования при сложных и неизотермических нагружениях, но плохо описывают разрушение хрупких материалов.

Также малопригоден для описания разрушения хрупких материалов критерий прочности, сформулированный для интенсивности касательных напряжений. Кроме этого для оценки прочности разномодульных материалов критерий разрушения должен включать в себя зависимость по крайней мере от двух первых инвариантов тензора напряжений.

Для любой каменной кладки оба механизма разрушения (вязкостное для раствора и хрупкое для кирпича) являются определяющими, причем предельная величина необратимых деформаций для этих материалов имеет тот же порядок, что и соответствующие значения упругих деформаций. При этом история нагружения в меньшей степени влияет на величину предельного состояния, и для оценки этих величин могут быть использованы модели силового типа на основе обобщенного критерия прочности Лебедева–Писаренко [52], которая позволяет описывать разрушение с учетом развития эффектов как хрупкого, так и вязкостного разрушения.

Особого внимания заслуживает клиновидная модель разрушения конструкционных анизотропных материалов профессора КГАСУ Соколова Б.С. [13], которую в последнее время он и его ученики применяют к разнообразным кирпичным кладкам.

Ползучестью называют свойство строительных материалов, характеризующееся нарастанием неупругих деформаций при длительном действии нагрузки.

Практические наблюдения за деформациями ползучести насчитывают уже несколько сот лет, но теоретические обоснования явлений ползучести появились сравнительно недавно. Из-за разнообразия механических свойств твёрдых тел единой теории ползучести не существует.

Так для описания ползучести металлов [53] используется теория течения, которая удовлетворительно описывает существенно нелинейный характер зависимости скорости ползучести от напряжений, изменяющихся медленно и монотонно.

Применение теории упрочнения связано с большими математическими трудностями, но она правильно улавливает некоторые особенности ползучести при изменяющихся напряжениях.

В механике полимеров обычно пользуются теорией наследственности [54]:

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau) d\tau, \quad (1)$$

где множитель $K(t-\tau)$ носит название ядра последствия, которое характеризует, в какой мере в момент времени t ощущается влияние (то есть последствие) на деформацию единичного напряжения, действовавшего в течение единичного промежутка времени в более ранний момент t . Так как напряжение действует и в другие моменты времени, то суммарное последствие учитывается интегральным членом. Теория наследственности определяет полную деформацию и даёт качественное описание некоторых более сложных явлений (например, эффекта обратной ползучести).

Современная нелинейная феноменологическая теория ползучести стареющего тела [55, 56] строится на основании следующих гипотез и предпосылок: 1) рассматривается тело: однородное изотропное и удовлетворяющее условиям сплошности; 2) полные деформации тела, развивающиеся при длительном действии нагрузки, складываются из упруго-мгновенных деформаций ε_u , линейной ε_l и нелинейной составляющей деформаций ползучести ε_n ; 3) для суммарных линейных деформаций (упруго-мгновенные деформации и линейная ползучесть) справедлив принцип наложения.

Считается, что до момента τ_1 начала действия напряжений, от которых определяются деформации, напряжения в теле отсутствуют.

Полные деформации, развившиеся при действии внешних сил к произвольному моменту времени записываются в виде суммы:

$$\varepsilon^*(t) = \varepsilon_y(t) + \varepsilon_{\text{л}}(t) + \varepsilon_{\text{н}}(t). \quad (2)$$

В нелинейной феноменологической теории ползучести весьма существенными являются как способ разделения линейной и нелинейной составляющих ползучести, так и методика аналитического описания нелинейной ползучести. Для достаточно полного описания экспериментальных данных методика представления $\varepsilon_{\text{н}}$ должна строиться с учетом целого ряда особенностей длительного деформирования строительных материалов, проявляющихся при действии как постоянных, так и переменных напряжений. В первую очередь речь идет о влиянии на величину ординат и характер кривых $\varepsilon_{\text{н}}(t)$ уровня загрузки, возраста к моменту загрузки, продолжительности, режима и значения ранее действовавших напряжений.

В [57] при формулировке модели ползучести вводятся гипотезы о подобии кривых ползучести, построенных при различных значениях параметра вида НДС и различных уровнях действующих напряжений, а также гипотеза существования начальной поверхности ползучести, в пределах которой скорость ползучести равна нулю.

Более простыми соотношениями оперирует теория ползучести, основанная на линейной зависимости между напряжениями и деформациями – линейная теория ползучести. Все уравнения и формулы этой теории получены на базе зависимостей наследственной теории старения. Но при анализе экспериментальных данных можно отметить нелинейный характер зависимостей $\sigma(\varepsilon)$.

Ползучесть строительных материалов является показателем, определение которого остаётся трудоёмкой и длительной процедурой, требующей для своей реализации специального помещения, оборудования для нагружения образцов, создания и поддержания необходимых температурно - влажностных условий в течение всего периода наблюдений [58]. Обработка результатов испытаний по методике стандарта даёт возможность построить кривую ползучести и вычислить "условно предельное" значение деформаций ползучести при невысоких напряжениях, которое учитывают в расчётах деформаций и прогибов конструкций.

Деформация ползучести каменных кладок обусловлена структурными несовершенствами составляющих их материалов и уменьшается по мере старения кладки, увеличения ее прочности в момент нагружения и уплотнения после предшествующего многократного знакопеременного деформирования. Абсолютная величина деформаций ползучести тем больше, чем выше уровень напряжений в кладке, она зависит от возраста, прочности кладки, влажности среды и предыстории деформирования. Известно, что скорость деформаций ползучести кладок затухает во времени, а наибольшую интенсивность нарастания деформаций ползучести каменных кладок наблюдают в первые 3–4 месяца.

При проектировании предварительно напряженных каменных конструкций учитывают быстронатекающую ползучесть, под которой понимают ползучесть, проявляющуюся непосредственно после нагружения конструкции.

Согласно существующим нормам [58] учет ползучести кладок осуществляется через модуль упругости E_0 кладки, который при кратковременном нагружении принимают равным тангенсу угла наклона касательной к кривой « $\sigma - \epsilon$ », проходящей через начало координат. Учитывается прямая пропорциональная зависимость между E_0 и временным сопротивлением осевому сжатию:

$$E_0 = \alpha R_u, \quad (1)$$

где α – упругая характеристика кладки, для основных видов кладки, R_u – временное сопротивление (средний предел прочности) осевому сжатию кладки.

При расчете каменных конструкций на действие постоянной и длительной нагрузки с учетом ползучести модуль упругости кладки уменьшают делением на коэффициент ползучести ν , который принимают: 2,2 – для кладки из керамического кирпича пластического и полусухого прессования; 1,8 – для кладки из керамических камней с вертикальными щелевидными пустотами (высота камня 138 мм); 2,8 – для кладки и крупных блоков или камней, изготовленных из тяжелого бетона; 3,0 – для кладки из силикатного кирпича и камней сплошных и пустотелых, а также из камней, изготовленных из бетона на пористых заполнителях, поризованного или силикатного.

Модуль деформаций кладки E принимают равным тангенсу угла наклона касательной к кривой « $\sigma - \epsilon$ » в точке с заданным уровнем напряжений $E = \text{tg } \varphi$.

Глава 2. Методические основы исследования напряженно-деформированного состояния сред с периодически повторяющейся структурой

2. 1. Двухуровневая модель, описывающая поведение кусочно-однородных сред с регулярной внутренней структурой

В основу предлагаемой двухуровневой модели поведения конструкций, выполненных из периодически повторяющихся кусочно-однородных материалов, положена возможность их рассмотрения с использованием двух различных масштабов детализации внутренней структуры [59-61].

На верхнем уровне (макроуровне) изучается напряженно-деформированное состояние исследуемой конструкции в целом. Материал конструкции представляется как континуальная, в общем случае реономная физически-нелинейная среда.

Соотношения, устанавливающие на этом уровне связь между изменениями напряжений $\Delta\sigma_{ij}$ и деформаций ΔE_{ij} на элементарном шаге изменения внешних воздействий для модели согласно [62, 67] представляются в виде уравнений упругости с дополнительными внутренними силами ΔD_{ij} :

$$\Delta\sigma_{ij} = A_{ijkl} \Delta E_{kl} - \Delta D_{ij}, \quad (4)$$

где A_{ijkl} – упругие характеристики материала верхнего уровня, ΔD_{ij} – дополнительные силы, обусловленные учетом эффектов нелинейного деформирования и разрушения материала.

Величина конкретных значений дополнительных сил ΔD_{ij} – содержащих нелинейность в соотношениях (4) определяется на нижнем уровне. Для этого исследуемая конструкция представляется в виде совокупности имеющих типовую структуру, повторяющихся блоков (рис. 2.1). В дискретной модели верхнего уровня каждому блоку соответствует конечный элемент (либо группа КЭ, объединенных в макроэлемент) (рис. 2.2).

Для каждого блока изучается процесс его деформирования и разрушения с учетом реальной структуры основного материала и реальных свойств составляющих его элементарных фрагментов. В качестве внешних воздействий на каждом шагу

нагрузки для блока выступают граничные перемещения или граничные силы (в зависимости от реализующего модель программного комплекса), полученные из решения на предыдущем этапе задачи верхнего уровня.

Уравнения, устанавливающие связь между изменениями напряжений ΔS_{ij}^m и деформаций Δe_{ij}^m на шаге нагружения для каждого из m материалов, составляющих блок, записываются в виде:

$$\Delta S_{ijkl}^m = C_{ijkl}^m \Delta e_{kl}^m - \Delta d_{ij}^m, \quad (5)$$

где C_{ijkl}^m – упругие характеристики материала для m -го элементарного фрагмента, d_{ij}^m – соответствующие дополнительные силы, обусловленные учетом эффектов нелинейного деформирования и разрушения материала.

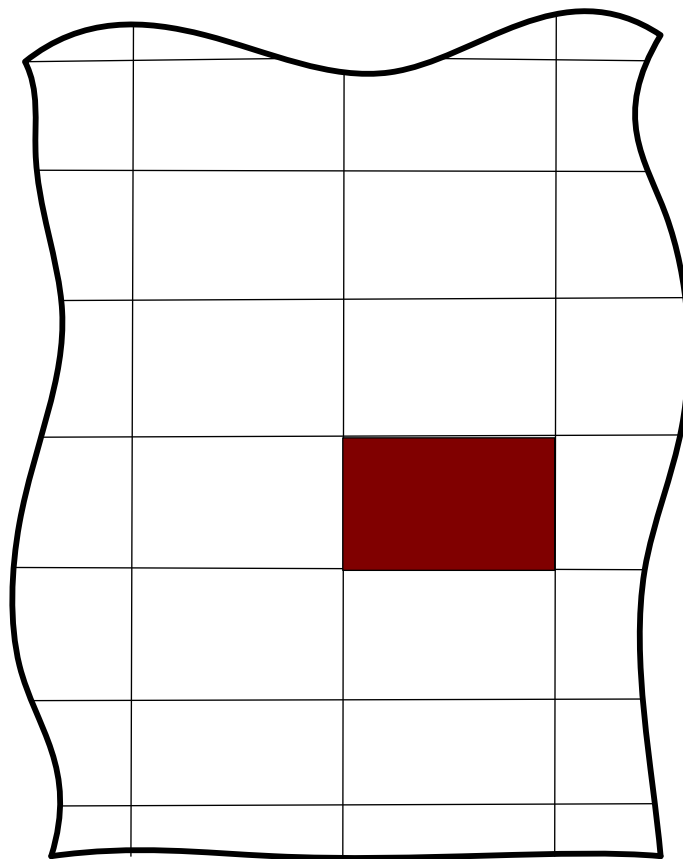


Рис. 2.1. Материал конструкции верхнего уровня с выделенным типовым фрагментом

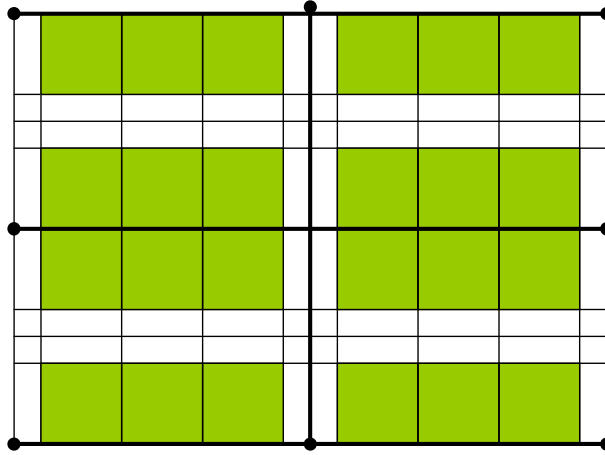


Рис. 2.2. Типовой фрагмент с делением на составляющие

Необходимые для решения задачи на верхнем уровне значения дополнительных сил ΔD_{ij} вычисляются для нескольких n фиксированных точек блока, соответствующих точкам интегрирования макроэлемента верхнего уровня, путем осреднения напряжений и деформаций по каждому из n объемов V_n , содержащих названные точки:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij}^n &= \int_{V_n} \Delta S_{ij} dV / V_n, \\ \Delta e_{ij}^n &= \int_{V_n} \Delta e_{ij} dV / V_n, \\ \Delta D_{ij}^n &= A_{ijkl} \Delta e_{kl} - \Delta \sigma_{ij}^n. \end{aligned} \quad (6)$$

Полученные на микроуровне дополнительные силы ΔD_{ij}^n используются для уточнения решения задачи верхнего уровня в текущем приближении.

Таким образом, решение полной задачи анализа поведения конструкции на каждом шаге нагружения для верхнего уровня сводится к последовательности решения ряда линейных задач верхнего уровня при решении совокупности нелинейных задач для каждого из блоков.

Следует отметить, что полное решение задачи в рамках описанной выше схемы является достаточно трудоемким. В связи с этим в работе был разработан упрощенный вариант модели с двухуровневым представлением кусочно-однородного материала конструкции. Алгоритм его реализации состоит в следующем.

При изучении НДС реальной конструкции ее материал рассматривается как однородная разномодульная, а в общем случае нелинейная среда верхнего уровня. Для

получения характеристик деформирования и разрушения этого условного однородного материала, отражающего осредненные свойства реального кусочно-однородного материала, осуществляется переход к нижнему уровню модели. Для этого в составе исследуемого изделия выделяется наиболее типичный для материала данной конструкции фрагмент.

Размер этого фрагмента выбирается из условия возможности учета реальной структуры изучаемого кусочно-однородного материала и реальных свойств всех его составляющих. Подробно методика выбора вида, размера и его конечно-элементного разбиения описаны в параграфе 2.4.

С целью получения осредненных характеристик однородной среды верхнего уровня для выделенного фрагмента решается ряд краевых задач деформирования и разрушения для некоторых типовых схем нагружения. При решении этих задач учитываются первичные механические и прочностные характеристики составляющих фрагмент материалов. Необходимое количество вариантов нагружения определяется характером поведения исследуемого кусочно-однородного материала, таким как учет разномодульности или общей физической нелинейности. Из вектора решений этих задач путем осреднения по объему фрагмента определяются приведенные материальные функции, необходимые для описания условной однородной среды. Подробно методика всех этих числовых исследований также описана в параграфе 2.3.

После определения на нижнем уровне модели значений осредненных характеристик однородного материала осуществляется переход на ее верхний уровень, где решается краевая задача для всей конструкции под действием внешних нагрузок, соответствующих реальным условиям.

Решение задач на обоих уровнях: на верхнем – для всей конструкции и на нижнем – для типового фрагмента, сводится к выполнению описанного в третьем параграфе этой главы алгоритма решения краевой задачи для конструкции на этапе нагружения. Но для верхнего уровня краевая задача решается для условного материала под действием реальных нагрузок, а для нижнего – для реальных материалов, нагруженных по заранее определенной схеме, определяемой характером изучаемого кусочно-однородного материала.

Получаемый по такой схеме исследования качественный характер развития поврежденности конструкции на верхнем уровне носит приближенный характер, так как не учитывается специфика разрушения каждой компоненты.

Если задача требует представить разрушение материалов в отдельных локальных зонах, то предусматривается возможность использования расширенного алгоритма реализации двухуровневой модели.

В этом случае после решения задачи на верхнем уровне предусмотрен возврат на нижний уровень, где подробно изучается процесс деформирования и разрушения одного или нескольких наиболее нагруженных фрагментов, которые по своим размерам и конфигурации могут не соответствовать типовым. Наиболее нагруженным считается блок, который включает в себя участок наибольшим для конструкции уровнем меры повреждений. В качестве граничных условий для фрагментов, как и в первоначальной схеме модели двухуровневого материала, выступает вектор граничных перемещений, полученный из решения задачи верхнего уровня, а материал самих фрагментов соответствует исходному кусочно-однородному материалу.

Описанные варианты реализации двухуровневой модели кусочно-однородного материала использовались при расчетах реальных конструкций кирпичной кладки. Были получены хорошо согласуемые с экспериментом результаты, которые приводятся в главе 3.

2. 2. Модель материала, характеристики которого зависят от вида НДС, физической нелинейности, текущего уровня поврежденности и ползучести

Для учета реальных свойств материалов, составляющих каменные кладки, необходимо использовать модели, описывающие физическую нелинейность упругих свойств материала, зависимость упругих и прочностных характеристик от текущего уровня поврежденности, натекающей ползучести и вида НДС.

В связи с этим в настоящей работе поведение материалов каменных кладок рассматривается на основе соотношений механики поврежденной среды, реализованных в рамках составной модели поврежденного материала [62, 67, 71], первоначально предназначенной для моделирования процессов деформирования и разрушения конструкций, выполненных из традиционных материалов.

В рамках предложенной модели разномодульный материал рассматривается как котируальная упругая физически нелинейная среда, свойства которой зависят от текущего вида НДС и текущего уровня поврежденности материала.

Применительно к изучению каменных кладок принимается, что развитие повреждений в материале вызывается эффектами хрупкого разрушения и может быть

описано как некоторый квазистационарный процесс, сопровождающийся необратимой деградацией упругих свойств.

Учет влияния поврежденности на процесс деформирования осуществляется с помощью скалярной функции ω [1, 62, 67], представляющей собой меру уменьшения эффективных площадок действия напряжений по отношению к их начальному неповрежденному значению путем введения зависимости упругих характеристик материала от текущего значения этой функции.

Также принимается, что кривые необратимого деформирования материала при лучевых процессах нагружения, соответствующих различным значениям параметра вида НДС, подобны друг другу.

В качестве параметра, определяющего вид НДС, используется величина P , зависящая от соотношения первых двух инвариантов тензора напряжений и определяемая через главные напряжения σ_1, σ_2 и σ_3 в точке тела с помощью зависимости [62]:

$$P = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}}. \quad (7)$$

Величина P монотонно меняется от значения $P = -1$ при всестороннем сжатии до $P = +1$ при всестороннем растяжении. При чистом сдвиге $P = 0$, при одностороннем растяжении $P = 1/\sqrt{3}$.

В пределах 1-й стадии деформирования для неповрежденного материала при $\omega = 0$ уравнения, устанавливающие связь между напряжениями и деформациями, в физически нелинейном разномодульном материале могут быть записаны в виде:

$$\sigma_{ij} = 2Ge'_{ij} + \delta_{ij}3K(e - \alpha T), \quad (8)$$

где G, K – текущие значения модулей сдвиговой и объемной деформации, зависящие от уровня температуры T и текущего значения параметра P e'_{ij} и e – девиаторная и шаровая составляющие тензора деформаций, $\alpha = \alpha(T)$ – коэффициент температурного расширения.

Зависимость модуля объемной деформации K от параметра вида НДС принимается в виде:

$$K(P) = K_0(1 + A_1), \quad (9)$$

где K_0 – значение модуля объемной деформации при значении $P = 0$, $A_1 = A_1(P)$ – функция вида НДС.

Текущее значение модуля сдвига принимается в виде:

$$G(P) = G'_0(1 + f_2(P)), \quad (10)$$

где G'_0 – модуль сдвига материала при $P=0$, зависящий в свою очередь от уровня напряженно деформированного состояния в точке тела, $f_2(P)$ – функция вида НДС.

При использовании теории физически нелинейного упругого тела или теории пластичности деформационного типа модуль G'_0 представляет собой секущий модуль сдвига на диаграмме $\sigma_u \sim e_u$ (интенсивность напряжений \sim интенсивность деформаций). При этом величину G'_0 можно получить из соотношения:

$$G'_0 = G_0(1 + f_3(\sigma_u)), \quad (11)$$

где G_0 – модуль сдвига материала в области упругого деформирования при $P=0$, $f_3(\sigma_u)$ – функция пластичности, которая в случае применения деформационной теории пластичности может быть принята в виде:

$$f_3(\sigma_u) = \frac{G'_0 - G_0}{G_0}. \quad (12)$$

В результате текущее значение модуля сдвига можно представить в виде:

$$G(P) = G_0(1 + A_2), \quad (13)$$

где

$$A_2 = (1 + f_2(P))(1 + f_3(\sigma_u)). \quad (14)$$

В случае учета температурных воздействий модули K_0 и G_0 будут зависеть от уровня действующей температуры.

Применительно к материалам каменной кладки зависимость упругих характеристик деформирования от параметра вида НДС можно представить в виде [48]:

$$K(P) = K(\text{sign}(P)) = K_0(1 + g_1 \text{sign}(P)), \quad (15)$$

$$G(P) = G_0(1 + \sqrt{3}g_2 \cdot P + 3g_3 \cdot P^2). \quad (16)$$

В приведенных выражениях K_0 , g_1 – функции материала, вычисляемые по значениям модулей объемной деформации при одноосном растяжении K^+ и сжатии K^- :

$$K_0 = \frac{K^+ + K^-}{2}. \quad (17)$$

$$g_1 = \frac{K^+ - K^-}{K^+ + K^-}, \quad (18)$$

G_0 – модуль сдвига при значении $P=0$ (чистый сдвиг), g_2, g_3 – функции материала, определяемые по значениям модулей сдвига при одноосном растяжении G^+ и сжатии G^- :

$$g_2 = \frac{G^+ - G^-}{2G_0}, \quad (19)$$

$$g_3 = \frac{G^+ + G^-}{2G_0} - 1.$$

Для учета влияния поврежденности на текущий процесс деформирования материала вводится зависимость характеристик деформирования от меры поврежденности, характеризуемой скалярной функцией ω [1, 62, 67], представляющей собой меру уменьшения эффективных площадок действия напряжений по отношению к их начальному неповрежденному значению.

При формулировке соотношений, устанавливающих связь между напряжениями и деформациями для поврежденного материала, в рассмотрение вводятся две характеристики напряжений: эффективные σ_{ij} , действующие на поврежденных площадках, и приведенные σ_{ij}^* , статически эквивалентные первым, но отнесенные к неповрежденным площадкам. Первые используются в моделях, определяющих состояние материала в точке тела, вторые – на уровне описания конструкции при формулировке уравнений равновесия и статических граничных условий.

Для эффективных напряжений связь с деформациями остается такой же, как в (8).

При формулировке аналогичных соотношений для приведенных напряжений учитывается зависимость упругих характеристик материала от текущего уровня поврежденности:

$$\sigma_{ij}^* = 2G^* e'_{ij} + \delta_{ij} 3K^* (e - \alpha T), \quad (20)$$

где

$$G^* = G(1 - \omega), \quad (21)$$

$$K^* = K(1 - \omega), \quad (22)$$

ω – текущее значение меры поврежденности.

Как указывалось выше, при описании процесса разрушения материалов каменной кладки рассматриваются лишь повреждения, обусловленные эффектами хрупкого разрушения. Для описания развития таких повреждений используются кинетические уравнениями для изменения меры поврежденности $\Delta\omega$ [62,67] в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\omega &= 0 \quad \text{при} \quad \sigma_1 < \sigma^R, \sigma_3 > \sigma^S, \\ \Delta\omega &= C \frac{1-\bar{\omega}}{\sigma_1} (\sigma_1 - \sigma^R) \quad \text{при} \quad \sigma_1 > \sigma^R \quad \text{или} \\ \Delta\omega &= C \frac{1-\bar{\omega}}{\sigma_3} (\sigma_3 - \sigma^S) \quad \sigma_3 < \sigma^S, \end{aligned} \quad (23)$$

где σ_1 и σ_3 – текущие значения первого и третьего главных напряжений (эффективных напряжений), σ^R, σ^S – разрушающие значения главных напряжений при растяжении и сжатии, величина которых зависит от температуры и вида НДС, $\bar{\omega}$ – накопленное значение меры поврежденности, C – константа, используемая для регуляции процесса развития повреждений, определяемая в процессе реализации схемы релаксации состояния [69, 71]. Использование этой схемы позволяет представить развитие эффектов хрупкого разрушения, которое является динамически процессом, как некоторый квазистационарный процесс.

Связь между напряжениями и деформациями в точке разномодульного материала, описанная приведенными выше соотношениями, существенно нелинейна. Эта нелинейность обусловлена зависимостью деформационных характеристик материала от уровня деформаций, текущей меры поврежденности и текущего значения параметра P вида НДС величина которого заранее неизвестна и может быть определена лишь в результате решения соответствующей краевой задачи.

Поэтому для анализа процесса деформирования материала в рамках приведенных соотношений необходимо последовательно проследивать процесс изменения всех определяющих параметров от начального ненагруженного состояния в процессе изменения внешних воздействий.

С этой целью весь процесс нагружения исследуемой конструкции приходится разбивать на ряд достаточно малых шагов (этапов нагружения) и формулировать краевую задачу для текущего шага нагружения.

Для установления соотношений, устанавливающих связь между изменениями напряжений $\Delta\sigma_{ij}$, $\Delta\sigma_{ij}^*$ и деформаций Δe_{ij} в точке разномодульного материала на шаге

нагружения, рассмотрим два достаточно близких состояния: исходное, характеризуемое уровнем действующей температуры \bar{T} , напряжений $\bar{\sigma}_{ij}$, деформаций \bar{e}_{ij} и мерой поврежденности $\bar{\omega}$ в начале текущего шага, и текущее состояние, характеризуемое значением аналогичных величин \hat{T} , $\hat{\sigma}_{ij}$, \hat{e}_{ij} и $\hat{\omega}$ в конце шага.

Изменение эффективных напряжений на шаге нагружения можно представить в виде:

$$\Delta\sigma_{ij} = \hat{\sigma}_{ij} - \bar{\sigma}_{ij} = \Delta\sigma'_{ij} + \delta_{ij}\Delta\sigma.$$

Соответствующие изменения шаровой $\Delta\sigma$ и девиаторных $\Delta\sigma'_{ij}$ составляющих напряжений на шаге можно получить из следующих соотношений.

Изменение шаровой составляющей:

$$\Delta\sigma = \hat{\sigma} - \bar{\sigma} = 3\hat{K}(\hat{e} + \hat{\alpha}\hat{T}) - 3\bar{K}(\bar{e} + \bar{\alpha}\bar{T}) = 3\hat{K}(\Delta e - \Delta(\alpha T)) + \frac{\Delta K}{\bar{K}}\bar{\sigma}, \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta e &= \hat{e} - \bar{e}; \\ \Delta(\alpha T) &= \hat{\alpha}\hat{T} - \bar{\alpha}\bar{T}; \\ \Delta K &= \hat{K} - \bar{K}. \end{aligned}$$

Изменения девиаторных составляющих:

$$\Delta\sigma'_{ij} = \hat{\sigma}'_{ij} - \bar{\sigma}'_{ij} = 2\hat{G}\hat{e}'_{ij} - 2\bar{G}\bar{e}'_{ij} = 2\hat{G}\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{\bar{G}}\bar{\sigma}'_{ij}, \quad (25)$$

где

$$\Delta e'_{ij} = \hat{e}'_{ij} - \bar{e}'_{ij}, \quad \Delta G = \hat{G} - \bar{G}.$$

В результате связь между изменениями эффективных напряжений и деформаций на шаге нагружения может быть представлена в виде:

$$\Delta\sigma_{ij} = 2\hat{G} \cdot \Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G}{\bar{G}}\bar{\sigma}'_{ij} + \delta_{ij} \left[3K(\Delta e - \Delta(\alpha T)) + \frac{\Delta K}{\bar{K}}\bar{\sigma} \right]. \quad (26)$$

Аналогичные уравнения можно получить для приведенных напряжений $\Delta\sigma_{ij}^*$.

Изменение шаровой составляющей:

$$\Delta\sigma^* = \hat{\sigma}^* - \bar{\sigma}^* = 3\hat{K}^*(\Delta e - \Delta(\alpha T)) + \frac{\Delta K^*}{\bar{K}}\bar{\sigma}, \quad (27)$$

где

$$\hat{K}^* = \hat{K}(1 - \hat{\omega});$$

$$\Delta\omega = \hat{\omega} - \bar{\omega};$$

$$\frac{\Delta K^*}{\bar{K}} = \frac{\hat{K}(1 - \hat{\omega}) - \bar{K}(1 - \bar{\omega})}{\bar{K}} = \frac{\Delta K}{\bar{K}}(1 - \hat{\omega}) - \Delta\omega.$$

Изменения девиаторных составляющих:

$$\Delta\sigma_{ij}^* = \hat{\sigma}_{ij}^* - \bar{\sigma}_{ij}^* = 2\hat{G}^*\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G^*}{\bar{G}}\bar{\sigma}'_{ij}, \quad (28)$$

где

$$\hat{G}^* = \hat{G}(1 - \hat{\omega}),$$

$$\frac{\Delta G^*}{\bar{G}} = \frac{\Delta G}{\bar{G}}(1 - \hat{\omega}) - \Delta\omega.$$

Иначе говоря:

$$\Delta\sigma_{ij}^* = 2\hat{G}^*\Delta e'_{ij} + \frac{\Delta G^*}{\bar{G}}\bar{\sigma}_{ij} + \delta_{ij}[3K(\Delta e - \Delta(\alpha T))] + \frac{\Delta K^*}{\bar{K}}\bar{\sigma}. \quad (29)$$

Уравнения для эффективных напряжений (26), так же как и для приведенных напряжений (29) являются существенно нелинейными, так как входящие в них члены зависят от текущих значений параметра \hat{P} и меры поврежденности $\hat{\omega}$. Для линейризации задачи на основе полученных уравнений могут быть использованы различные подходы и в зависимости от выбранного подхода возможно дальнейшее преобразование уравнения (29).

В случае использования для линейризации задачи наиболее предпочтительного в вычислительном отношении метода начальных напряжений целесообразно собрать все нелинейные члены уравнения (29) в виде некоторого “дополнительного” напряжения Δd_{ij} и выделить часть $\Delta\sigma_{ij}^0$, связанную с изменением деформации соотношениями упругости для одномодульного материала при $P=0$:

$$\Delta\sigma_{ij}^* = \Delta\sigma_{ij}^0 + \Delta d_{ij}, \quad (30)$$

$$\Delta\sigma_{ij}^0 = 2\hat{G}_0\Delta e'_{ij} + \delta_{ij}3\hat{K}_0\Delta e, \quad (31)$$

$$\Delta d_{ij} = \Delta d_{ij}^0 + \Delta d_{ij}^r + \Delta d_{ij}^t, \quad (32)$$

где Δd_{ij}^0 – часть Δd_{ij} , обусловленная изменением температуры на шаге нагружения (может быть вычислена в начале шага).

$$\Delta d_{ij}^0 = \left(\frac{\hat{G}_0^y}{G_0^y} - 1 \right) \bar{\sigma}'_{ij} + \delta_{ij} \left[\left(\frac{\hat{K}_0}{K_0} - 1 \right) \cdot \bar{\sigma} - 3\hat{K}_0 \Delta(\alpha T) \right], \quad (33)$$

Δd_{ij}^r – часть Δd_{ij} , обусловленная различием упругих характеристик материала при текущем значении параметра P от значений этих характеристик при $P=0$:

$$\begin{aligned} \Delta d_{ij}^r = & 2(\hat{G} - \hat{G}_0) \Delta e'_{ij} + \frac{\hat{G}_0}{G_0} \frac{(\hat{A}_2 - \bar{A}_2)}{(1 + \bar{A}_2)} \bar{\sigma}'_{ij} + \\ & + \delta_{ij} \left[3(\hat{K} - \hat{K}_0) \Delta e + \frac{\hat{K}_0}{K_0} \frac{(\hat{A}_1 - \bar{A}_1)}{(1 + \bar{A}_1)} \bar{\sigma} - 3(\hat{K} - \hat{K}_0) \Delta(\alpha T) \right]; \end{aligned} \quad (34)$$

Δd_{ij}^l – часть Δd_{ij} , обусловленная влиянием накопленной поврежденности:

$$\Delta d_{ij}^l = -(\Delta \sigma_{ij} \hat{\omega} + \bar{\sigma}_{ij} \cdot \Delta \omega). \quad (35)$$

В приведенных соотношениях предполагалось, что нелинейное поведение неповрежденной каменной кладки может быть описано на основе модели физически нелинейного материала, которая не учитывает возможность появления в материале необратимых деформаций, обусловленных эффектами пластичности или развивающихся во времени деформаций ползучести. Для учета перечисленных эффектов достаточно ввести в уравнения (26), (29) и (34) слагаемые, зависящие от изменения необратимых деформаций Δe_{ij}^n :

$$\Delta \sigma_{ij} = 2\hat{G} \cdot (\Delta e'_{ij} - \Delta e_{ij}^n) + \frac{\Delta G}{G} \bar{\sigma}'_{ij} + \delta_{ij} \left[3K(\Delta e - \Delta(\alpha T)) + \frac{\Delta K}{K} \bar{\sigma} \right], \quad (36)$$

$$\Delta \sigma_{ij}^* = 2\hat{G}^* (\Delta e'_{ij} - \Delta e_{ij}^n) + \frac{\Delta G^*}{G} \bar{\sigma}'_{ij} + \delta_{ij} [3K(\Delta e - \Delta(\alpha T))] + \frac{\Delta K^*}{K} \bar{\sigma}, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \Delta d_{ij}^r = & 2(\hat{G} - \hat{G}_0) \Delta e'_{ij} + \frac{\hat{G}_0}{G_0} \frac{(\hat{A}_2 - \bar{A}_2)}{(1 + \bar{A}_2)} \bar{\sigma}'_{ij} - 2\hat{G} \Delta e_{ij}^n + \\ & + \delta_{ij} \left[3(\hat{K} - \hat{K}_0) \Delta e + \frac{\hat{K}_0}{K_0} \frac{(\hat{A}_1 - \bar{A}_1)}{(1 + \bar{A}_1)} \bar{\sigma} - 3(\hat{K} - \hat{K}_0) \Delta(\alpha T) \right] \end{aligned} \quad (38)$$

$$\Delta e_{ij}^n = \Delta e_{ij}^p + \Delta e_{ij}^c, \quad (39)$$

где Δe_{ij}^p , Δe_{ij}^c – изменения деформаций пластичности и ползучести на шаге нагружения.

Для изделий каменной кладки наиболее актуальным является учет деформаций ползучести, поэтому можно принять: $\Delta e_{ij}^n = \Delta e_{ij}^c$.

В качестве модели, описывающей процессы ползучести каменной кладки, можно использовать соотношения [62], предложенные для описания ползучести традиционных материалов, дополненные зависимостью основных параметров этой модели от текущего вида НДС.

При формулировке этой модели принимаются гипотезы о подобии кривых ползучести, построенных при различных значениях параметра вида НДС и различных уровнях действующих напряжений, а также гипотеза существования начальной поверхности ползучести. Согласно этой модели скорость ползучести разномодульного материала \dot{e}_{ij}^c может быть представлена в виде:

$$\dot{e}_{ij}^c = \sigma'_{ij} L(\Psi, T, P) \cdot H(\tau, T), \quad (40)$$

где σ'_{ij} – компоненты девиатора напряжений, $L(\psi, T, P)$ – функция, характеризующая начальную скорость ползучести, отнесенную к единичному напряжению, $H(\tau, T)$ – функция, характеризующая изменение начальной скорости от параметра упрочнения τ , ψ – функция, характеризующая уровень действующих напряжений и определяемая выражением:

$$\Psi = \frac{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - C_c^2}{C_c^2}. \quad (41)$$

В качестве параметра упрочнения τ может приниматься либо длина траектории деформаций ползучести [62]:

$$\tau = \int_0^t \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^c \cdot \dot{e}_{ij}^c \right)^2 dt, \quad (42)$$

либо энергия диссипации:

$$\tau = \int_0^t (\sigma'_{ij} \cdot \dot{e}_{ij}^c) dt. \quad (43)$$

В более простом варианте можно принять, что τ равно времени ползучести.

В модели также принимается, что зависимости фигурирующего в уравнении (41) радиуса поверхности ползучести C_c и функции L от текущего значения параметра P могут быть представлены в виде:

$$C_c(T, P) = C_c^0(T) \cdot g_4(P), \quad (44)$$

$$L(\psi, T, P) = L^0(\psi, T) \cdot g_5(P), \quad (45)$$

где $C_c^0(T)$ и $L^0(\psi, T)$ – значения функций при значении $P=0$.

Для определения материальных функций модели C_c^0, L^0, H, g_4 и g_5 необходимо иметь набор кривых ползучести $e_1^c(t)$ для ряда значений напряжений σ_i ($i = 3 - 5$) при фиксированных значениях P_j ($j = 1 - 3$).

На основе предложенной структуры определяющих уравнений решение нелинейной краевой задачи на шаге нагружения для разномодульного материала может быть сведено к последовательности линейных краевых задач для одномодульного материала, упругие характеристики которого соответствуют параметру вида НДС $P=0$ с дополнительными объемными силами, обусловленными “дополнительными” напряжениями Δd_{ij} , величина которых уточняется в процессе последовательных приближений.

Реализация рассмотренных выше физических соотношений, описывающих поведение разномодульного материала, требует знания начального состояния материала в точке тела, характеризуемого уровнем действующих напряжений, поврежденности и температуры, а также пространственно-временные законы изменения внешних воздействий (объемных, поверхностных сил, граничных смещений и температурных полей) и их распределения по шагам нагружения. Кроме этого должны быть известны материальные функции $g_1(T), g_2(T), g_3(T)$, определяющие разномодульные свойства материала, функция $G'_0(T, e_u)$, определяющая нелинейную упругость, а также функции, необходимые для описания процесса разрушения материала. При этом на основе предложенной структуры определяющих уравнений решение нелинейной краевой задачи на шаге нагружения для разномодульного материала может быть сведено к последовательности линейных краевых задач для одномодульного материала упругие характеристики которого соответствуют параметру вида НДС $P=0$ с дополнительными объемными силами, обусловленными “дополнительными” напряжениями Δd_{ij} .

При фиксированных значениях этих величин уравнения (30)–(32) можно рассматривать как уравнения линейной упругости изотропного материала с некоторой

заданной системой начальных напряжений. Такая трактовка указанных уравнений позволяет представить решение нелинейной краевой задачи анализа конструкций, выполненных из изотропных разномодульных материалов в виде последовательности линейных задач для материалов с фиксированными модулями G_0, K_0 и дополнительными объемными и поверхностными силами, обусловленными членами Δd_{ij} , величина которых уточняется в процессе последовательных приближений. При этом на первом этапе нагружения может быть использовано начальное приближение, соответствующее условию $\Delta d_{ij}^r = \Delta d_{ij}^i = 0$, а на всех последующих этапах начальное приближение строится на основе значений, вычисленных на предыдущих этапах.

2. 3. Методические основы численного моделирования поведения изделий каменной кладки при квазистатических нагружениях

Исследование процессов деформирования и разрушения изделий каменной кладки в условиях квазистатических нагружений на основе рассмотренных выше физических соотношений приводит к сложным нелинейным системам разрешающих уравнений. В настоящее время решение таких нелинейных задач строится обычно на основе инкрементальной формулировки исходных уравнений и применения современных шаговых методов. В данной работе формулировка разрешающих уравнений, описывающих процессы деформирования и разрушения изделий каменной кладки, и методика их численного решения строится по аналогии с методическими положениями, предложенными для численного моделирования нелинейного поведения конструкций, выполненных из традиционных материалов при квазистатических нагружениях на основе МКЭ [62, 67, 70, 71].

Пусть в пространстве координат x_i рассматривается тело или совокупность тел, выполненных из одного или нескольких в общем случае разномодульных материалов, занимающих объем V и ограниченное поверхностью Σ . Тело находится под действием объемных сил F_i , температуры T , распределенных по заданному закону объеме V , а также поверхностных сил P_i и граничных перемещений u_i^G распределенных по частям поверхности Σ_1 и Σ_2 соответственно. Каждое из перечисленных воздействий статически меняется по заданному закону во времени t , которое рассматривается в дальнейшем как параметр нагружения.

В начальный момент времени $t=t_0$ состояние тела характеризуется полем начальных напряжений $\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}^0(x_i^0, t_0)$, а также параметров, характеризующих накопленную поврежденность материала. Для характеристики деформируемой системы в процессе пошагового решения задачи используются три состояния с соответствующими моментами времени t и величинами, определяющими состояние конструкции на данный момент времени, а также заданным уровнем внешних воздействий конструкции.

Начальное ($t=t^0; F_i^0; P_i^0; T^0; \sigma_{ij}^0; \omega^0; \dots$), а также два близких состояния:

исходное ($\bar{t}; \bar{F}_i; \bar{P}_i; \bar{T}; \bar{u}_i^G; \bar{u}_i; \bar{\sigma}_{ij}^*; \bar{e}_{ij}; \bar{\omega}$)

и текущее ($\tilde{t} = \bar{t} + \Delta t; \tilde{F}_i; \tilde{P}_i; \tilde{T}; \tilde{u}_i^G; \tilde{u}_i; \tilde{\sigma}_{ij}^*; \tilde{e}_{ij}; \tilde{\omega}$).

В соответствии с известными положениями механики деформируемого твердого тела в случае малых перемещений, деформаций и углов поворота поля перемещений $u_i = u_i(x_i)$, деформаций $e_{ij} = e_{ij}(x_i)$ и напряжений $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x_i)$ для каждого из рассмотренных моментов нагружения тела, находящегося в равновесном состоянии, должны удовлетворять системе, состоящей из:

геометрических уравнений:

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}); \quad (46)$$

уравнений равновесия в объеме V :

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0; \quad (47)$$

физических уравнений, определенных соотношениями (29) – (35). А также удовлетворять граничным условиям на частях поверхности Σ_1 и Σ_2 .

Для инкрементальной формулировки необходимо записать приведенные соотношения для изменения всех величин на шаге изменения внешних сил.

Изменения компонент деформаций Δe_{ij} на шаге нагружения можно получить как разность полных деформаций, записанных на основе соотношения (46) для текущего и исходного состояний соответственно:

$$\Delta e_{ij} = \frac{1}{2}(\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i}). \quad (48)$$

Аналогичным образом можно получить уравнения равновесия, которым должны удовлетворять изменения напряжений в объеме тела и на её граничных

поверхностях Σ_1 при условии, что n_j – направляющие косинусы нормали к поверхности Σ_1 в рассматриваемой точке:

$$\Delta\sigma_{ij,j} + \Delta F_i = 0 \quad \text{в } V; \quad (49)$$

$$\Delta\sigma_{ij}n_j - \Delta P_i = 0 \quad \text{на } \Sigma_1, \quad (50)$$

а также кинематические граничные условия для изменений перемещений, заданных на частях поверхности Σ_2 :

$$\Delta u_i^G = u_i^G - u_i^G. \quad (51)$$

Совокупность уравнений (29, 39–42) позволяет определить изменение перемещений, деформаций и напряжений в точках исследуемого объекта на текущем шаге изменения внешних воздействий.

При фиксированных значениях входящих в (32) параметров Δd_{ij} разрешающая система уравнений для сформулированной задачи может быть получена на основе принципа возможной работы, сформулированного для рассматриваемой деформируемой системы в текущем состоянии:

$$\int_V (\bar{\sigma}_{ij}^* + \Delta\sigma_{ij}^*)\delta(e_{ij})dV - \int_V (\bar{F}_i + \Delta F_i)\delta(u_i)dV - \int_{\Sigma_1} (\bar{P}_i + \Delta P_i)\delta(u_i)d\Sigma = 0. \quad (52)$$

Представляя в (52) изменения приведенных напряжений $\Delta\sigma_{ij}^*$ согласно формуле (30) и учитывая, что в исходном состоянии деформируемая система находится в равновесии, можно преобразовать (52) к виду:

$$\int_V \Delta\sigma_{ij}^0 \delta e_{ij} dV + \int_V (\Delta d_{ij} \delta e_{ij} - \Delta F_i \delta u_i) dV - \int_{\Sigma_1} \Delta P_i \delta u_i d\Sigma = 0. \quad (53)$$

Уравнение (53) представляет собой вариационное уравнение, описывающее равновесие деформируемой системы на текущем шаге нагружения. В этом уравнении изменения деформаций Δe_{ij} связаны с изменениями перемещений Δu_i соотношениями (48); ΔF_i , ΔP_i , Δd_{ij} – изменения объемных, поверхностных и дополнительных сил в объеме конструкции V и на частях поверхности Σ_1 ; $\Delta\sigma_{ij}^0$ – изменения напряжений, соответствующие условному упругому, изотропному, одномодульному материалу (29).

Изменения перемещений Δu_i в (53) удовлетворяют кинематическим условиям (51) на части поверхности Σ_2 .

Полученное уравнение можно представить в виде следующего операторного уравнения:

$$\Phi = HU + R = 0, \quad (54)$$

где $H(t)$ – линейный оператор, U – изменения перемещений точек системы для текущего шага нагружения, R – вектор нагрузки, включающий в себя постоянную R^0 и переменную r составляющие:

$$R = R^0 + r. \quad (55)$$

Постоянная составляющая вектора $R^0 = R^0(\bar{t})$ определяется совокупностью внешних воздействий на конструкцию в виде изменений на шаге нагружения объемных и поверхностных сил, температуры, граничных перемещений, а также величинами Δd_{ij}^0 (часть Δd_{ij} , обусловленная изменением температуры на шаге нагружения), которые могут быть вычислена в начале шага.

Переменная часть вектора $r = r(U, t)$ включает в себя нелинейные члены, зависящие от решения задачи, и определяется текущими значениями величин Δd_{ij}^r и Δd_{ij}^t . При этом решение задачи (54) можно представить в виде:

$$U = U^0 + u, \quad (56)$$

где $U^0 = H^{-1}R^0$ соответствует решению задачи (54) в линейном приближении, u – нелинейная часть вектора решения, зависящая от вектора r .

Определение нелинейной составляющей вектора решения (вектора u) осуществляется в рамках метода начальных напряжений, позволяющего свести решение нелинейной задачи $u = H^{-1}r$ к последовательности линейных задач с уточняемыми в процессе последовательных приближений значений вектора r .

Численное решение линеаризованных задач осуществляется на основе МКЭ с использованием семейства изопараметрических конечных элементов с квадратичной сирендиповой аппроксимацией поля перемещений [67].

В дискретной формулировке задачи на основе МКЭ операторному уравнению (54) соответствует система алгебраических уравнений, в которой роль оператора H

играет матрица жесткости конструкции $[H]$, а роль векторов U и R – векторы узловых перемещений $\{U\}$ и узловых сил $\{R\}$ дискретной модели конструкции:

$$[H]\{U\}-\{R\}=0. \quad (57)$$

Таким образом, исследование поведения конструкций каменной кладки в рамках предлагаемой методики осуществляется путем последовательного интегрирования представленных выше разрешающих уравнений для последовательности меняющихся уровней внешних воздействий с учетом истории протекания процессов деформирования и разрушения материала в отдельных точках изделия. С этой целью реальная траектория нагружения представляется в виде кусочно-гладкой кривой в пространстве параметров нагружения и аппроксимируется совокупностью прямолинейных участков, величина которых определяется только условиями удовлетворительной аппроксимации реальных траекторий нагружения. Решение нелинейных задач на шагах (этапах) нагружения осуществляется в форме метода начальных напряжений путем итерационного уточнения равновесного состояния для текущей деформированной конфигурации конструкции.

Перед решением задачи на каждом этапе производится формирование полей, характеризующих нагружение конструкций на текущем этапе (полей внешних воздействий и времени, соответствующих началу и концу текущего этапа нагружения).

Дальнейший алгоритм решения краевой задачи МКЭ для исследуемой конструкции на шаге нагружения сводится к выполнению последовательности следующих вычислительных операций [62, 67]:

1. Вычисление матриц жесткости и векторов узловых сил, обусловленных изменением внешних воздействий для конечных элементов, входящих в состав исследуемой конструкции.

2. Построение матрицы $[H]$ и вектора узловых сил $\{R^0\}$ результирующей системы. Все эти вычисления, так же как и последующее обращение матрицы $[H]$, производится лишь для тех этапов, на которых меняются жесткостные характеристики конструкции.

3. Вычисление вектора узловых сил конструкции $\{r\}$, обусловленных изменением упругих характеристик материала при изменении параметра вида НДС, изменением необратимых деформаций и поврежденности (определяемых текущими

значениями величин Δd_{ij}^r и Δd_{ij}^t). Вычисления производятся лишь для тех КЭ, в которых названные величины изменились по сравнению с их значениями на предыдущей итерации.

4. Решение системы алгебраических уравнений для текущего вектора узловых сил ($[H]\{U^0\}-\{R^0\}=0$ на первой итерации и $[H]\{u\}-\{r\}=0$ – на последующих) с учетом результатов обращения матрицы $[H]$ на первой итерации.

5. Проведение анализа поведения решения в процессе последовательных приближений на основе полученных в текущих приближениях значений векторов узловых перемещений $\{u\}$ (проверка условий монотонности изменения компонент решения u_i , оценка изменения длины вектора $L=|\{u\}|$ в процессе приближений). Экстраполяция решения согласно схеме промежуточных экстраполяций при выполнении необходимых условий монотонности процесса приближений [59].

6. Вычисление в физических узлах конструкции величины изменения деформаций Δe_{ij} для текущего значения вектора узловых перемещений $\{U\}=\{U_0\}+\{u\}$.

7. Вычисление в физических узлах конструкции величин, характеризующих изменение упругих характеристик материала при изменении параметра вида НДС, изменение необратимых деформаций, меры поврежденности и параметров, характеризующих текущую историю необратимого деформирования; вычисление текущих значений величин Δd_{ij}^r и Δd_{ij}^t согласно (35) и (38)).

8. Проверка условий окончания процесса последовательных приближений на основе используемого критерия сходимости и при их нарушении – повторение всех операций, начиная с пункта 3.

9. Уточнение полей, характеризующих НДС в каждом физическом узле конструкции, определяющих начальное состояние для следующего шага нагружения.

Исследование двухуровневой среды для каждого уровня также сводится к выполнению описанной выше последовательности типовых операций без различия, на каком уровне решается задача: на верхнем – для однородной среды с осредненными характеристиками или на нижнем – для каждого типового фрагмента.

2. 4. Методика определения основных характеристик среды верхнего уровня двухуровневой модели

Методику определения приведенных характеристик условной однородной среды верхнего уровня можно продемонстрировать на примере материала “кирпичная кладка”.

Для получения осредненных характеристик однородной среды верхнего уровня модели, адекватно описывающей исходную кусочно-однородную среду, большое значение имеет правильный выбор стандартного фрагмента и схемы его конечно-элементного разбиения. При определении вида и размера типового фрагмента необходимо руководствоваться следующими положениями.

Типовой блок фрагмента должен включать в свой состав все материалы, из которых составлен кусочно-однородный материал конструкции, и иметь типичную для исследуемой конструкции структуру. Размер фрагмента должен быть достаточным, для того чтобы учесть особенности расположения составляющих материалов в блоке и их реальные прочностные и физико-механические характеристики, однако не должен быть слишком большим, так как при увеличении размеров возрастает трудоемкость исследования и теряется оптимальность применения двухуровневой модели.

Выбор расчетного фрагмента кирпичной кладки определялся на основе анализа вариантов возможных фрагментов, полученных в результате последовательного увеличения их размеров.

Первоначально выбирается минимально возможный фрагмент, включающий в себя все составляющие кирпичной кладки, то есть кирпич, вертикальный и горизонтальный раствор. Для этого фрагмента, изображенного на рис 2.4 и состоящего из двух четвертинок кирпича, половины вертикального растворного шва и части горизонтального, по алгоритму, указанному ниже, для нескольких видов кирпичных кладок подсчитывались основные модули и коэффициенты, необходимые для реализации модели разномодульного материала (модуль Юнга и коэффициент Пуассона при растяжении и сжатии для горизонтального и вертикального направлений, пределы прочности на сжатие и растяжение, значения функций g_1 , g_2 , g_3). Пределы прочности на сжатие нескольких видов кирпичей и растворов, из которых составлялся фрагмент, и осредненные характеристики прочности, полученные для их комбинации в рамках описанного фрагмента, представлены в табл. 2.1. Этот вид фрагмента обозначен в таблице как фрагмент № 1.

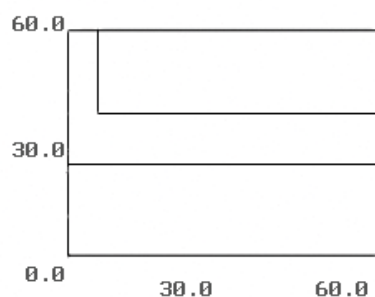


Рис. 2.4. Минимально возможный фрагмент кирпичной кладки

Фрагмент № 2 был получен увеличением фрагмента 1 в два раза и в высоту, и в ширину. Разница в значениях характеристик, полученных для этого фрагмента, и характеристик для фрагмента 1 (табл. 2.1) составила порядка 10%.

Фрагмент № 3 соответствует представленному на рис. 2.5 фрагменту. Разница в характеристиках для этого фрагмента со значениями характеристик фрагмента 1 составила в среднем 28%, фрагмента 2 – 22%.

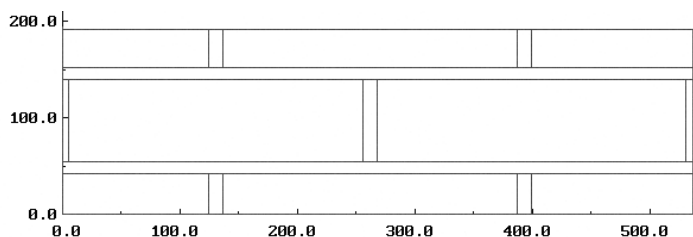


Рис. 2.5. Фрагмент кирпичной кладки, признанный впоследствии типовым

Фрагмент 3 был увеличен в 8 раз (рис. 2.6, фрагмент № 4 в табл. 2.1).

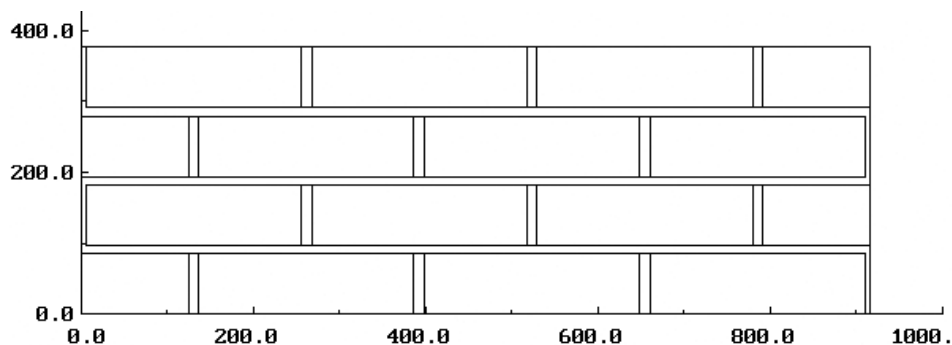


Рис. 2.6. Наибольший из изученных фрагмент кирпичной кладки

Как видно из таблицы, разница между прочностными характеристиками, полученными для фрагментов 3 и 4, составляет около 4%. Для фрагментов 4 и 2 эта разница составляет 18%, и доходит до 30% при сравнении осредненных характеристик, определенных для фрагментов 1 и 4.

После проведенных исследований в качестве типичного фрагмента материала “кирпичная кладка” выбран фрагмент 3 (рис. 2.5), так как он лучше, чем фрагменты 1 и 2, описывает среду верхнего уровня и в то же время оптимальнее по размерам, чем фрагмент 4.

Для кирпичной кладки существовала возможность протестировать предлагаемую методику путем сравнения полученных прочностных характеристик с опытными значениями. В табл. 2.1 они приведены в графе “эксперимент”. Можно констатировать хорошее совпадение определенных опытным путем пределов прочности для образцов кирпичной кладки и пределов прочности, полученных для фрагмента 3.

Таким образом, алгоритм определения вида типового фрагмента состоит в следующем. Выбирается минимально возможный фрагмент кусочно-однородного материала, включающий в себя все составляющие материалы. Для него определяются основные характеристики условной однородной среды верхнего уровня. Далее величина блока постепенно увеличивается, а полученные значения основных характеристик сравниваются со значениями, определенными при меньшем его размере. Выполнение условия, что увеличение блока не приводит к существенному изменению характеристик, является определяющим для окончания исследования и выбора типового вида и размера фрагмента.

Следующий этап исследования – определение дискретизации фрагмента. Конечно-элементное разбиение исследуемого изделия должно обеспечивать возможность учета его реальной геометрии и реальной структуры изучаемого кусочно-однородного материала. Так, для выбранного типового фрагмента кирпичной кладки (рис. 2.7) при дискретизации учитывалась ширина вертикального растворного шва и высота горизонтального. Для этих участков типового фрагмента потребовалось выбрать более подробное конечно-элементное разбиение для подробного учета специфического характера процессов деформирования и разрушения раствора.

Для выбранного фрагмента решается ряд краевых задач с условиями нагружения, соответствующими экспериментальным испытаниям образцов материалов. Необходимое количество таких задач определяется характером поведения исследуемого материала, таким как учет анизотропии или разномодульности. В случае использования модели материала со свойствами, зависящими от вида НДС, их должно быть как минимум три. Обычно это – одноосное сжатие, одноосное растяжение и

двуосное сжатие, но возможны и другие виды элементарных нагружений, характерные для поведения изучаемого материала.

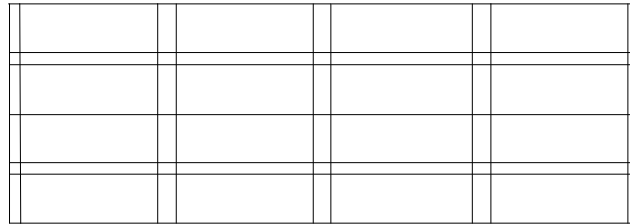


Рис. 2.7. Конечно-элементное разбиение типового фрагмента

При этом необходимо, чтобы первичные деформационные и прочностные характеристики составляющих этот фрагмент материалов были известны из условий конкретной решаемой задачи. В зависимости от используемой модели представления составляющих должна быть известна следующая информация (в случае плоской задачи):

Изотропный одномодульный материал	Разномодульный изотропный материал	Ортотропный одномодульный материал
$G_0, K_0, \sigma_c, \sigma_t, \sigma_{sh},$ $\sigma_u(e_u)$	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> $G^+, G^-, K^+, K^-,$ $\sigma_c, \sigma_t, \sigma_{sh},$ $\sigma_u^+(e_u^+),$ $\sigma_u^-(e_u^-)$ </div> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> g_1, g_2, g_3, G_0, K_0 </div>	$G_1, G_2, K_1, K_2,$ $\sigma_c^1, \sigma_t^1, \sigma_{sh}^1,$ $\sigma_c^2, \sigma_t^2, \sigma_{sh}^2,$ $\sigma_u^1(e_u^1),$ $\sigma_u^2(e_u^2)$

Примечание: $\sigma_c, \sigma_t, \sigma_{sh}$ – пределы прочности составляющего материала на сжатие, растяжение и сдвиг. $\sigma_u(e_u)$ – диаграмма зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций, линейная в случае упругого материала, нелинейная в случае физически-нелинейного материала. Индексы + и – соответствуют характеристикам растяжения и сжатия разномодульного материала. Индексы 1 и 2 – характеристикам ортотропного материала, соответствующим двум ортогональным осям. Блок функций g_1, g_2, g_3, G_0, K_0 определяется из известных характеристик составляющих материалов по формулам (15) – (19).

В качестве внешней нагрузки для типового фрагмента выступают распределенные перемещения, прикладываемые поэтапно, что позволяет получить для условного однородного материала среды верхнего уровня упругие характеристики для

линейного участка диаграммы $\sigma(\varepsilon)$, а также пределы прочности материала на растяжение, сжатие, кручение для разных направлений.

Последовательно для шагов нагружения определяется закон изменения перемещений, после чего путем интегрального осреднения по объему фрагмента вычисляются продольные и поперечные деформации. Также определяются средние значения составляющих действующих в фрагменте напряжений, после чего строятся графики зависимостей $\sigma^-(\varepsilon^-)$, $\sigma^+(\varepsilon^+)$, из которых определяется модуль Юнга. Из отношений поперечных деформаций к продольным вычисляются коэффициенты Пуассона.

Из соотношений упругости [1]:

$$\begin{aligned} E &= 2(1 + \nu)G, \\ K &= \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \end{aligned} \quad (58)$$

вычисляются модули сдвига и объемной деформации.

Необходимо отметить, что все указанные характеристики упругости определяются в зависимости от направления приложенной распределенной нагрузки как характеристики растяжения или сжатия однородной разномодульной среды верхнего уровня.

Зная величину параметров G^+ , G^- , K^+ , K^- для разномодульного материала по формулам (11–13), можно определить конкретные значения функций g_1 , g_2 , g_3 , а также величины G^0 , K^0 (10).

За предел прочности материала при растяжении и сжатии принимается средняя величина соответствующих напряжений при наступлении предельного состояния фрагмента. Предельное состояние конструкции характеризуется наличием зон, в которых величина параметра поврежденности ω достигает предельного значения ($\omega=0.99$), а также выполнением условия, что при дальнейшем увеличении внешних нагрузок происходит значительное падение интегральных напряжений конструкции.

Для кирпичных кладок разных видов, то есть составленных из комбинаций кирпичей и растворов разных марок, с помощью описанного алгоритма были определены приведенные характеристики среды верхнего уровня. С этими характеристиками считались задачи для реальных конструкций под действием разных видов нагрузок. Полученные результаты расчетов, представленные в главе 3,

достаточно хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований, поэтому описанную методику подсчета осредненных характеристик условной однородной среды верхнего уровня можно рекомендовать при изучении процессов деформирования и разрушения кусочно-однородных сред с периодически повторяющейся структурой.

2. 5. Реализация предложенных моделей в рамках вычислительного комплекса УПАКС

Применительно к задачам расчёта и проектирования строительных конструкций в настоящее время [65] известно два основных направления разработки программных средств:

- программы автоматизации инженерных методов расчёта строительных конструкций, реализованные в строительных нормах и правилах;
- интегрированные системы прочностного анализа с использованием современных численных методов.

Первое на современном этапе представлено программами: *NormCAD, ESOP, СпИн, ПРУСК, Кристалл, Арбат, Камин, Вест* и другими. Большинство из них входят составными частями в разные интегрированные программные комплексы и могут функционировать как в составе этих вычислительных комплексов, так и использоваться независимо от них.

Также известны следующие зарубежные пакеты для строительства[62]: **SAP 2000 (США), STAAD Pro (США), ROBOT (Франция-Польша), MIDAS (Ю.Корея), GT STRUDL (США-Вб), LUSAS (США), STRAP(Израиль), Straus7 (Австралия)**. Это программы, представляющие собой электронные справочники, рабочий инструмент инженера-конструктора, предназначенный для выполнения проверок принимаемых конструктивных решений на соответствие требованиям строительных норм и правил своих стран.

Универсальные многоцелевые пакеты проектирования и анализа (*ANSYS, NASTRAN, ABAQUS, SCAD, ЛИРА-Windows, LS-DYNA, STAAD, GTSTRUDL, МОНОМАХ, STARK ES 2009* и др.) основаны на соотношениях механики деформируемого твердого тела. В зависимости от уровня заложенных в них соотношений эти программные комплексы различаются друг от друга по возможностям адекватного моделирования реальных процессов, возникающих в изучаемых объектах.

Общим для всех этих комплексов является реализация МКЭ, наличие в их составе разных библиотек конечных элементов и разных методов решения разрешающей системы алгебраических уравнений. Большинство из них имеют информационную связь с САД – системами и модульный принцип построения.

Сравнение их возможностей и выбор лучшего – задача достаточно неблагодарная, так как такой анализ может провести лишь специалист, в совершенстве владеющий навыками работы на всех из перечисленных ПК. Найти таких специалистов не представляется возможным, так как они работают обычно в представительстве одного из дилеров и полной объективности от них ждать трудно. У каждой из этих систем есть свои плюсы и минусы, однако все они обладают одним общим недостатком – отсутствием возможности развития имеющихся средств внешними пользователями при необходимости включения в них новых моделей, численных схем и новых пользовательских функций.

В связи с этим реализация описанных в предыдущих параграфах моделей, алгоритмов и методик была осуществлена в рамках разработанного в НИИ механики при Нижегородском Государственном университете им. Н.И. Лобачевского вычислительного комплекса УПАКС [64].

Вычислительный комплекс *УПАКС* предназначен для численного решения на основе МКЭ задач деформирования, разрушения и оценки несущей способности конструкций при квазистатических термосиловых нагружениях с учетом различных видов нелинейностей физического, геометрического характера и краевых условий.

С точки зрения архитектуры вычислительный комплекс УПАКС (в дальнейшем ВК) представляет собой интегрированный пакет программных средств, состоящий из нескольких формально независимых компонентов:

- блока формирования информационной модели исследуемых конструкций (препроцессор);
- блока решения краевых задач (процессор);
- блока, обеспечивающего вывод и визуализацию информации об исследуемых конструкциях на различных этапах решения задачи (постпроцессор);
- блока информационного обеспечения, поддерживающего связь всех фрагментов комплекса в едином вычислительном процессе, реализующего хранение, накопление и доступ к данным, используемым в процессе решения задачи.

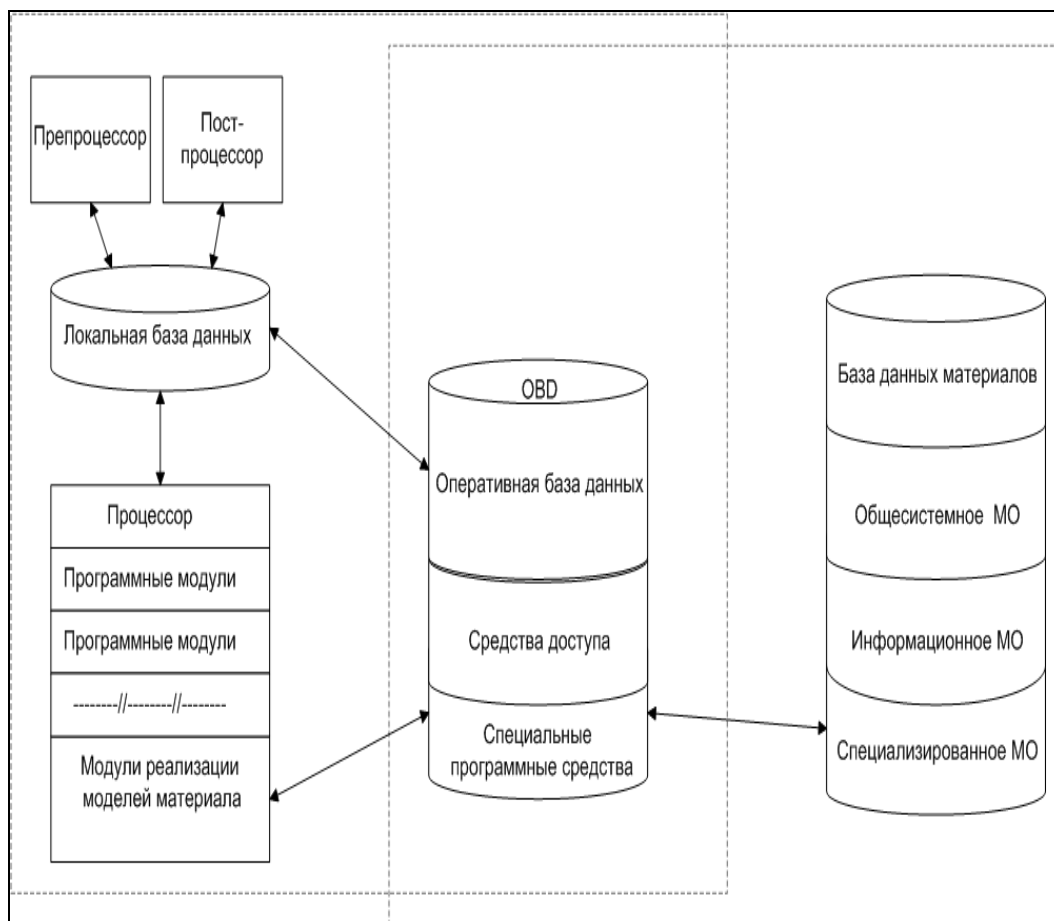


Рис. 2.8. Общая архитектура комплекса *УПАКС*

С помощью средств препроцессора в комплексе осуществляются функции начального описания конструкции, расчетной схемы, дискретизации конструкции и отдельных ее частей (подконструкций), производится описание внешних полей и формирование входных баз данных, содержащих информационную модель исследуемой конструкции (геометрию, топологию, поля состояний), согласованную со схемой численного решения задачи.

В составе ВК функционирует ряд альтернативных препроцессоров, либо созданных непосредственно для ВК (программы DIA2,3), либо заимствованных из других систем (например, программы ANSYS).

Блок решения краевых задач предназначен для реализации на ЭВМ методик и алгоритмов численного моделирования исследуемых процессов при сформированной в результате работы препроцессора входной информации, размещаемой в локальной базе данных (LBD).

С формальной точки зрения с помощью программных средств этого блока формируется последовательность полей, характеризующих промежуточные и конечное состояние конструкции при заданной начальном состоянии (характеризуемом полями начальных напряжений, деформаций, перемещений, а также параметрами, определяющими историю необратимого деформирования и поврежденности), и закон изменения внешних воздействий.

По своей архитектуре программные средства блока представляют собой работающую на единой информационной основе иерархическую открытую модульную систему, включающую ряд головных программ (модулей верхнего уровня), составляющих верхний пользовательский уровень программных средств.

Такая организация позволяет использовать для описания поведения исследуемой конструкции широкий набор имеющихся и разрабатываемых альтернативных моделей без изменения общей структуры всего программного комплекса. Программные средства, входящие в состав постпроцессора, обеспечивают преобразование данных, размещенных в LBD, к виду, используемому в средствах вывода, и непосредственный вывод информации в табличной и графической формах.

Анализ результатов решения и контроль правильности прохождения решения может быть осуществлен либо путем просмотра специальных табличных файлов, либо путем анализа графической информации с помощью собственных средств графической визуализации результатов или альтернативных постпроцессорных программ, заимствованных из других систем (например, программы ANSYS).

Блок информационного обеспечения комплекса включает два основных компонента: локальную базу данных (LBD) и оперативную базу данных конструкционных материалов (OBD).

Локальная база данных предназначена для организации формирования, хранения и доступа к данным, определяющим состояние исследуемых конструкций в процессе их нагружения и составляющим основную информацию о задаче (информационную модель исследуемой конструкции). Основные требования к LBD при ее создании диктовались условиями обеспечения эффективности вычислительного процесса с учетом специфики решаемых задач на основе дискретных методов (МКЭ, различные модификации сеточных методов). Информационная часть LBD в виде массивов данных, содержащих информационную модель конструкций, располагается в

специальном файле. Программные средства LBD, предназначенные для доступа к данным функционируют непосредственно в составе программных средств ВК.

Оперативная база данных конструкционных материалов представляет собой автономную подсистему банка данных обеспечения расчетов прочностью данными по свойствам конструкционных материалов. Кроме естественных функций накопления и хранения данных, с помощью средств OBD осуществляется обработка первичных экспериментальных данных, построение на их основе материальных функций, необходимых для работы различных моделей, описывающих поведение конструкционных материалов, и оперативный доступ к данным из программных средств, реализующих эти модели.

Некоторые примеры и результаты применения ВК для исследования процессов и деформирования и разрушения конструкций при различных видов квазистатических нагрузений можно найти в [67 – 72].

Реализация описанных в предыдущих разделах моделей и алгоритмов исследования поведения изделий из кусочно-однородных материалов потребовала внесение ряда дополнений в структуру и состав ранее созданных программных средств ВК.

В частности, был дополнительно разработан ряд программных модулей реализующих описание процессов деформирования и разрушения в точке разномодульного материала (вычисление изменений на текущем шаге нагружения эффективных напряжений $\Delta\sigma_{ij}$, приведенных напряжений $\Delta\sigma_{ij}^*$, дополнительных напряжений $\Delta d_{ij}^0, \Delta d_{ij}^r, \Delta d_{ij}^t$, скоростей \dot{e}_{ij}^c и изменений на шаге деформаций ползучести Δe_{ij}^c , меры поврежденности $\Delta\omega$ при заданных в начале шага значениях напряжений $\bar{\sigma}_{ij}$, температуры \bar{T} , меры $\bar{\omega}$, а также изменений на текущем шаге значения температуры и полных деформаций Δe_{ij}). Разработаны модули, обеспечивающие организацию процесса последовательных приближений при решении нелинейных задач расчета конструкций из разномодульных материалов на на текущем шаге нагружения.

В состав средств OBD включены дополнительные структуры, позволяющие работать с материальными функциями, используемыми в предложенных моделях разномодульных материалов.

Реализация предложенных в работе моделей и алгоритмов в задачах расчета конструкций из кусочно-однородных разномодульных материалов осуществлялась с использованием реализованных в рамках ВК двумерных и пространственных изопараметрических квадратичных КЭ с сирендиповой аппроксимацией поля перемещений.

Проверка работоспособности и верификация разработанных средств осуществлялась на примерах решения большого числа тестовых задач, на основе сравнений численных решений с результатами экспериментов и анализа результатов численного моделирования процессов деформирования и разрушения реальных объектов из кусочно-однородных материалов, представленных в третьей главе настоящей работы.

Глава 3. Численные исследования НДС и процессов разрушения строительных конструкций на основе разработанных моделей и методик

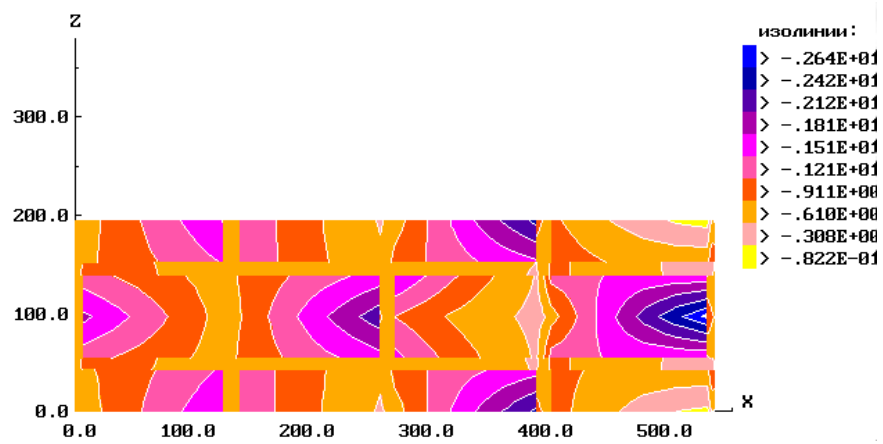
3. 1. Анализ особенностей поведения материала каменных кладок при одноосном сжатии

Численное моделирование напряженного состояния при сжатии типового фрагмента, описанного в параграфе 2.4, подтвердило возникновение не только напряжений сжатия, но и растяжения, изгиба, сдвига как в кирпичах, так и в растворе швов. Рис.3.1 наглядно демонстрирует полученную до появления поврежденности сложную картину распределения поперечных (а), продольных (b) и сдвиговых (с) напряжений этого фрагмента под действием вертикальных сжимающих перемещений. На рис. 3.1.b напряжения растяжения, характеризуемые положительными значениями изолиний, в десятки раз выше в кирпиче, чем в растворных швах.

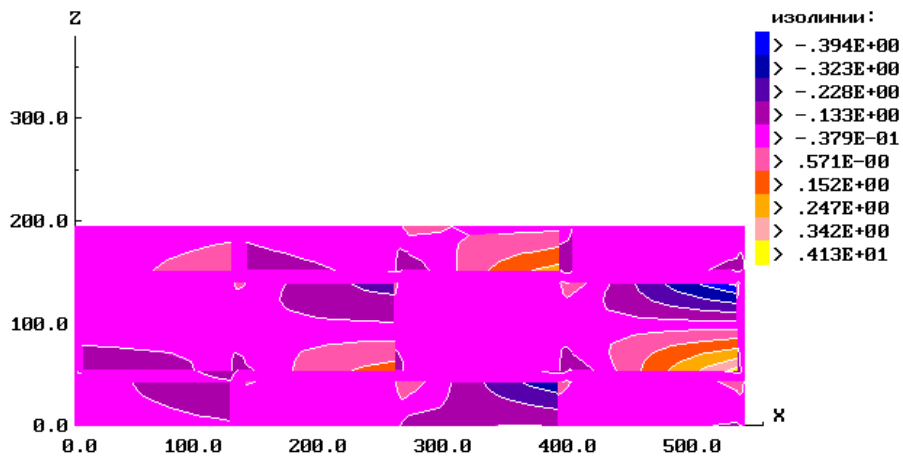
Для дальнейшего изучения неоднородного напряженного состояния кладки при сжатии проводилось численное исследование фрагмента, состоящего из двух $\frac{1}{4}$ частей кирпича стандартных размеров, полного горизонтального шва высотой 120 мм, и двух $\frac{1}{2}$ частей вертикального шва шириной 120 мм (рис. 3.2). Такой небольшой размер выбранного фрагмента обусловлен возможностью представления более детальной картины распределения напряжений и деформаций исследуемого образца при условии использования достаточно мелкой конечно-элементной сетки. Физико-механические и прочностные характеристики составляющих материалов менялись в зависимости от цели проводимого исследования. Моделирование проводилось в условиях жесткой заделки фрагмента по нижней грани, внешняя нагрузка для каждого эксперимента изменялась. Все задачи решались в плосконапряженной постановке. Конечно-элементная схема представлена на рис. 3.3. После проведения численных исследований с использованием вычислительного комплекса УПАКС получены следующие результаты.

Сравнивались поперечные деформации в растворных швах и кирпичах, возникающие под действием сжимающих вертикальных нагрузок. Для растворов марки 10 и ниже эти деформации уже при начальных нагрузках больше интегральных деформаций кирпича. При более высоких нагрузках поперечные деформации растворов

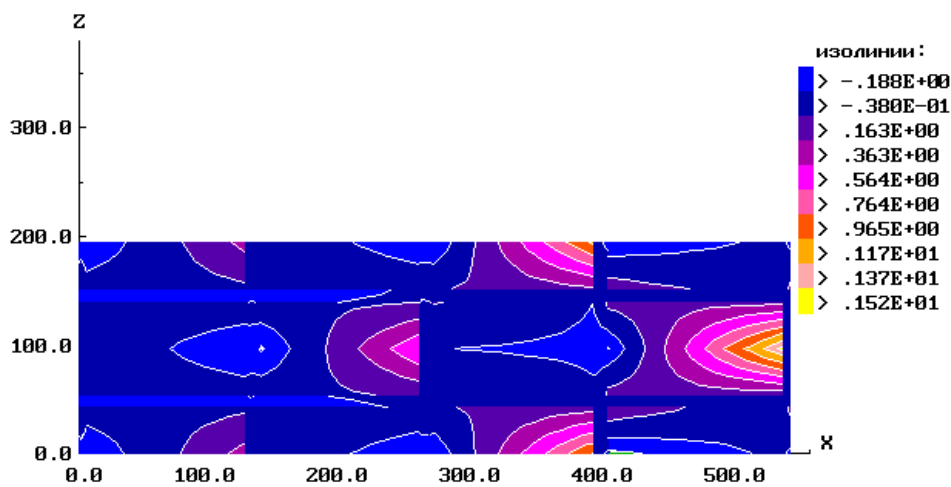
средней прочности (марки 25 и выше) также оказываются больше деформаций кирпича.



а



б



с

Рис. 3.1. Картина распределения напряжений, полученная численно

Рис.3.4 демонстрирует деформированную конфигурацию выполненного из раствора с пределом прочности на сжатие 40,0 МПа растворного шва, возникающую при сжатии исследуемого блока вертикальной распределенной силой с максимальной интенсивностью $q=20$ МПа.

Были исследованы несколько пар фрагментов одного вида, соответствующего рис. 3.2, но разного состава. Один фрагмент из этих пар состоял только из кирпича с меняющимися прочностными характеристиками, а второй описывал кирпичную кладку из того же кирпича. Анализ картин распределения поперечных напряжений для каждой пары показал уменьшение несущей способности кирпичной кладки по сравнению с кирпичом.



Рис. 3.2.Исучаемый фрагмент

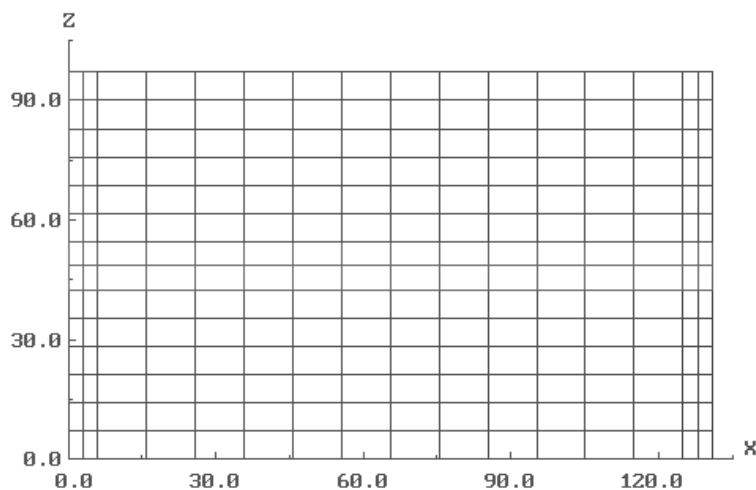


Рис. 3.3. Конечно-элементная схема изучаемого фрагмента

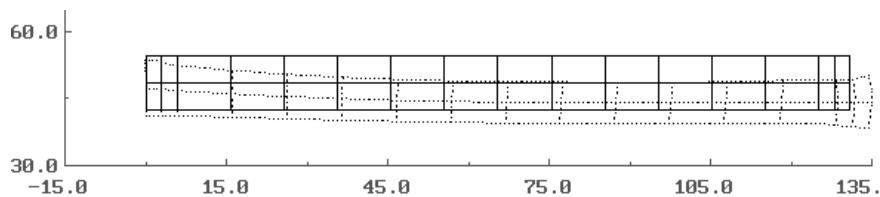


Рис. 3.4. Деформация растворного шва

Рис.3.5, 3.6 иллюстрируют картину распределения поперечных напряжений одной из исследованных пар. Рис.3.5 соответствует кирпичной кладке с прочностью растворного шва 3.2 МПа, выполненной из кирпича марки 100, а рис.3.6 – фрагменту только из одного кирпича марки 100.

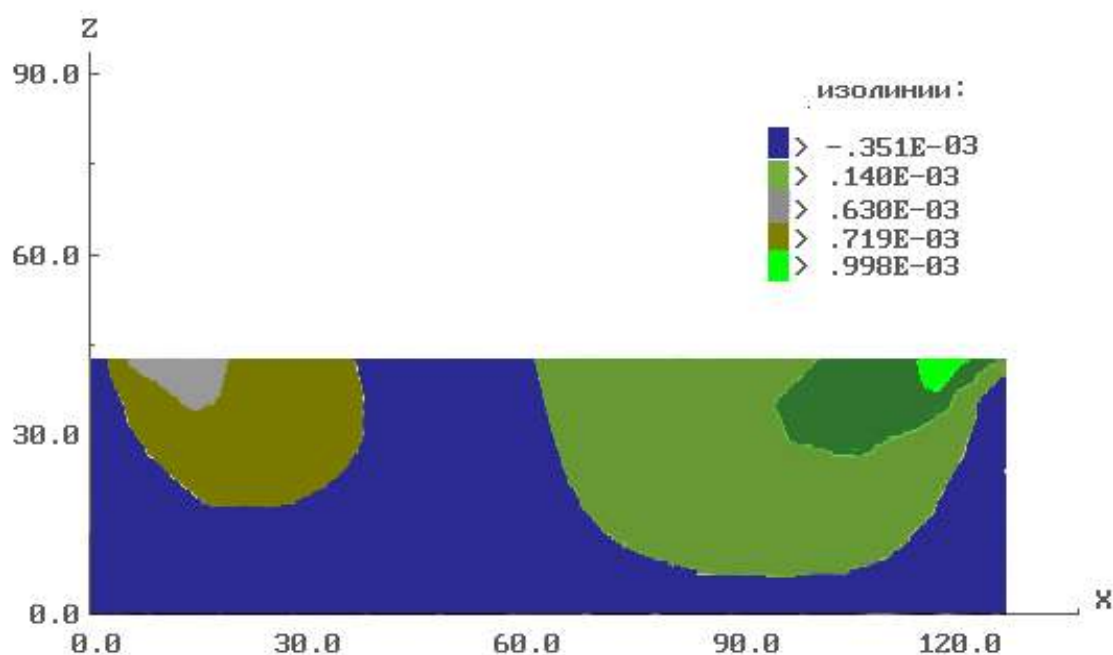


Рис. 3.5. Распределение поперечных перемещений фрагмента с раствором швом

Это показывает, что уменьшение несущей способности образца кирпичной кладки происходит не столько за счет меньших, чем у кирпича пределов прочности, сколько из-за возникновения высоких напряжений растяжения в кирпичах кладки.

На рис.3.7 представлена картина распределения поперечных напряжений в одном из кирпичей при численном исследовании поэтапного нагружения фрагмента кирпичной кладки вертикальными сжимающими перемещениями, распределенными по верхней грани. Марка кирпича 200, раствора 80. Продольные деформации растяжения раствора этого же фрагмента показаны на рис.3.8.

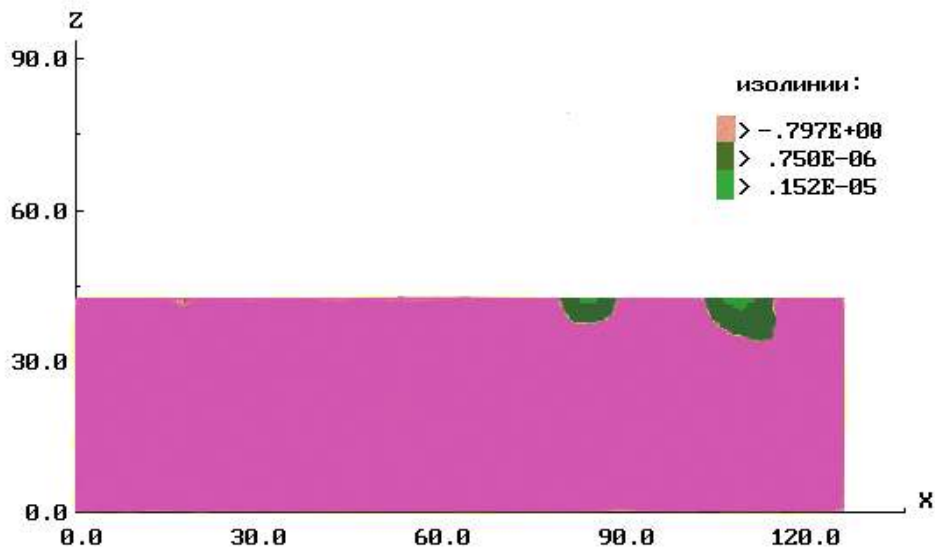


Рис. 3.6. Распределение поперечных перемещений фрагмента без растворного шва

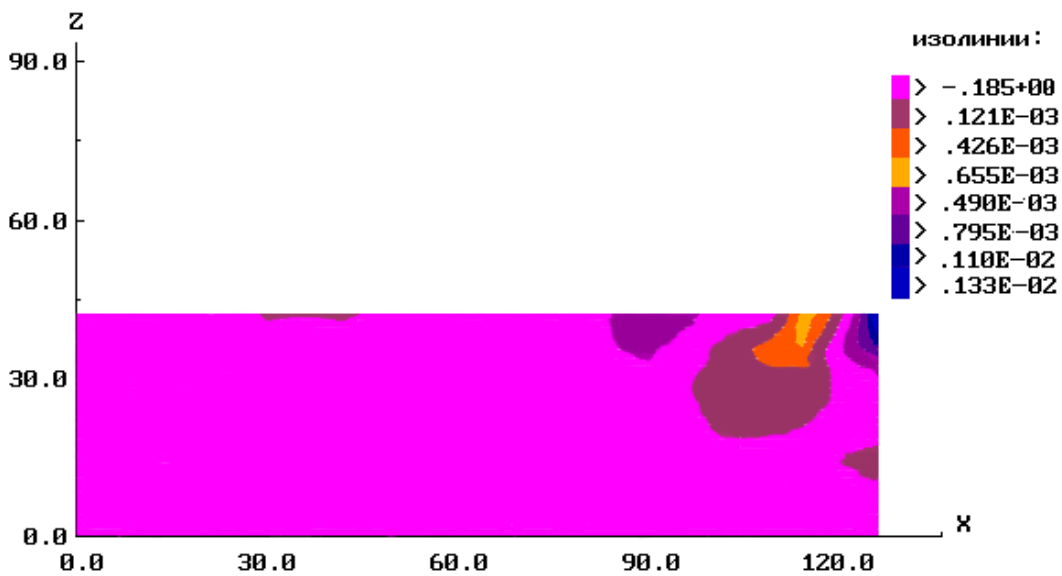


Рис. 3.7. Картина распределения поперечных напряжений в одном из кирпичей

При моделировании с более слабыми растворами (марки 10 и ниже) в кирпичах возникали напряжения растяжения, составляющие от 25 до 50% от предела прочности кирпича на растяжение. Для кирпичной кладки с растворами марки 200 и выше напряжений растяжения в кирпиче не возникало.

Известно, что несущая способность растворов в горизонтальных швах, находящихся между более мощными и жесткими слоями из кирпича, значительно больше, чем несущая способность образцов раствора, выполненных в виде кубиков.

Поэтому кирпичная кладка на слабых растворах может выдерживать значительные нагрузки без разрушения раствора в швах.

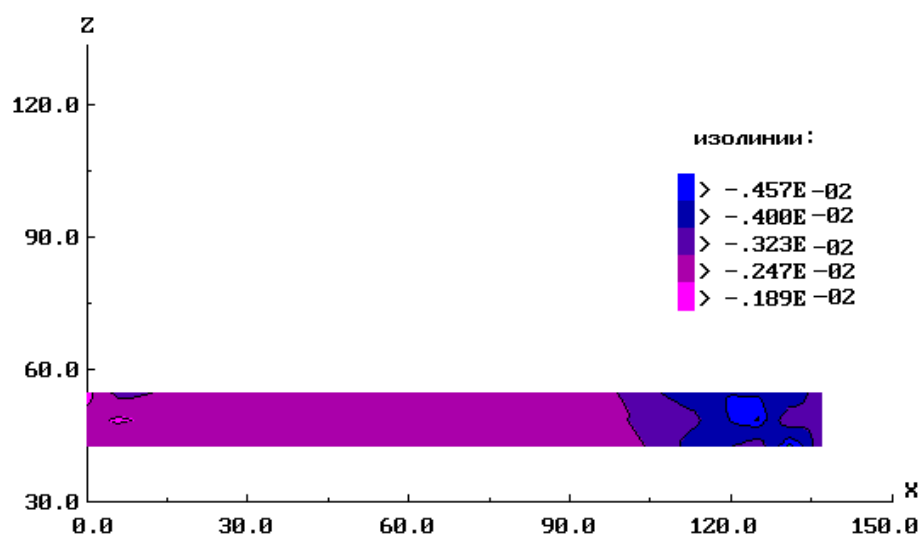


Рис. 3.8. Продольные деформации растяжения раствора

Для проверки этого утверждения было проведено исследование под действием одинаковой вертикальной распределенной нагрузки стандартного фрагмента, состоящего из одного раствора марки 25. Поврежденность элементов горизонтальных швов кладки появлялась при нагрузках более высоких, чем у соответствующих элементов фрагментов, состоящих из одного раствора (в первом случае – 24,3 МПа, во втором – 43,8 МПа).

Также в результате численных исследований оказалось, что у слабых растворов напряжения в шве почти в два раза выше, чем его прочность на сжатие, тогда как при прочном растворе осредненные напряжения в растворном шве примерно соответствовали этой прочности. Для того чтобы сделать этот вывод, проводилось сравнение напряженно-деформированного состояния фрагментов, состоящих из одного только раствора с меняющимися прочностными и физико-механическими характеристиками, и фрагментов кирпичной кладки с горизонтальными швами из растворов той же марки. Средние напряжения, полученные для кладки на прочном растворе, примерно в два раза выше, чем в кладке на растворе малой прочности.

Таким образом, положение о том, что кирпичная кладка может выдерживать без разрушения раствора более значительные нагрузки, чем это следует из прочностных характеристик раствора, относится только к кладкам со швами, выполненными из растворов средней и особенно малой прочности.

Также с помощью наших численных исследований было выяснено, что разница в значениях распределенных разрушающих перемещений с заполненными швами и без заполнения действительно не очень велика и составляет, в среднем, 14%. Ранее было принято считать, что разница между прочностью кирпичной кладки с идеально заполненными вертикальными и прочностью кладки с пустыми швами не должна превышать 8% [73].

В результате проведенных исследований можно сделать вывод, что при сжатии кладки ее элементы находятся в весьма сложном напряженном состоянии, и в результате приводят к значительной разнице между прочностью кладки и составляющих ее кирпича и раствора. Необходимо было установить степень влияния причин, от которых зависит прочность кирпичной кладки при сжатии.

Из-за специфики исследуемого материала не все факторы, влияющие на прочность кирпичной кладки, было возможно исследовать с помощью компьютерного моделирования. Очевидно, что очень трудно смоделировать качество кладки, довольно трудоемок учет правильности формы кирпича. Влияние перевязки кладки при численном моделировании тоже плохо анализируется в силу появления большего количества вертикальных швов, ослабляющих кладку из-за меньшего значения прочностных характеристик раствора по сравнению с кирпичом. Но как следует из экспериментальных исследований кирпичной кладки [2], эти факторы оказывают меньшее влияние на прочность кирпичной кладки по сравнению с прочностью кирпича и раствора.

Проводилось численное исследование зависимости прочности кирпичной кладки от прочности раствора путем изменения прочностных характеристик моделируемого раствора. Оказалось, что прочность кладки даже на самом прочном растворе составляет всего 40–50% прочности кирпича. С увеличением прочности раствора прочность кладки сначала быстро возрастает, а затем рост ее замедляется. При отношениях прочности раствора к прочности кирпича больше единицы увеличение прочности незначительное. Увеличение прочности раствора с 40 до 100 МПа повышает прочность кладки в 1,8 – 2 раза.

Гораздо большее значение для прочности кладки имеет прочность кирпича. При увеличении прочности кирпича на сжатие в 2 раза прочность кирпичной кладки увеличивается в 1,6–1,8 раза, для характеристик растяжения и кручения эти отношения несколько меньше, но также прослеживается прямая зависимость.

При наличии мощного аппарата компьютерного моделирования наряду с вопросом о зависимости прочности кирпичной кладки от различных факторов большой интерес представляла оценка влияния составляющих кладку материалов на ее деформации. Такое исследование было необходимо для проверки положения теории кирпичной кладки о том, что основной вклад в развитие деформаций кладки вносят растворные швы.

Были проведены исследования фрагментов кирпичной кладки из кирпича с пределом прочности 11 МПа на растворах различной прочности. В табл.3.1 представлены значения средних деформаций кирпича и кирпичной кладки при напряжениях, соответствующих появлению поврежденности и близких к разрушающим.

Как видно из табл.3.1, при напряжениях, приводящих к появлению поврежденности, деформация кладки состоит на 25% из деформаций кирпича и на 75% из деформаций швов, а при напряжениях, близких к разрушающим, на 10% из деформаций кирпича и на 90% из деформаций раствора. При этом кирпич занимает 85% высоты изучаемого фрагмента.

В заключение необходимо отметить, что все проведенные исследования подтверждают основные положения теоретических положений об особенностях работы кирпичной кладки при сжатии.

Таблица 3.1

Значения средних деформаций кирпича и кирпичной кладки

Предел прочности на сжатие раствора, МПа	Предел прочности на сжатие кладки, МПа	Значения напряжений, МПа		Средние деформации кладки при		Средние деформации кирпича при	
		появл. повр.	разр.	появл. повр.	разр.	появл. повр.	разр.
.77	1.82	.637	1.638	.0006	.00164	.00011	.00027
.84	2.08	.728	1.872	.00042	.00188	.00012	.00031
2.22	3.20	1.136	2.884	.00045	.00286	.00018	.00046

3. 2. Кирпичная стена под действием сдвиговых нагрузок

В качестве тестового примера разработанных методик и программных средств, описанных во второй главе, в плосконапряженной постановке рассмотрена задача о кирпичной стене, работающей на сдвиг.

В эксперименте, описанном в [50], образец из 18 слоев кирпича сначала загружался в прессе вертикальным усилием до величины обжатия, после чего был подвержен сдвигу.

В проведенном численном исследовании изучалось НДС конструкции размером 960×1000 мм². Конечно-элементная схема однородного материала верхнего уровня сплошными линиями указана на рис. 3.9.

Конструкция, жестко закрепленная от перемещений по осям Ox и Oz , на первом этапе была нагружена сжимающей вертикальной распределенной силой интенсивностью $q=0.3$ МПа, а на втором этапе до разрушения – горизонтальной сосредоточенной силой, приложенной к правому верхнему углу образца.

При определении физико-механических и прочностных характеристик, необходимых для описания материала верхнего уровня модели, возникли трудности из-за отсутствия полной информации о свойствах составляющих. Для кирпича были известны только характеристики упругости $E=1670$ МПа, $\nu=0.15$, прочностные свойства не были описаны. По установленным в [74] соотношениям между пределом прочности на сжатие и модулем Юнга кирпича были определены прочностные характеристики кирпича, необходимые для получения осредненных характеристик среды верхнего уровня. Они представлены в табл.3.2.

Для раствора был известен только состав (1:2:9, цемент:известь:песок). Исходя из этой информации и используя результаты экспериментальных исследований разных видов растворов, подробно описанных в [75], получим необходимые характеристики раствора (табл.3.2).

Необходимо отметить, что европейский кирпич отличается от отечественного по своим стандартным размерам ($204 \times 98 \times 50$ мм³), также как и ширина растворного шва, составляющая 10 мм в отличие от 12 мм по нормам Российской Федерации. Поэтому для исследования модели нижнего уровня использовался типовой фрагмент кирпичной кладки, вид которого представлен на рис.2.5, а геометрические размеры составляющих которого соответствовали указанным размерам европейской кладки. Конечно-элементное разбиение фрагмента оставалось 6×9 .

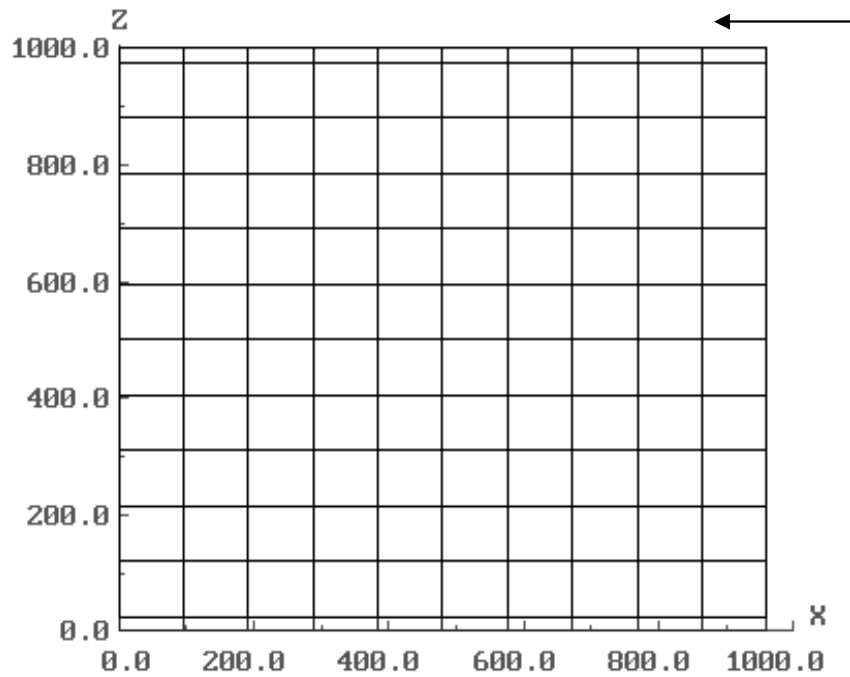


Рис. 3.9. Конечно-элементная схема однородного материала верхнего уровня

Полученная в результате исследований качественная картина развития процесса деформирования и разрушения конструкции достаточно хорошо совпадает с данными эксперимента, представленными в [50].

При расчетах первая поврежденность появилась в правом нижнем углу стены и в дальнейшем развивалась по диагонали, что соответствует истории эксперимента. Рис. 3.10 демонстрирует картину разрушения конструкции на финальной стадии нагружения.

На рис.3.11 показана зависимость средних перемещений конструкции от величины горизонтальной силы. Пунктиром и сплошной линией представлены результаты эксперимента при разной величине силы обжатия, точками – нашего числового исследования. Можно отметить, что экспериментальное поведение удовлетворительно репродуцируется, а значения разрушающей силы найдено в пределах 20% от экспериментального значения.

Для более точного сравнения картины разрушения, полученной численно, с реальными данными, а также с целью апробации расширенного алгоритма реализации двухуровневой модели подробно изучалось разрушение фрагмента, выполненного из кирпича и раствора.

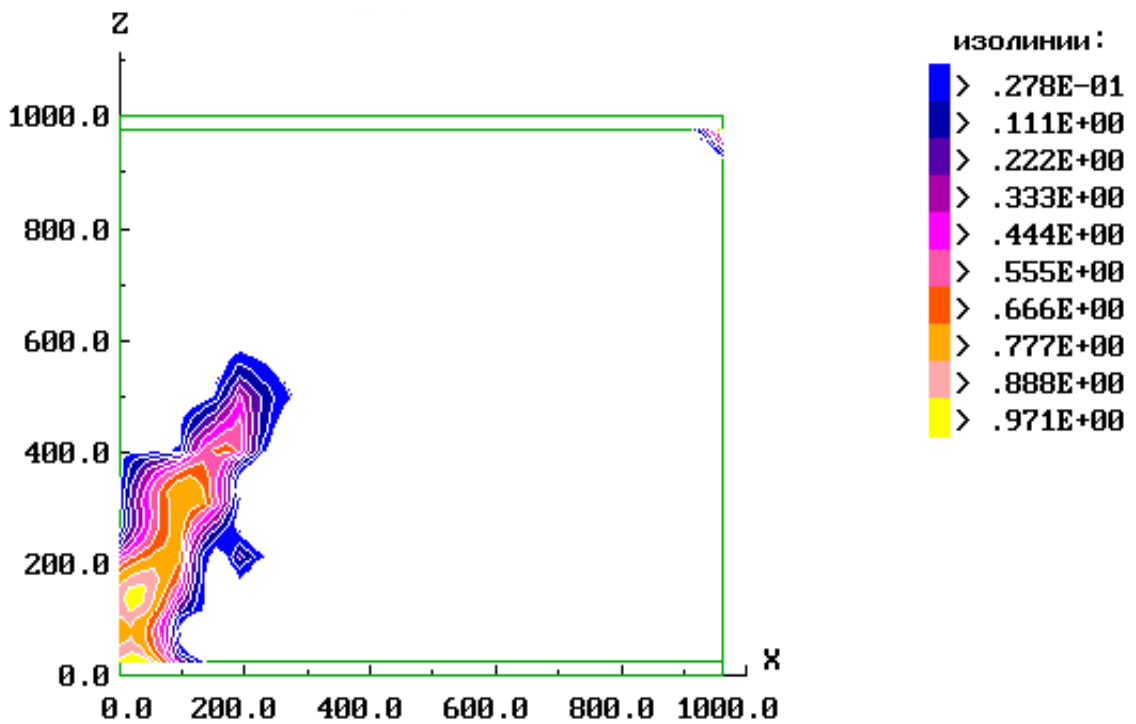


Рис. 3.10. Картина разрушения конструкции на финальной стадии нагружения

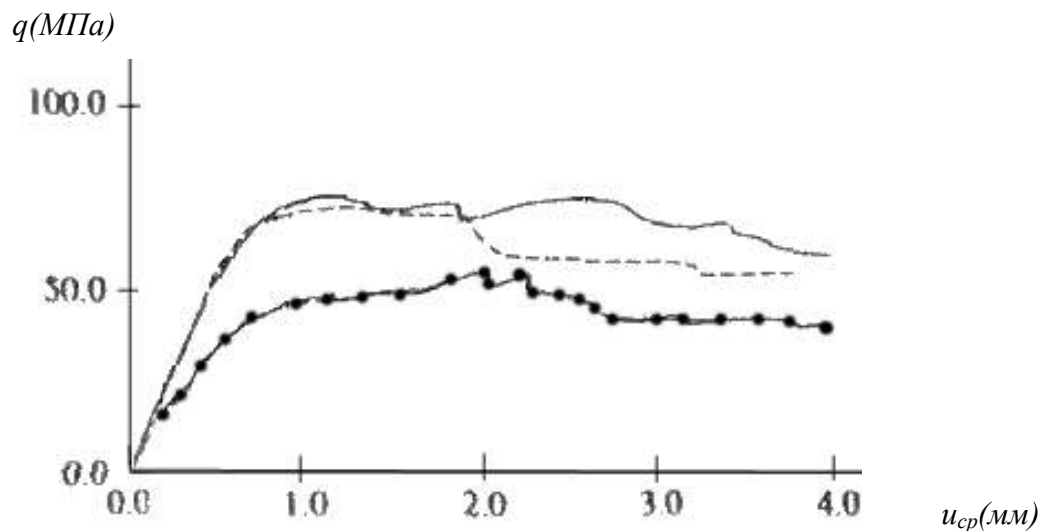


Рис. 3.11. Зависимость средних перемещений конструкции от величины горизонтальной силы

. Геометрически этот фрагмент совпадал с областью наибольшей поврежденности материала верхнего уровня на рис. 3.10, порядок расположения кирпичей и растворных швов соответствовал фотографии образца. Размер фрагмента составил 418×625, 2 полных кирпича в ширину и 10,5 – в высоту (рис. 3.12). Деформационные и

прочностные характеристики кирпича и раствора соответствовали данным, представленным в табл. 3.2.

Фрагмент был закреплен по нижней стороне от вертикальных перемещений, в одной точке – от горизонтальных. В качестве внешних нагрузок для блока выступали граничные вертикальные и горизонтальные перемещения, которые прикладывались в два этапа к верхней и правой сторонам фрагмента. Закон изменения этих перемещений определялся из вектора решений задачи верхнего уровня для двух моментов: упругого решения и решения, соответствующего максимальному разрушению конструкции.

Результаты, полученные для этого фрагмента, сравнивались как с нашим исследованием конструкции из однородного материала верхнего уровня, так и с испытаниями реального образца.

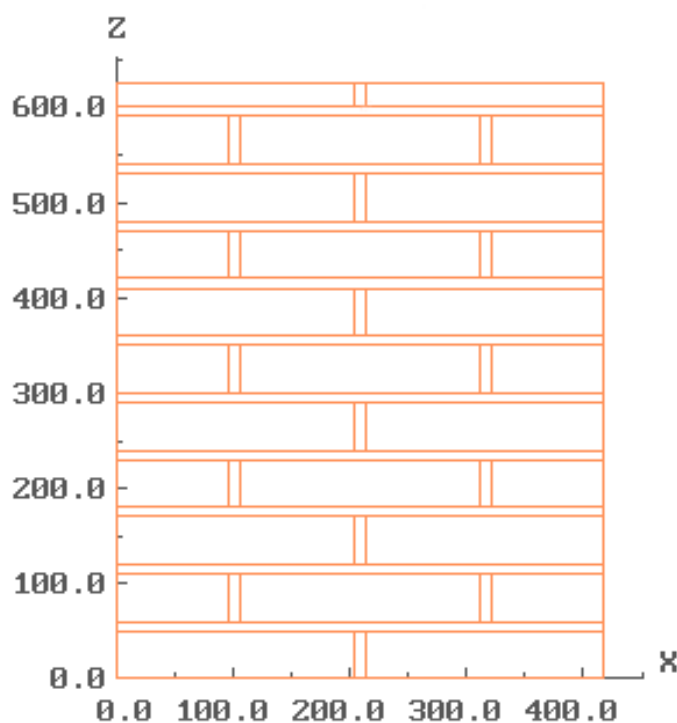


Рис. 3.12. Фрагмент, соответствующий зоне наибольших повреждений

На рис. 3.13 показано возникновение поврежденности у исследуемого фрагмента. Как видно из этого рисунка, самые первые повреждения возникли у двух крайних кирпичей первого и второго слоя фрагмента. Рис. 3.14 демонстрирует начальную поврежденность всей конструкции, которая также возникла в левом нижнем углу. Дальнейшая история развития разрушения также выявила соответствие между решениями задач верхнего и нижнего уровней.

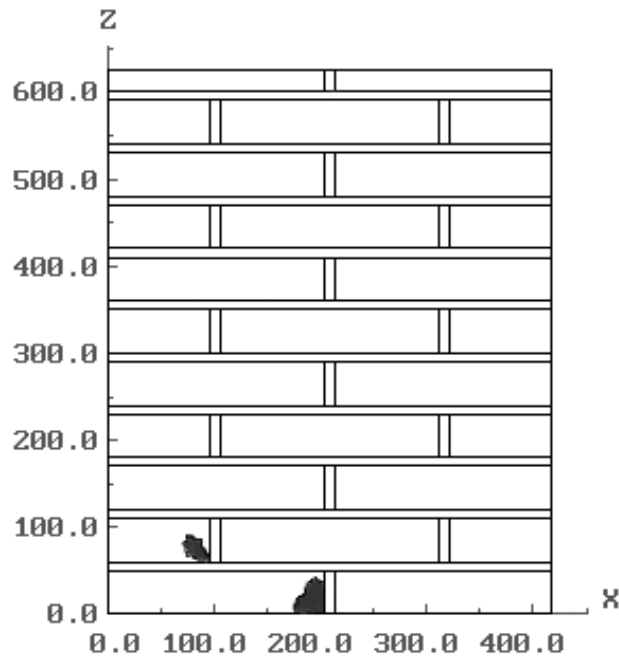


Рис. 3.13. Начало поврежденности исследуемого фрагмента

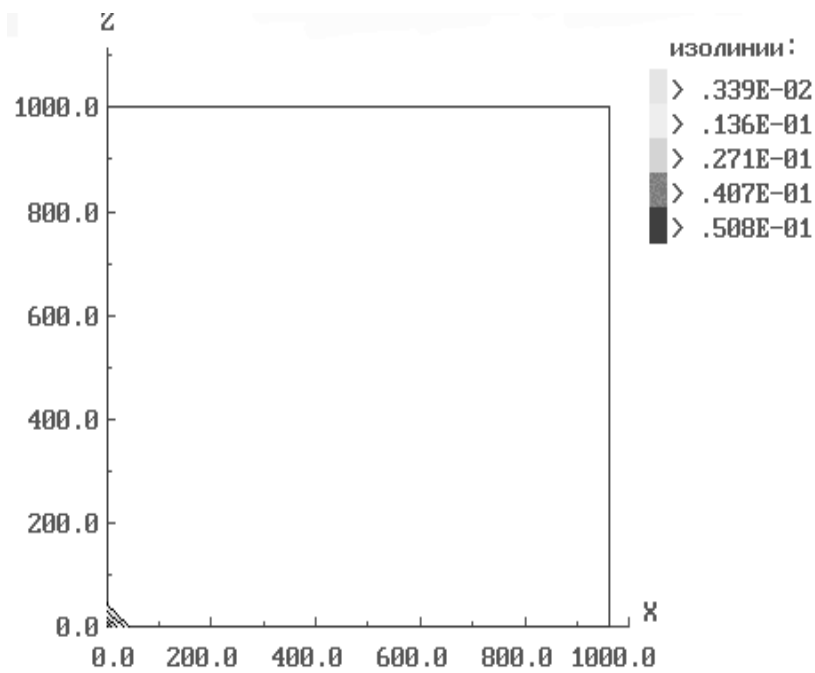


Рис. 3.14. Начало поврежденности всей конструкции

Помимо качественного совпадения полученных результатов можно констатировать хорошее количественное соответствие в значениях разрушающих нагрузок, также свидетельствующее о хорошей взаимосвязи задач верхнего и нижнего уровней. Величина внешних перемещений, вызвавших появление первой поврежденности в кирпичах фрагмента, на 6% отличалась от значений перемещений таблицы решения, при которых появилась начальная поврежденность конструкции верхнего уровня. На момент разрушения эта разница составила порядка 8%.

Проведено подробное сравнение детальной картины разрушения составляющих фрагмент материалов, представленной на рис. 3.15, и увеличенной фотографии части стены, соответствующей исследуемому блоку. Положение и очертания зон разрушения в кирпичах и растворных швах на 80% совпали с трещинами, которые видны на фотографии образца. В зоне 1 отчетливо видна трещина в половине кирпича и прилегающем к нему горизонтальном слое раствора (кстати, эта зона расположена в области максимальной поврежденности материала верхнего уровня). В зоне 2 активное трещинообразование возникло в четырех кирпичах и вертикальных растворных швах, заключенных между ними.

Таким образом, используемая модель при детальном рассмотрении составляющих может предсказывать разрушение как в кирпиче, так и в растворе кладки.

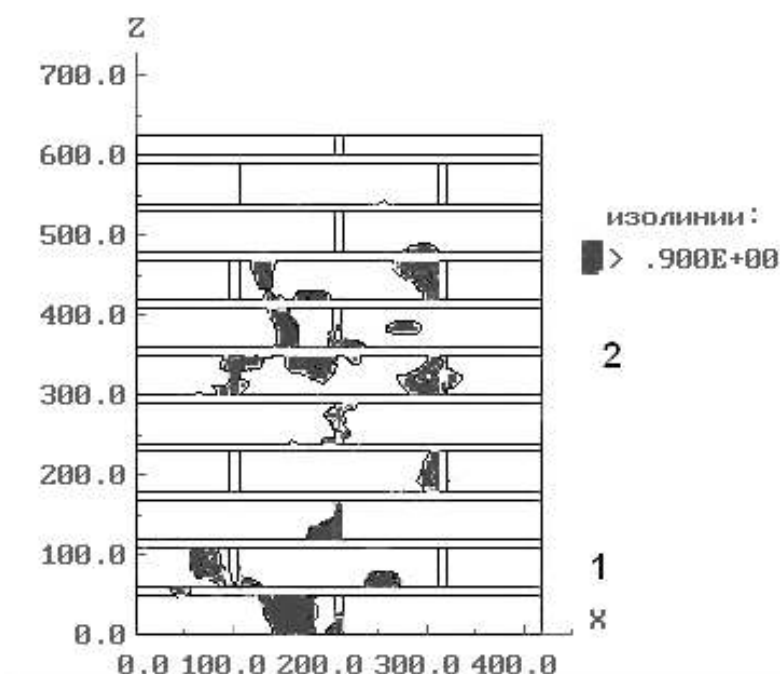


Рис. 3.15. Картина разрушения составляющих фрагмент материалов

3. 3. Прочность узлов сопряжения кирпичных стен с бетонными плитами перекрытий

Тонкие кирпичные стены широко применяются в строительстве гражданских и промышленных зданий, и наиболее слабым местом при эксплуатации таких стен традиционно считается взаимодействие их с плитами перекрытий. Поэтому исследование несущей способности подобных узлов имеет большое практическое значение [72].

В [76] описаны результаты экспериментального исследования прочности узлов сопряжения тонких кирпичных стен с бетонными плитами под действием вертикальной нагрузки и момента. В исследуемых узлах варьировались свойства кирпича, раствора и варианты нагружения.

В нашем исследовании рассматривались узлы, состоящие из двух кирпичных стен размером 250x790x850 мм, выполненных из высокопрочного кирпича ("пр", предел прочности на сжатие 41.6 МПа) и обыкновенного полнотелого кирпича ("сл", предел прочности на сжатие 8 МПа), и находящейся между ними бетонной плиты. Рассмотрены два варианта заделки плит в кирпичную стену и по три варианта растворов, используемых собственно для кирпичной кладки и монтажного шва, соединяющего плиту с кирпичными стенами.

В первом варианте заделки (одностороннее опирание) моделировалось консольное опирание плиты размером 1000x790x230 (рис. 3.16, а). Глубина заделки плиты составляла 120 мм, остальная часть стены выполнялась из той же кирпичной кладки, что и основные стены. При двухстороннем сквозном опирании размер бетонной плиты перекрытий составил 2000x790x230 мм (рис. 3.16, б).

При определении свойств кирпичных кладок и моделировании монтажного шва были рассмотрены варианты слабых растворов ("сл"), растворов средней прочности ("ср") и прочных растворов ("пр").

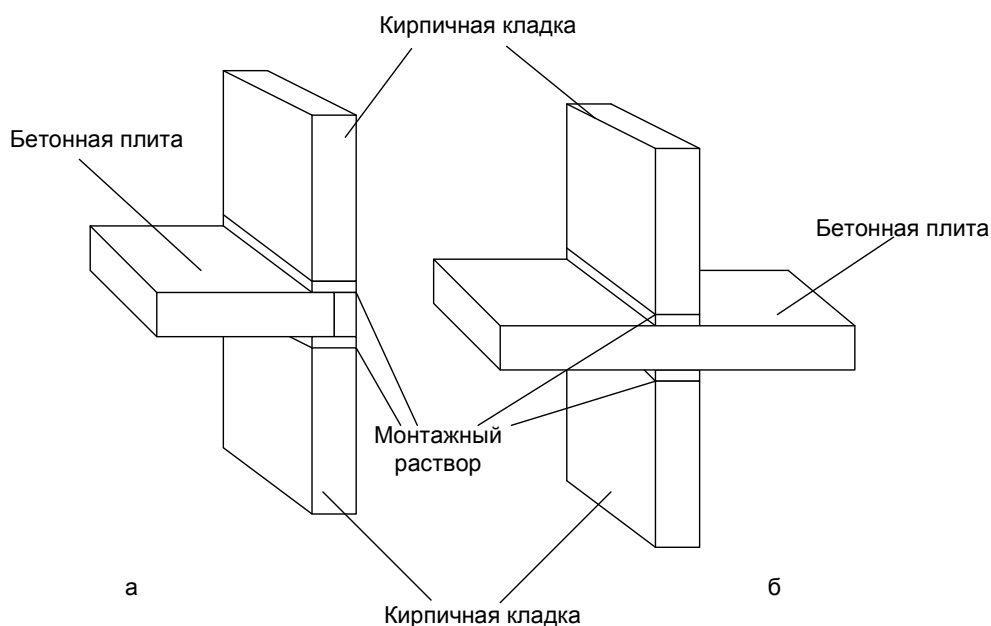


Рис. 3.16. Вид изучаемой конструкции

Согласно разработанной методике одна из первых задач – определение интегральных характеристик материала конструкции верхнего уровня. Для этого использовался стандартный фрагмент с конечно-элементным разбиением 6х9 в плосконапряженной постановке.

В [76] для кирпича были известны прочность на сжатие и на растяжение при изгибе для растворов как основного, так и монтажного – лишь марка и состав. Полученные на основе этой информации основные характеристики различных видов кирпичей и растворов, которые использовались при численном моделировании, представлены в табл. 3.2 и 3.3.

Таблица 3.2

Свойства кирпича

Кирпич		E , МПа	ν	G , МПа	K , МПа	Предел прочности при сжатии, МПа	Предел прочности на растяжение, МПа
1	пр	20000	0,1	9091	11111	41,6	2,5
2	сл	8000	0,1	3636	4444	8	1,77

Таблица 3.3

Свойства раствора

Раствор		E , МПа	ν	G , МПа	K , МПа	Предел прочности при сжатии, МПа	Предел прочности на растяже ние, МПа
Сл	1	307	0,3	1002	2167	1,1	5,1
Пр	2	5252,8	0,25	2101,12	3501,9	13,54	8
Ср	3	1804	0,3	1289	1503	7,9	3,8

Материал кирпичной стены представлялся как континуальная разномодульная среда, приведенные характеристики которой определялись на нижнем уровне модели в соответствии с алгоритмом, подробно изложенном выше. Сначала решалась 3-мерная задача нагружения распределенной нагрузкой по верхней грани участка кирпичной стены без опирания на нее плиты и вычислялись интегральные характеристики среды

верхнего уровня (модули сдвига и упругости, коэффициенты поперечного и объемного расширения, пределы прочности), строились диаграммы $\sigma(\varepsilon)$.

Конечно-элементная схема этого участка, полученная в результате работы комплекса, изображена на рис. 3.17.

Характеристики кладок, вычисленные для разных комбинаций раствора и кирпича с различными характеристиками, приводятся в табл. 3.4, как характеристики среды верхнего уровня.

Таблица 3.4

Характеристики материала верхнего уровня модели

№ образца кирп. клад- ки	№ кир- пича и раст- вора		E, МПа		v		G, МПа		K, МПа		Предел прочности при сжатии, МПа		Предел прочности на растяже- ние, МПа	
	К	Р	Э.	И.	Э.	И.	Э.	И.	Э.	И.	Э.	И.	Э.	И.
1	1	2	13400	11840	0,2	0,15	5580	5140	7440	5630	11,3	9,8	0,678	0,61
2	1	3	13100	10560	0,2	0,12	5450	4710	7270	4630	6,2	5,3	0,372	0,32
3	1	1	914	7480	0,2	0,23	3800	3040	5070	4100	4,46	4,41	0,184	0,07
4	2	3	6030	5260	0,2	0,21	2530	2170	3350	2580	6,68	6,4	0,068	0,08
5	2	2	4200	3870	0,2	0,21	1750	1590	2330	1890	0,68	0,60	0,068	0,09
6	2	1	3670	3240	0,2	0,22	1520	1320	2030	1630	0,42	0,39	0,042	0,05
7	Р	5	-	3950.	-	0.2	-	164	-	219	-	.63	-	.008

К – кирпич, Р – раствор, Э – экспериментальные данные, И – данные численного моделирования.

Одной из целей данного исследования являлась также проверка достоверности модели материала, свойства которого зависят от НДС, основные положения которой изложены во втором параграфе второй главы, поэтому проводилось сравнение результатов для одного из вариантов задачи, полученных с учетом разномодульности и без такого учета. Для кирпичной кладки, экспериментальные характеристики которой наиболее близки к характеристикам разномодульной кладки, полученным в [76], также проводилось исследование. Изучалось поведение кладки из кирпича пластического формирования на растворе прочном и средней прочности. Результаты также приведены в табл. 3.2 (кладка № 8). Следует отметить, что результаты, найденные с использованием модели разномодульного материала, лучше соотносятся с экспериментальными данными.

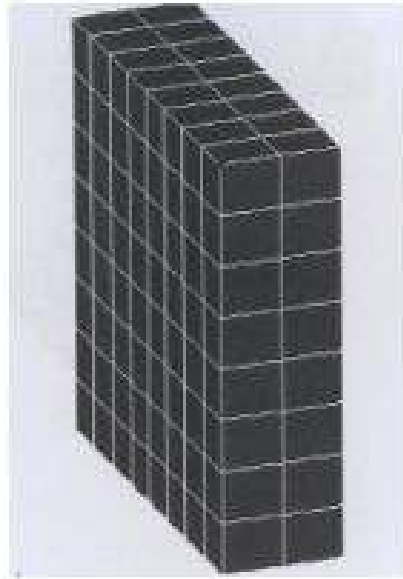


Рис. 3.17. Конечно-элементная схема участка кирпичной стены

Исследуемые узлы представлялись в виде совокупности подконструкций в соответствии с делением узлов на конструктивные фрагменты, изображенные на рис.3.16 (участки стены, плита, монтажные швы), которые разбивались сеткой КЭ, согласованной по линии сопряжения подконструкций. Расчетная схема дискретизации узла с односторонним опиранием плиты изображена на рис. 3.18. При двустороннем опирании использовались условия симметрии конструкции.

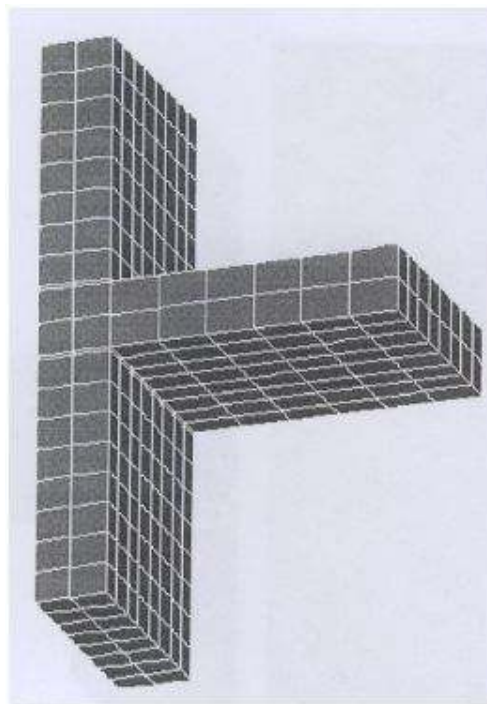


Рис. 3.18. Расчетная схема дискретизации узла с односторонним опиранием плиты

При расчете узлов нижняя грань кирпичной стены полностью закреплялась от вертикальных перемещений, а два смежных ребра этой грани от соответствующих горизонтальных перемещений.

В результате проведения численных расчетов для каждого варианта были построены картины развития напряженно-деформированного состояния и зон поврежденности узлов в процессе их нагружения, получены значения разрушающих нагрузок (табл. 3.3), соответствующие потере несущей способности. Качественный характер развития поврежденности узлов сопряжения при разных свойствах кладки, раствора монтажного шва и приложенной нагрузки сравнивался с соответствующими фотографиями натуральных исследований, которые были представлены в [76].

По результатам этих исследований были сделаны следующие выводы. Несущая способность узлов сопряжения из слабого кирпича как при двустороннем, так и при одностороннем опирании плит перекрытий в большой степени зависит от прочности раствора монтажного шва. Так несущая способность узла с прочным монтажным швом с односторонним опиранием, выполненного из кладки № 1, почти на 25% больше несущей способности узла из той же кладки с монтажным швом, выполненным из раствора прочностью 1.1 МПа. В первом случае разрушилась нижняя и верхняя стенки (рис. 3.19, а), а во втором – полностью разрушился верхний слой раствора (рис. 3.19, б).

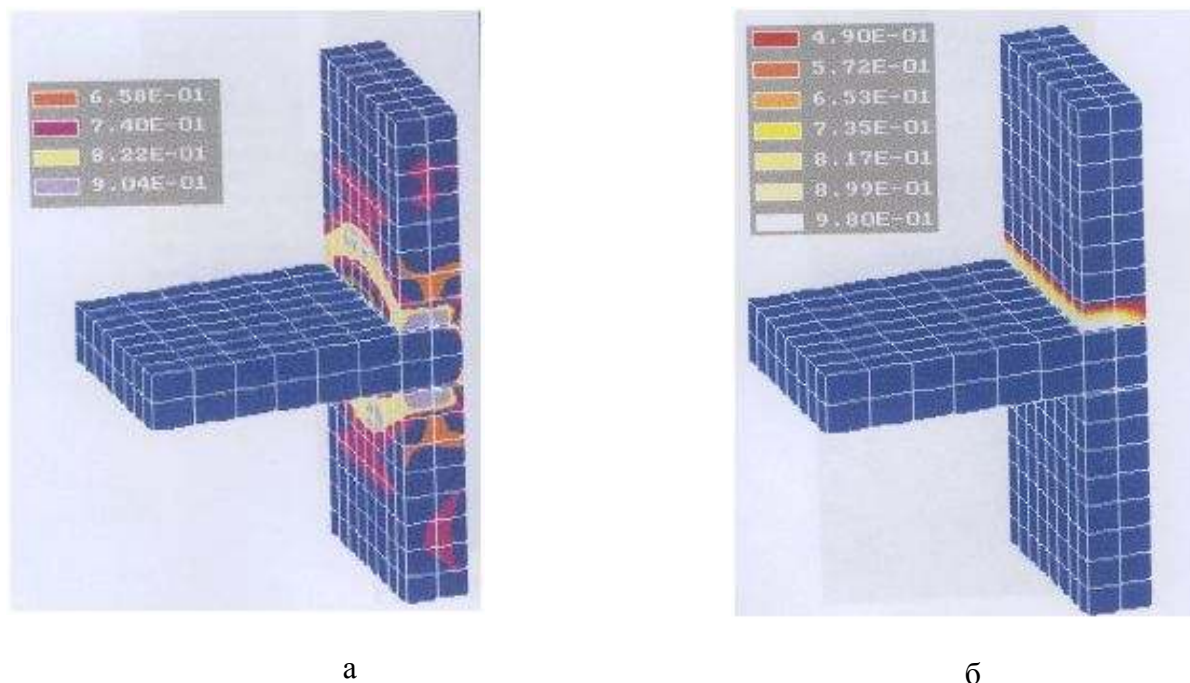


Рис. 3.19. Характер разрушения узлов

Также большое влияние прочность монтажного шва оказывает на угол поворота плиты перекрытия, который можно оценить с помощью деформированной конфигурации всей конструкции. Рис. 3.20,а соответствует одностороннему опиранию плиты перекрытия (кирпичная кладка № 6 , прочность монтажного шва 24.2 МПа), масштаб перемещений 1:40. На рис. 3.20,б в том же масштабе изображена деформированная конфигурация узла из той же кладки, прочность монтажного шва – 7.4 МПа.

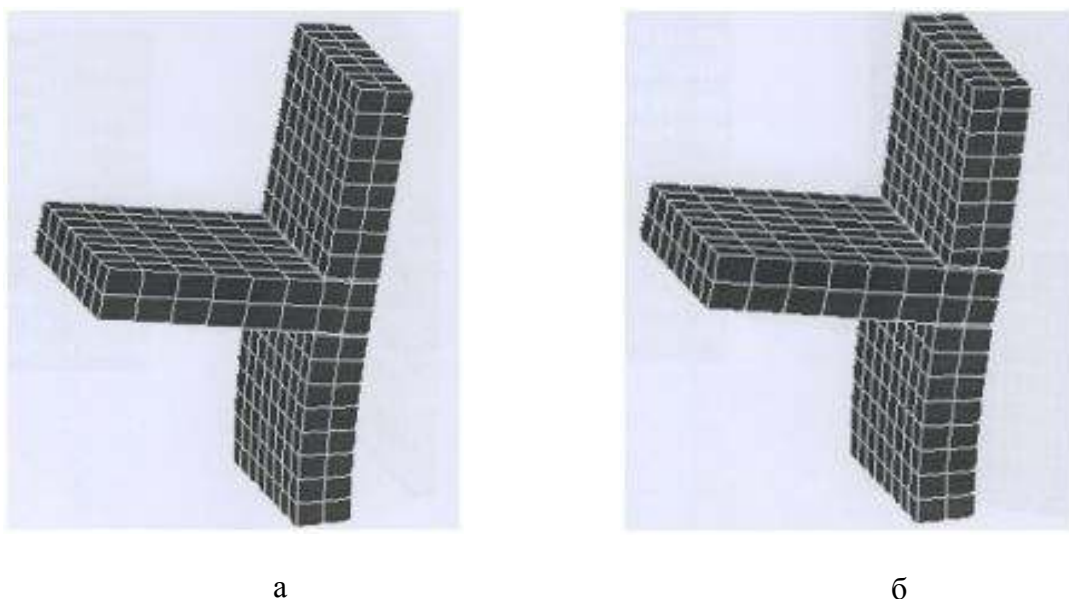


Рис. 3.20. Деформированная конфигурация конструкции с разной прочностью монтажного шва

Узлы из прочного кирпича моделировались с монтажным раствором швом, прочным и средней прочности. Поэтому столь большого различия в качественном характере разрушения, так же как и в значениях разрушающей нагрузки отмечено не было.

Для всех описанных вариантов влияние момента незначительно сказывалось как на количественных значениях разрушающей нагрузки, так и на качественной картине развития поврежденности.

Сравнение фотографий поврежденных узлов и графических отображений результатов наших численных исследований позволило сделать вывод о том, что характер деформирования не имеет каких-либо качественных отличий. Максимальная количественная разница в значениях разрушающих нагрузок составила 9,4% для узла с

двусторонним опиранием из кладки, выполненной из прочных кирпича и раствора, с монтажным швом средней прочности.

Для всех узлов можно отметить увеличение горизонтальных деформаций растяжения в опорных участках стен, примыкающих к растворным монтажным швам снизу и сверху плит перекрытий.

Сравнение результатов, полученных с учетом зависимости свойств материала от вида НДС, показало лучшее совпадение с экспериментальными данными

3. 4. Участок стены 5-этажного кирпичного здания под действием эксплуатационных нагрузок

С использованием разработанных программных средств проведены исследования участка стены 1-го этажа кирпичного здания между двумя поперечными несущими стенами, опертого на жесткий фундамент под действием эксплуатационных нагрузок, включающих снеговую нагрузку, вес крыши, стропил, чердачного перекрытия, нагрузки от этажных перекрытий и др. Все виды нагрузок (кроме нагрузки от собственного веса трубы, распределенной по объему стены) прикладывались в виде вертикальной силы, распределенной по верхнему поясу стены, соответствующему линии этажного перекрытия. Конкретные значения каждого вида нагрузки определялись по существующим нормам. В результате интенсивность распределенной нагрузки, действующей по верхнему поясу, была принята $q=0.55$ МПа. Общий вид и основные размеры рассматриваемого участка и составляющих его подконструкций изображены на рис. 3.21.

Численное решение осуществлялось на основе плосконапряженных конечных элементов, описанных во второй главе. Схема КЭ дискретизации фрагмента стены сплошными линиями изображена на рис. 3.22.

Для оценки влияния эффектов разномодульности на распределение напряжений и деформаций были рассмотрены два варианта расчета. В первом варианте материал считался одинаково сопротивляющимся растяжению и сжатию и имел следующие характеристики: $G=840$ МПа, $K=1100$ МПа, $E=2000$ МПа, $\nu=0.2$. Значения основных физико-механических характеристик материала верхнего уровня, которым для данной задачи выступает кирпичная кладка пятиэтажного дома, были получены из решения стандартной задачи об НДС типового фрагмента, описанной выше.

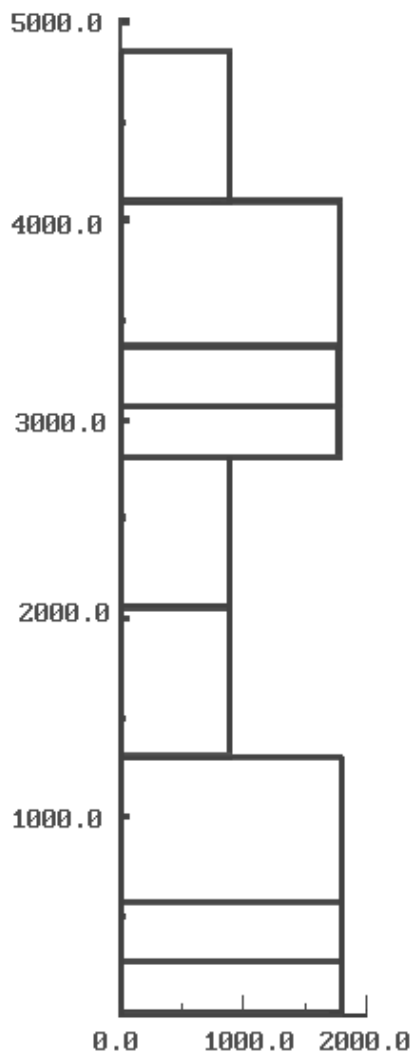


Рис. 3.21. Вид конструкции

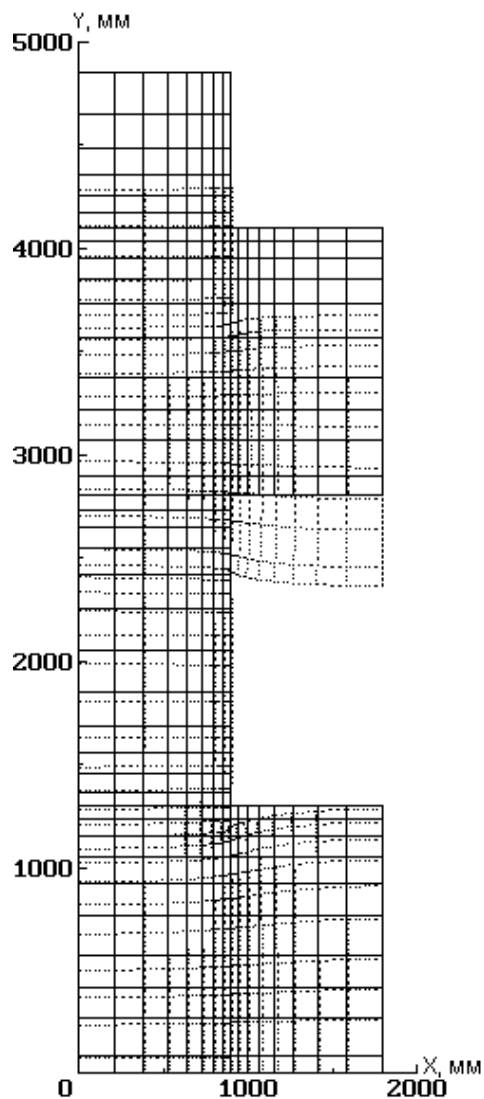


Рис. 3.22. КЭ сетка конструкции

Во втором варианте учитывалась зависимость упругих характеристик материала от вида НДС. Материальные функции, определяющие разномодульность, получены из известных соотношений для кирпичной кладки и принимались равными $g_1 = -0.2$, $g_2 = 0.$, $g_3 = -0.04$, модули линейной упругости неповрежденного материала оставались такими же, как для первого варианта, т.е. $G_0 = 840$ МПа, $K_0 = 1100$ МПа. Текущее значение модуля сдвига G и модуля объемной деформации K определялось согласно соотношениям (58).

Деформированная конфигурация стены, полученная по первому варианту расчета, пунктирными линиями показана на рис. 3.22 (перемещения масштабировались с коэффициентом $M=300$). При этом характер деформирования для второго варианта не

имел каких-либо качественных отличий, а максимальная количественная разница в перемещениях составила 8%.

На рис. 3.23, а изображены линии интенсивности напряжений для первого варианта расчета, а на рис. 3.23, б – для второго. Из рисунков видно, что качественный характер распределения напряжений для обоих вариантов достаточно близок. В обоих случаях наибольшие значения напряжений наблюдаются в нижнем углу оконного проема. При этом в варианте расчета, учитывающем разномодульность материала, максимальное значение напряжений ниже на 8,6%.

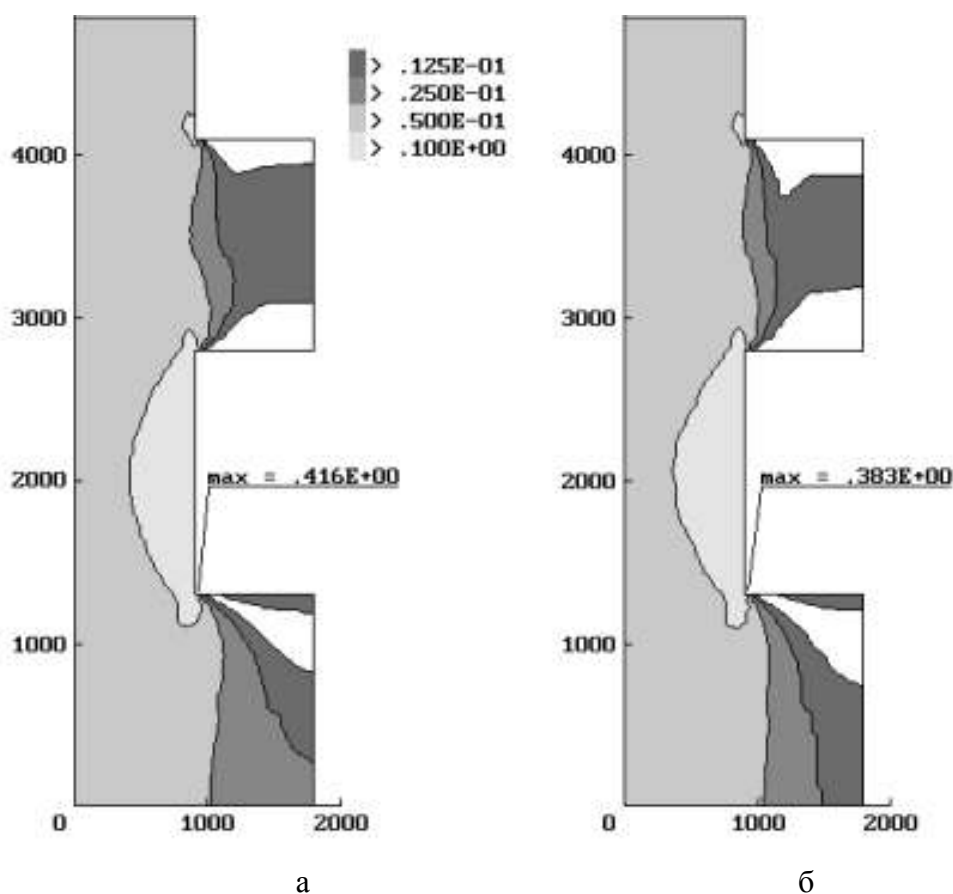


Рис. 3.23. Линии интенсивности напряжений

Для этой же задачи проводилось исследование в рамках алгоритма, реализующего расширенную схему двухуровневой модели.

В данном примере полная задача для всей конструкции решалась лишь для одного шага нагружения, а предельное значение нагрузки определялось на основе исследования процесса деформирования и разрушения наиболее нагруженного блока. Этот блок нагружался до разрушения. В качестве граничных условий для исследуемого блока выступал вектор граничных перемещений, полученный из упругого решения

задачи верхнего уровня. В результате определялось значение разрушающей нагрузки, которое можно считать предельной не только для этого участка, но и, в случае приблизительной оценки несущей способности, для всей исследуемой конструкции.

В районе наибольшей концентрации напряжений (в районе оконного проема (рис.3.24, а) был выделен фрагмент, геометрически соответствующий типовому блоку. Закон изменения перемещений U и W для этого фрагмента был определен из таблицы упругих решений задачи верхнего уровня.

Эти перемещения последовательно увеличивались до тех пор, пока параметр разрушения для фрагмента не достиг предельного значения. Такая схема нагружения позволила определить не только предельную для блока нагрузку, но также значения внешних перемещений, соответствующих началу поврежденности.

Для проверки правильности решения, получаемого по этому варианту алгоритма реализации двухуровневой модели, задача верхнего уровня также считалась до разрушения. Поверхностная и объемная нагрузка для всей конструкции также последовательно увеличивалась до тех пор, пока не наступило предельное состояние. При качественной оценке характера поврежденности оказалось, что конструкция действительно разрушается только в районе оконного проема (рис.3.24, б). Средние значения перемещений фрагмента, полученные из таблицы решений для всей конструкции на момент появления первой поврежденности, были равны 10,7 мм, первая поврежденность у отдельно исследуемого фрагмента появилась при средних значениях внешних перемещений 14,6 мм. Для предельных значений нагрузки для всей конструкции и исследуемого блока разница между этими величинами составила 15%.

Качественное развитие поврежденности фрагмента, выделенного на рис. 3.24, а, изображено на рис. 3.25. Такой характер обусловлен малой прочностью раствора по сравнению с прочностными характеристиками кирпича, что и привело к ослаблению кирпичной кладки в целом.

Проведенное исследование показало, что такой подход к использованию разработанной модели имеет свою область применения, например, когда необходимо быстро и достаточно приблизительно получить значение разрушающей нагрузки для большой конструкции или конструкции со сложной геометрией, требующей для точного ее описания большого числа подконструкций.

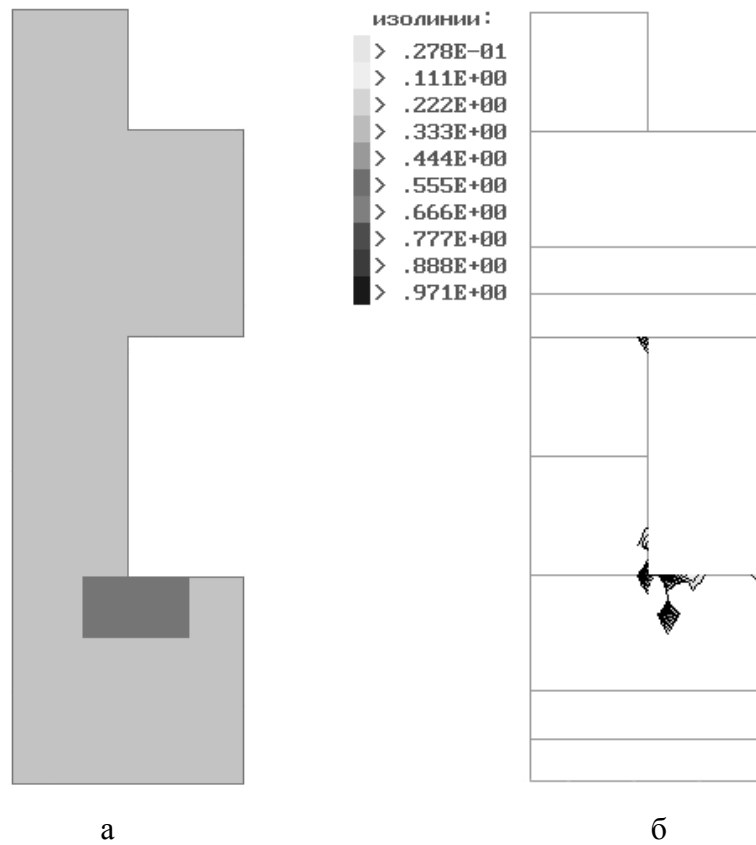


Рис. 3.24. Наиболее поврежденный фрагмент конструкции

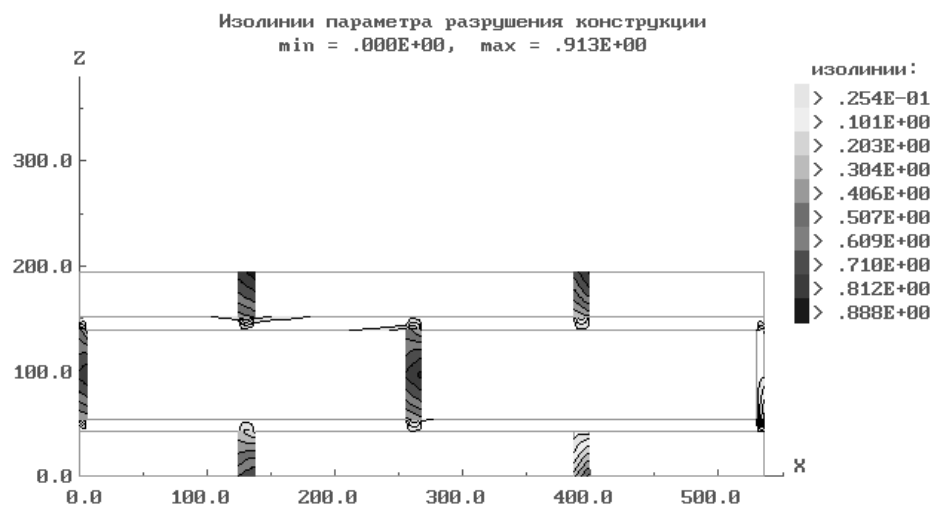


Рис. 3.25. Детальное моделирование поврежденности составляющих

3. 5. Фрагмент кирпичной стены в условиях плоского изгиба

В натурном эксперименте изучался процесс деформирования и разрушения кирпичной стены, выполненной из кирпича марки М150 на цементно-известковом растворе М100, под действием вертикальных сил, действующих в плоскости стенки по двум площадкам на верхней ее кромке [77]. Основные размеры, схема закрепления и нагружения стенки изображены на рис. 3.26.

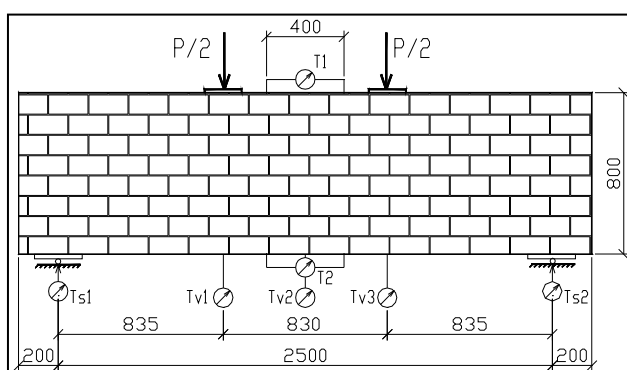


Рис. 3.26. Схема нагружения и закрепления конструкции

Экспериментальное изучение поведения стенки производилось на трех образцах-близнецах, выдержанных после изготовления в течение 13–17 суток до достижения раствором требуемой прочности. На момент испытания стенок средняя прочность раствора на сжатие, определенная путем испытаний кубиков со стороной 70,7 мм, составила 10,9 МПа. Образцы нагружались ступенями, не превышающими $\Delta P=0,1P_{max}$, где P_{max} – предполагаемая разрушающая нагрузка. В процессе нагружения образца с помощью индикаторов часового типа ИГМ-1 по ГОСТ 9696-61 с ценой деления 0,001 мм измерялись перемещения наиболее характерных участков образцов. Схема установки индикаторов на образцах показана на рис. 3.26. На каждой ступени нагрузка поддерживалась постоянной в течение 5–10 минут до момента стабилизации состояния образца. Во время выдержки производился осмотр образца с целью фиксации обнаруженных повреждений, с помощью переносного микроскопа с ценой деления 0,05 мм замерялась ширина раскрытия трещин. Образец до испытания, в процессе и после испытания фотографировался цифровой камерой.

Общий вид испытания стенок и характер разрушения одного из образцов изображены на рисунках 3.27 и 3.28 соответственно.

Фактическая разрушающая нагрузка составила: $P_{max}=8.5$ кН для первого образца, $P_{max}=5.6$ кН для второго образца и $P_{max}=10.6$ кН для третьего образца при среднем значении 8,2 кН.



Рис. 3.27. Фотография испытания конструкции



Рис. 3.28. Фотография разрушения конструкции

Графики изменения вертикальных перемещений в точках приложения нагрузки и в центре пролета стенки для трех рассмотренных образцов изображены

на рис. 3.29 и 3.30 соответственно. Полученные опытные данные и по деформативности, и по прочности стенок имеют достаточно большой разброс. Это можно объяснить тем, что при рассматриваемой схеме работы прочность и деформативность стенок существенно зависят от прочности кладки на растяжение, которая в отличие от прочности кладки на сжатие является величиной нестабильной, трудноконтролируемой и сильно зависящей от качества изготовления конструкции.

Перед проведением испытаний образцов осуществлялся контроль кладочных материалов путем определения прочности кирпича (сжатие, изгиб), раствора (сжатие, сдвиг), а также физико-механических характеристик кладки при центральном сжатии (модуль упругости, коэффициент поперечной деформации, предел прочности).

Перед проведением испытаний образцов осуществлялся контроль кладочных материалов путем определения прочности кирпича (сжатие, изгиб), раствора (сжатие, сдвиг), а также физико-механических характеристик кладки при центральном сжатии (модуль упругости, коэффициент поперечной деформации, предел прочности).

Для получения физико-механических характеристик кладки проводилось испытание пяти образцов призм с размерами 380x490x250 мм под действием сжимающей нагрузки до их разрушения.

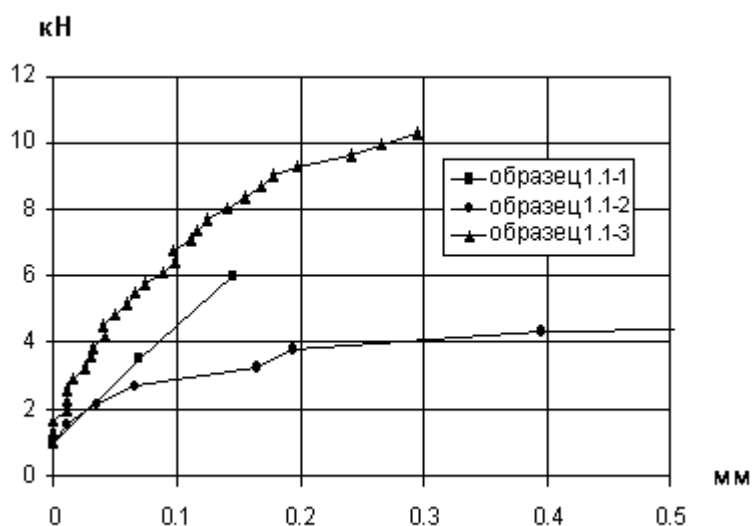


Рис. 3.29. Графики изменения вертикальных перемещений в точках приложения нагрузки

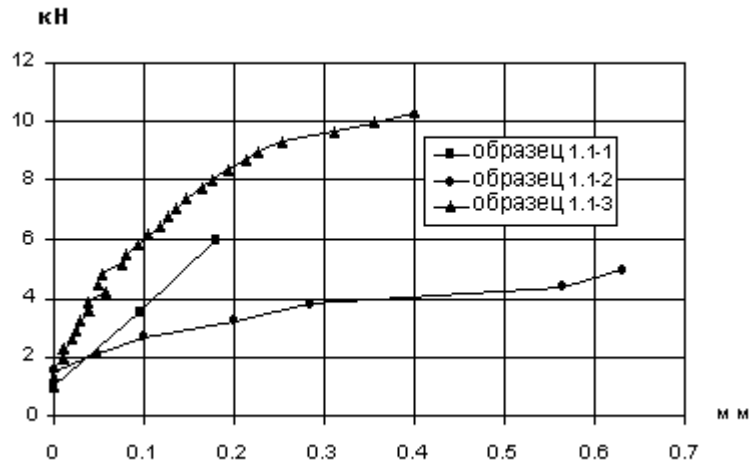


Рис. 3.30. Графики изменения вертикальных перемещений в центре пролета стенки

На рис. 3.31 показаны безразмерные кривые деформирования кладки при сжатии, полученные в результате осреднения результатов испытаний по пяти образцам-призмам. По оси абсцисс отложены осредненные относительные деформации ε кладки, по оси ординат – напряжения σ , отнесенные к предельным значениям этих напряжений при разрушении $\sigma_n=9,3$ МПа.

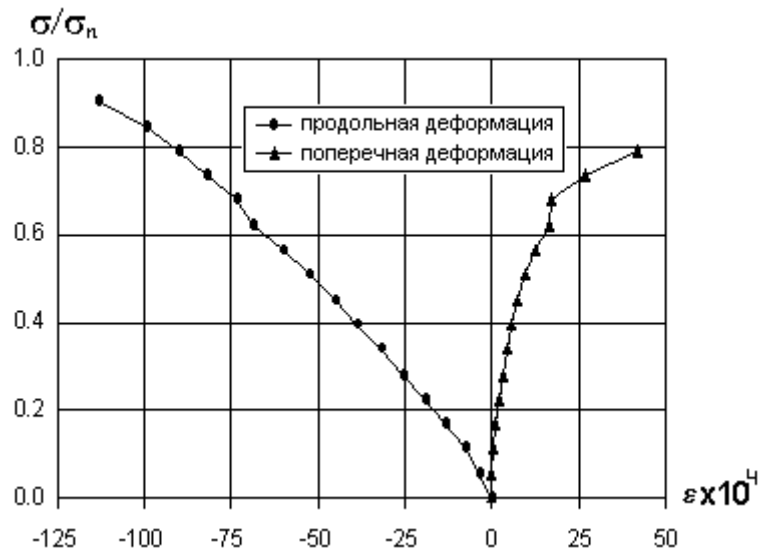


Рис. 3.31. Кривые деформирования кладки при сжатии

Начальный модуль деформации кладки при центральном сжатии, определенный по результатам испытаний образцов-призм, составил 11290 МПа.

Численное моделирование процесса деформирования и разрушения стенки осуществлялось на основе МКЭ с использованием двухуровневой модели представления конструкций кирпичной кладки. Из-за отсутствия полного набора экспериментальных данных по свойствам кирпича и раствора необходимые данные для кладки (верхний уровень модели) получались на основе результатов испытаний образцов призм. После этого на основе полученных данных осуществлялось численное моделирование эксперимента по нагружению образцов-призм, численные результаты сопоставлялись с результатами эксперимента.

На рис. 3.32 представлены кривые деформирования кладки, полученные на основе численного моделирования и эксперимента.

Численное моделирование процесса деформирования половины стены (для учета симметрии задачи) строилось на основе МКЭ в плосконапряженной постановке. Нагружение конструкции осуществлялось в два этапа. На первом этапе прикладывались объемные силы, соответствующие силам собственного веса, на втором – по наружной поверхности металлических накладок прикладывалась вертикальная поверхностная нагрузка, увеличивающаяся с шагом $\Delta q=0,01$ МПа до предельного значения, соответствующего началу разрушения стенки.

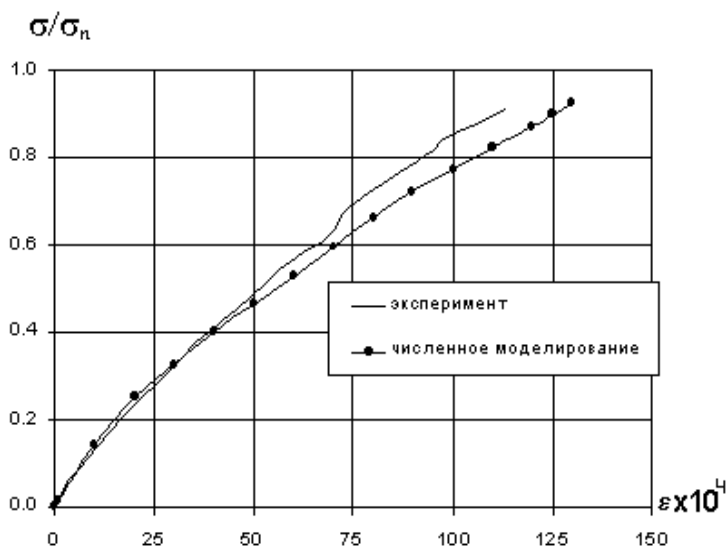


Рис. 3.32. Кривые деформирования кладки, полученные на основе численного моделирования и эксперимента

В качестве начала разрушения принят момент нагружения, характеризуемый появлением в материале стенки зоны, в которой мера поврежденности ω достигает критического значения:

$$\omega \geq \omega_{cr} = 0,99 .$$

В результате численных расчетов получена картина изменения перемещений, деформаций и напряжений в материале стенки, установлена нагрузка $P_{кр}$, соответствующая началу разрушения, $P_{кр} \cong 9,6$ кН, и зона начала разрушения. Например, на рис. 3.33 показана область стенки, в которой мера поврежденности материала превысила значение $\omega \geq 0.9$.

Из рис. 3.33 видно, что разрушение стенки по прогнозам численного моделирования начинается с нижней кромки стены в плоскости, смещенной на некоторое расстояние относительно плоскости симметрии, что подтверждается результатами эксперимента (рис. 3.28).

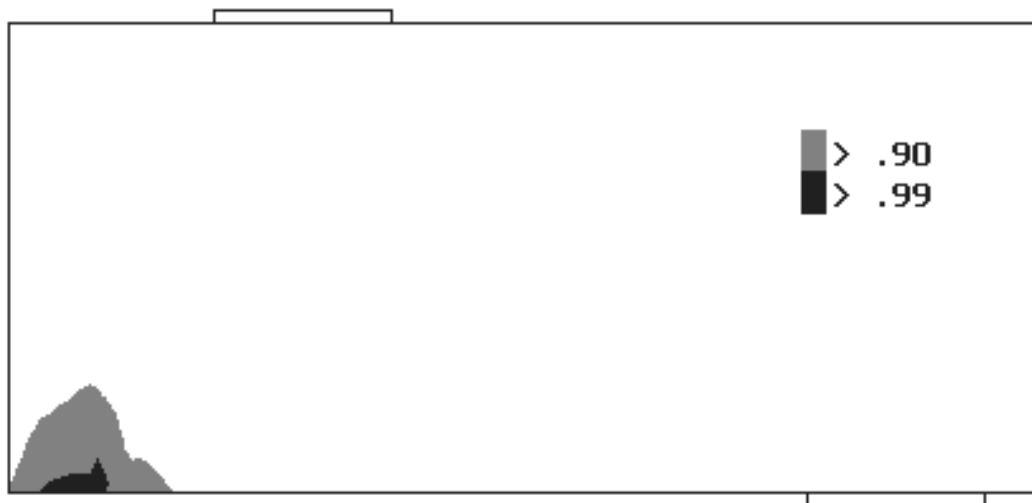


Рис. 3.33. Область стенки, в которой мера поврежденности материала превысила значение $\omega \geq 0.9$

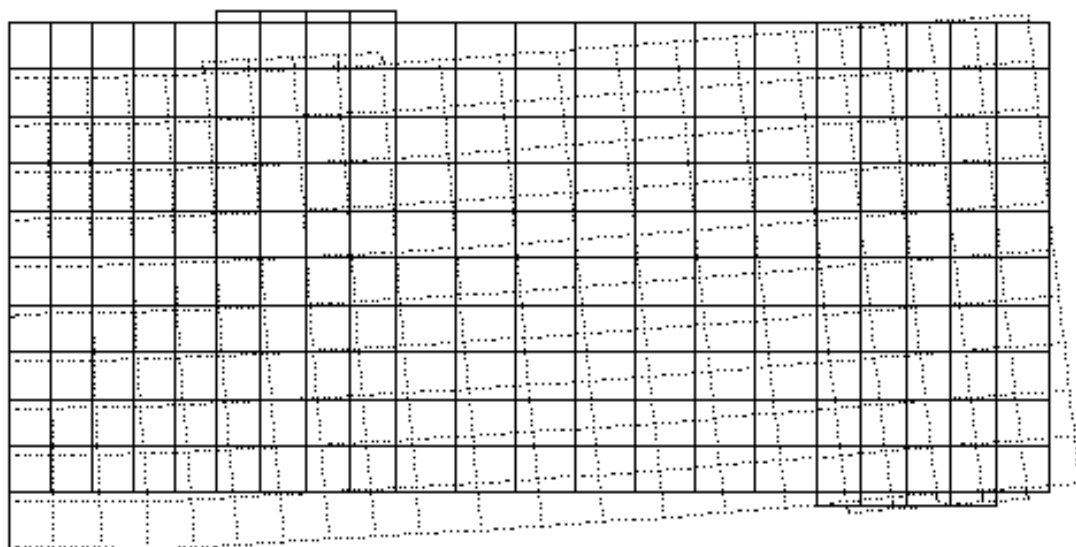


Рис. 3.34. Деформированная конфигурация стенки

На рис. 3.34 изображена деформированная конфигурация стенки, соответствующая нагрузке $P=9,6$ кН с масштабом перемещений относительно линейных размеров 100:1.

Полученный в результате численного моделирования график изменения вертикальных перемещений в центре пролета стенки, совмещенный с экспериментальными графиками для трех образцов, приведенными на рис. 3.32, показан на рис. 3.35. На этом рисунке видно, что полученный расчетом график располагается между экспериментальными кривыми и отражает качественно реальную зависимость “перемещение-нагрузка”. В количественном отношении теоретические результаты хорошо согласуются с результатами для образца 1 в начальной стадии нагружения (до уровня нагрузки $P=6$ кН, после чего произошло разрушение образца), с результатами для образца 2 по предельному перемещению и с результатами образца 3 по разрушающей нагрузке.

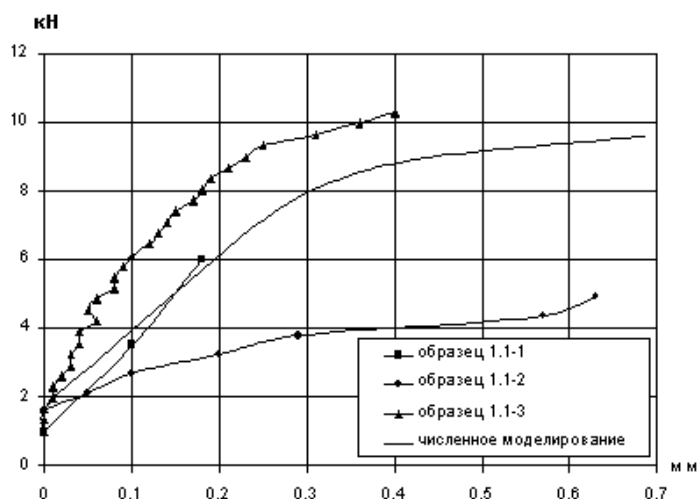


Рис. 3.35. График изменения вертикальных перемещений в центре пролета стенки

3. 6. Прочность и деформативность столбов из гипсоопилочных камней типа «Крестьянин»

Одним из путей успешного решения задач создания строительных материалов и изделий нового поколения, которые минимальным образом будут воздействовать на окружающую среду, является производство различных конструкционных древесных бетонов и кладок на их основе. Отходы древесины в виде опилок, стружки могут с успехом использоваться в качестве заполнителей при производстве опилкобетонных, гипсоопилочных, арболитовых камней и кирпичей [78 – 82].

Эффективность применения в строительстве кладок на естественных заполнителях определяется существенным снижением массы зданий, повышением их теплозащиты, уменьшением себестоимости за счёт использования местных материалов. Одновременно с сокращением стоимости строительства развитие производства древесных конструкционных бетонов позволит решить экологические проблемы охраны окружающей среды путем утилизации отходов лесопильной и деревообрабатывающей промышленности.

Основной причиной, препятствующей широкому внедрению в практику проектирования и строительства гипсоопилочных камней и кирпичей, является отсутствие научно обоснованных данных о прочности и деформативности таких кладок, а также нормативной базы по расчету каменных элементов из конструкционных древесных бетонов.

Для решения этой проблемы на кафедре деревянных конструкций ННГАСУ при участии авторов на протяжении нескольких лет ведутся комплексные исследования таких кладок при различных видах нагружения.

Испытания проводились сериями, в которых менялась прочность и камня и раствора, а также размеры камней [83 – 87]. Большое внимание уделялось камням типа «Крестьянин» с стандартный размер которых 188x190x390 мм (рис. 3.36) [85].

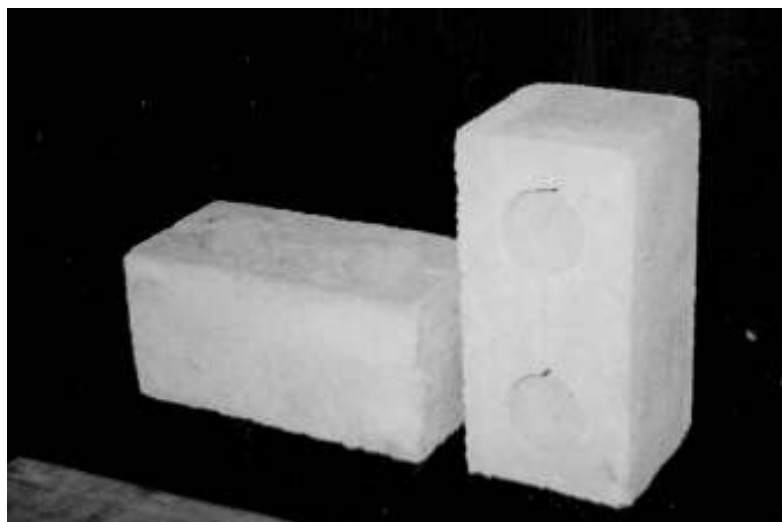


Рис. 3.36. Камни типа «Крестьянин»

В среднем в каждой серии испытывалось по 4 столба. По результатам проведенных испытаний в каждой серии были определены средние значения предела прочности камня \bar{R}_l , раствора \bar{R}_r , кладки при кратковременном сжатии \bar{R}_u , а также

нормального модуля деформаций \bar{E}_0 при напряжении $\sigma = 0,2\bar{R}_u$ и коэффициенты вариации V_R и V_E . Проанализирован характер деформирования, определены предел конструктивной прочности и эмпирические коэффициенты, необходимые для расчета кладок по формуле Л.И.Онищика

При численном моделировании структурных изменений, происходящих в кладке из гипсоопилочных камней при кратковременном сжатии, исследовались простенки размером 390*590*1388мм из гипсоопилочных камней типа “Крестьянин” (рис.3.37) [89].

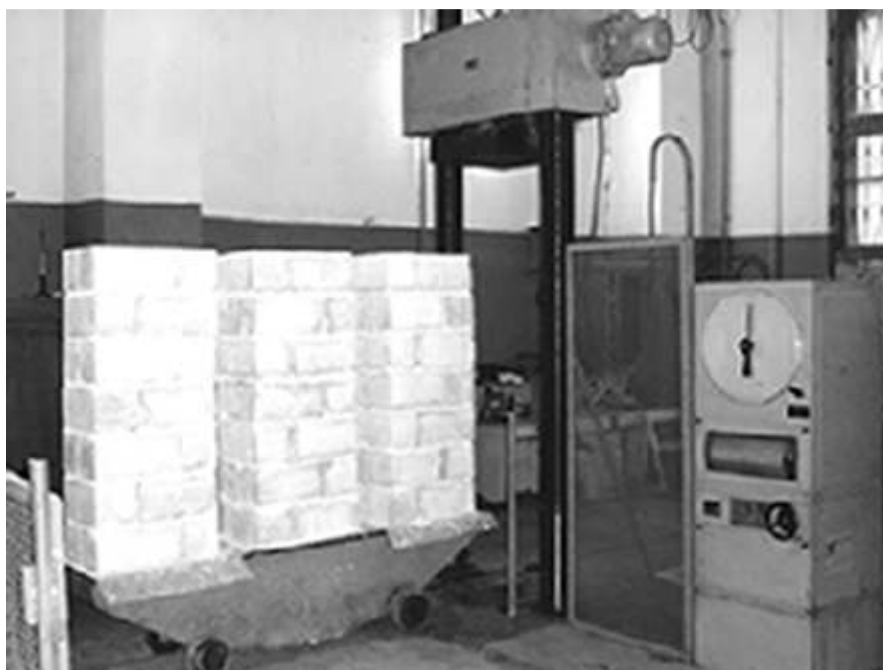


Рис. 3.37. Испытываемые столбы в лаборатории кратковременной прочности

Задача численного исследования НДС и процессов разрушения гипсоопилочных простенков решалась в постановке плоско-напряженного состояния с использованием семейства изопараметрических квадратичных конечных элементов.

Конструкция из 6 слоев камней, вертикальных и горизонтальных швов описывалась 41-ой подконструкцией (рис.3.38, а, б). Конечно-элементная сетка столбов представлена на рис.3.39. Такое количество подконструкций было необходимо для получения подробной картины поврежденности столба и более точного описания НДС кладки.

Для определения механических и прочностных характеристик камня и раствора, необходимых для моделирования поведения материала кладки столбов, использовались

собственные экспериментальные данные [90]. Полученные значения приведены в табл. 3.5.

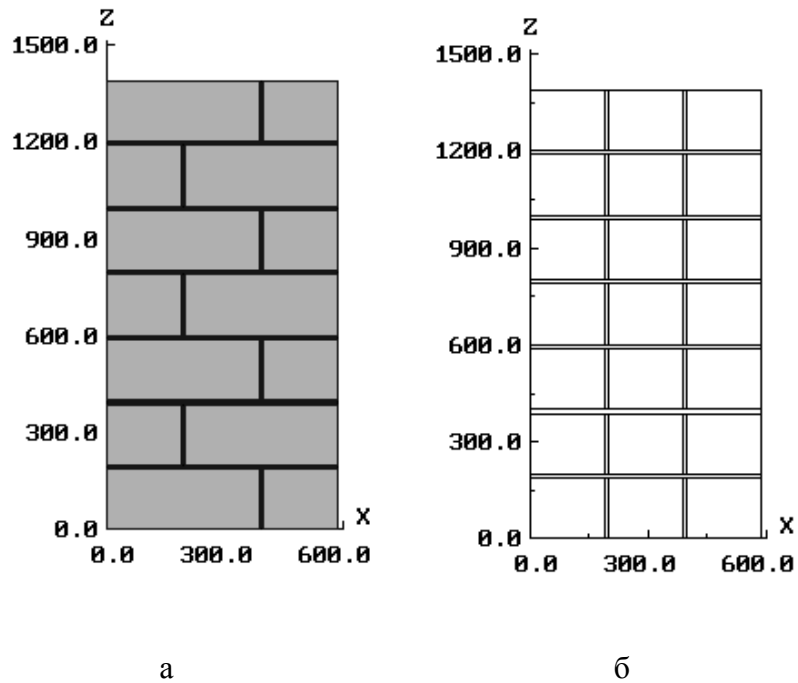


Рис. 3.38. Вид столба и его разбиение на подконструкции

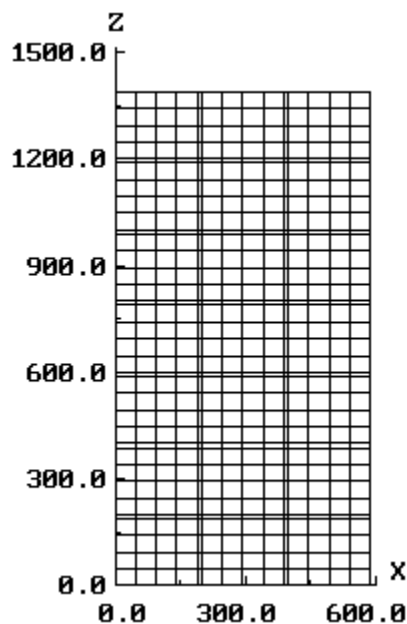


Рис. 3.39 . Конечно-элементная сетка конструкции

Большое количество подэтапов нагружения позволило отслеживать динамику процесса разрушения, соответствующего экспериментальному процессу трещинообразования.

Для соответствия численного эксперимента реальному нижняя грань конструкция закреплялась от горизонтальных и вертикальных перемещений, а обе боковые – от горизонтальных. В качестве внешней нагрузки использовались равномерно распределенные сжимающие перемещения, которые поэтапно прикладывались к верхней грани столба.

Деформационные и прочностные характеристики материала кладки были получены с помощью методики, описанной в п.2.4.

За предел прочности материала на сжатие принималась средняя величина соответствующих напряжений при наступлении предельного состояния исследуемого каменного столба, наступление которого характеризуется наличием зон, в которых величина параметра поврежденности ω достигает предельного значения ($\omega=0.99$) – локальный критерий разрушения, а также выполнением описанного выше глобального критерия предельного состояния.

Сравнение значений модуля Юнга, коэффициента Пуассона и предела прочности простенков, полученных численно, и среднее значение этих показателей, определенных при экспериментальном сжатии трех столбов, показало, что разница в значениях разрушающих нагрузок составляет порядка 15%, деформационные характеристики различаются на 18%. Численные исследования дают завышение данных по сравнению с экспериментальными вследствие плоской постановки задачи. Но при этом надо отметить почти полную идентичность в динамике развития поврежденности.

При испытаниях для всех столбов было отмечено, что при значениях напряжений, составляющих 65% от значения предела прочности кладки сжатием, происходит интенсивный процесс разрушения кладки. При численных исследованиях в зависимости от количества подэтапов нагружения резкое нарастание значений функции поврежденности ω происходило при значениях нагрузок, составляющих 60–70% от разрушающих нагрузок.

Качественная картина поврежденности конструкции, история развития этой поврежденности также хорошо совпадает с реальной картиной трещинообразования столба. Появления в таблице результатов для подконструкций, описывающих камень из опилкобетона или раствор, значений функции поврежденности, отличных от 0, соответствует появлению трещин в составляющих кладки при испытаниях.

Так же как и при сжатии простенков прессом при численном моделировании такого сжатия первая поврежденность возникла в подконструкции, соответствующей

третьему снизу целому камню. При дальнейшем нагружении стала появляться поврежденность в подконструкциях, описывающих вертикальные швы, расположенных над и под этим камнем. Рис. 3.40, 3.41 демонстрируют качественное совпадение процессов разрушения при натурном и численном экспериментах.



Рис. 3.41. Фотография разрушения столба

Эпюры параметра разрушения по границам п/к
 min = .000E+00, max = .999E+00

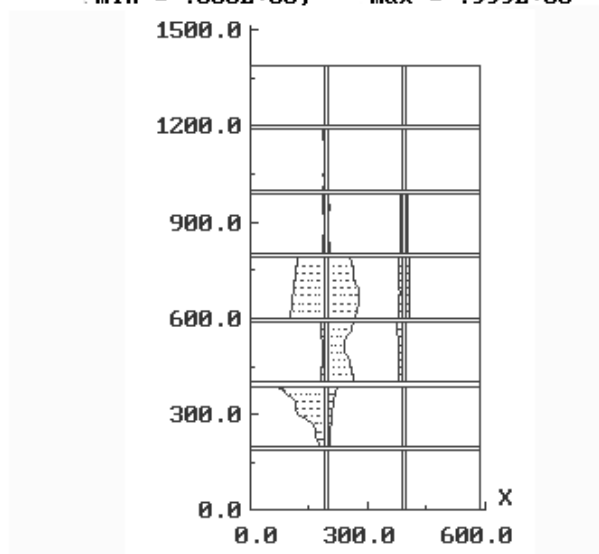


Рис. 3.42. Результаты численного моделирования

Таблица 3.5

Деформационные и прочностные характеристики

Материал	E , МПа	ν	G , МПа	K , МПа	Предел прочности, МПа	
					Сжатие	Растяжение
Камень	1893	0.2	757.2	378.6	3.82	0.69
Раствор	2415	0.25	966	402.5	4.86	0.58
Кладка	э	1259	-	-	0.93	-
	м	1487	0.29	958.2	134.15	1.079

Заключение

В работе представлено описание моделей, численных схем и алгоритмов, предлагаемых авторами для численного решения на основе МКЭ задач деформирования и разрушения конструкций, выполненных из кусочно-однородных физически нелинейных разномодульных материалов. Приведены результаты численных исследований различных конструкций каменной кладки, полученные авторами на основе разработанных авторами методических и программных средств.

Предлагаемые авторами методика и программные средства дают возможность моделировать достаточно сложные процессы нагружения и оценивать степень влияния конкретных факторов на несущую способность и деформативность конструкций кирпичной кладки с включениями, выполненными из других материалов, а также выявлять зоны, наиболее опасные для реального вида нагружения и составляющих кирпичной кладки.

Авторы выражают глубокую благодарность ведущему научному сотруднику НИИ механики при Нижегородском государственном университете им. Н.И.Лобачевского, канд. физ.-мат. наук Чурилову Юрию Анатольевичу за помощь в создании представленных в монографии теоретических разработок, а также в проведении на их основе практических расчетов.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, финансируемой за счет средств федерального бюджета, выделяемых по направлению расходов «НИОКР».

ЛИТЕРАТУРА

1. **Работнов, Ю. Н.** Механика деформируемого твердого тела / Ю. Н. Работнов. – М. : Наука, 1979. – 774 с.
2. **Онищик, Л. И.** Каменные конструкции / Л. И. Онищик. – М.: Стройиздат, 1939. – 412 с.
3. **Онищик, Л. И.** Прочность и устойчивость каменных конструкций / Л. И. Онищик. – М. : ОНТИ, 1937. – 276 с.
4. **Семенов, С. А.** Каменные конструкции / С. А. Семенов. – М.: Госстройиздат, 1955. – 189 с.
5. **Дмитриев, А. С.** Каменные и армокаменные конструкции / А. С. Дмитриев, С. А. Семенов. – М. : Госстройиздат, 1965. – 306 с.
6. **Поляков, С. В.** Проектирование каменных и крупнопанельных конструкций / С. В. Поляков, Б. Н. Фалевич. – М. : Стройиздат, 1966. – 57 с.
7. **ГОСТ 379-95** Кирпич и камень силикатные. – 1995.
8. **ГОСТ 5802-86.** Растворы строительные. Методы испытания. –1986.
9. **Н 7-49.** Нормы проектирования каменных и армокаменных конструкций. – М. : Стройиздат, 1949.
10. **СниП II-22-81*.** Каменные и армокаменные конструкции. Нормы проектирования : строит. нормы и правила. –1981.
11. **Соколов, Б. С.** Каменные и армокаменные конструкции: [автоматизированный учебный комплекс] / Б. С. Соколов, А. Б. Антаков. – М. : Изд-во Ассоц. строит. вузов, 2008. – 96 с.
12. **Антаков, А. Б.** Разработка новой методики расчета каменных простенков стен зданий доступного жилья : отчет РААСН по теме 2.3.8.1 / Казан. гос. архитектур.-строит. ун-т ; А. Б. Антаков, Б. С. Соколов – Казань, 2006. – 16 с.
13. **Соколов, Б. С.** Теоретические основы сопротивления бетона и железобетона при сжатии / Б. С. Соколов // Известия вузов. Сер. «Строительство». – 1993. – № 9. – С. 39-43.
14. **Кашеварова, Г. Г.** Модель каменной кладки стены для исследования схем и механизмов разрушения / Г. Г. Кашеварова, В. Э. Вильдеман, А. Н. Акулова // Информация, инновации, инвестиции : сб. материалов конф. / Центр науч.-техн. информ. – Пермь, 2002. – С. 38-41.
15. **Кашеварова, Г. Г.** Моделирование механического поведения кирпичной кладки для оценки деформационных ресурсов строительных конструкций / Г. Г. Кашеварова, Н. А. Труфанов // Современная миссия технических университетов в развитии инновационных территорий : материалы Междунар. семинара. – Варна, 2004. – С. 97-102.
16. **Кашеварова, Г. Г.** Численный анализ накопления повреждений в структурно неоднородных материалах строительных конструкций / Г. Г. Кашеварова, Н. А. Труфанов // Вычислительная механика : сб. науч. тр. – Пермь, 2004. – № 2. – С. 92-102.
17. **Пангаев, В. В.** О причинах разрушения многорядной каменной кладки при сжатии : монография / В. В. Пангаев ; Новосибир. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Новосибирск : НГАСУ, 2003. – 72 с.
18. **Модельные исследования напряженно-деформированного состояния каменной кладки при сжатии / В. В. Пангаев, Г. Н. Албаут, А. В. Федоров, М. В. Табанюхова // Известия вузов. Сер. «Строительство». – 2003. – № 2. – С. 24-29.**

19. **Page, A.W.** Finite element model for masonry / A.W. Page // *Jornal Structural Division / Proceedings of the American Society of Civil Engineering*. – 1978. – Vol. 104. – P. 1267-1285.
20. **Ali, S. S.** Finite element model for masonry subjected to concentrated loads / S. S. Ali, A.W. Page // *Proceedings of the American Society of Civil Engineering : jornal Structural Division*. – 1990. – Vol. 114. – P. 1761-1784.
21. **Chriostrini, S. A.** Vignoly, Application of a numerical method to study masonry panels with various geometry under seismic loading / S. A. Chriostrini // *Strema-89*. – Florence, 1989.
22. **Ignatkis, C.** Analytical model for masonry using the finite element model / C. Ignatkis, E. Stavrakakis, G. Penelis // *Structural repair and maintenance of historical buildings*. – Basel, 1989. – P. 511-523.
23. **Atkinson, R. H.** Results of a statistical study of masonry deformability/ R. H. Atkinson, G. G. Yan // *The masonry Society*. – 1990. – Vol. 9 (1). – P. 407-425.
24. **Beranek, W. J.** Modelling of masonry as an assemblage of spheres on various scales / W. J. Beranek, Hobbelman // *Proceedings 10 IB²*, July 1994. – Calgary, 1994. – P. 1-10.
25. **Anand, S. C.** A numerical procedure for estimate failure loads in composite masonry walls / S. C. Anand, K. M. Yalamanchili // *Structural Engineering Rew.* – 1993. – Vol. 5. – P. 53-61.
26. **Beranek, W. J.** Mechanical properties of masonry / W. J. Beranek, G. J. Hobbelman // *3rd International masonry conference*. – London, 1992.
27. **Hamid, A. A.** Behavior of brick masonry under combined shear and compression loading / A. A. Hamid, R. G. Drisdale // *Proceedings Second Canadian Masonry Symposium*. – Ottawa, 1980. – P. 51-64.
28. **Rots, J. G.** Computer simulation of masonry fracture: continuum and discontinuum models / J. G. Rots // *Proceeding of the International symposium on thecomputer methods in structural masonry*. – Swansea, 1991. – P. 93-103.
29. **Duva, J. M.** A probabilistic micromechanics model for damaged composites / J. M. Duva, J. Aboudi, C. T. Herakovich // *Transmission American Society of Mechanical Engineers Eng Mater and Technol*. – 1996. – Vol. 118, N 4. – P. 548-553.
30. **Pluijim, R.v.d.** Material properties of masonry and its components under tension and shear / R.v.d. Pluijim // *Proceeding of the sixth Canadian masonry symposium*. – Saskatoon, 1992.
31. **Ewing, R. D.** FEM/1. A finite element computer program for the nonlinear analysis of reinforced masonry building components / R. D. Ewing, A. M. El-Mustapha, J. C. Kariotis // *Draft report, EKEH*. – Rancho Palos Verdes, CA, 1987.
32. **Masiani, R.** Masonry as structured continuum / R. Masiani, N. Rizzi, P. Trovalusc // *Meccanica*. – 1995. – Vol. 30. – 1995. – P. 673-683.
33. **Lourenco, Paulo B.** Two approaches for the analysis of masonry structures : Micro and macro-modeling / Paulo B. Lourenco, Jan G. Rots // *Heron*. – 1995. – Vol. 40. – P. 313-340.
34. **Samarashinge, W.** The strength of brickwork under biaxial tensile and compressive stress” / W. Samarashinge, A. Page, W. Hendry // *Proc.7th Int.Simposium on Load Bearing Brickwork*. – London, U. K., 1980.
35. **Lotfi, H. R.** Interface model applied to fracture of masonry structures” / H. R. Lotfi, Benson Shing P. // *Jornal of Structural Engineering / American society of civil engineers : journal of structural engineering*. – 1994. – Vol. 120. – P. 63-80.

36. **Lenczner, D.** Strength and deformation of brick prisms in three directions” / D. Lenczner, D. Foster // Proceedings Fifth International Brick Masonry Conference. – Washington, 1979. – P. 51-64.
37. **Subhash, C. Anand** Accurate estimation of interphase shear stresses in composite masonry walls” / Subhash C. Anand, M. Aubur Rahman // Journal of Structural Engineering / American society of civil engineers : journal of structural engineering. – 1994. – Vol. 120, № 3. – P. 5181-6003.
38. **Hobbs, B.** analytical approach for walls subjected to static and dynamic out-of-plane point loads / B. Hobbs, T. Michael, M. Gilbert // Proceedings 10 IB² – Calgary, Canada, 1994. – P. 329-338.
39. **Bensoussan, A.** Asymptotic analysis for periodic structures / A. Bensoussan, J. L. Lions, G. Papanicolaou. – North Holland, 1978.
40. **Beranek, W. J.** Modelling of masonry as an assemblage of spheres on various scales” / W. J. Beranek, G. J. Hobbelman // Proceedings 10 IB² – Calgary, Canada, 1994. – P. 1-10.
41. **Амбурцумян, С. А.** Разномодульная теория упругости/С. А. Амбурцумян. М. : Наука, 1982. – 320 с.
42. **Ломакин, Е. В.** Нелинейная деформация материалов, сопротивление которых зависит от вида напряженного состояния / Е. В. Ломакина // Известия Академии наук СССР. Сер. «Механика твердого тела». – 1980 – № 4. – С. 92-99.
43. **Овчинников, И. Г.** Основные уравнения и теории для одной модели физически-нелинейной среды / И. Г. Овчинников // Известия Академии наук СССР. Сер. «Механика твердого тела». – 1966. – № 4. – С. 58-64.
44. **Пономарев, Б. В.** Изгиб прямоугольных пластин из нелинейно-упругих материалов, неодинаково работающих на растяжение и сжатие / Б. В. Пономарев // Прикладная механика. – 1968. – Т. 4, вып. 2. – С. 20-27.
45. **Ростовцев, Н. А.** К теории упругости неоднородной среды / Н. А. Ростовцев // ПММ 28. – 1964. – Вып. 4. – С. 601-611.
46. **Матченко, Н. М.** О нелинейных соотношениях разномодульной теории упругости / Н. М. Матченко, Л. А. Толоконников // Сборник работ по теории упругости. – Тула, 1968. – С. 69-72.
47. **Матченко, Н. М.** О соотношениях между напряжениями и деформациями для разномодульных упругих сред/Н. М. Матченко, Л. А. Толоконников // Изв. АН СССР. Сер. «Механика твердого тела». – 1968. – № 6. – С. 108-110.
48. **Капустин, С. А.** Моделирование процессов деформирования и разрушения кирпичной кладки / В. Г. Баженов, С. А. Капустин, В. В. Торопов, Г. В. Туровцев // Прикладные проблемы прочности и пластичности : межвуз. сб. – М., 1997. – С. 56-61.
49. **Turovtsev, G.** A new continuum model of the mechanical behaviour of structural masonry / G. Turovtsev // Theor. and Appl : 19th Int. Congr, Mech., Kyoto, Aug. 25-31, 1996. – Abstr., Kyoto, 1996. – P. 309.
50. **Paulo, B.** Understanding the behavior of shear walls. A numerical review / B. Paulo Lourenco, Jan G. Rots // Proceedings 10 IB² – Calgary, Canada, 1994. – P. 11-16.
51. **Werner, S.** Isotropic or anisotropic? Simulation of in-plane-loaded masonry structures / S. Werner // 10th IB MaC. – Calgary, Canada, 1994. – P. 77-86.
52. **Писаренко, Г. С.** Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии / Г. С. Писаренко, А. А. Лебедев. – Киев : Наукова думка, 1969. – 348 с.

- 53. Розенберг, В. М.** Основы жаропрочности металлических материалов / В. М. Розенберг. – М. : Металлургия, 1973. – 325 с.
- 54. Бугаков, И. И.** Ползучесть полимерных материалов / И. И. Бугаков. – М. : Наука, 1973. – 288 с.
- 55. Glanville, W. H.** Creep of concrete under load / W. H. Glanville // The structural Engineer. –1933. – Feb.
- 56. Работнов, Ю. Н.** Элементы наследственной механики твердых тел. – М. : Наука, 1977. – С. 384.
- 57. Фрайфельд, С. Е.** Об исходных предпосылках уравнений механического состояния реальных материалов / С. Е. Фрайфельд // Труды ХИСИ. – 1955. – Вып. X. – С. 34-47.
- 58. ГОСТ 24544-81** Бетоны. Методы определения деформаций усадки и ползучести. – Введ. 01.01.82. – 2008 г. – 26 с. : ил..
- 59. Капустин, С. А.** Расчет методом конечных элементов прочности сооружений кирпичной кладки / С. А. Капустин, Ю. М. Кулагин, С. Ю. Лихачева // Приволжский научный журнал / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Н. Новгород, 2007. – Вып. 1. – С. 33-43.
- 60. Капустин, С. А.** Моделирование процессов деформирования и разрушения конструкций кирпичной кладки при квазистатических нагружениях / С. А. Капустин, С. Ю.Лихачева, Ю. А. Чурилов // Проблемы надежности машин и конструкций : избр. тр. междунар. конф. – М., 2003. – С. 104-108.
- 61. Капустин, С. А.** Прочность конструкций кирпичной кладки при квазистатических нагружениях / С. А. Капустин, Ю. М. Кулагин, С. Ю. Лихачева, Ю. А. Чурилов // Проблемы прочности и пластичности : межвуз. сб. – Н. Новгород, 2002. – Вып. 64. – С. 95-99.
- 62. Капустин, С. А.** Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций / Д. А. Казаков, С. А. Капустин, Ю. Г. Коротких. – Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 1999. – 226 с.
- 63. Качанов, Л. М.** Основы механики разрушения / Л. М. Качанов. – М.: Наука, 1974. – 312 с.
- 64. Программный продукт.** Вычислительный комплекс решения нелинейных задач деформирования и разрушения конструкций МКЭ (ВК УПАКС). ТУ 5030-02-020703 70-98. Сертификат соответствия N РОСС RU. ME20, НОО 113 / Госстандарт России.
- 65. Кашеварова, Г. Г.** Основы автоматизации проектирования в строительстве: курс лекций / Г. Г. Кашеварова. – Пермь : Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 300 с.
- 66.** Численное моделирование поведения конструкций из трансверсально-изотропных материалов в условиях квазистатических силовых и терморadiационных воздействий / С. А. Капустин и [др.] // Проблемы прочности и пластичности : межвуз. сб. – Н. Новгород, 2006. – Вып. 68. – С. 53-61.
- 67. Капустин, С. А.** Метод конечных элементов в задачах механики деформируемых тел / С. А. Капустин. – Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2002. – 180 с.
- 68. Капустин, С. А.** Экспериментально-теоретическое изучение упругопластического деформирования и разрушения образца с концентратором / С. А. Капустин [и др.] // Приволжский научный журнал / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Н. Новгород, 2009. – № 4. – С. 8-12.
- 69. Капустин, С. А.** Численное моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций в условиях квазистатических термосиловых и терморadiационных воздействий / С. А. Капустин, Ю. А. Чурилов, В. А. Горохов //

Современные проблемы ресурса материалов и конструкций : тр. III шк.-семинара / Моск. гос. машиностроит. ун-т. – М., 2009. – С. 90-104.

70. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести / С. А. Капустин и др. // Проблемы прочности и пластичности : межвуз. сб. / Н. Новгород. – 2008. – Вып. 70. – С. 100-111.

71. Капустин, С. А. Численный анализ упруговязкопластических процессов деформирования и разрушения конструкций при квазистатических силовых, тепловых и радиационных воздействиях / С. А. Капустин // Ученые записки Казанского университета. – 2010. – № 3. – С. 17-32.

72. Капустин, С. А. Численное исследование прочности узлов сопряжения кирпичных стен с бетонными плитами перекрытий / С. А. Капустин, С. Ю. Лихачева // Проблемы прочности и пластичности: межвуз. сб./ Нижегород. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. – Н. Новгород, 2001. – Вып. 63. – С. 179-185.

73. Котов, И. Т. Исследование прочности кирпичной кладки с незаполненными вертикальными швами / И. Т. Котов // Исследования по каменным конструкциям : сборник. – М., 1950. – С. 152 -164.

74. Микульский, В. Г. Строительные материалы: учебник / В. Г. Микульский. – М. : АСВ, 1996. – 486 с.

75. Котов, И. Т. Прочность раствора и кладки с применением песков разной крупности / И. Т. Котов // Исследования по каменным конструкциям: сборник. – М., 1949. – С. 4-14.

76. Камейко, В. А. Несущая способность узлов сопряжений тонких кирпичных стен с пустотными плитами перекрытий / В. А. Камейко, М. В. Образцова // Прочность крупнопанельных и каменных конструкций. – М., 1978. – С. 88-120.

77. Экспериментальное и численное моделирование процесса деформирования и разрушения кирпичной стенки в условиях плоского изгиба / П. А. Алявдин [и др.] // Вестник ННГУ, сер. Механика. - 2004. - вып.1(6). -С.114-123.

78. Коротчаев, Э. И. Строительные материалы и изделия из древесных опилок: обзор. информ. / Э. И. Коротчаев, М. И. Клименко. – М. : ВНИИЭСМ, 1976. – 40 с.

79. Наназашвили, И. Х. Арболит – эффективный строительный материал / И. Х. Наназашвили. – М. : Стройиздат, 1977. – 225 с.

80. Пекло, М. И. Рациональное использование древесины в строительстве / М. И. Пекло. – М. : Стройиздат, 1977. – 224 с.

81. Цапаев, В. А. Легкие конструкционные бетоны на древесных заполнителях / В. А. Цапаев, А. К. Яворский, Ф. И. Хадонова / Сев.-Кавк. горн. металлург. ин-т, Сев.-Осет. гос. ун-т им. К. Л. Хетагурова. – Орджоникидзе: Ир, 1990. – 132 с.

82. Цапаев, В. А. Экологическая и экономическая целесообразность производства опилочных бетонов с использованием гипса / В. А. Цапаев, Е. М. Панюжев, В. Б. Темнухин // Деревообрабатывающая промышленность. – 2002. – № 5. – С. 15-17.

83. Цапаев, В. А. Экспериментальная оценка деформаций ползучести кладки из опилкобетонных камней / В. А. Цапаев, И. Н. Шурышев // Известия вузов. Сер. «Строительство». – 1999. – № 8. – С. 128-130.

84. Цапаев, В. А. Расчетные характеристики кладки из гипсоопилочных камней / В. А. Цапаев, О. Б. Кондрашкин, А. М. Ворожцов // Жилищное строительство. – 2004. - № 5. – С. 8-10.

85. Лихачева, С. Ю. Исследование влияния фактора времени на прочность и деформативность кладок из гипсоопилочных и опилкобетонных камней/С. Ю.Лихачева // Известия КазГАСУ. – Казань, 2009. – № 2.

86. Цапаев, В. А. Кратковременная прочность кладки из опилкобетонных камней при одноосном сжатии / В. А. Цапаев, С. Ю. Лихачёва, И. Н. Шурышев // Приволжский научный журнал / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Н. Новгород, 2009. – № 4. – С. 13-17.

87. Лихачева, С. Ю. Экспериментальные исследования прочности и деформативности кладки из опилкобетонных кирпичей при кратковременном сжатии / В. А. Цапаев, М. А. Лебедев, С. Ю. Лихачева // Вестник Волжского регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – 2009. – Вып. 12. – С. 203-210.

88. Цапаев, В. А. Стеновые камни типа “Крестьянин” / В. А. Цапаев, Р. И. Молева, И. Н. Шурышев // Жилищное строительство. – 2000. – № 12. – С. 14-15.

89. Кондрашкин, О. Б. Численные исследования процессов разрушения в кладке из гипсоопилочных камней / С. Ю. Лихачёва, О. Б. Кондрашкин // Вестник Волжского регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Н. Новгород, 2004. – Вып. 7. – С. 179-184.

90. Кондрашкин, О. Б. Определение начального модуля деформации кладки из гипсоопилочных камней / О. Б. Кондрашкин // Приволжский научный журнал / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Н. Новгород, 2008. – № 3. – С. 37-42.

Капустин Сергей Аркадьевич
Лихачева Светлана Юрьевна

**Моделирование
процессов деформирования и разрушения
материалов
с периодически повторяющейся структурой**

Монография

Редактор Гришуткина Н.П.