

**МЕХАНИКА:  
ОТ ТЕОРИИ К ЭКСПЕРИМЕНТУ**

*Учебное пособие*

Нижний Новгород  
2019

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

# Механика: от теории к эксперименту

Утверждено редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия

Нижний Новгород  
ННГАСУ  
2019

ББК 38.112  
М 55

*Печатается в авторской редакции*

Рецензенты:

- Н. А. Абросимов* – д-р физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., ведущий научный сотрудник НИИ механики при ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный ун-т им. Н. И. Лобачевского»
- Н. А. Бархатов* – д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. научной лабораторией ФСЗС ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный педагогический университет имени Козьмы Минина»

Маковкин Г. А. Механика: от теории к эксперименту [Текст] : учеб. пособие / Г. А. Маковкин, О. М. Бархатова, Н. Е. Демидова, А. А. Краснов, Л. П. Коган, В. Г. Лапин, Е. А. Ревунова, В. Б. Штенберг; Нижегород. гос. архитектур. - строит. ун - т – Н. Новгород: ННГАСУ, 2019. – 66 с. ISBN 978-5-528-002325-2

Изложен теоретический материал, необходимый студентам для выполнения лабораторных работ по механике. Приведены вопросы для сдачи допуска и защиты лабораторных работ по механике

Предназначено для студентов направления «Строительство»

ББК 38.112

ISBN 978-5-528-00325-2

© Г. А. Маковкин, О. М. Бархатова,  
Н. Е. Демидова, А. А. Краснов,  
Л. П. Коган, В. Г. Лапин,  
Е. А. Ревунова, В. Б. Штенберг, 2019  
© ННГАСУ, 2019.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Среди всех фундаментальных наук, определяющих современный научно-технический прогресс, физике принадлежит особая роль в подготовке выпускников высших учебных заведений к дальнейшей профессиональной деятельности. Она является формирующей мировоззренческой дисциплиной, и, одновременно, фундаментом специальных технических наук, таких как электротехника, сопротивление материалов, теория машин и механизмов и ряда других.

Экспериментальная подготовка будущих инженеров ННГАСУ по физике осуществляется на лабораторных занятиях.

Пособие состоит из четырех блоков, которые содержат краткие теоретические сведения по изучаемой теме, форму для отчета по лабораторной работе на данную тему и вопросы для сдачи допуска и защиты лабораторной работы по механике.

### Лабораторная работа № 3

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

#### Силы трения

В механических процессах действуют различные силы: трения, упругости, тяготения. Рассмотрим силы трения. Из опыта известно, что всякое тело, движущееся по горизонтальной поверхности другого тела, при отсутствии действия на него других сил с течением времени замедляет свое движение, и в конце концов останавливается. С механической точки зрения, это можно объяснить существованием некоторой силы, которая препятствует движению. Это **сила трения** — сила сопротивления, направленная противоположно относительному перемещению данного тела и приложенная по касательной к соприкасающимся поверхностям.

Различают **внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое, или вязкое) трение**. Внешним трением называется трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, говорят о **трении покоя**, если же происходит относительное перемещение этих тел, то в зависимости от характера их относительного движения говорят о **трении скольжения или качения**.

**Внутренним трением** называется трение между частями одного и того же тела, например, между различными слоями жидкости или газа, скорости которых меняются от слоя к слою. В отличие от внешнего трения здесь отсутствует

трение покоя. Если тела скользят относительно друг друга и разделены прослойкой вязкой жидкости (смазки), то трение происходит в слое смазки. В таком случае говорят о **гидродинамическом трении** (слой смазки достаточно толстый) и **граничном трении** (толщина смазочной прослойки  $\approx 0,1$  мкм и меньше).

Рассмотрим некоторые закономерности внешнего трения. Это трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей, в случае же очень гладких поверхностей трение обусловлено силами межмолекулярного притяжения.

Рассмотрим лежащее на плоскости тело (рис. 1), к которому приложена горизонтальная сила  $\vec{F}$ .

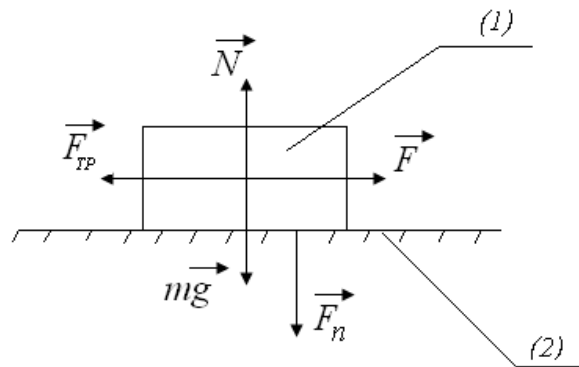


Рис. 1

Если к телу (1) приложить внешнюю силу, направленную параллельно поверхности соприкосновения, то при значениях этой силы, лежащих в пределах  $0 < \vec{F} < \vec{F}_0$ , тело (1) останется в покое, поскольку сила  $\vec{F}$  компенсируется силой трения покоя, возникающей между поверхностями соприкосновения данных тел. Максимальное значение силы трения покоя равно  $\vec{F}_0$ . Если сила  $\vec{F}$  по модулю станет больше  $\vec{F}_0$ , тело (1) начнет скользить по поверхности тела (2). В этом случае на тело (1) также продолжает действовать сила трения, которая называется теперь силой трения скольжения. Эта сила в общем случае зависит от скорости скольжения, причем вид такой зависимости определяется природой тел, а также шероховатостью и другими свойствами их поверхностей. На рис. 2а показан вид зависимости модуля  $F_{тр}$  силы трения от модуля внешней силы  $F$ .

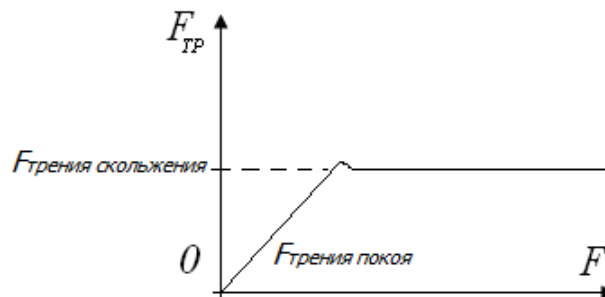


Рис. 2а

На рис. 2б приведен встречающийся обычно вид зависимости силы трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$  от относительной скорости движения  $V$ .

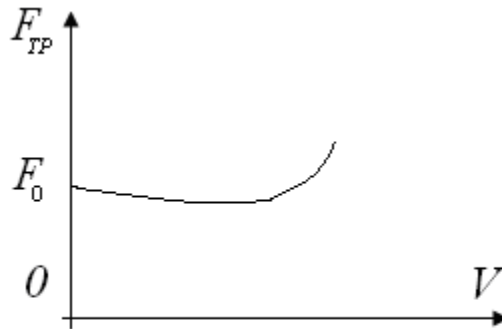


Рис 2б

Для однородных пар твердых материалов или при специальной обработке соприкасающихся поверхностей сила трения скольжения практически не зависит от скорости и равна максимальной силе трения покоя.

Французские физики Г. Амонтон и Ш. Кулон опытным путем установили следующий закон: сила трения скольжения  $F_{\text{тр}}$  пропорциональна силе  $N$  нормального давления:

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где  $\mu$  — коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей.

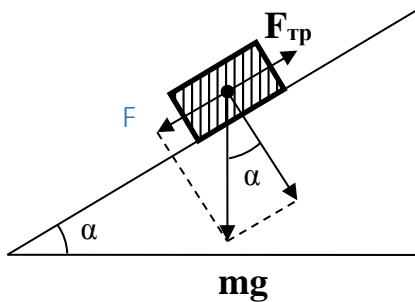


Рис. 3

Найдем значение коэффициента трения.

Если тело находится на наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  (рис. 3), то оно приходит в движение только когда тангенциальная составляющая  $\vec{F}$  силы тяжести  $m\vec{g}$  будет больше силы трения  $\vec{F}_{\text{тр}}$ .

Следовательно, в предельном случае (начало скольжения тела)

$$F = F_{\text{тр}}$$

или

$$mg \sin \alpha = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

откуда

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha.$$

Таким образом, коэффициент трения равен тангенсу угла  $\alpha$ , при котором начинается скольжение тела по наклонной плоскости.

Трение играет большую роль в природе и технике. Благодаря трению движется транспорт, удерживается забитый в стену гвоздь и т. д. В некоторых случаях силы трения оказывают вредное действие и поэтому их надо уменьшать. Для этого на трущиеся поверхности наносят смазку (сила трения уменьшается примерно в 10 раз), которая заполняет неровности между трущимися поверхностями и располагается тонким слоем между ними так, что поверхности

как бы перестают касаться друг друга, а скользят относительно друг друга отдельные слои жидкости. Таким образом, внешнее трение твердых тел заменяется значительно меньшим внутренним трением жидкости.

Если тело (например, цилиндр или шар) катится по некоторой поверхности, то возникают силы трения качения. Коэффициент трения качения в десятки раз меньше коэффициента трения скольжения. Поэтому довольно радикальным способом уменьшения силы трения является замена трения скольжения трением качения (шариковые и роликовые подшипники и т. д.).

### Вопросы для допуска к лабораторной работе.

#### Вариант 1.

1. Дайте определение трения

---



---



---



---

2. Перечислите виды сухого трения.

---



---

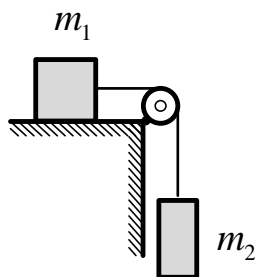


---



---

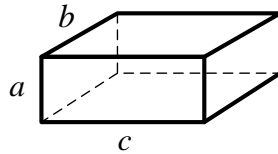
3. Два груза массами  $m_1 = 400$  г и  $m_2 = 700$  г связаны нитью, переброшенной через неподвижный блок. С каким ускорением будут двигаться грузы, если коэффициент трения между первым грузом и столом составляет 0.35.



4. Необходимо передвинуть тяжелый прямоугольный ящик, соотношение сторон которого 1:2:3 из одного конца комнаты в другой без дополнительных приспособлений. Объясните, основываясь на физических

закономерностях трения, при передвижении на каком ребре ящика прикладываемая сила будет меньше.

$$a : b : c = 1 : 2 : 3$$



## Вариант 2.

1. Сформулируйте основные законы сухого трения.

---



---



---



---

2. Объясните природу существования силы сухого трения.

---



---



---

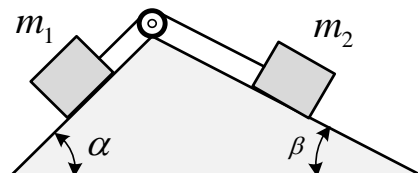


---



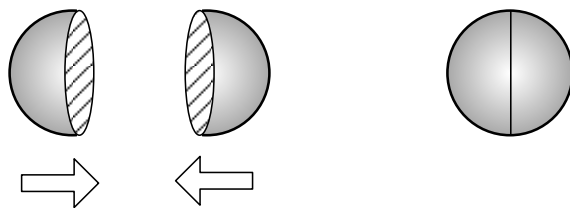
---

3. Два груза массами  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 800$  г расположены на наклонных плоскостях так, как показано на рисунке. Углы при основании плоскостей составляют  $\alpha = 45^\circ$  и  $\beta = 30^\circ$ . Система грузов движется с ускорением  $a = 3$  м/с<sup>2</sup>. Коэффициенты трения между грузами и плоскостями одинаковы. Определить значения коэффициентов трения.



4. Металлическую сферу разрезают на две части и сразу плотно прижимают свежие срезы друг к другу. При этом две половины сферы слипаются, и требуется заметное усилие для того, чтобы их разъединить. Объясните явление.






---



---



---



---



---

### Вариант 3.

1. Сформулируйте закон Амонтона-Кулона.

---



---



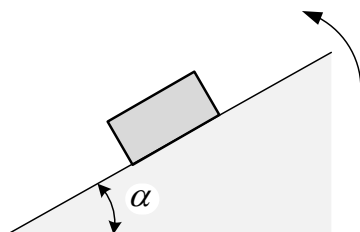
---



---

2. Начертите график зависимости силы сухого трения от скорости движения тела.

3. Тело лежит в покое на шероховатой наклонной плоскости с переменным углом при основании. Коэффициент трения тела о плоскость составляет 0.45. Угол наклона начинают постепенно увеличивать. Вычислите минимальное значения угла, при котором тело начнет соскальзывать с плоскости.



4. Объясните, почему изготовленные стекла при хранении и перевозке перекадывают листами бумаги?

---

---

---

---

---

---

**Вариант 4.**

1. Что называют коэффициентом трения? От чего зависит его величина?

---

---

---

---

---

2. Дайте определение сухого трения. Перечислите методы уменьшения сухого трения.

---

---

---

---

---

3. Вычислите силу трения, которая действует на тело массой 500 г, соскальзывающее с наклонной плоскости с углом наклона, равным  $60^\circ$ . Коэффициент трения тела о плоскость равен 0,2.

4. Может ли один человек с помощью швартова (каната, которым привязывается судно на стоянке) остановить его движение? Обоснуйте ответ. Подсказка: используйте формулу Эйлера.

---

---

---

---

---

---

**Вариант 5.**

1. Дайте определение вязкого трения. Укажите общую зависимость силы вязкого трения от скорости движения тела.

---

---

---

---

2. Продолжите фразу. Силы трения направлены

---

---

---

3. Два груза массами  $m_1 = 300$  г и  $m_2 = 400$  г связаны шнуром и расположены на горизонтальной поверхности. Шнур выдерживает силу натяжения 8 Н. Коэффициент трения между каждым грузом и поверхностью составляет 0.4. Вычислить максимальное значение горизонтальной силы, которую можно приложить к первому грузу, чтобы шнур не порвался.

4. В чем заключается полезная роль сил сухого трения в нашей повседневной жизни?

---

---

---

---

---

---

---

**Вариант 6.**

1. Дайте определение консервативных и неконсервативных сил. К каким силам относится сила трения?

---

---

---

---

- 
- 
2. Дайте определение силы нормального давления. Запишите связь силы трения с силой нормального давления.

- 
- 
- 
- 
3. С вершины наклонной плоскости, образующей  $45^\circ$  с горизонтом, съезжает деревянный брусок. На бруске укреплен штатив, к которому подвешен на нити шарик массой 50 г. Вычислите угол отклонения нити от вертикали в процессе движения, если коэффициент трения между бруском и плоскостью составляет 0.3.

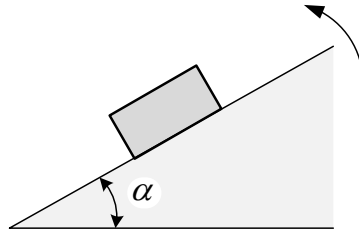
4. В чем заключается вредная роль сил сухого трения в нашей повседневной жизни?
- 
- 
- 
- 

### Вариант 7.

1. Дайте определение силы трения качения.
- 
- 
- 
- 

2. Перечислите основные факторы, от которых зависит величина коэффициента трения скольжения.
- 
- 
- 
-

3. На наклонной плоскости находится брусок массой 1 кг. Коэффициент трения между бруском и плоскостью составляет 0.5. Угол наклона плоскости постепенно увеличивают от 0 до 90 градусов. Постройте график зависимости силы трения от значений угла наклона.



4. Кратко опишите, как можно с помощью проведения одной или нескольких линий на листе бумаги доказать экспериментально неконсервативность силы трения?

---



---



---



---



---



---



---

### Вариант 8.

1. Укажите основные виды трения. Какое трение является наибольшим по величине, а какое – наименьшим.

---



---



---



---



---

2. Дайте определение силы сухого трения.

---



---



---



---

3. На листе бумаги, расположенном на столе, стоит стакан с водой. Вычислить ускорение, с которым нужно привести в движение лист, чтобы стакан стал скользить назад относительно бумаги. Коэффициент трения между стаканом и бумагой равен 0.3.
4. Может ли сила трения быть причиной возникновения движения и совпадать по направлению со скоростью тела?

---

---

---

---

---

---

---

### Вариант 9.

1. Дайте определение силы трения покоя. Чем она определяется?

---

---

---

---

---

---

---

2. Дайте определение силы нормального давления. Запишите связь силы трения с силой нормального давления.

---

---

---

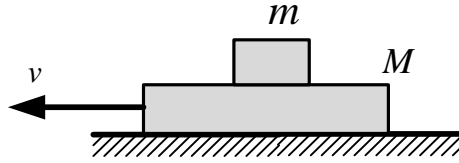
---

---

---

---

3. На поверхности стола лежит брус массой 2 кг, на котором находится куб массой 500 г. Стол считается гладким, а коэффициент трения куба о брус равен 0,15. Определите, какую минимальную горизонтальную силу нужно приложить к брусу, чтобы куб соскользнул с него.



4. Постройте график зависимости силы трения от величины силы тяги при перемещении мебельного шкафа массы  $m$  из одного угла комнаты в другой. Коэффициент трения считайте равным  $k$ .

### Вариант 10.

1. Сформулируйте основные физические причины, вызывающие трение.

---



---



---



---

2. Укажите направление сил сухого трения, возникающих при относительном перемещении одного тела по поверхности другого.

---



---



---

3. На ледяном склоне, составляющем угол  $45^\circ$  с горизонтом, находится доска массой 3 кг. Человек массой 50 кг бежит вверх по этой доске так, что она остается в покое. Вычислите коэффициент трения между подошвами и доской. Считайте при этом, что трение между доской и льдом пренебрежимо мало.

4. Что должен сделать водитель машины, заметив дорожный знак, обозначающий крутой поворот? Почему водитель должен быть особенно внимателен в сырую погоду, во время листопада, при гололеде?

---



---



---



---

---



---

**Отчет к лабораторной работе «Определение Коэффициента трения скольжения».**

Цель работы:

---



---



---

Схема лабораторной установки:

(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы)

**Первый эксперимент.**

Масса бруса (кг): \_\_\_\_\_

Таблица с результатами измерений:

$S$ (м)										
Материал бруса										
$m_1$ (кг)										
№ п/п										
$t$ (с)										
$\langle t \rangle$ (с)										
$K$										

**Второй эксперимент:**

Масса бруса (кг): \_\_\_\_\_

Таблица с результатами измерений:

$S$ (м)										
Материал бруса										
$m_1$ (кг)										
№ п/п										
$t$ (с)										
$\langle t \rangle$ (с)										
$K$										

Расчетная формула для определения коэффициента трения:



**Расчеты:**

Первый эксперимент.

Второй эксперимент.

Формула для расчета абсолютной погрешности найденного коэффициента трения:

Расчет абсолютной погрешности для одного выбранного материала бруса (на выбор для первого или второго эксперимента):

Формула для расчета относительной погрешности найденного коэффициента трения:

Расчет относительной погрешности для одного выбранного материала бруса:

**Вывод:**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Контрольные вопросы и задания

### Вариант 1.

1. Получите расчетную формулу для определения коэффициента трения в данной работе.
2. Санки толкнули вверх по ледяной горке, составляющей угол  $30^\circ$  с горизонтом. Санки въехали на некоторую высоту и съехали обратно. Время спуска в 1,5 раз превышает время подъема. Чему равен коэффициент трения?

### Вариант 2.

1. Получите расчетную формулу для определения ускорения движения груза в данной работе.
2. Вычислите, на сколько градусов нагреется брус в ходе одного из опытов. Удельная теплоемкость чугуна  $C = 540$  Дж/кг. При данном расчете брус считать целиком чугунным и полагать, что он получает половину тепла, выделяющегося в ходе опыта.

### Вариант 3.

1. Получите расчетную формулу для определения силы трения в данной работе.
2. Определите потери энергии при движении бруска во втором эксперименте.

### Вариант 4.

1. Получите расчетную формулу для определения силы натяжения нити в данной работе.
2. Определите, какой импульс передается бруску в ходе движения в одном из опытов.

### Вариант 5.

1. Дайте определение доверительной вероятности и доверительного интервала. Запишите их значения для данной работы.
2. Определите, какой импульс передается бруску в ходе удара бруска о держатель в одном из опытов.

**Вариант 6.**

1. Получите формулу для определения силы нормального давления бруса на полость.
2. Вычислите количество теплоты, которое выделяется при скольжении бруса в первом эксперименте. Удельная теплоемкость чугуна  $C = 540$  Дж/кг.

**Вариант 7.**

1. Сделайте рисунок с расстановкой сил, действующих на груз и на брус. Запишите уравнение движения бруса в векторной форме и в проекциях на выбранные оси координат.
2. Вычислите количество теплоты, которое выделяется при ударе бруска о держатель в первом эксперименте.

**Вариант 8.**

1. Получите формулу для расчета силы нормальной реакции опоры для данной работы.
2. Вычислите кинетическую энергию бруска перед ударом о держатель для второго эксперимента.

**Вариант 9.**

1. Получите расчетную формулу для определения коэффициента трения в данной работе.
2. Вычислите ускорение груза для второго эксперимента.

**Вариант 10.**

1. Получите формулу для расчета абсолютной погрешности коэффициента трения в данной работе.
2. Два груза, массами  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 800$  г, связанные нерастяжимым шнуром, лежат на горизонтальной поверхности. Шнур выдерживает силу натяжения 24 Н. Коэффициент трения между каждым грузом и

поверхностью равен 0.4. С каким наибольшим ускорением может двигаться первый груз, чтобы шнур не разорвался?

## Лабораторная работа № 12

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОМ УДАРЕ

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

##### Импульс

**Импульс тела**  $\vec{p}$  - векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость

$$\vec{p} = m\vec{V}. \quad (1)$$

Импульс тела является мерой количества механического движения. Единица измерения импульса в системе единиц СИ:  $[p]=1 \text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}=1\text{Н}\cdot\text{с}$ .

**Полный импульс механической системы** равен векторной сумме импульсов всех тел, образующих систему:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \dots + m_n\vec{V}_n, \quad (2)$$

где  $n$  – число тел системы.

**Закон сохранения импульса** – полный импульс замкнутой системы (замкнутой называется система, на которую не действуют внешние силы) в процессе её движения не изменяется:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 + \dots + m_n\vec{V}_n = \text{const}. \quad (3)$$

##### Механическая энергия

**Механическая энергия**  $E_{\text{МЕХ}}$  – энергия механического движения и взаимодействия тел или их частей, равная сумме **кинетической** и **потенциальной** энергий системы:

$$E_{\text{МЕХ}} = E_{\text{К}} + E_{\text{П}}. \quad (4)$$

**Кинетическая энергия**  $E_{\text{К}}$  – энергия движения, этой энергией обладают тела массой  $m$ , движущиеся поступательно со скоростью  $V$ :

$$E_{\text{К}} = \frac{mV^2}{2}. \quad (5)$$

**Потенциальная энергия тела**  $E_{\text{П}}$  – энергия, связанная с взаимодействием тел, она определяется взаимным расположением взаимодействующих тел или частей одного и того же тела в пространстве,

например, потенциальная энергия, связанная с упругой деформацией пружины или потенциальная энергия в поле тяготения. Последней обладают тела массой  $m$ , поднятые на высоту  $h$  над нулевым уровнем потенциальной энергии:

$$E_{\Pi} = mgh, \quad (6)$$

где  $g=9,81\text{м/с}^2 \approx 10\text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения у поверхности Земли.

### Закон сохранения механической энергии

**В изолированной системе, в поле консервативных сил полная механическая энергия сохраняется.** При этом один вид механической энергии может переходить в другой (кинетическая в потенциальную и наоборот).

Механическая энергия в реальных процессах, как правило, переходит в другие виды энергии, то есть не сохраняется. Условия сохранения механической энергии имеют важное значение, поскольку при их выполнении сильно упрощаются вычисления.

**Консервативные силы** — силы, работа которых на любой замкнутой траектории равна нулю (или работа которых определяется только начальной и конечной точками траектории). Примерами консервативных сил являются сила тяжести, сила упругости. Работу консервативных сил удобно вычислять введением соответствующей потенциальной энергии. Примерами **неконсервативных** сил являются сила трения, силы сопротивления среды.

В механике доказывается закон изменения механической энергии системы тел: **изменение механической энергии системы тел равно работе внешних и внутренних неконсервативных сил:**

$$\Delta E_{\text{МЕХ}} \equiv \Delta(E_{\text{К}} + E_{\text{П}}) = A_{\text{внеш}} + A_{\text{нек}} \quad (7)$$

Отсюда следует, что условием сохранения механической энергии является обращение в нуль работы сил, стоящих в правой части равенства.

В замкнутой системе  $A_{\text{внеш}} = 0$ . Поскольку работа силы трения или сил сопротивления всегда отрицательна, то при наличии таких сил, изменение механической энергии в системе будет отрицательно, а значит, она будет уменьшаться в результате её перехода в другие виды энергии.

### Удар абсолютно упругих и неупругих тел

**Удар** — это взаимодействие двух или более тел, которое длится очень короткое время.

При ударе в телах возникают столь значительные внутренние силы, что внешними силами, действующими на них, можно пренебречь. Это позволяет

рассматривать соударяющиеся тела как замкнутую систему и применять к ней законы сохранения.

**Линия удара** – нормаль к поверхности соприкосновения тел, проходящая через точку их соприкосновения.

**Центральный удар** – удар тел вдоль линии удара, проходящей через их центры масс.

**Абсолютно упругий удар** — удар с сохранением кинетической энергии соударяющихся тел до и после удара, то есть без остаточных деформаций тел и выделения тепла.

При абсолютно упругом ударе выполняются законы сохранения импульса и механической (кинетической) энергии.

### Пример абсолютно упругого центрального механического удара

Для абсолютно упругого удара выполняются законы сохранения импульса и кинетической энергии.

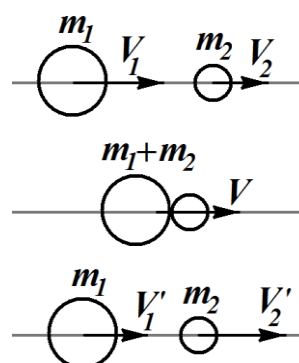
Рассмотрим два шара массами  $m_1$  и  $m_2$  со скоростями  $V_1$ ,  $V_2$  до удара, и  $V_1'$ ,  $V_2'$  после удара (рис. 1).

Рис. 1. Пример центрального упругого соударения:

$V_1$  и  $V_2$  – скорости до удара;

$V$  – скорость в момент наибольшей деформации тел;

$V_1'$  и  $V_2'$  – скорости после удара



Запишем законы сохранения импульса и кинетической энергии для этого случая:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2' \quad (8)$$

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 V_1'^2}{2} + \frac{m_2 V_2'^2}{2} \quad (9)$$

### Пример неупругого центрального механического удара

При абсолютно **неупругом** столкновении тела деформируются в месте соприкосновения и движутся как единое целое с общей скоростью. Часть механической энергии системы переходит в энергию неупругой деформации и другие виды энергии.

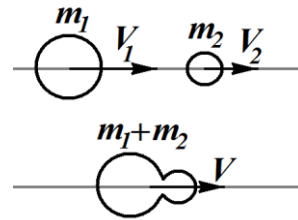
Рассмотрим движение двух тел до и после неупругого столкновения, центры масс которых движутся вдоль одной линии. На рис. 2 показано движение двух тел с массами  $m_1$  и  $m_2$ .

Рис 2. Пример центрального неупругого столкновения:

$V_1$  и  $V_2$  – скорости до удара;

$V$  – скорость после удара;

$m_1$  и  $m_2$  – массы тел



Запишем закон сохранения импульса в проекциях на направление движения тел:

$$m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)V. \quad (10)$$

Отсюда получим скорость тел после абсолютно неупругого удара:

$$V = \frac{m_1V_1 + m_2V_2}{m_1 + m_2}. \quad (11)$$

Кинетические энергии системы тел до и после столкновения:

$$E_{K1} = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2}, \quad (12)$$

$$E_{K2} = \frac{(m_1 + m_2)V^2}{2}. \quad (13)$$

Убыль кинетической энергии системы, которая определяет часть механической энергии, перешедшей в энергию деформации, количество выделившегося тепла, (а иногда может приводить и к плавлению соударяющихся тел) равна:

$$E_{K1} - E_{K2} = -\Delta E_K = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)} (V_1 - V_2)^2. \quad (14)$$



## Физическое моделирование лабораторной установки

### Постановка задачи

Шар массой  $m$ , подвешенный на нерастяжимой нити длиной  $l$ , находится в положении равновесия, соприкасаясь с закреплённым массивным кубом (рис.3). Шар отклоняют на угол  $\alpha_1$  от положения равновесия (рис.4) и отпускают без начальной скорости. После удара о куб шар отклоняется на угол  $\alpha_2$ . Определить зависимость силы механического удара  $F$  от времени соударения  $\Delta t$ . Считать, что сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Рис. 3. Шар в положении равновесия

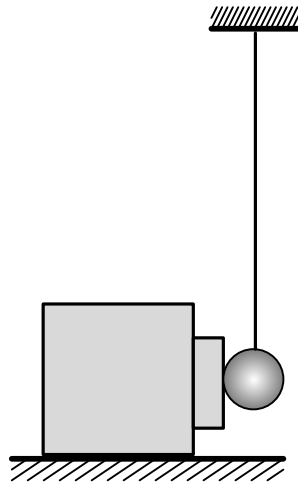
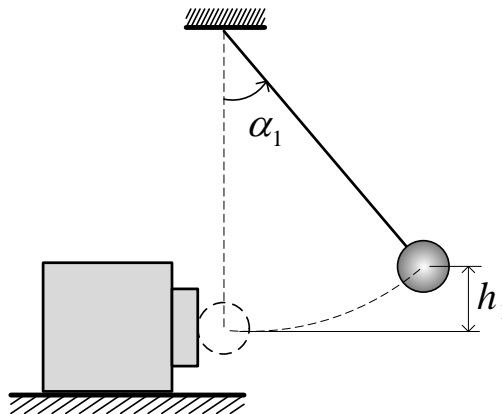


Рис. 4. Шар, отведенный на угол  $\alpha_1$  от положения равновесия



Дано:  $m, l, \alpha_1, \alpha_2, \Delta t$ .

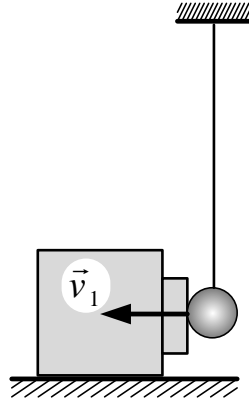
Найти:  $F(\Delta t)$ .

Решение

1) При отклонении шара на угол  $\alpha_1$ , он оказывается поднят на высоту  $h_1$  над уровнем, отсчитываемым от положения равновесия (рис.4). При этом шар обладает потенциальной энергией  $E_{p1}=mgh_1$ , которая совпадает с его полной механической энергией, т.к. шар находится в покое в этом положении, и его кинетическая энергия равна нулю.

Шар отпускают. Перед ударом о куб он приобретает скорость  $V_1$  (рис.5) и его кинетическая энергия, будет определять полную механическую энергию, которая в этом положении равна  $E_{k1} = \frac{mV_1^2}{2}$ .

Рис. 5. Шар, обладающий скоростью  $V_1$  непосредственно перед ударом о куб



Согласно теореме об изменении механической энергии для шара, получаем равенство:

$$\frac{mV_1^2}{2} - mg\Delta_1 = A_T, \quad (15)$$

где  $A_T$  – работа силы натяжения нити. В случае упругой нити учесть работу этой силы можно, введением потенциальной энергии упругой деформации. Важным простым случаем является приближение нерастяжимой нити. В этом случае работа силы натяжения равна нулю, и механическая энергия сохраняется. Действительно, если длина нити постоянна, траектория представляет собой окружность. Мгновенное перемещение  $d\vec{r} = \vec{V}dt$  направлено по касательной, а сила натяжения – по радиусу окружности. Поэтому сила натяжения перпендикулярна перемещению и работы не совершает. В этом случае получим равенство

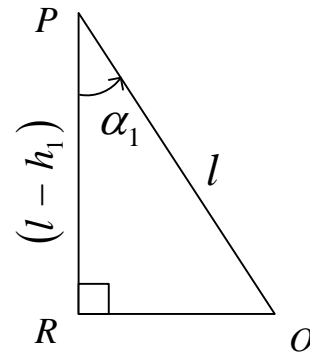
$$mgh_1 = \frac{mV_1^2}{2} \quad (16)$$

Из которого выразим скорость  $V_1$ :

$$V_1 = \sqrt{2gh_1}. \quad (17)$$

Определим  $h_1$ . Для этого рассмотрим прямоугольный треугольник  $RPO$  (рис.6).

Рис. 6. Прямоугольный треугольник  $RPO$  с обозначениями:  
 $R$  – положение нити в равновесии;  
 $P$  – точка подвеса;  
 $O$  – положение отклонённого шара



По определению косинуса угла:

$$\cos\alpha_1 = \frac{l-h_1}{l}. \quad (18)$$

Выразим  $h_1$  из (18) и применим формулу косинуса двойного угла:

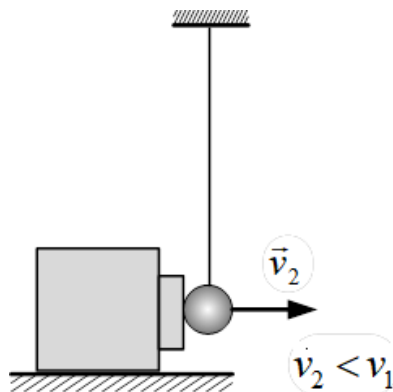
$$h_1 = l(1 - \cos\alpha_1) = 2l\sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right). \quad (19)$$

Подставим (19) в (17):

$$V_1 = 2\sqrt{gl}\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right). \quad (20)$$

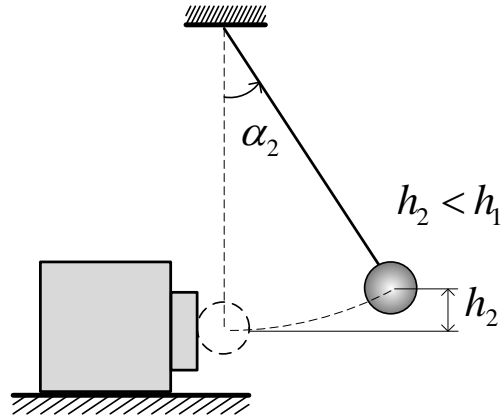
После удара шара о куб часть кинетической энергии шара  $E_{k1}$  перейдёт во внутреннюю энергию взаимодействующих тел, и шар начнёт обратное движение с меньшей скоростью  $V_2$  (рис.7), то есть будет обладать меньшей кинетической энергией  $E_{k2} = \frac{mV_2^2}{2}$ .

Рис. 7. Движение шара сразу после удара



За счет этой энергии шар поднимется на меньшую высоту  $h_2$  (рис.8).

Рис. 8. Шар, отклонившийся на угол  $\alpha_2$  после удара о куб



Получаем подобное (16) равенство:

$$mgh_2 = \frac{mV_2^2}{2}, \quad (21)$$

и выражение для скорости после удара:

$$V_2 = \sqrt{2gh_2}. \quad (22)$$

Действуя аналогично определению  $h_1$  в (18) и (19), получим выражение для  $h_2$ :

$$h_2 = 2l \sin^2 \left( \frac{\alpha_2}{2} \right). \quad (23)$$

На основании выражений (22) и (23) модуль скорости равен:

$$V_2 = 2\sqrt{gl} \sin \left( \frac{\alpha_2}{2} \right). \quad (24)$$

Сила удара определяется вторым законом Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}. \quad (25)$$

Проецируя уравнение (25) на направление скорости  $V_2$ , получим окончательное скалярное выражение, связывающее силу и время удара:

$$F = m \frac{V_2 + V_1}{\Delta t}. \quad (26)$$

**Вопросы для допуска к проведению работы****Вариант 1.**

Импульс тела

---

---

---

Консервативные силы

---

---

---

---

Задача

Определите модуль изменения импульса шара в результате абсолютно упругого удара шара о неподвижную горизонтально расположенную платформу. Масса шара 100 г, скорость при падении под углом  $45^\circ$  к платформе равна 8 м/с.

**Вариант 2.**

Изменение импульса тела под действием равнодействующей силы

---

---

---

---

Закон сохранения механической энергии

---

---

---

---

Задача

На какой максимальный угол можно отклонить подвешенный на невесомой нерастяжимой нити шарик, чтобы при движении шарика нить не оборвалась. Максимально возможное натяжение нити равно  $2mg$ . Масса шарика  $m$ .

**Вариант 3.**

Неконсервативные силы

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Абсолютно упругий удар. Абсолютно неупругий удар. Реальный удар

Задача

Тяжёлый мяч отпустили из состояния покоя с высоты 18 м, при ударе о землю он потерял часть своей кинетической энергии и долетел до верхней точки за 3 с после начала движения. Определите, какая часть кинетической энергии была потеряна при ударе. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

**Вариант 4.**

Закон сохранения импульса

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Работа силы

Задача

Тело массой 150 кг подвешено к потолку на металлической цепи длиной 3 м. На какую высоту его можно отклонить тело от положения равновесия, чтобы при последующих качаниях цепь не оборвалась? Максимальная сила натяжения цепи 2000 Н.

**Вариант 5.**

Импульс силы

---

---

---



---

 Изменение механической энергии
 

---



---



---



---

## Задача

Определите потенциальную и кинетическую энергии стрелы массой 100 г, выпущенной из лука со скоростью 40 м/с вертикально вверх, через 4 секунды после начала движения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

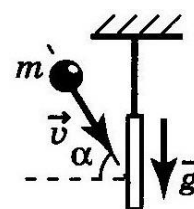
**Вариант 6.**

## Работа силы

## Удар

## Задача

Доска массой 1 кг шарнирно подвешена к потолку на лёгком стержне. На доску со скоростью 11 м/с налетает пластилиновый шарик массой 0,1 кг и прилипает к ней (см. рисунок). Скорость шарика перед ударом направлена под углом  $60^\circ$  к нормали, проведённой к доске. Определите высоту подъёма доски после соударения.

**Вариант 7.**

## Механическая энергия

## Удар. Линия удара

---

---

**Задача**

Шарик массой 250 г, движущийся со скоростью 7 м/с, абсолютно упруго ударяется о горизонтальную плоскость. Направление скорости шарика составляет с плоскостью угол  $30^\circ$ . Определите модуль изменения импульса шарика в результате удара.

**Вариант 8.**

## Импульс силы

---

---

---

---

## Закон сохранения механической энергии

---

---

---

---

**Задача**

Получите выражения для нормальной и тангенциальной компонент силы удара при движении шарика к болванке со скоростью  $V_1$ , направленной под углом  $\gamma$  относительно нормали к поверхности болванки. Шарик отскакивает от поверхности под тем же углом (зеркально), но со скоростью  $V_2$ .

**Вариант 9.**

## Работа потенциальных сил

---

---

---

---

## Изменение импульса механической системы

---

---

---

---



**Задача**

Определите скорость шарика после удара, если шарик до удара имеет скорость  $V_1$ , и соударяется с висящим неподвижно шариком такой же массы, удар абсолютно упругий. Получить формулу для вычисления силы удара.

**Вариант 10.****Импульс механической системы**

---

---

---

**Замкнутая механическая система**

---

---

---

**Задача**

Пуля массой 12 г попадает в куб массой 6 кг, висящий на нерастяжимой нити, и застревает в нём. Найти скорость пули, если куб, отклонившись после удара, поднялся на высоту 7 см.

**Отчет к лабораторной работе «Определение силы при механическом ударе».****Цель работы:**

---

---

---

Схема лабораторной установки:

(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы)

## Результаты измерений и расчётов

Таблица 1.

Образец	$\alpha_1$	$\alpha_2$	n	$\Delta t$	F	$\alpha_1$	$\alpha_2$	n	$\Delta t$	F
Сталь										
Среднее значение										
Алюминий или Латунь										
Среднее значение										

Расчетная формула для определения силы удара:

Расчетная формула для определения времени удара:

Расчеты:

Вывод:

---



---



---



---



---



---



---



---

### Контрольные вопросы и задания для защиты работы с использованием полученных опытных данных

#### Вариант 1.

1. На установке нить с шариком отклоняют на угол  $\alpha$ . Выведите формулу для скорости шарика в момент отклонения нити на угол  $\beta$  ( $\beta < \alpha$ ).
2. Определите в одном из опытов импульс шара сразу после удара о куб.

**Вариант 2.**

1. Определите силу натяжения нити в нижней точке траектории шара, если угол отклонения  $\alpha_1=90^\circ$ .
2. Определите механическую энергию шара сразу после удара в одном из опытов.

**Вариант 3.**

1. Определить долю механической энергии, теряемой при ударе в одном из опытов.
2. Определите работу силы натяжения нити в одном из опытов.

**Вариант 4.**

1. Определите потери механической энергии в одном из опытов.
2. Определите импульс шара в одном из опытов перед самым ударом о куб.

**Вариант 5.**

1. Определите силу натяжения в нижней точке траектории шара, при замене нити на невесомую пружину такой же длины с коэффициентом жёсткости 1 кН/м.
2. Определите работу силы тяжести, действующей на шарик в одном из опытов при его движении после удара до отклонения на угол  $\alpha_2$ .

**Вариант 6.**

1. Определите изменение импульса шара при ударе в одном из опытов.
  2. Найти количество теплоты, выделившееся при ударе шара о мишень.
- Использовать только значения потенциальной энергии в соответствующие моменты времени.

**Вариант 7.**

1. Найти максимальное значение нормального ускорения нити с шаром в одном из опытов.
  2. Найдите количество теплоты, выделившееся при ударе шара о мишень.
- Используйте значения только кинетической энергии в соответствующие моменты времени.

**Вариант 8.**

1. Вычислите максимальную силу натяжения нити, действующей на шар, в одном из опытов.
2. Определите долю потерянной при ударе механической энергии в одном из опытов.

**Вариант 9.**

1. Определите изменение импульса шара при ударе в одном из опытов.
2. Пусть массивный куб убрали, и металлический шар висит, соприкасаясь с большим в три раза по массе пластилиновым шаром. Определите на какую высоту поднимутся шары после неупругого удара.

**Вариант 10.**

1. Определите удлинение пружины в нижней точке траектории шара, при замене нити на невесомую пружину такой же длины с коэффициентом жёсткости 500 Н/м.
2. Определите работу силы тяжести, действующей на шар в одном из опытов, при его движении вниз из состояния покоя до удара.

## Лабораторная работа № 8

**ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА**

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

**Момент инерции**

При изучении вращения твердого тела пользуются понятием момента инерции. **Моментом инерции системы (тела)** относительно оси вращения называется физическая величина, равная сумме произведений масс материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (1)$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$J = \int r^2 dm$$

где интегрирование производится по всему объему тела. Величина  $r$  в этом случае есть функция положения точки с координатами  $x, y, z$ .

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется **теоремой Штейнера**: момент инерции тела  $J$  относительно любой оси вращения равен моменту его инерции  $J_C$  относительно параллельной оси, проходящей через центр масс  $C$  тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния  $d$  между осями:

$$J = J_C + md^2 \quad (2)$$

Приведем значения моментов инерции для некоторых тел (тела считаются однородными,  $m$  – масса тела).

Т а б л и ц а 1

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиуса $R$	Ось симметрии	$mR^2$
Сплошной цилиндр или диск радиуса $R$	То же	$\frac{1}{2}mR^2$

Прямой тонкий стержень длиной $l$	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной $l$	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиуса $R$	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

### Кинетическая энергия вращения

Все реально существующие твердые тела под влиянием приложенных к ним сил деформируются, т.е. тем или иным образом изменяют свою форму. Для упрощения дальнейших рассуждений введем понятие абсолютно твердого тела. **Абсолютно твердым телом** называется тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между любыми двумя точками этого тела остается постоянным.

Рассмотрим абсолютно твердое тело, вращающееся около неподвижной оси  $OO$ , проходящей через него (рис. 1). Мысленно разобьем это тело на маленькие объемы с элементарными массами  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , находящиеся на расстоянии  $r_1, r_2, \dots, r_n$  от оси вращения. При вращении твердого тела относительно неподвижной оси отдельные его элементарные объемы массами  $m_n$  опишут окружности различных радиусов  $r$ , и будут иметь различные линейные скорости  $v_n$ . Но так как мы рассматриваем абсолютно твердое тело, то все радиус-векторы  $r_1, r_2, \dots, r_n$  за одинаковое время поворачиваются на одинаковый угол, значит угловая скорость вращения этих объемов одинакова:

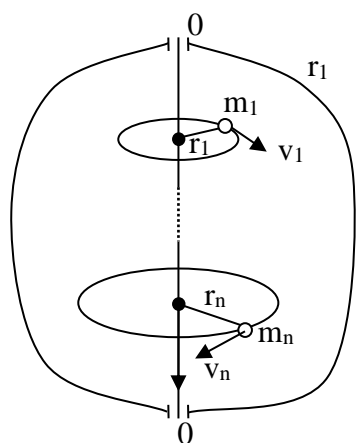


Рис. 1

Но так как мы рассматриваем абсолютно твердое тело, то все радиус-векторы  $r_1, r_2, \dots, r_n$  за одинаковое время поворачиваются на одинаковый угол, значит угловая скорость вращения этих объемов одинакова:

$$\omega \equiv d\varphi/dt = v_1 / r_1 = v_2 / r_2 = \dots = v_n / r_n \quad (3)$$

Кинетическую энергию вращающегося тела найдем как сумму кинетических энергий его элементарных объемов:

$$T_{\text{тв}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2},$$

или

$$T_{\text{тв}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}$$

Используя выражение (3), получим

$$T_{\text{тв}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J \omega^2}{2}. \quad (4)$$

Из сравнения формулы (4) с выражением для кинетической энергии тела, движущегося поступательно ( $T = mv^2/2$ ), следует, что момент инерции вращательного движения — мера инертности тела. Чем больше момент инерции, тем большую энергию нужно затратить для достижения данной скорости.

Формула (4) справедлива для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Для тела (колеса), катящегося по горизонтальной поверхности, кинетическая энергия будет складываться из энергии поступательного движения и энергии вращения:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где  $m$  — масса катящегося тела,  $v$  — скорость поступательного движения (равная скорости центра масс тела),  $J$  — момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс,  $\omega$  — скорость вращательного движения.

### Уравнение динамики вращательного движения твердого тела

Если тело, закрепленное на оси (обозначим её  $OZ$ ), приводится во вращение какой-либо силой, то кинетическая энергия вращения возрастает на величину затраченной работы. Работа зависит от действующей силы и от произведенного ею перемещения, однако выражение работы для смещения материальной точки при вращательном движении неприменимо, так как в данном случае перемещение угловое.

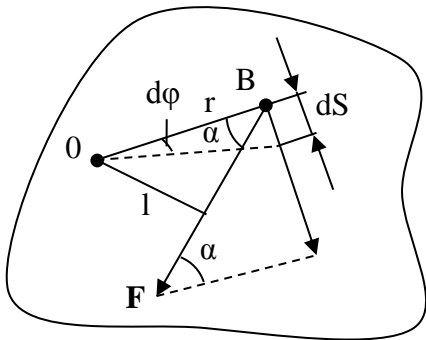


Рис. 2

Найдем выражение для работы при вращении тела (рис. 2). Пусть сила  $\mathbf{F}_{3D}$  приложена в точке  $B$ , находящейся от оси вращения на расстоянии  $r$ . Так как  $z$  — компонента силы перпендикулярна перемещению и не совершает работы, обратим внимание на

проекцию  $\mathbf{F}$  ( $\mathbf{F} = \mathbf{F}_{3D} - \mathbf{F}_{3Dz}$ ) этой силы на плоскость движения, в которой,  $\alpha$  — угол между направлением силы и радиусом вектором. Так как тело абсолютно твердое, то работа этой силы равна работе, затраченной на поворот всего тела. При повороте тела на малый угол  $d\phi$  точка приложения  $B$  проходит путь  $ds = r d\phi$  и работа равна произведению проекции силы на направление смещения на величину смещения:

$$dA = F \sin \alpha \cdot r d\varphi \quad (5)$$

Величина

$$M_z = Fr \sin \alpha \quad (6)$$

называется **моментом силы** относительно оси вращения;

$$r \sin \alpha = l$$

есть кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения и называется **плечом силы**. Момент силы равен произведению силы на ее плечо:

$$M_z = Fl$$

Моментом силы (или моментом силы относительно точки) называется векторное произведение радиус-вектора точки приложения силы на вектор силы:  $\mathbf{M} = [\mathbf{r}\mathbf{F}_{3D}]$ . Поскольку  $\mathbf{F}_{3D} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{3Dz}$ , выражение для момента можно представить в виде суммы двух векторов  $\mathbf{M} = [\mathbf{r}\mathbf{F}] + [\mathbf{r}\mathbf{F}_{3Dz}]$ , первый из которых направлен вдоль оси OZ и по модулю совпадает с  $M_z$ , а второй лежит в плоскости вращения, можно сделать вывод, что **проекция вектора момента относительно точки на ось вращения равна моменту силы относительно оси**:

$$M_z = [\mathbf{r}\mathbf{F}_{3D}]_z = Fl$$

Направление момента силы относительно оси перпендикулярно плоскости, в которой происходит вращение и определяется по правилу правого винта.

Подставляя (6) в (5), получим, что работа при вращении тела равна произведению момента действующей силы на угол поворота:

$$dA = M_z d\varphi$$

Работа при вращении тела идет на увеличение его кинетической энергии:

$$dA = dT,$$

но

$$dT = d\left(\frac{J\omega^2}{2}\right) = J\omega d\omega$$

поэтому

$$M_z d\varphi = J\omega d\omega$$

или



$$M_z \frac{d\varphi}{dt} = J\omega \frac{d\omega}{dt}$$

Учитывая, что  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ , получим

$$M_z = J \frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon \quad (7)$$

В векторной форме

$$\mathbf{M}_z = J\varepsilon \quad (8)$$

т. е. момент силы, действующей на тело, равен произведению момента инерции тела на угловое ускорение. Уравнение (8) представляет собой **уравнение динамики вращательного движения твердого тела** относительно неподвижной оси.

### Момент количества движения и закон его сохранения

При сравнении законов вращательного и поступательного движений видна аналогия между ними: во вращательном движении вместо силы выступает ее момент, а роль массы играет момент инерции. Какая же величина будет аналогом импульса (иногда его называют количеством движения) тела? Ею является момент количества движения тела.

**Моментом количества движения (моментом импульса)  $L_i$**  отдельной частицы массой  $m_i$  относительно неподвижной точки  $O$  называется векторное произведение ее радиуса-вектора  $\mathbf{r}_i$ , проведенного в эту точку, на импульс  $\mathbf{p}_i = m_i \mathbf{v}_i$  этой частицы (рис.3):

$$L_i = [\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{p}_i] \quad (9)$$

**Момент импульса механической системы** равен векторной сумме моментов количества движения отдельных тел системы.

Выразим эту величину в случае вращательного движения точки вокруг оси  $OZ$  с угловой скоростью  $\omega$  по окружности радиуса  $R$ , лежащей в плоскости, перпендикулярной  $OZ$  (рис. 3). Представив радиус-вектор  $\mathbf{r}_i$  в виде суммы двух ортогональных векторов  $\mathbf{R}_i$  и  $\mathbf{r}_{zi}$ :  $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{zi} + \mathbf{R}_i$ , получим  $L_i = [\mathbf{r}_{zi} \cdot \mathbf{p}_i] + [\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{p}_i]$ . Поскольку векторное произведение приводит к вектору, перпендикулярному исходным, ясно, что первое слагаемое направлено к центру окружности и имеет модуль  $r_{zi} \cdot mV_i$ , а второе слагаемое направлено вдоль оси вращения (направление вектора  $\omega$ ) и по модулю равно  $mR_i \cdot V_i$ .

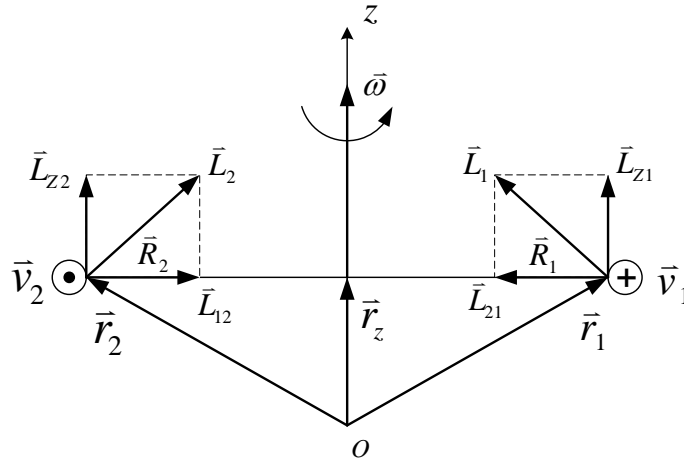


Рис. 3

Принимая это во внимание, и, заменяя скорость через угловую скорость согласно формуле  $V_i = \omega R_i$ , получим:

$$\mathbf{L}_i = -mr_{zi}\omega\mathbf{R}_i + mR_i^2 \cdot \boldsymbol{\omega} = -mr_{zi}\omega\mathbf{R}_i + J_i \cdot \boldsymbol{\omega}. \quad (10)$$

При получении последнего выражения использовано понятие момента инерции материальной точки  $J_i = mR_i^2$ . Выражение (10) показывает, что вектор момента импульса материальной точки имеет составляющую, направленную к центру окружности, которая меняет направление при движении точки, поэтому при вращении материальной точки момент импульса, во-первых не направлен строго по оси вращения, а во-вторых не сохраняет своё направление (т.е. изменяется со временем).

Теперь рассмотрим вращение симметричной системы в виде двух одинаковых материальных точек, расположенных симметрично относительно оси вращения (рис.3).

Для каждой из двух точек справедлива формула (10) причём  $r_{z1} = r_{z2}$ , а  $\mathbf{R}_1 = -\mathbf{R}_2$ . Поэтому в формуле для момента импульса системы двух точек первые слагаемые сокращаются при сложении и суммарный момент импульса направлен по оси вращения:

$$\mathbf{L} = -mr_z\omega \cdot (\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2) + (mR_1^2 + mR_2^2)\boldsymbol{\omega} = J \cdot \boldsymbol{\omega}. \quad (11)$$

Заметим, что момент импульса любого осесимметричного тела можно вычислять, суммируя моменты импульса частей тела парами симметричных точек. При этом для каждой пары справедлива формула (11). Поэтому и для всего симметричного тела будет справедлива формула (11), в которую войдёт суммарный момент инерции тела  $J$  относительно этой оси вращения. При таком вращении момент импульса не меняет свой модуль и направление, то есть сохраняется. Понятно также, что для тела, не обладающего осевой симметрией,

это не так. Если тело не симметрично, то найдётся хотя бы одна материальная точка, для которой не будет парной. Момент импульса такой точки определяется формулой (10), то есть содержит радиально направленную составляющую, которая меняется со временем при вращении системы.

Заметим также, что проекция момента импульса на ось вращения в случаях (10) и (11) равна  $J\omega$ .

**Вывод:** при вращательном движении тела момент импульса относительно оси равен произведению момента инерции, умноженному на угловую скорость:

$$L_z = (\mathbf{L})_z = J \cdot \omega, \quad (12)$$

а для симметричного тела полный вектор момента импульса направлен вдоль оси вращения, т.е. справедлива также формула (11).

Из выражения (9) получим связь момента импульса с моментом силы. Для этого продифференцируем формулу (9) по времени и воспользуемся вторым законом Ньютона и определением скорости:

$$\frac{d\mathbf{L}_i}{dt} = \left[ \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \cdot \mathbf{p}_i \right] + \left[ \mathbf{r}_i \cdot \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} \right] = [\mathbf{V}_i \cdot \mathbf{p}_i] + [\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{F}_i].$$

Первое слагаемое в правой части равно нулю, поскольку вектора коллинеарны, а второе, по определению, равно моменту равнодействующей силы, то есть мы получили уравнение, которое для материальной точки справедливо в тех же случаях, когда можно использовать второй закон Ньютона:

$$\frac{d\mathbf{L}_i}{dt} = [\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{F}_i] = \mathbf{M}_i. \quad (13)$$

Получить аналогичное уравнение для системы материальных точек можно суммированием уравнений (12), записанных для всех точек системы. При этом слева, очевидно, получим скорость изменения момента импульса всей системы. Справа суммирование чуть более сложное. Равнодействующая сила может содержать сумму внешних и внутренних сил  $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{i\text{внеш}} + \sum_k \mathbf{F}_{ik}$  ( $\mathbf{F}_{ik}$  – сила, действующая на частицу  $i$  системы со стороны частицы с номером  $k$ ). Поскольку внутренние силы связаны третьим законом Ньютона ( $\mathbf{F}_{ik} = -\mathbf{F}_{ki}$ ), можно доказать, что  $[\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{F}_{ik}] + [\mathbf{r}_k \cdot \mathbf{F}_{ki}] = 0$ , то есть моменты сил действия и противодействия при суммировании исчезают. В итоге изменение момента импульса СМТ будет определяться только суммой моментов сил со стороны внешних тел:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \sum_i [\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{F}_{i\text{внеш}}]. \quad (14)$$

Если правая часть выражения (14) равна нулю, то  $\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0$ , а значит  $\mathbf{L} = \text{const}$ , то есть **момент импульса сохраняет со временем свою величину и направление**. Как видно из (14) это возможно при следующих условиях:

1. замкнутая система (все  $\mathbf{F}_i = 0$ );
2. движение в центральном поле сил (все  $\mathbf{F}_i \parallel \mathbf{r}_i$  и моменты этих сил равны нулю)
3. если равен 0 суммарный момент сил относительно оси OZ, то сохраняется только проекция импульса  $L_z$ , а не весь вектор момента.

При практическом применении закона сохранения импульса Вам чаще всего будет встречаться случай 3. При этом бывает полезна формула, следующая из (12):  $L_z = J\omega = \text{const}$ .

Продемонстрировать сохранение момента количества движения можно с помощью скамьи Жуковского. Пусть человек, стоящий на скамье, которая без трения вращается вокруг вертикальной оси, и держащий в поднятых на уровень плеч руках гири (рис. 4), приведен во вращение с угловой скоростью  $\omega_1$ . В этом случае равен нулю момент сил относительно вертикальной оси. Человек обладает некоторым моментом количества движения, который сохраняется. Если он опустит руки, то его момент инерции уменьшится, в результате чего возрастет угловая скорость  $\omega_2$  его вращения. Аналогично, гимнаст во время прыжка через голову поджимает к туловищу руки и ноги, чтобы уменьшить свой момент инерции и увеличить тем самым угловую скорость вращения.

### Вопросы для допуска к лабораторной работе

#### Вариант 1.

Дайте определения следующих физических величин:

Угловая скорость –

---



---



---

Момент силы относительно точки –

---



---



---

Два груза массами  $m_1 = 400$  г и  $m_2 = 700$  г связаны нитью, переброшенной через неподвижный блок массой  $m_3 = 500$  г и радиусом  $r = 50$  см. С каким ускорением будут двигаться грузы, если трение в системе отсутствует?

**Вариант 2.**

Дайте определения следующих физических величин:

Угловое ускорение –

---



---



---

Момент инерции материальной точки –

---



---



---

Груз массой  $m_1 = 400$  г подвешен на нити, намотанной на блок массой  $m_2 = 500$  г и радиусом  $r = 50$  см. С каким ускорением будет двигаться груз, если трение в системе отсутствует?

**Вариант 3.**

Дайте определения следующих физических величин:

Момент инерции материальной точки –

---



---



---

Момент импульса материальной точки относительно оси –

---



---



---

Два диска с равными массами и радиусами  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_1 = 2 R_2$ ) раскручивают из состояния покоя до одинаковых угловых скоростей. Найти отношение произведенных работ,  $A_1/A_2$ .

**Вариант 4.**

Запишите определение момента силы относительно оси

---



---



---

Запишите уравнение вращательного движения твердого тела

---



---

---

Определите кинетическую энергию обруча массой  $m = 500$  г и радиусом  $r = 70$  см, который катится по горизонтальной поверхности со скоростью  $20$  м/с.

**Вариант 5.**

Дайте определения следующих физических величин:

Момент инерции материальной точки –

---

---

---

Момент силы относительно точки –

---

---

---

Однородный диск радиусом  $R = 0,2$  м и массой  $m = 5$  кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости. Зависимость угловой скорости  $\omega$  вращения диска от времени  $t$  дается уравнением  $\omega = A + Bt$ , где  $B = 8$  рад/с<sup>2</sup>. Найти касательную силу  $F$ , приложенную к ободу диска. Трением пренебречь.

**Вариант 6.**

Дайте определения следующих физических величин:

Момент инерции материальной точки –

---

---

---

Момент импульса материальной точки относительно оси –

---

---

---

На шкив радиусом  $R = 0,2$  м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 1,5$  кг. Найти момент инерции  $J$  шкива, если известно, что груз опускается с ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>.

**Вариант 7.**

Дайте определения следующих физических величин:

Момент силы относительно точки –

---



---



---

Запишите уравнение вращательного движения твердого тела

---



---



---

Однородный стержень длиной  $l = 1$  м и массой  $m = 0.5$  кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня. С каким угловым ускорением  $\varepsilon$  вращается стержень, если на него действует момент  $M = 100$  мН·м?

### Вариант 8.

Дайте определения следующих физических величин:

Угловое ускорение –

---



---



---

Момент силы относительно точки –

---



---



---

Обруч диаметром  $D = 60$  см и массой  $m = 0,5$  кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения  $n = 4$  об/с. Найти кинетическую энергию  $E_k$  обруча.

### Вариант 9.

Дайте определения следующих физических величин:

Угловое ускорение –

---



---



---

Момент инерции материальной точки –

---



---



---

Карандаш длиной  $l = 15$  см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую скорость  $\omega$  и линейную скорость  $v$  будут иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша?

### Вариант 10.

Дайте определения следующих физических величин:

Момент инерции материальной точки –

---



---



---

Запишите уравнение динамики вращательного движения твердого тела

---



---



---

На барабан массой  $m = 1$  кг и радиусом  $R = 0,5$  м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 10$  кг. Найти силу натяжения шнура, при движении груза.

## Отчет к лабораторной работе «Изучение вращательного движения твердого тела».

Цель работы:

---



---



---

Схема лабораторной установки:

(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы)

Таблица с результатами измерений:

№ опыта	$r$	$h$	$m$	$t$	$\beta$	$J$	$M$
1							



2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							

Расчетная формула для определения углового ускорения:

Расчетная формула для определения момента инерции маятника:

Расчетная формула для определения момента сил, действующих на маятник:

Расчеты:

Формула для расчета абсолютной погрешности найденного углового ускорения:

Расчет абсолютной погрешности углового ускорения для одной серии измерений:

Формула для расчета относительной погрешности углового ускорения:

Расчет относительной погрешности для углового ускорения для одной серии измерений:

Вывод:

---

---

---

---

---

---

---

---

### Контрольные вопросы и задания

#### Вариант 1.

1. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.
2. Зная высоту, с которой опускается груз и время движения (а также момент инерции и массу грузов), можно рассчитать конечную механическую энергию системы и изменение механической энергии за время выполнения опыта, поскольку начальная механическая энергия известна. Прodelайте эти вычисления. Сформулируйте вывод.
3. На какую высоту поднимется обруч массой  $m = 1$  кг и радиусом  $r = 20$  см в горку, если ему сообщили скорость  $5$  м/с?

#### Вариант 2.

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Вычислите для каждой серии опытов момент инерции маятника исходя из определения, приняв во внимание, что маятник состоит из 4 стержней, длина и масса которых приведена в методичке, а также четырёх грузов известной массы. При расчётах грузы считать материальными точками. Сравнить полученные величины с величинами, полученными по расчётным формулам. В каких опытах совпадение лучше. Почему?
3. Обруч и диск одинаковой массы и радиуса скатываются с горки. Кинетическая энергия какого тела больше, если трением качения пренебречь?

**Вариант 3.**

1. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
2. Вычислить момент импульса, число оборотов и кинетическую энергию вращающегося тела в конце одного из опытов. Какие связи существуют между этими и рассчитанными в отчёте величинами?
3. Шар и диск одинаковой массы и радиуса катятся без проскальзывания со скоростью  $v$ . Определить во сколько раз энергия диска больше.

**Вариант 4.**

1. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.
2. Для одного из опытов найти количество теплоты, выделяющееся в процессе спуска груза и связанного с ним вращения маятника.
3. Во сколько раз увеличится момент инерции, если ось вращения тонкостенного кругового цилиндра перенести из центра масс на образующую.

**Вариант 5.**

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Для одного из опытов определить силу натяжения нити с грузом.
3. Имеются два диска одинаковой массы и толщины алюминиевый и стальной. Центральный момент инерции какого из них больше?

**Вариант 6.**

1. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
2. Определить полный угол поворота маятника за время опускания нити с грузом.
3. Во сколько раз увеличится момент инерции, если ось вращения тонкостенного кругового цилиндра перенести из центра масс на образующую.

**Вариант 7.**

1. Вывод расчетной формулы для определения углового ускорения маятника.

2. Для одного из опытов вычислить максимальное нормальное ускорение точек на поверхности шкива.
3. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы 280 кг, масса человека 80 кг.

### Вариант 8.

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Для одного из опытов вычислить максимальное тангенциальное ускорение точек на поверхности шкива.
3. Однородный стержень длиной 1.0 м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно неупруго ударяет пуля массой 7 г, летящая перпендикулярно стержню и его оси. Определить массу стержня, если в результате попадания пули он отклонится на угол  $60^\circ$ . Принять скорость пули 360 м/с.

### Вариант 9.

1. Вывод расчетной формулы для определения момента сил, действующих на маятник.
2. Для одного из опытов определить силу натяжения нити с грузом.
3. Блок, имеющий форму диска массой 0.4 кг, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами 0.3 кг и 0.7 кг. Определить силы натяжения нити по обе стороны блока.

### Вариант 10.

1. Вывод расчетной формулы для определения момента инерции маятника.
2. Для одного из опытов найти количество теплоты, выделяющееся в процессе спуска груза и связанного с ним вращения маятника.
3. Стержень массой 2 кг и длиной 1 м раскрутили относительно центральной оси, перпендикулярной стержню до угловой скорости 6 рад/с. Определить какое количество теплоты выделится при остановке.

## Лабораторная работа № 4

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА**

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

**Уравнение состояния идеального газа**

В результате многочисленных экспериментов установлено, что свойства большинства веществ, находящихся в газообразном состоянии при не очень большом давлении, могут быть описаны уравнением Менделеева — Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (1)$$

Здесь  $m$  – масса газа заключенного в объем  $V$  при давлении  $P$  и температуре  $T$ ,  $\frac{m}{\mu}$  — число молей газа, величина  $\mu$  – масса одного моля,  $R$  – универсальная газовая постоянная равная  $8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ .

*Модем (моль)* называется количество вещества, масса которого, выраженная в граммах, численно равна его весу в атомных единицах массы.

Молекулы разреженного газа, находящегося при температуре  $T$ , совершают хаотическое тепловое движение, свободно пробегая путь между двумя последовательными столкновениями друг с другом или со стенками сосуда. Соударения молекул друг с другом или со стенками сосуда происходят без потери энергии, по законам соударения упругих тел. Это основное представление для молекулярно-кинетической теории идеальных газов. Оно позволяет объяснить их свойства. Согласно этой теории, молекулы - «шарики» (аргона, гелия, неона) движутся между упругими столкновениями поступательно. Такому движению соответствует число степеней свободы, равное

$$i = i_{\text{пост}} = 3.$$

*Числом степеней свободы* называется число независимых координат, которое надо задать для определения положения тела в пространстве. Для поступательного движения тела в пространстве это координаты  $x, y, z$ . Следовательно,  $i = 3$ . Молекулы - «гантельки» двухатомных газов (водорода, азота, кислорода) могут двигаться как поступательно (поступательное движение центра массы молекулы,  $i_{\text{пост}} = 3$ ), так и вращаться вокруг осей, проходящих через центр массы молекулы:  $i_{\text{вр}} = 2$ . В результате для молекул -«гантелек» имеем:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} = 3 + 2 = 5.$$

## Первое начало термодинамики

Первое начало (закон) термодинамики представляет собой закон сохранения энергии, согласно которому *количество теплоты, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами (т.е. против внешних сил).*

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A. \quad (2)$$

где  $\Delta U$  – изменение внутренней энергии системы,  $\Delta A$  — работа газа против внешних сил.

Рассмотрим вопрос о *молярных теплоемкостях газов*. Молярная теплоемкость  $C$  численно равна количеству тепла  $\Delta Q$ , которое надо сообщить одному молю этого вещества (масса  $m = \mu$ ), чтобы нагреть его на  $\Delta T = 1^\circ$ . Тогда можно записать  $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ .

Для газов надо различать, при каких условиях происходит нагрев – например, при постоянном объеме  $V = const$ , или при постоянном давлении  $P = const$ . Для процесса  $V = const$  имеем  $\Delta V = 0$  и  $\Delta A = P\Delta V = 0$ . Поэтому, согласно первому закону термодинамики (2), все сообщенное газу тепло  $\Delta Q$  идет на увеличение внутренней энергии  $\Delta U$  газа.

$$\begin{cases} \Delta Q = \Delta U = U(T + \Delta T) - U(T) = \frac{i}{2} R \Delta T \\ C_v = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{i}{2} R \end{cases} \quad (3)$$

Для процесса  $P = const$  газ расширяется, и сообщаемое тепло  $\Delta Q$  идет на увеличение внутренней энергии  $\Delta U$  и на работу  $\Delta A = P\Delta V$  против внешних сил:  $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$  (см. (2)). Увеличение объема  $\Delta V$  можно найти из уравнения состояния идеального газа (1). При  $P = const$  имеем  $\Delta V = \frac{R}{P} \Delta T$ . Подставляя это  $\Delta V$  в выражение для работы, получим  $\Delta A = P\Delta V = R\Delta T$ . Отсюда, используя (2), (3), получим выражение для теплоемкости одного моля идеального газа при постоянном давлении  $P = const$ :

$$C_p = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + \Delta A}{\Delta T} = C_v + R = \frac{i+2}{i} R.$$

Тогда отношение теплоемкостей  $\frac{C_p}{C_v}$  равно:

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma = \frac{i+2}{i}$$

## Изопроцессы и их графики

Рассмотрим основные газовые изопроецессы и их графики при условии неизменности массы газа.

Изохорический процесс:  $V = const$ ,  $\Delta V = 0$ .

$$\frac{P}{T} = const, \Delta Q = \Delta U = C_v \Delta T, \Delta A = 0.$$

Изобарический процесс:

$$P = const, \Delta P = 0, \frac{V}{T} = const, \Delta Q = C_p \Delta T, C_p = C_v + R.$$

Изотермический процесс:

$$T = const, PV = const, \Delta U = 0, \Delta Q = P \Delta V.$$

Адиабатный процесс:  $\Delta Q = 0$ . Имеет место при идеальной теплоизоляции или в случае очень быстрого процесса, при котором теплообмен между термодинамической системой и окружающей средой просто не успевает произойти. В этом случае

$$\Delta Q = C_v \Delta T + P \Delta V = 0,$$

т.е. расширение газа  $\Delta V > 0$  возможно только за счет внутренней энергии. При таком расширении газ охлаждается:  $\Delta T < 0$ .

Уравнение адиабаты:

$$PV^\gamma = const$$

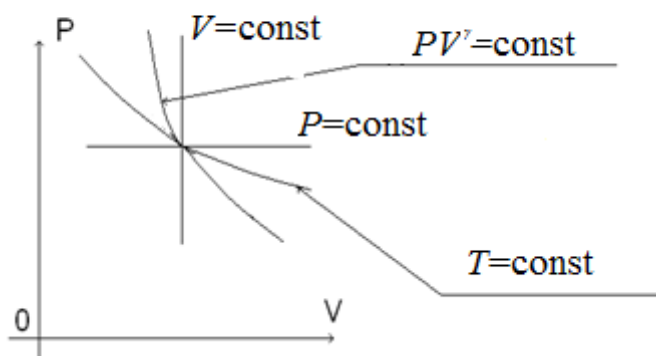


Рис. Изопроецессы в идеальных газах

## Вопросы для допуска к лабораторной работе

### Вариант 1.

Дайте определение физической величине: Число степеней свободы — это

---

---

---

---

Запишите первое начало термодинамики в общем виде и для изотермического процесса в идеальном газе

*Задача.*

Для нагревания некоторого газа массой 2 кг на  $\Delta T = 5$  К при постоянном давлении требуется количество теплоты  $Q_p = 9,1$  кДж, а для нагревания на ту же температуру при постоянном объеме – количество теплоты  $Q_v = 6,5$  кДж. Определить молярную массу газа.

### **Вариант 2.**

Дайте определение физической величине: Молярная теплоемкость газа  $C_p$  – это \_\_\_\_\_

---

---

---

Запишите первое начало термодинамики в общем виде и для изобарического процесса в идеальном газе

---

---

---

*Задача.*

Какое количество теплоты нужно сообщить 5 молям кислорода, находящегося при температуре  $10^\circ\text{C}$ , чтобы в ходе изобарного нагревания его объем увеличился втрое?

### **Вариант 3.**

Опишите основные газовые процессы: изотермический, изобарический, изохорический и адиабатный.



---

---

---

---

Запишите первое начало термодинамики в общем виде и для изохорического процесса в идеальном газе

*Задача*

Определить изменение внутренней энергии 100 г гелия, который изобарно расширяется при сообщении ему количества теплоты  $Q = 15$  кДж.

#### **Вариант 4.**

Дайте определение физической величине: Показатель адиабаты – это

---

---

---

---

Запишите первое начало термодинамики в общем виде и для адиабатического процесса в идеальном газе

*Задача.*

Воздух находится при начальном давлении 0,4 МПа и имеет начальный объем 200 л. После адиабатного сжатия его объем уменьшился в 4 раза. Найти давление воздуха после сжатия.

#### **Вариант 5.**

Дайте определение физической величине: Удельная теплоемкость газа – это

---

---

---

---

Дайте определение политропному процессу и запишите уравнение политропы

*Задача.*

Идеальный газ расширяется по закону  $pV^2 = const$  и его объем увеличивается в три раза. Найти первоначальную температуру газа, если после расширения его температура равна 100 К.

### **Вариант 6.**

Запишите уравнение Менделеева-Клапейрона

---

---

---

Дайте определение физической величине: Молярная теплоемкость газа  $C_v$  – это \_\_\_\_\_

*Задача*

Водород массой 7 кг нагрели при постоянном давлении на 200°C. Какова работа расширения газа? Сколько тепла он получит?

### **Вариант 7.**

Запишите выражение для работы идеального газа при изобарическом и изохорическом процессах.

Дайте определение физической величине: Теплоемкость газа – это

---

---

---

---

*Задача.*

Двухатомный газ, находящийся при давлении 2 МПа и температуре 27 °С, сжимается адиабатически от объема  $V_1$  до  $V_2=0.5V_1$ . Найти температуру и давление газа после сжатия.

### **Вариант 8.**

Дайте определение физической величине: Внутренняя энергия идеального газа – это \_\_\_\_\_

---

---

---

Запишите первое начало термодинамики в общем виде и для адиабатического процесса в идеальном газе

---

---

---

---

*Задача.*

Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу  $A=73,5$  кДж. Температура нагревателя  $T_1=373$  К, холодильник  $T_2=273$  К. Найти к.п.д. цикла, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое холодильнику за один цикл.

### **Вариант 9.**

Запишите основное уравнение МКТ

---

---

---

---

Запишите выражение для работы идеального газа при изотермическом процессе.

---

---

---

---

*Задача.*

Идеальная тепловая машина Карно совершает за один цикл работу  $A=2,94$  кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты  $Q=13,4$  кДж. Найти к.п.д. машины.

### **Вариант 10.**

Запишите уравнение Майера

---

---

---

---

Опишите характеристики цикла Карно

---

---

---

---

*Задача.*

Азот массой 7 г находится под давлением 0,1 МПа и температуре 290 К. Вследствие изобарного нагревания азот занял объем 10 л. Определите: 1) объем газа до расширения; 2) температуру газа после расширения; 3) плотность газа до и после расширения.

### **Отчет к лабораторной работе «Определение отношения теплоемкостей воздуха».**

Цель работы:

---

---

---

---

---

Схема лабораторной установки:

(нарисуйте схему и подпишите ее основные элементы)

## Выполнение работы

### I. Первый способ измерения

Таблица 1. Результаты измерений

№ опыта	$h_1$ , мм	$h_2$ , мм	$\gamma$	$\langle \gamma \rangle$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Расчетная формула для определения показателя адиабаты:

Формула для расчета среднего арифметического значения показателя адиабаты

Расчеты:

Формула для расчета абсолютной погрешности найденного значения показателя адиабаты:

Формула для расчета относительной погрешности найденного значения показателя адиабаты:

Расчеты абсолютной и относительной погрешностей для найденного значения показателя адиабаты:

Формула расчета значений показателя адиабаты для основных газов, из которых состоит воздух (азот, кислород, аргон, углекислый газ, пары воды).

Расчеты значений показателя адиабаты для основных газов, из которых состоит воздух (азот, кислород, аргон, углекислый газ, пары воды)

## ***II. Второй способ измерения***

Таблица 2. Результаты измерений

№ опыта	$h_1$ , мм	$T$ , с	$\ln h_2(t)$

График зависимости  $\ln h_2(t)$

Полученное по графику значение  $\ln(h_2(0))$

Расчетная формула для определения показателя адиабаты

Расчет значения показателя адиабаты воздуха

Вывод:

---



---



---



---



---



---



---



---



---



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Контрольные вопросы и задания

#### Вариант 1.

1. Вывод расчетной формулы для определения показателя адиабаты.
2. Определите массу воздуха в лаборатории. Давление считать стандартным.
3. В сосуде объемом 2 л находится азот при давлении  $p = 0,1$  МПа. Какое количество теплоты надо сообщить азоту, чтобы: а) при  $p = \text{const}$  объем увеличился вдвое; б) при  $V = \text{const}$  давление увеличилось вдвое?

#### Вариант 2.

1. Вывод уравнения адиабаты.
2. Постройте на плоскости РТ следующие процессы: изотермическое сжатие-изобарическое нагревание-изохорическое охлаждение.
3. Для нагревания некоторой массы газа на  $50$  °С при  $p = \text{const}$  необходимо затратить количество теплоты 670 Дж. Если эту массу газа охладить на  $100$  °С при  $V = \text{const}$ , то выделяется теплота 1005 Дж. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?

#### Вариант 3.

1. Вывод соотношения показателя адиабаты с числом степеней свободы.
2. Определить количество теплоты, необходимое для нагревания воздуха в лаборатории на  $5$  °С.
3. В сосуде под поршнем находится 1 г азота. Какое количество теплоты надо затратить, чтобы нагреть азот на  $10$  К? На сколько при этом поднимется поршень? Масса поршня 1 кг, площадь его поперечного

сечения  $10 \text{ см}^2$ ? Давление над поршнем  $10 \text{ кПа}$ . Давление под поршнем считать постоянным.

#### Вариант 4.

1. Вывод расчетной формулы для определения показателя адиабаты.
2. Постройте на плоскости  $PV$  следующие процессы: адиабатическое расширение – изохорическое охлаждение - изобарическое нагревание.
3. Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема  $1 \text{ л}$  до  $2 \text{ л}$ . Найти работу, совершённую газом при расширении, и количество теплоты, сообщенное газу.

#### Вариант 5.

1. Вывод уравнения адиабаты.
2. Постройте на плоскости  $TV$  следующие процессы: изотермическое сжатие-изобарическое расширение-изохорическое охлаждение.
3. Газ расширяется адиабатически, причем объем его увеличивается вдвое, а термодинамическая температура падает в  $1,32$  раза. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?

#### Вариант 6.

1. Вывод соотношения показателя адиабаты с числом степеней свободы
2. Постройте на плоскости  $TP$ : изохорическое нагревание-изотермическое сжатие -изобарическое охлаждение.
3. При адиабатическом сжатии воздуха в цилиндрах внутреннего сгорания давление меняется от  $0,1 \text{ МПа}$  до  $3,5 \text{ МПа}$ . Начальная температура воздуха  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ . Найти температуру воздуха в конце сжатия.

#### Вариант 7.

1. Вывод расчетной формулы для определения показателя адиабаты.
2. Определите давление воздуха в лаборатории. Плотность воздуха считать равной  $1,185 \text{ кг/м}^3$ .
3. При расширении одноатомного газа от  $0,2 \text{ м}^3$  до  $0,5 \text{ м}^3$  его давление росло линейно от  $0,4 \text{ МПа}$  до  $0,8 \text{ МПа}$ . Вычислить количество подведенной теплоты.



**Вариант 8.**

1. Вывод уравнения адиабаты.
2. Постройте на плоскости VT: изобарическое охлаждение - изохорическое нагревание - адиабатическое расширение.
3. При изотермическом расширении 10 г азота, находящегося при температуре 17 °С, была совершена работа 800 Дж. Во сколько раз изменилось давление при расширении?

**Вариант 9.**

1. Вывод соотношения показателя адиабаты с числом степеней свободы
2. Не используя термометр определите температуру воздуха в лаборатории. Плотность воздуха считать равной 1,185 кг/м<sup>3</sup>, давление стандартным.
3. Кислород массой 500 г, находящийся под давлением  $p_1 = 5$  МПа при температуре  $t = 127$  °С, подвергли изотермическому расширению, в результате которого давление газа уменьшилось в 3 раза. После этого газ подвергли адиабатическому сжатию до начального давления, а затем он был изобарно сжат до начального объема. Построить график цикла и определить работу, совершенную газом за цикл.

**Вариант 10.**

1. Вывод расчетной формулы для определения показателя адиабаты.
2. Постройте на плоскости PV: изотермическое сжатие - изохорическое нагревание-изобарическое охлаждение.
3. Некоторый газ массой 1 кг находится при температуре 300 К и под давлением 0,5 МПа. В результате изотермического сжатия давление газа увеличилось в два раза. Работа, затраченная на сжатие, -432 кДж. Определите: 1) какой это газ; 2) первоначальный удельный объем газа.

### Литература

1. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики/В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1990. – 400 с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики. т. 1/И.В. Савельев. – М.: Наука, 1982. – 432 с.
3. Иродов И.Е. Механика. Основные законы/ И.Е. Иродов. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 310 с.

**Содержание**

<b>Предисловие</b> .....	4
<b>1. Лабораторная работа № 3</b> .....	4
Определение коэффициента трения скольжения	
<b>2. Лабораторная работа № 12</b> .....	21
Определение силы при механическом ударе	
<b>3. Лабораторная работа № 8</b> .....	37
Изучение вращательного движения твердого тела	
<b>4. Лабораторная работа №4</b> .....	53
Определение отношения теплоемкостей воздуха	
<b>5. Литература</b> .....	66

Георгий Анатольевич Маковкин  
Оксана Михайловна Бархатова  
Наталья Евгениевна Демидова  
Виктор Геннадьевич Лапин  
Александр Артемьевич Краснов  
Лев Петрович Коган  
Елена Алексеевна Ревунова  
Валерия Борисовна Штенберг

## Механика: от теории к эксперименту

*Учебное пособие*

Подписано в печать      Формат 60x90 1/16 Бумага газетная. Печать трафаретная.  
Уч. изд. л. 3,8. Усл. печ. л. 4,1. Тираж 300 экз. Заказ №

---

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»  
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.  
Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Н.Новгород, Ильинская, 65  
<http://www.nngasu.ru>, [srec@nngasu.ru](mailto:srec@nngasu.ru)