

# **ТЕПЛОМАССОБМЕН В ЗДАНИЯХ И ИНЖЕНЕРНОМ ОБОРУДОВАНИИ**

*Учебное пособие*

Нижний Новгород  
2017

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

---

## Тепломассообмен в зданиях и инженерном оборудовании

Утверждено редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия

Нижний Новгород  
ННГАСУ  
2017

ББК 38  
Т 34  
УДК 697

*Печатается в авторской редакции*

Рецензенты:

*В.Г. Гагарин* – доктор технических наук, профессор, член-корр. РААСН, главный научный сотрудник ФГБУ «Научно-исследовательский институт строительной физики» (НИИСФ РААСН)

*П.А. Хаванов* – доктор технических наук, профессор кафедры теплогазоснабжения и вентиляции НИУ МГСУ

Кочев А.Г. Тепломассообмен в зданиях и инженерном оборудовании [Текст]: учеб. пособие / А.Г. Кочев, М.М. Соколов, Е.А. Кочева, А.С. Москаева; Нижегород. гос. архитектур. – строит. ун-т. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2017. – 88 с. ISBN 978-5-528-00212-5

Приведены: теория тепломассобмена, включающая основные законы, термины и определения; физико-математическое описание процессов тепломассобмена и тепломассопереноса; основные инженерные приложения тепломассобмена и тепломассопереноса; адаптацию математических зависимостей тепломассобмена для решения стандартных инженерных задач.

Предназначено для магистрантов, обучающихся по направлению подготовки 08.04.01 Строительство, профиль Возобновляемые источники энергии и энергоэффективность в зданиях, а также для студентов, магистрантов и аспирантов других профилей ТГВ.

ББК 38

Рис. 40, библиогр. назв. 28

ISBN 978-5-528-00212-5

© Кочев А.Г., Соколов М.М.,  
Кочева Е.А., Москаева А.С., 2017  
© ННГАСУ, 2017

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ТЕОРИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕНА.....	6
1.1 Основные понятия и термины.....	6
1.2 Теплота.....	9
1.3 Конвекция.....	10
1.4 Плотность теплового потока.....	11
1.5 Стационарные поля потенциалов.....	15
1.6 Нестационарные поля потенциалов.....	16
1.7 Градиент потенциалов.....	17
1.8 Законы Фурье, Фика, Ома, закон трения Ньютона.....	19
1.9 Теплопроводность.....	22
1.10 Лучистый теплообмен.....	24
2. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОБМЕНА И ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА.....	27
2.1 Основные уравнения конвекции (уравнения Навье-Стокса).....	27
2.2 Дифференциальное уравнение неразрывности или сплошности (закон сохранения массы).....	30
2.3 Дифференциальное уравнение энергии.....	34
2.4 Дифференциальное уравнение движения вязкой жидкости (Дифференциальное уравнение закона сохранения количества движения или уравнения Навье-Стокса) .....	39
2.5 Дифференциальное уравнение теплопроводности.....	44
2.6 Краевые условия (условия однозначности).....	45
3. ИНЖЕНЕРНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕНА И ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА.....	48
3.1 Уравнение стационарной теплопроводности через однослойную плоскую стенку.....	48
3.2 Теплопроводность через многослойную плоскую стенку.....	50
3.3 Теплопередача через однослойную плоскую стенку.....	51
3.4 Теплопередача через многослойную плоскую стенку.....	52
3.5 Пути интенсификации процессов теплопередачи.....	53
3.6 Стационарная теплопередача через ребренную стенку.....	54
3.7 Уравнения конвективного теплообмена в безразмерном виде.....	57
4. ТЕПЛОВОЙ И ВЛАЖНОСТНЫЙ РЕЖИМЫ ЗДАНИЙ.....	64
4.1 Тепловой режим здания.....	64
4.2 Влажностный режим здания.....	65
4.3 Расчеты параметров воздуха на <i>I-d</i> -диаграмме.....	67
4.4 Теплопоступления в помещение от открытых поверхностей жидкостей горячих ванн.....	68
4.5 Теплопоступления в помещение от боковых поверхностей горячих ванн.....	68

4.6	Расчёт теплотерь на испарение жидкости с открытых поверхностей холодных ванн.....	69
4.7	Расчёт тепломассообменных процессов воздуха на свободной поверхности жидкости.....	69
4.8	Тепломассообмен в системах кондиционирования воздуха.....	72
5.	ИНТЕНСИВНОСТЬ ТЕПЛОМАССОБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ.....	76
6.	ОСНОВНЫЕ ИНЖЕНЕРНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ РАСЧЁТА ТЕПЛОМАССООБМЕНА.....	78
7.	ПРИМЕРЫ ОПИСАНИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В ИНЖЕНЕРНОМ ОБОРУДОВАНИИ.....	79
7.1	Определение среднего температурного напора.....	79
7.2	Теплоотдача при течении жидкости в трубах при поперечном обтекании пучков труб.....	82
	БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	87

## ВВЕДЕНИЕ

В своих трудах «Размышление о причине теплоты и холода» (1744–1747 гг.), «Рассуждение о твердости и жидкости тел» (1760 г.) М.В. Ломоносов утверждал, что «тепло состоит во внутреннем движении вещества». Он обосновал сущность теплоты и тепловых явлений, теоретическими и экспериментальными исследованиями заложил основы молекулярно-кинетической теории вещества и установил взаимосвязь между теплотой и механической энергией на основе открытого им всеобщего закона природы – закона сохранения и превращения энергии. Эти гениальные теоретические обобщения опередили западноевропейскую науку более чем на 100 лет.

Под влиянием теоретических открытий М.В. Ломоносова в области учения о теплоте талантливый русский механик и теплотехник И. И. Ползунов, осознавший громадное значение практического разрешения проблемы промышленного использования энергии пара, построил в 1763–1765 гг. в Барнауле первую в России промышленную паросиловую установку, состоявшую из парового котла и паровой машины.

Работы М.В. Ломоносова и И.И. Ползунова заложили теоретические и практические основы изучения тепломассообмена для дальнейшего развития теплоэнергетики.

Движущей силой любого процесса теплообмена является разность температур более и менее нагретой среды. Теплообмен между средами и телами представляет собой обмен энергией между молекулами, атомами и свободными электронами. Среда – жидкие и газообразные, участвующие в теплообмене, называются теплоносителями.

Повышение герметичности элементов здания, спроектированного согласно требованиям нормативных документов 70-80 годов, может быть в определенных обстоятельствах опасно, поскольку воздухообмен в этих зданиях достигается исключительно за счёт процессов инфильтрации или эксфильтрации воздуха через ограждающие конструкции здания. С установкой пластиковых окон в большинстве помещений, в первую очередь административных, процессы

инфильтрации и эксфильтрации воздуха затруднился, что приводит к образованию застойных зон и конденсата, которые ухудшают теплозащитные свойства материалов ограждающих конструкций.

Воздушная среда объектов, расположенных в Северной климатической зоне, отличается малым содержанием влаги наружного воздуха в холодный период года. Среднегодовое абсолютное содержание влаги в атмосферном воздухе приполярных областей ниже, чем в воздухе пустынь, так как при сильном морозе влага вымерзает. В районах холодного климата низкая абсолютная влажность характерна не только для открытого пространства, но и для жилых, служебных и производственных помещений, то есть сухость воздуха является постоянным фактором среды обитания человека.

## 1. ТЕОРИЯ ТЕПЛОМАССООБМЕНА

### 1.1 Основные понятия и термины

**Энергия** – количественная мера движения. Измеряется в Джоулях, Дж.

Под процессом распространения теплоты понимается обмен внутренней энергией между отдельными элементами, областями рассматриваемой среды

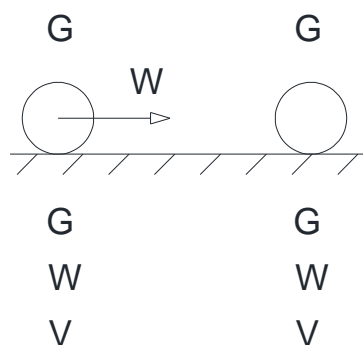


Рис. 1.1. Кинетическая энергия

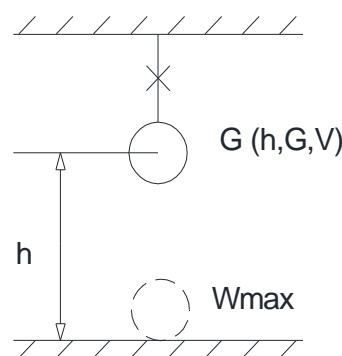


Рис. 1.2. Потенциальная энергия

Согласно закону сохранения энергии кинетическая энергия (рис. 1.1) при определённых условиях переходит в потенциальную (рис. 1.2):  $E_{\text{кин}} = E_{\text{пот}}$ ,

или в развёрнутом виде:  $\frac{GW_{\text{max}}^2}{2} = G \cdot g \cdot h$ .

Энергия делится на **внешнюю и внутреннюю**.

**Внешняя энергия** - количественная мера, которая зависит от системы координат.

**Внутренняя энергия** - количественная мера движений внутри тела.

Кинетическая теория материи при тепловом равновесии связывает среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул  $\frac{m \cdot \overline{W^2}}{2}$  с абсолютной температурой идеального газа  $T$ .

Тепловая энергия  $n$  движущихся частиц массой  $m_i$  в газе равна:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{m_i W_i^2}{2} \quad (1.1)$$

Средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул определяется по зависимости:

$$\overline{W^2} = \frac{W_1^2 + W_2^2 + \dots + W_n^2}{n} \quad (1.2)$$

Формула для расчёта средней кинетической энергии при поступательном движении молекул газа имеет вид:

$$\overline{E} = \frac{m \cdot \overline{W^2}}{2} = \frac{3}{2} k \cdot T \quad (1.3)$$

Тогда абсолютная температура равна:

$$T = \frac{2\overline{E}}{3k} \quad (1.4)$$

$k = \frac{\mu R}{N_0}$  - постоянная Больцмана, равная  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.

**Температура** – статистический параметр, справедливый для систем, состоящих из очень большого, но конечного числа частиц (молекул), пропорциональная средней кинетической энергии хаотически движущихся частиц (молекул).

Температура в такой трактовке измеряется только в Кельвинах, К (рис. 1.3).

Внутреннюю энергию тела определяют по зависимости:  $U = c_v \cdot T \cdot G$ .



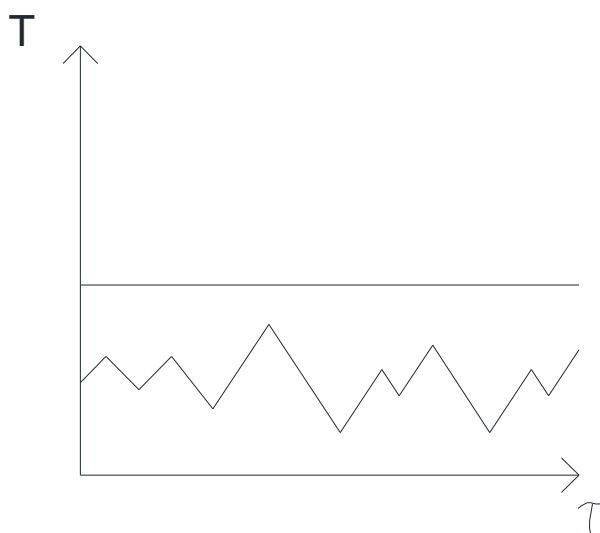


Рис. 1.3. Значения температуры во времени.

Как было показано выше, средняя энергия движения частиц  $\bar{E}$  пропорционально связана с температурой:  $\bar{E} \sim T$ . А средняя энергия поступательного движения  $n$  частиц газа в замкнутом объёме пропорционально связана с давлением:  $n \cdot \bar{E} \sim P$ . Теплота - одна из форм энергии, передаваемой за счёт разности температур или фазового перехода. Теплота является формой энергообмена.

Часто энергообмен между телами рассматривается в форме работы и форме теплоты (рис. 1.4).

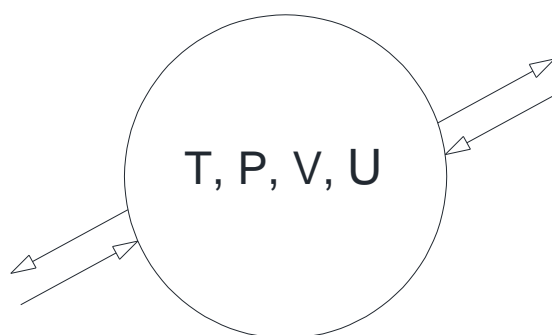


Рис. 1.4. Процесс теплообмена и энергообмена в форме работы.

Процессы теплообмена и энергообмена осуществляются за конечный промежуток времени во всех точках изучаемой области. Как правило температура  $T$  и другие параметры ( $P, v, I$ ) изменяются в течение рассматриваемого временного интервала.

## 1.2 Теплота

Перенос любой субстанции: массы, энергии, количества движения, электрического заряда может быть осуществлен двумя механизмами:

а) **макроскопический** перенос субстанции.

Он всегда связан с макроскопическим переносом массы (рис. 1.5).

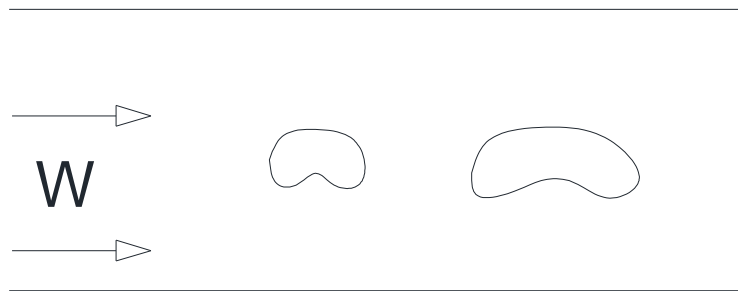


Рис. 1.5. Схема макроскопического переноса массы.

б) **микроскопический** перенос субстанции,

который связан с невидимым микроскопическим движением частиц вещества (молекул, атомов, электронов).

**Субстанция** – это совокупность элементов или частиц, к чему применимы законы сохранения.

Для определения произвольных элементов системы используют понятие  $i$ -тый компонент.

$i=1,2,\dots,n$  – скользящий индекс.

Невидимый микроскопический перенос массы  $i$ -го компонента смеси называется **диффузией** этого компонента.

Невидимый микроскопический перенос тепловой энергии называют **теплопроводностью**.

Невидимый микроскопический перенос электрического заряда называют **электропроводностью**.

Невидимый микроскопический перенос количества движения движущейся жидкости называют **внутренней вязкостью**.

### 1.3 Конвекция

Макроскопический перенос любой субстанции называют **конвекцией**. Конвекция возможна только в текучей среде.

Под **конвекцией теплоты** понимают процесс её переноса при перемещении объёмов жидкости или газа (текучей среды) в пространстве из области с одной температурой в область с другой. При этом перенос теплоты неразрывно связан с переносом самой среды.

Различают: - свободную конвекцию;  
 - естественную конвекцию;  
 - вынужденную конвекцию.

**Свободная конвекция** связана с неоднородностью плотности жидкости или газа (гравитационной, центробежной, электромагнитной) и предметы помещения не оказывают воздействия на траекторию распространения конвективного потока жидкости или конвективной струи газа.

Эта неоднородность плотности, как правило, связана с неоднородностью температуры этой жидкости или газа.

При **естественной конвекции** предметы помещения оказывают стесняющее воздействие на траекторию распространения конвективной струи, изменяя её траекторию.

**Вынужденная конвекция** осуществляется за счёт энергии побудителя движения или обусловлена побудителями тяги (насосами, компрессорами, вентиляторами)

В общем случае имеет место совместный перенос субстанции: макроскопический и микроскопический.

Рассмотрим макроскопический перенос массы и теплоты.

Уравнение потока массы вещества в дифференциальной форме имеет вид:

$$dJ = \rho \cdot \vec{w} \cdot \vec{n}^1 dF \quad (1.5)$$

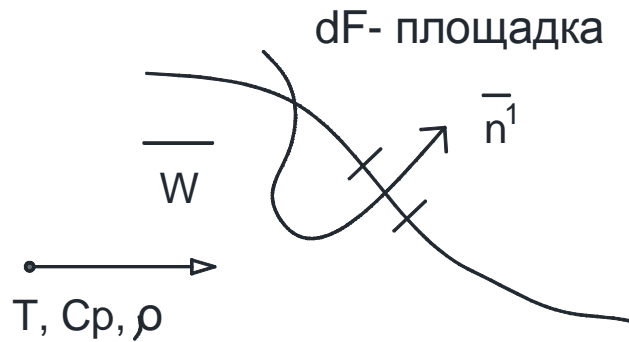


Рис. 1.6. Макроскопический перенос массы и теплоты

Если проинтегрируем по площадке (рис. 1.6), тогда получим выражение для определения потока массы:

$$J = \int_F \rho \vec{w} \vec{n}^1 dF, [\text{кг/с}] \quad (1.6)$$

Удельный поток массы, переносимой конвекцией, определяется из выражения:

$$\frac{dI}{dF \vec{n}^1} = j = \rho \vec{w} \quad (1.7)$$

Величину  $j$ ,  $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ , так же называют плотностью потока переносимой массы.

Тепловой поток находится по зависимости:

$$dQ = dJ \cdot c_p \cdot T = \rho \vec{w} c_p T dF \vec{n}^1 \quad (1.8)$$

Проинтегрировав, получим:

$$Q = \int_{(F)} \rho \vec{w} c_p T dF \vec{n}^1, [\text{Вт}] \quad (1.9)$$

Эта формула для расчёта потока теплоты, переносимой конвекцией, то есть количество теплоты, переносимой за 1 секунду по поверхности  $F$ .

#### 1.4 Плотность теплового потока

Это количество теплоты, передаваемой в единицу времени, через единицу площади. Плотность теплового потока определяется по выражению:

$$\vec{q}_k = \frac{dQ}{dF \vec{n}^1} = \rho \vec{w} c_p T, [\text{Вт}/\text{м}^2] \quad (1.10)$$

Как известно из теплофизики и теории теплообмена  $Q'$ , [Дж] -теплота;  $Q$ , [Вт] - поток теплоты или тепловая мощность.

Под **потенциалом** понимают любую величину, неодинаковость которой в пространстве приводит к микропереносу соответствующей субстанции.

Очень часто потенциалы выбирают из соображения удобства расчёта.

$\Pi \rightarrow C_i$  - за потенциал принята концентрация  $i$ -го компонента вещества;

$\Pi \rightarrow T, U, I$  - за потенциал принята температура, электрический потенциал, энтальпия.

Для примера, выберем термопару для определения поля температуры по значениям электрических потенциалов на спае разнородных металлов *Fe* и *Cu* (рис. 1.7).

Измеренные потенциометром значения электрических потенциалов  $U_1, U_2, \dots, U_n$  в различных точках пространства по переводной шкале  $U = f(t)$  переводят в значения температур в исследуемой области (рис. 1.8).

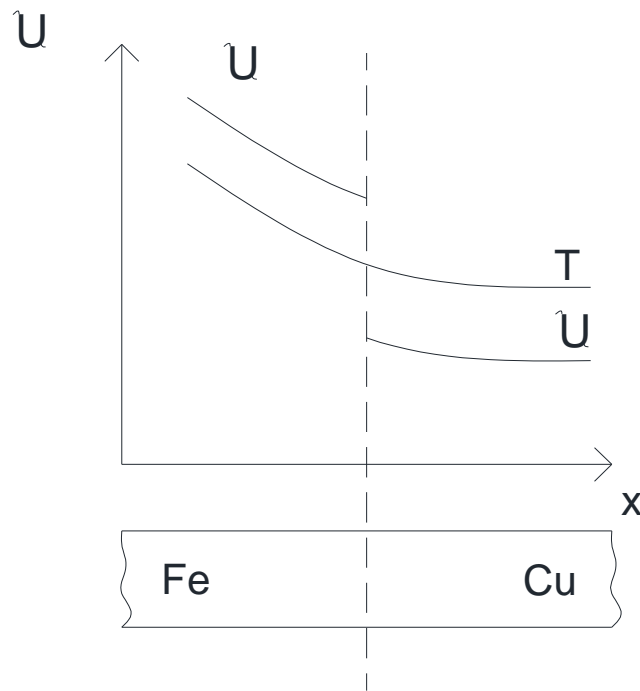


Рис. 1.7. Поле температуры и электрических потенциалов на спае Fe и Cu.

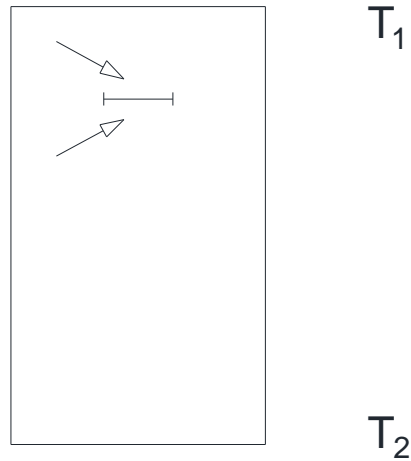


Рис. 1.8. Молекулы пересекают площадку сая.

При условии  $T_1 > T_2$  и отсутствии переноса массы происходит микроскопическая диффузия электронов через площадку сая с образованием разных значений электрических потенциалов (эффект Зеебека).

Когда макроскопически течёт жидкость, эпюра поля скоростей имеет параболический вид, изображённый на рис. 1.9.

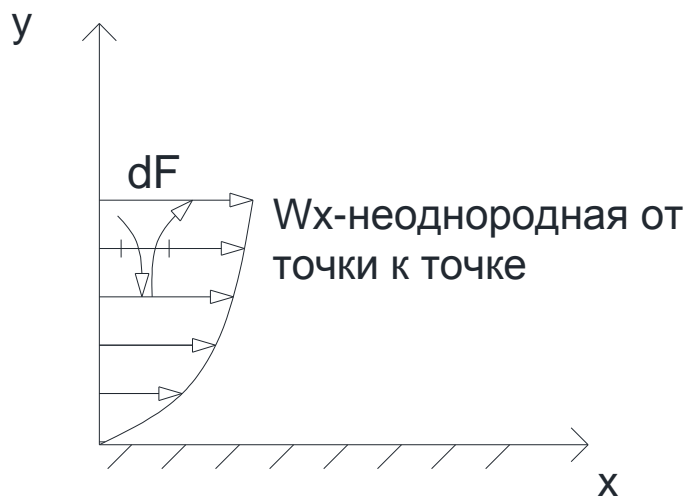


Рис. 1.9. Поле скоростей при течении жидкости в канале.

Количество движущихся молекул через элементарную площадку  $dF$  можно условно определить через двигающиеся с разными скоростями два объекта (рис. 1.10).

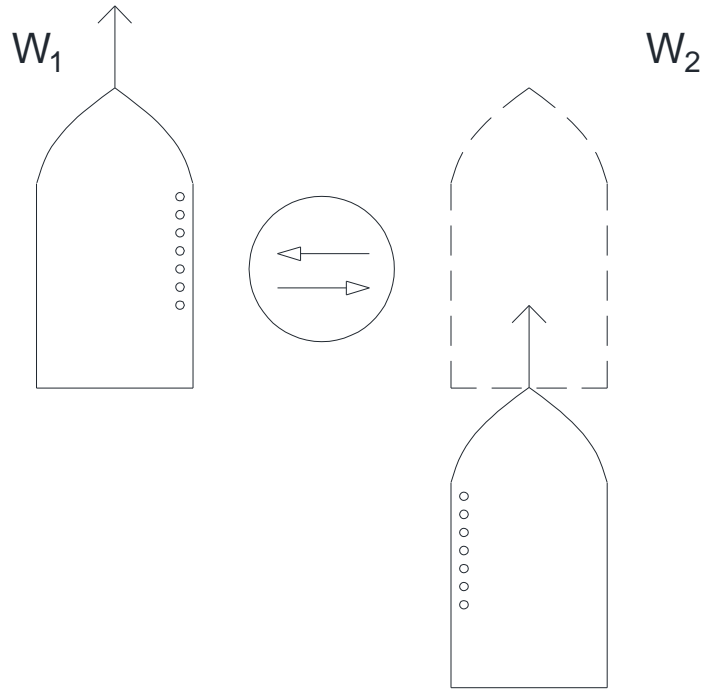


Рис. 1.10. Расчётная схема.

Пусть скорость  $w_2 > w_1$ . Когда объект, двигающийся со скоростью  $w_2$ , догонит объект  $w_1$ , тогда они передадут молекулы друг к другу. Но результирующий перенос массы равен 0.

При переносе количества движения  $w_1$  будет возрастать, а  $w_2$  – уменьшаться.

Поле различных потенциалов в пространстве рассматривается в прямоугольной системе координат (рис. 1.11).

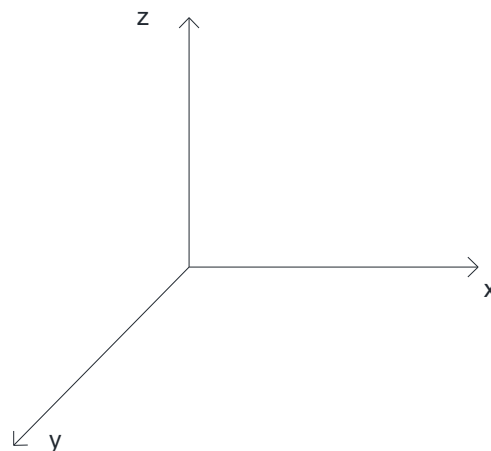


Рис. 1.11. Прямоугольная система координат.

**Поле потенциала** – совокупность значений потенциала во всех точках изучаемой области для любого момента времени.

$\Pi = \Pi(x, y, z, \tau)$  – общий вид описания поля выбранного потенциала;

$T = T(x, y, z, \tau)$  – поле температуры,

например:  $T = x^2 \cdot y + z \cdot \tau$  – функция распределения поля температуры в рассматриваемой области;

$\vec{w} = \vec{w}(x, y, z, \tau)$  – поле скоростей.

**Поле скоростей** – совокупность значений скоростей во всех точках изучаемой области, для любого момента времени.

Геометрическое место точек одинаковых потенциалов в потенциальном поле образует **изопотенциальную поверхность**.

$T = T(x, y, z, \tau)$  – распределение температурного поля;

$C_i = C_i(x, y, z, \tau)$  – распределение поля концентраций.

Изопотенциальные поверхности не могут пересекаться. В противном случае в точках пересечения существовали бы несколько значений потенциалов, что физически невозможно.

Поля потенциалов подразделяют на **стационарные и нестационарные**.

### 1.5 Стационарные поля потенциалов

Если поле не зависит от времени  $\tau$ , то оно стационарно.

$\Pi = \Pi(x, y, z); \frac{d\Pi}{d\tau} = 0$  – поле потенциала не зависит от времени.

$T = T(x, y, z); \frac{dT}{d\tau} = 0$  – стационарное температурное поле.

Различают: **трехмерное, двумерное и одномерное** температурные поля.

Если поле не зависит ещё и от координаты  $z$ , тогда вышеприведённые зависимости приобретают вид:

$\Pi = \Pi(x, y)$  при  $\frac{d\Pi}{d\tau} = \frac{d\Pi}{dz} = 0$  - двумерное стационарное поле потенциала;

$T = T(x, y)$  при  $\frac{dT}{d\tau} = \frac{dT}{dz} = 0$  - двумерное стационарное поле температур;



$T = T(x)$  при  $\frac{dT}{dx} = \frac{dT}{dy} = \frac{dT}{dz} = 0$  - одномерное стационарное поле температур.

Для двумерного поля потенциала изопотенциальные поверхности вырождаются в изопотенциальные линии (рис. 1.12), а для одномерного поля – в точки.

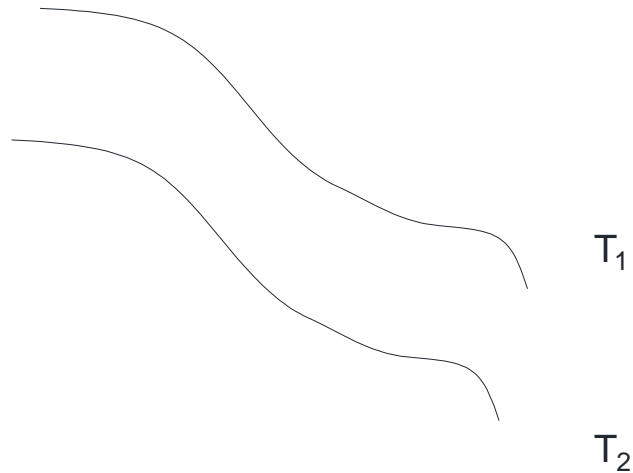


Рис. 1.12. Профили двумерного поля температуры.

Основная задача тепломассообмена сводится к нахождению полей потенциалов (необходимо определить вид функций).

### 1.6 Нестационарные поля потенциалов

Если поле зависит от времени, то оно называется нестационарным (неустановившимся).

$\Pi = \Pi(x, y, z, \tau)$  – нестационарное поле выбранного потенциала;

$T = T(x, y, z, \tau)$  – нестационарное поле температуры,

$\vec{w} = \vec{w}(x, y, z, \tau)$  – нестационарное поле скоростей.

Если поле не зависит от координаты  $z$ , тогда зависимости приобретают вид:

$\Pi = \Pi(x, y, \tau)$  при  $\frac{d\Pi}{dz} = 0$  - двумерное нестационарное поле потенциала;

$T = T(x, y, \tau)$  при  $\frac{dT}{dz} = 0$  - двумерное нестационарное поле температур;

$T = T(x, \tau)$  при  $\frac{dT}{dy} = \frac{dT}{dz} = 0$  - одномерное нестационарное поле температур.

## 1.7 Градиент потенциалов

Пусть температура меняется в плоскости  $xOz$  (рис. 1.11).

Совокупность значений потенциала одинаковой величины образует изопотенциальную поверхность.

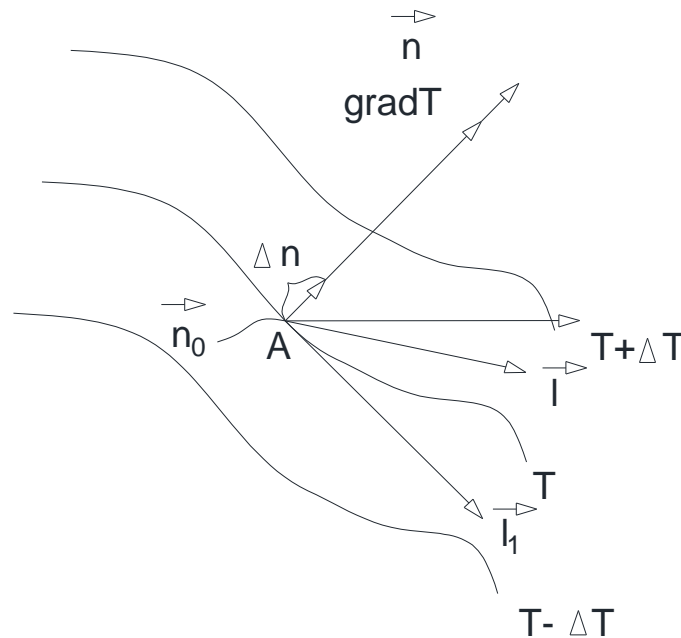


Рис. 1.13. Схема изотермических поверхностей, направлений изменения температуры, направления нормали к изотермической поверхности и градиента температуры.

Наиболее интенсивно температура изменяется в направлении  $n$  по нормали к изотермам (рис. 1.13).

Предел отношения изменения температуры  $\Delta T$  к расстоянию  $\Delta n$  между изотермами по нормали при условии, что  $\Delta n \rightarrow 0$ , называется температурным градиентом, то есть:

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta n} \vec{n}_0 = \frac{dT}{dn} \vec{n}_0 = \text{grad } T \quad (1.11)$$

Температура – скалярная величина, а  $\text{grad}$  – величина векторная.

**Градиент температуры  $\text{grad } T$**  – это вектор, точка приложения которого расположена на изотермической поверхности, направлен по нормали к этой поверхности в сторону возрастания температуры. Градиент по модулю представляет собой максимальную интенсивность изменения температуры по направлению  $n$  (то есть по нормали).

$\text{grad } T$  имеет размерность градус/м (К/м, °С/м).

**Градиент концентрации  $\text{grad } C_i$**  – это вектор, точка приложения которого расположена на поверхности постоянной концентрации, направлен по нормали к этой поверхности в сторону возрастания концентрации.

$\text{grad } C_i$  имеет размерность (кг/м<sup>3</sup>)/м = кг/м<sup>4</sup>, (г/м<sup>3</sup>)/м.

Определим значения градиента по трём направлениям.

$$A = A_x \cdot \vec{i} + A_y \cdot \vec{j} + A_z \cdot \vec{k}, \quad (1.12)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы.

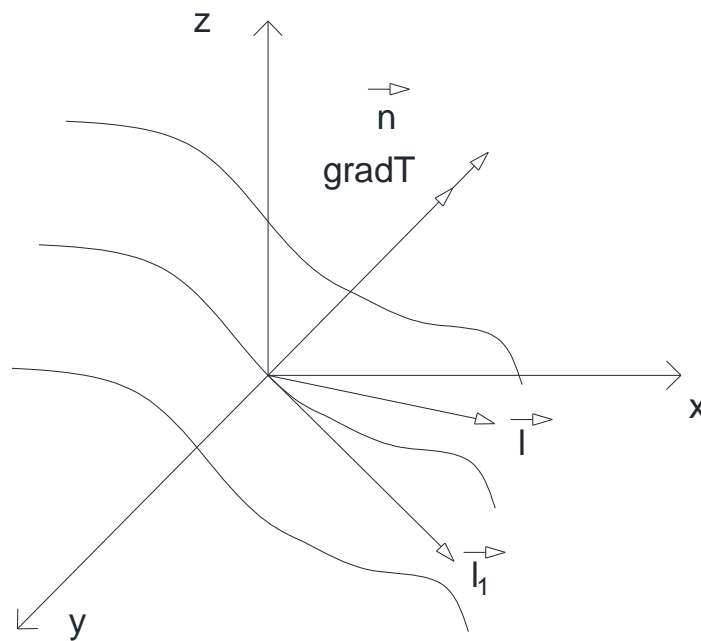


Рис. 1.14. Схема температурного поля, направления нормали и градиента температуры.

Рассмотрим изменение температуры по трём направлениям.

$$(\text{grad } T)_x = \frac{dT}{dn} \cos(\vec{n} \wedge \vec{x}) = \frac{dT}{dx}$$

$$(\text{grad } T)_y = \frac{dT}{dn} \cos(\vec{n} \wedge \vec{y}) = \frac{dT}{dy}$$

$$(\text{grad } T)_z = \frac{dT}{dn} \cos(\vec{n} \wedge \vec{z}) = \frac{dT}{dz}$$

Для трёхмерных температурных полей модуль градиента имеет вид:

$$|\text{grad } T| = \sqrt{\left(\frac{dT}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dT}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dT}{dz}\right)^2} \quad (1.13)$$

В общем случае:

$$\text{grad } T = \frac{dT}{dx} \vec{i} + \frac{dT}{dy} \vec{j} + \frac{dT}{dz} \vec{k} \quad (1.14)$$

Для двумерных температурных полей модуль градиента имеет вид:

$$T = T(x, y, \tau); \frac{dT}{dz} = 0$$

$$\text{grad } T = \frac{dT}{dx} \vec{i} + \frac{dT}{dy} \vec{j}$$

Для одномерного поля:

$$T = T(x, \tau); \frac{dT}{dy} = \frac{dT}{dz} = 0$$

$$\text{grad } T = \frac{dT}{dx} \vec{i}$$

Если поле одномерное стационарное:

$$T = T(x); \frac{dT}{d\tau} = \frac{dT}{dy} = \frac{dT}{dz} = 0$$

$$\text{grad } T = \frac{dT}{dx} = A = \text{const.}$$

### 1.8 Законы Фурье, Фика, Ома, закон трения Ньютона

Плотность потока любой субстанции, переносимой микроскопическим способом прямо пропорциональна градиенту соответствующего потенциала.

Исследуя явление теплопроводности в твёрдых телах, французский учёный Жан Батист Жозеф Фурье установил, что количество переданной теплоты теплопроводностью пропорционально падению температуры и площади сечения, перпендикулярного направлению теплового потока:

$$Q_m = - \lambda \cdot \frac{dT}{dn} \cdot F \quad (1.15)$$

Плотность потока теплоты  $q_m$ , Вт/м<sup>2</sup>, прямо пропорциональна градиенту температуры:

$$\vec{q}_m = - \lambda \text{ grad } T \quad (1.16)$$

Формула (1.16) –закон Фурье.

Интенсивность концентрационной (молярной) диффузии характеризуется плотностью диффузионного потока массы вещества  $j_{i,D}$ , кг/(м<sup>2</sup>·с), которая определяется законом Фика:

$$j_{i,D} = - D_i \text{ grad } C_i \quad (1.17)$$

Формула (1.17) – закон Фика

Плотность электрического тока  $i$ ,  $A/m^2$ , определяется по зависимости:

$$i = -\gamma \text{ grad } U \quad (1.18)$$

Формула (1.18) – закон Ома

Напряжение трения  $s$ ,  $N/m^2$ , прямо пропорционально градиенту скорости потока:

$$s = \mu \text{ grad } \vec{w} \quad (1.19)$$

Формула (1.19) - закон трения Ньютона.

Все реальные жидкости обладают вязкостью. Между частицами или слоями, движущимися с различными скоростями, всегда возникает сила внутреннего трения, противодействующая движению. Согласно закону Ньютона эта касательная сила  $s$ , Па (отнесённая к единице поверхности), действует в любой точке потока в плоскости, ориентированной по течению, пропорциональна изменению скорости в направлении нормали к этой плоскости:

$$s = \mu \frac{dW}{dn} \quad (1.20)$$

Напряжение трения  $s$  – сила, действующая на единицу поверхности  $1m^2$  по касательной к этой поверхности.

Запишем решение для  $\text{grad } \vec{w}$  в виде матрицы:

$$\text{grad } \vec{w} = \begin{vmatrix} \frac{dw_x}{dx} & \frac{dw_x}{dy} & \frac{dw_x}{dz} \\ \frac{dw_y}{dx} & \frac{dw_y}{dy} & \frac{dw_y}{dz} \\ \frac{dw_z}{dx} & \frac{dw_z}{dy} & \frac{dw_z}{dz} \end{vmatrix} \quad (1.21)$$

Скорость  $w$  по направлению движения потока (вдоль оси  $Ox$ ) будет изменяться только по оси ординат  $Oy$  (рис. 1.9). Тогда напряжение трения будет зависеть только от одной переменной  $s = \mu \frac{dW_x}{dy}$ .

При  $\frac{dW_x}{dy} = 1$ , численно напряжение трения  $s = \mu$ .

Коэффициентами пропорциональности в этих законах выступают:

- 1)  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);
- 2)  $D_i$  – коэффициент диффузии  $i$ -го компонента, м<sup>2</sup>/с;
- 3)  $\gamma = \frac{1}{\rho}$  – удельная электропроводность, (Ом·м)<sup>-1</sup>,  
 $\rho$  – удельное электрическое сопротивление, Ом·м<sup>2</sup>/м ;
- 4)  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости (коэффициент вязкости или динамическая вязкость), Н·с/м<sup>2</sup>.

В уравнения гидродинамики и теплопередачи часто входит отношение динамического коэффициента вязкости  $\mu$  к плотности  $\rho$ , называемое кинематическим коэффициентом вязкости (кинематическая вязкость) и обозначаемое  $\nu$ , м<sup>2</sup>/с:  $\nu = \mu / \rho$ .

Знак минус «-» в законах Фурье, Фика и Ома указывает на то, что градиент потенциала направлен в сторону возрастания потенциала, а плотность потока субстанции – в сторону уменьшения потенциала (рис. 1.15).

Таким образом, связь этих законов состоит в формальной аналогии, т.к. в случае с диффузией разность концентраций играет ту же роль, что и разность температур в явлении теплопроводности и разность потенциалов в явлении электрического тока.

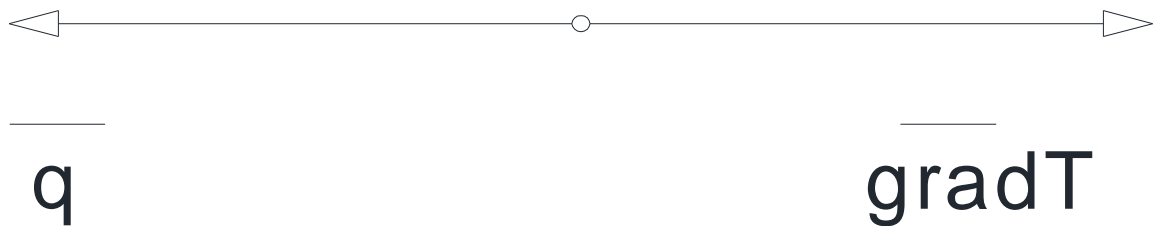


Рис. 1.15. Схема направлений теплового потока и градиента температуры.

$$\text{grad } T = \frac{dT}{dn}, \left[ \frac{\text{градус}}{\text{м}} \right]$$

$$\text{grad } C_i = \frac{dC_i}{dn}, \left[ \frac{\text{кг}}{\text{м}^4} \right]$$

$$\text{grad } P = \frac{dP}{dn}, \left[ \frac{\text{В}}{\text{м}^3} \right]$$

## 1.9 Теплопроводность

В законе Фурье коэффициентом пропорциональности выступает коэффициент теплопроводности  $\lambda \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{град}} \right]$ , который определяется опытным путём для каждого материала и вещества.

**Коэффициент теплопроводности** материала  $\lambda$  численно равен количеству теплоты, передаваемой через стенку, выполненную из этого материала, в единицу времени 1 сек., через единицу площадью в  $1 \text{ м}^2$ , при градиенте температуры в 1 градус/м.

Плотность теплового потока в скалярном виде определяется по выражению:

$$|q| = \lambda |\text{grad } T|, [\text{Вт}/\text{м}^2] \quad (1.22)$$

При одномерном температурном поле температура меняется в одном направлении, только по толщине стенки.

У материалов и веществ, которые окружают нас на Земле, коэффициент теплопроводности меняется в пределах:  $\sim 2 \cdot 10^{-2} - 4 \cdot 10^2 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

Самые хорошие проводники – металлы, самые плохие – газы.

В отличие от удельной массовой теплоёмкости смесей коэффициенты теплопроводности смеси не обладают свойством аддитивности (суммирования).

$$c = \sum_{i=1}^n g_i \cdot c_i$$

$$\lambda \neq \sum_{i=1}^n g_i \cdot \lambda_i$$

Чем больше компонентов входит в смесь (жидкостей, газов), тем ниже её коэффициент теплопроводности.

Материалы, у которых  $\lambda$  меньше 0,2 называют теплоизоляторами.

Чем меньше коэффициент теплопроводности, тем менее прочен материал.

Коэффициент теплопроводности можно условно считать постоянной величиной, если диапазон изменения температуры не очень широк ( $\Delta t \sim 100^\circ\text{C}$ ).

В общем случае коэффициент теплопроводности материала зависит от температуры  $\lambda=f(t)$ .

Для чистых материалов с ростом температуры коэффициент теплопроводности уменьшается.

У сталей для одних марок с ростом температуры коэффициент теплопроводности растёт, у других марок, наоборот, падает в зависимости от процентного содержания углерода.

### 1.10 Диффузия

Многие процессы теплообмена, происходящие в природе и технике, сопровождаются переносом массы вещества. В таких процессах наблюдается не только передача теплоты внутри материала, но одновременно перемещение вещества одного компонента в другом веществе, т.е. происходит массоперенос или диффузия. Диффузия – это самопроизвольный процесс проникновения одного вещества в другое в направлении установления внутри их равновесного распределения концентрации. При молекулярной диффузии происходит перенос вещества вследствие теплового движения молекул. При молярной диффузии перенос происходит путем интенсивного перемещения частей (молей) взаимодействующих веществ.

Переход веществ из одной фазы вещества в другое вещество вследствие молекулярной и молярной диффузии, называется **массообменом**.

Вещества в смеси по всем направлениям имеют различную концентрацию, но каждое химически однородное вещество движется в направлении меньшей концентрации, а концентрация этих веществ в смеси выравнивается. Такая **диффузия** называется **концентрационной**.

**Тепловая диффузия** – это молекулярная диффузия, происходящая при неоднородном распределении температур.

**Барродиффузия** – это диффузия, возникающая от различных перепадов давления. Характерна только для больших перепадов давлений.

Коэффициент диффузии  $D_i$ , м<sup>2</sup>/с, в законе Фика определяется опытным путем.

$$\vec{J}_{i,d} = - D_i \cdot \text{grad } C_i$$



Максимальный коэффициент диффузии у газообразных тел, минимальный – у твердых тел.

Перенос тепловой энергии и массы может быть осуществлен между телами в вакууме.

Реальные тела состоят из микрочастиц, находящихся в хаотичном движении с непостоянной скоростью. Это движение молекул в веществе обеспечивает определённую температуру  $t$ .

### 1.11 Лучистый теплообмен

Лучистый теплообмен (радиационный теплообмен) осуществляется за счёт теплового излучения тел. **Лучистый (радиационный) теплообмен** - это процесс распространения теплоты с помощью электромагнитных волн, обусловленный только температурой и оптическими свойствами излучающего тела. При этом внутренняя энергия тела (среды) переходит в энергию излучения. Процесс превращения внутренней энергии вещества в энергию излучения, переноса излучения и его поглощения веществом называется теплообменом излучением (лучистым теплообменом или радиационным теплообменом).

В любом теле, находящемся при температуре  $t > 0^{\circ}\text{C}$  часть внутренней тепловой энергии непрерывно превращается в энергию электромагнитного излучения. Эта электромагнитная лучистая энергия покидает излучающие тела, попадая на другие окружающие предметы. Это излучение частично поглощается, частично отражается, частично пропускается (в прозрачных конструкциях) и поглощаемая часть энергии снова в предмете трансформируется в тепловую энергию.

В промышленных зданиях определяют лучистый теплообмен от нагретого оборудования.

При закрытых дверях загрузочных отверстий теплопоступления считаются аналогичным образом, как и для стен. При открывании двери загрузочного отверстия печи (рис.1.16) в помещение поступает мощный радиационный поток,

который рассчитывается по уравнению Стефана-Больцмана с учётом облученности соответствующих поверхностей.

Удельный тепловой поток от загрузочного отверстия при открывании дверей определяется по зависимости:

$$q_{\text{отв}} = \phi_{\text{отв}} \cdot C_0 \left( \frac{T_n}{100} \right)^4. \quad (1.23)$$

Тоннель загрузочного отверстия оказывает диафрагирующее действие на лучистый тепловой поток, поэтому он рассчитывается с учетом коэффициента облученности  $\phi_{\text{отв}}$ , который определяется из графиков в зависимости от геометрических размеров отверстия:

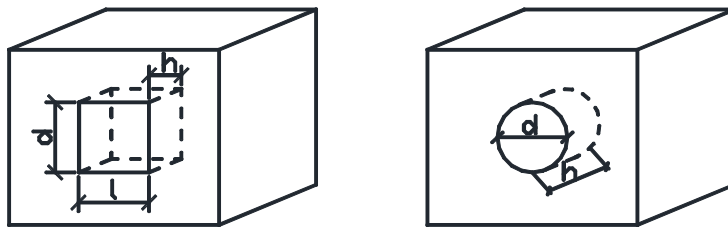


Рис. 1.16. Конструкции дверей термических печей

$$\phi_{\text{отв}} = f\left(\frac{h}{d}\right).$$

Полный тепловой поток вычисляется по зависимости:

$$Q_{\text{отв}} = q_{\text{отв}} \cdot F_{\text{отв}}. \quad (1.24)$$

Радиационное излучение из отверстия оказывает дискомфорт на рабочем месте, поэтому для исключения перегрева поверхности тела человека проектируются специальные системы воздушного душирования для оборудования:

- при тепловом потоке  $140 \text{ Вт/м}^2$  - при постоянном пребывании человека на рабочем месте;

- при тепловом потоке  $350 \text{ Вт/м}^2$  и - более при периодическом пребывании человека на рабочем месте.

Удельный тепловой поток на рабочее место определяется по формуле:

$$q_{\text{р.м.}} = \Phi_{\text{р.м.}} \cdot q_{\text{отв}}, \quad (1.25)$$

а полный тепловой поток, падающий на рабочее место рассчитывается по выражению:

$$Q_{\text{р.м.}} = \Phi_{\text{р.м.}} \cdot Q_{\text{отв}} = \Phi_{\text{р.м.}} \cdot \phi_{\text{отв}} \cdot C_o \cdot \left( \frac{T}{100} \right)^4 \cdot F_{\text{отв}}. \quad (1.26)$$

## 2. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОБМЕНА И ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

### 2.1 Основные уравнения конвекции (уравнения Навье-Стокса)

Процесс конвекции происходит по основным законам сохранения массы, количества движения и энергии. Основные уравнения получаются из этих законов путём применения их к некоторому контрольному объёму, представляющему собой область, выделенную в пространстве, через границы которой может переноситься масса, количество движения и энергия и внутри которой может происходить изменение этих физических величин.

Приравнивая суммарный расход втекающей жидкости к приросту массы жидкости, содержащейся в контрольном объёме, получим уравнение неразрывности (или сплошности) потока:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V_z) = -\frac{\partial \rho}{\partial \tau}, \quad (2.1)$$

где  $\tau$  - время, с.

В векторной форме получаем:  $\nabla \cdot (\rho V) = -\frac{\partial \rho}{\partial \tau}$ .

Если плотность жидкости постоянна, что имеет место в жидкости при малых изменениях температуры и давления, то  $\nabla \cdot V = 0$ , или в декартовых координатах:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (2.2)$$

Применив к контрольному объёму закон сохранения количества движения, получим:

$$\rho \frac{DV_x}{D\tau} = \rho \left[ V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_x}{\partial \tau} \right], \quad (2.3)$$

где  $D / D\tau$  - субстанциональная, или индивидуальная, производная. Она определяет изменение составляющей скорости  $V_x$  жидкой частицы при её движении в потоке и, следовательно, связана с ускорением элемента жидкости.

Она выражается через локальные производные в поле потока, как это написано

выше, или в векторной форме  $\frac{DV}{D\tau} = \frac{\partial V}{\partial \tau} + (V \cdot \nabla) \cdot V$ , где  $(V \cdot \nabla)$  – производная по

направлению, определяющая конвективный перенос, связанный с изменением данной величины в направлении вектора  $V$ . Поэтому она относится к конвективному процессу или к течению жидкости, тогда как первый член  $\partial V / \partial t$  характеризует изменение скорости со временем и, следовательно, нестационарность. Производная по направлению вводит нелинейность в течение жидкости и в процессы конвективного теплообмена.

При введении стоксовых соотношений для напряжений уравнение количества движения, или уравнение движения, в случае течения с постоянной плотностью, то есть при  $\nabla \cdot V = 0$ , в векторной форме записывается следующим образом:

$$\rho \frac{DV}{Dt} = F - \nabla p + \mu \nabla^2 V, \quad (2.4)$$

где  $F$  – объёмная сила, приложенная к единице объёма (результат воздействия гравитационного поля),  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости жидкости.

При вынужденной конвекции в жидкости с постоянными физическими свойствами течение не зависит от поля температур и, следовательно, от переноса энергии. В случае естественной конвекции задача всегда является совместной, так как течение возникает в первую очередь, в результате переноса энергии и образования вследствие этого поля температур.

При изучении конвективного теплообмена выведенное на основе закона сохранения энергии уравнение энергии вместе с уравнениями неразрывности и движения определяет поле температур в потоке и, следовательно, тепловые потоки. Наиболее часто применяемая форма записи уравнения энергии, выведенного при рассмотрении бесконечно малого контрольного объёма:

$$\rho \cdot c_p \frac{Dt}{Dt} = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla t) + Q + \beta \cdot T \frac{Dp}{Dt}, \quad (2.5)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности жидкости;  $Q'$  – количество тепла, выделяемого на единицу объёма некоторым источником энергии;  $c_p$  – удельная теплоёмкость при постоянном давлении;  $t$  – температура;  $\beta$  – коэффициент теплового объёмного расширения жидкости;  $\beta = (-1 / \rho) (\partial \rho / \partial T)_p$ .

Для идеальных газов  $\beta = 1 / T$ .

Система уравнений (2.2) - (2.5) называется уравнениями Навье – Стокса.

В случае равенства нулю объёмной вязкости основные определяющие уравнения для нахождения полей скорости и температуры в процессе теплообмена в условиях естественной конвекции имеют вид:

$$\frac{D\rho}{D\tau} + \rho \nabla \cdot V = 0, \quad \rho \frac{DV}{D\tau} = F - \nabla p + \mu \nabla^2 V, \quad \rho c_p \frac{Dt}{D\tau} = \nabla \cdot (\lambda \nabla t) + Q' + \beta \Gamma \frac{Dp}{D\tau}. \quad (2.6)$$

В обычном анализе свободной конвекции общие уравнения сводятся к так называемым уравнениям пограничного слоя путём оценки порядка величины членов исходных уравнений. Однако для рассматриваемой задачи ламинарного свободноконвективного следа такие упрощения не приемлемы из-за больших значений величин кромки пластины. В этом случае необходимо решать следующие уравнения Навье – Стокса для плоского течения:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0, \quad (2.7)$$

$$\rho \cdot \left( V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) = \beta \cdot \rho \cdot g \cdot (t - t_\infty) - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \right), \quad (2.8)$$

$$\rho \cdot \left( V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right), \quad (2.9)$$

$$\rho \cdot c_p \cdot \left( V_x \frac{\partial t}{\partial x} + V_y \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right). \quad (2.10)$$

Отметим, что уравнения (2.7) - (2.10) относятся к эллиптическому типу и их решение требует задания граничных условий на всей замкнутой границе рассматриваемой области.

При естественной конвекции основная движущая сила обусловлена наличием поля температуры и концентрации. Изменение температуры приводит к изменению плотности, что влечёт за собой появление выталкивающей силы, образующейся из-за наличия поля объёмной силы. В случае гравитационного поля объёмная сила  $F = \rho g$ , где  $g$  – сила, отнесённая к единице массы жидкости. Течение возникает именно из-за изменения  $\rho$ , а если этим изменением пренебречь, то течения не будет. Поле температуры связано с течением, и все написанные выше уравнения связаны друг с другом через изменение плотности  $\rho$ . Поэтому для получения распределений скорости, температуры и давления в пространстве и во времени, то есть полей указанных параметров, нужно решать

уравнения совместно.

Местное статическое давление  $p_{ст}$  в уравнении движения можно представить двумя членами – гидростатическим (атмосферным) давлением  $p_a$  и динамическим давлением  $p_d$ , связанным с движением жидкости:  $p_{ст} = p_a + p_d$ . Первое связано с объёмной силой, действующей на жидкость, и оно создаёт течение. Поэтому в гравитационном поле оно определяется формулой  $\nabla p_a = \rho_a \cdot g$ , где  $\rho_a$  – плотность окружающей среды. Давление  $p_d$  представляет собой динамическую составляющую, обусловленную течением. В случае вертикальных течений под действием выталкивающей силы в уравнении движения  $F - \nabla p = (\rho_a - \rho) \cdot g - \nabla p_d$ . Ввиду зависимости плотности от температуры написанное выражение связывает уравнение движения и энергии.

## 2.2 Дифференциальное уравнение неразрывности или сплошности (закон сохранения массы)

Как было сказано выше существует три способа переноса теплоты: конвекция, теплопроводность, лучистый теплообмен.

В частности, при переносе теплоты конвекцией и теплопроводностью, суммарная величина плотности теплового потока будет равна:

$$\vec{q} = \vec{q}_k + \vec{q}_m = \rho \vec{w} c_p T - \lambda \text{grad } T \quad (2.11)$$

Эта зависимость справедлива для любой  $m$  текучей жидкости.

Плотность теплового потока в любой  $m$  текущей жидкости находится после того, как будет определено поле скоростей и поле температуры в этой жидкости (рис.2.1).

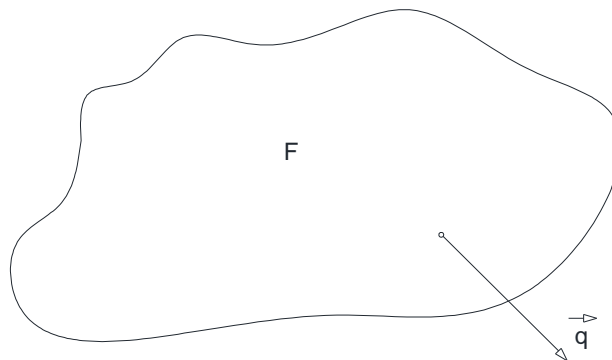


Рис. 2.1. Расчётная схема теплопереноса с поверхности жидкости.

$$Q = \int_F q dF$$

$$Q' = \int_0^\tau \int_F q dF d\tau$$

Рассмотрим произвольно текущую жидкость с постоянными физическими свойствами.

Выберем систему координат  $x, y, z$ , относительно которой движется эта жидкость (рис.2.2).

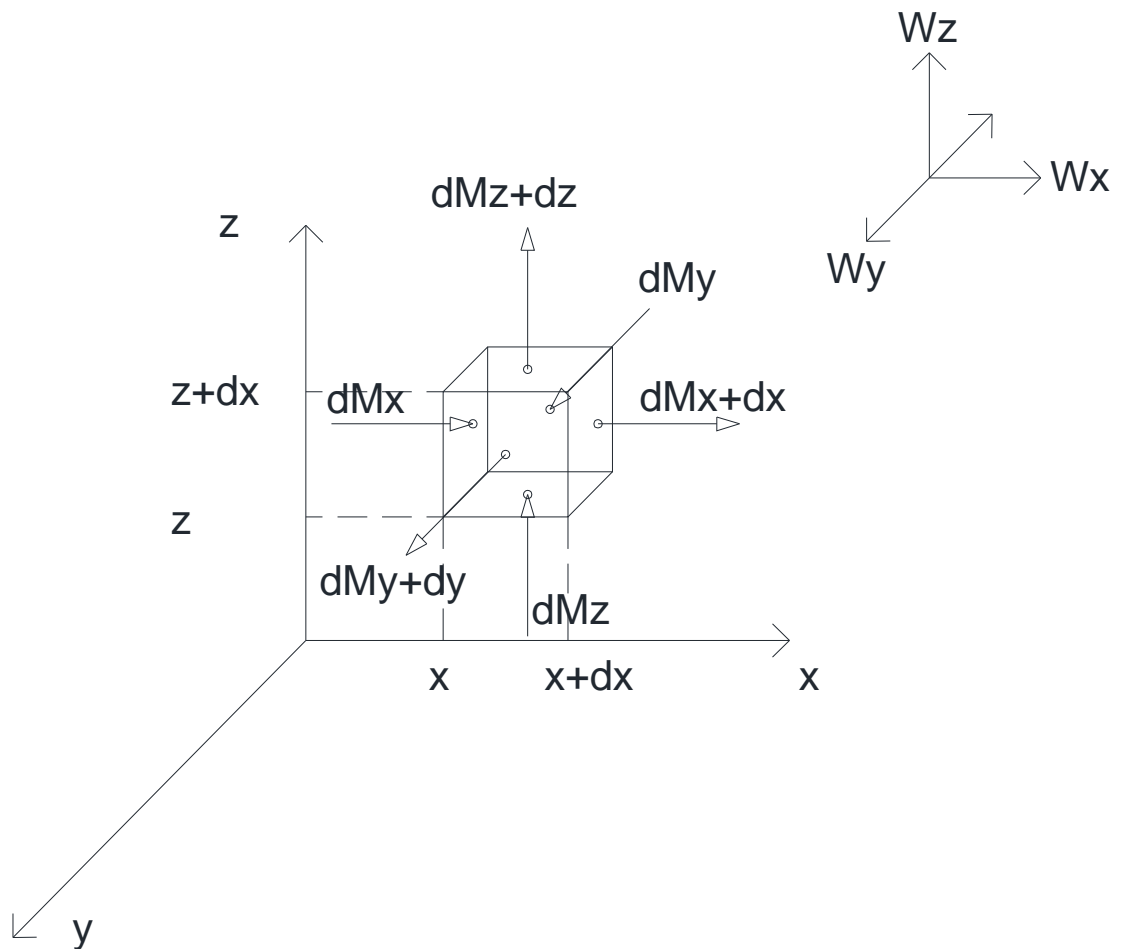


Рис. 2.2. Расчётная схема потоков массы, проходящих через элементарный объём.

Выделим элементный объём.

$dV = dx \cdot dy \cdot dz$  – бесконечно малый объём.

Составим системы уравнений количества входящей и выходящей массы жидкости по каждой грани элементарного объёма и соответствующим осям системы координат.



$$\begin{cases} dM_x = \rho w_x dy dz d\tau \\ dM_{x+dx} = \rho w_{x+dx} dy dz d\tau \end{cases}
\begin{cases} dM_y = \rho w_y dx dz d\tau \\ dM_{y+dy} = \rho w_{y+dy} dx dz d\tau \end{cases}
\begin{cases} dM_z = \rho w_z dx dy d\tau \\ dM_{z+dz} = \rho w_{z+dz} dx dy d\tau \end{cases}
\quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} dM_I &= dM_{x+dx} - dM_x = (\rho w_{x+dx} - \rho w_x) dy dz d\tau \\ dM_{II} &= dM_{y+dy} - dM_y = (\rho w_{y+dy} - \rho w_y) dx dz d\tau \\ dM_{III} &= dM_{z+dz} - dM_z = (\rho w_{z+dz} - \rho w_z) dx dy d\tau \end{aligned}
\quad (2.3)$$

В силу неразрывности текущей среды, любые величины ( $t$ ,  $P$ ,  $v$  – проекции пути потока массы на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) будут непрерывными функциями координат.

$$\vec{q} = q_k + q_\tau = \rho \vec{w} \cdot c_p \cdot T - \lambda \text{grad} T$$

$$\vec{q}_i = q_{Ki} + q_{Di} = \rho \vec{w} - D_i \text{grad} C_i$$

$$dM_I = (\rho w_{x+dx} - \rho w_x) dy dz d\tau = \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial x} \cdot dV \cdot d\tau$$

$$dM_{II} = (\rho w_{y+dy} - \rho w_y) dx dz d\tau = \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial y} \cdot dV \cdot d\tau \quad (2.4)$$

$$dM_{III} = (\rho w_{z+dz} - \rho w_z) dx dy d\tau = \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial z} \cdot dV \cdot d\tau$$

Поэтому непрерывные функции можно разложить в ряд Тейлора:

$$\rho w_{x+dx} = \rho w_x + \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial x} \cdot dx + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2(\rho W_x)}{\partial x^2} (dx)^2 \quad (2.5)$$

Так как  $dx$  – бесконечно малая величина, то в этом разложении в ряд Тейлора можно ограничиться двумя первыми слагаемыми (рис.2.3), пренебрегая величинами второго, третьего и так далее из-за порядка малости.

Ограничиваемся двумя первыми членами ряда.

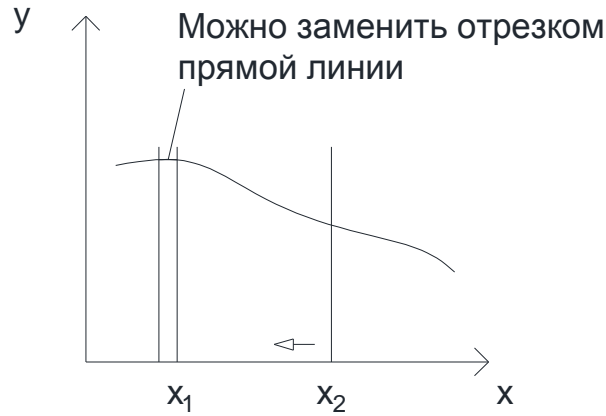


Рис. 2.3. Схема пошаговых малых элементов.

Тогда результирующее превышение вытекающей массы над втекающей по всем направлениям  $dV$  за время  $\tau$  составляет:

$$dM = dM_I + dM_{II} + dM_{III} = \left[ \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial z} \right] dV \cdot d\tau \quad (2.6)$$

$$dM = - \frac{\partial \rho}{\partial \tau} d\tau \cdot dV \quad (2.7)$$

По закону сохранения массы это приведет к уменьшению массы в элементарном объеме  $dV$ , но так как  $dV = \text{const}$ , это должно привести к уменьшению плотности в элементарном объеме  $dV$ .

Приравнивая (2.6) и (2.7) получаем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho W_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W_z)}{\partial z} = 0 \quad (2.8)$$

Формула (2.8) – закон сохранения массы текущей жидкости (закон неразрывности или сплошности).

Анализируя это уравнение можно отметить, что в него входят 3 неизменные:

$$w_x = w_x(x, y, z, \tau)$$

$$w_y = w_y(x, y, z, \tau)$$

$$w_z = w_z(x, y, z, \tau)$$

Если текущая среда является несжимаемой, то тогда  $\rho = \text{const}$  и следовательно

$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \text{const}$ , окончательно получаем:

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0 \quad (2.9)$$

Уравнение (2.9) называется уравнением неразрывности (или сплошности) для несжимаемой жидкости.

Для капельных жидкостей (бензин, керосин) условие несжимаемости выполняется вплоть до давления  $P = 1000$  атм.

Для газообразных сред среду можно считать несжимаемой, если ее скорость не превосходит  $W \leq 0,4 W_{зв}$  (местной скорости звука)

Скорость звука  $W_{зв}$  зависит от температуры. Поэтому в разных точках будут разные физические свойства вещества. Если условие не выполняется, то надо использовать уравнение (2.8).

### 2.3 Дифференциальное уравнение энергии

Рассмотрим текущую жидкость с постоянными физическими свойствами. Выберем систему координат относительно которой движется эта жидкость (рис. 2.4).

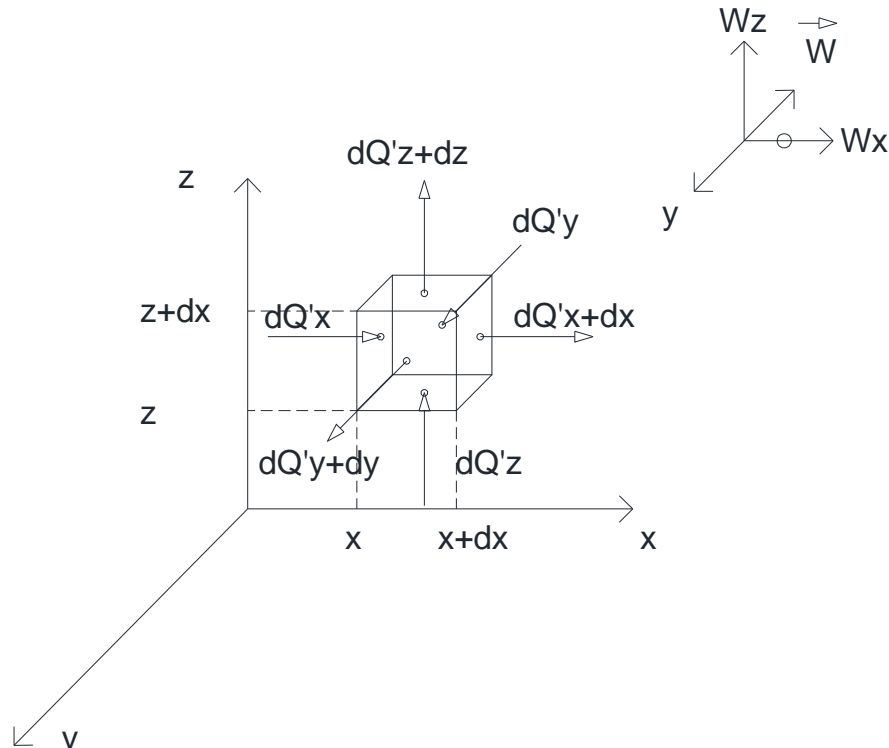


Рис. 2.4. Расчётная схема тепловых потоков, проходящих через элементарный объём.

Пусть по направлению оси  $Ox$ :

$dQ'_x$  – количество тепла, подводщего к левой грани (теплота подводится)

$dQ'_{x+dx}$  – количество тепла, отводящего от правой грани.

В общем случае в элементарном объеме  $dV$  за тот же промежуток времени  $dt$  может выделяться и поглощаться

Например, течет жидкость, состоящая из 2-х компонентов, между которыми протекает химическая реакция (эндотермическая или экзотермическая).

Текущая жидкость электропроводна и через неё пропускают электрический ток. В этом случае будет выделяться Джоулевая теплота.

Внутреннее выделение тепловой энергии характеризуется плотностью внутренних источников тепловой энергии:  $q_v$  [Вт/м<sup>3</sup>].

Электрическая мощность, превращающаяся в тепловую на внутренних источниках, равна:  $Q = I \cdot U$ .

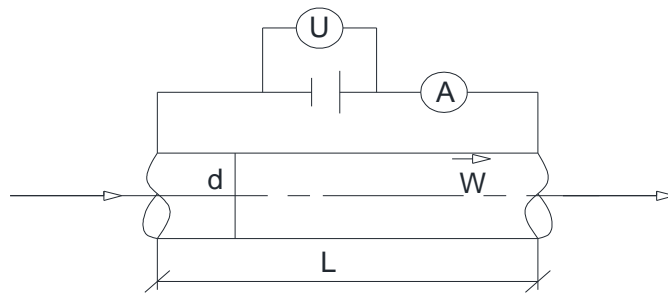


Рис.2.5. Схема для выделения тепловой энергии из воды при действии электротока.

Тогда для объема жидкости  $V$  в трубе диаметром  $d$  (рис.2.5) величина удельных тепловыделений  $q_v$  на участке трубопровода длиной  $L$  равна:

$$q_v = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 L} \quad (2.10)$$

Плотность внутренних источников – это количество тепловой энергии, которая выделяется или поглощается за единицу времени в 1 м<sup>3</sup>.

$$Q'' = q_v \cdot dV \cdot dt, \text{ [Дж]}, \quad (2.11)$$

$dQ'_x = q_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt$  – подведенная теплота по оси  $Ox$ , найденная через плотность потока теплоты.

$$\begin{cases} dQ'_{x+dx} = q_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot dt \\ dQ'_y = q_y \cdot dx \cdot dz \cdot dt \\ dQ'_{y+dy} = q_{y+dy} \cdot dx \cdot dz \cdot dt \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} dQ'_z = q_z \cdot dx \cdot dy \cdot d\tau \\ dQ'_{z+dz} = q_{z+dz} \cdot dx \cdot dy \cdot d\tau \end{cases}$$

Подведённая теплота - разность пришедшей и ушедшей теплоты по оси Ox:

$$dQ_I' = dQ'_x - dQ'_{x+dx}$$

Подведённая теплота - разность пришедшей и ушедшей теплоты по оси Oy:

$$dQ_{II}' = dQ'_y - dQ'_{y+dy}$$

Подведённая теплота - разность пришедшей и ушедшей теплоты по оси z:

$$dQ_{III}' = dQ'_z - dQ'_{z+dz}$$

Разложим проекции плотности теплового потока в окрестности составляющих точек в ряд Тейлора и ограничимся в этих разложениях двумя первыми членами ряда (линейным приближением)

$$dV = dx \cdot dy \cdot dz$$

$$dQ_I' = (q_x - q_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx) dy \cdot dz \cdot d\tau = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dV d\tau \quad (2.13)$$

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx;$$

Аналогично по другим осям:

$$dQ_{II}' = dQ'_y - dQ'_{y+dy} = -\frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot dV d\tau \quad (2.14)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot dy;$$

$$dQ_{III}' = dQ'_z - dQ'_{z+dz} = -\frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot dV d\tau \quad (2.15)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot dz;$$

Сумма этих 3-х разностей (2.13)- (2.15) соответственно равна:

$$dQ' = dQ_I' + dQ_{II}' + dQ_{III}' = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) dV d\tau \quad (2.16)$$

Суммарное количество теплоты, подведенное к элементарному объему за промежуток времени  $\tau$  будет равно:

$$dQ' = dQ_I' + dQ'' = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) dV d\tau + q_v dV \cdot d\tau \quad (2.17)$$

По закону сохранения энергии, если подвод теплоты осуществляется изобарно, то это приведёт к изменению энтальпии этого элементарного объема:

$Q = c_p \cdot M \cdot \Delta t$ . Тогда суммарное количество теплоты, полученное элементарным бѐмом за промежуток времени  $\tau$  будет находится по зависимости:

$$dQ' = c_p \rho dV \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dt \quad (2.18)$$

По закону сохранения энергии, приравнивая формулу (2.17) к (2.18), получим:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = - \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_v \quad (2.19)$$

$\vec{q} = \rho \vec{W} c_p \cdot T - \lambda \cdot \text{grad}T$  – микроскопический перенос тепла конвекцией и теплопроводностью.

Проектируя это уравнение на оси  $x, y, z$ , получим:

$$\begin{cases} q_x = \rho W_x c_p \cdot T - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \\ q_y = \rho W_y c_p \cdot T - \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \\ q_z = \rho W_z c_p \cdot T - \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases} \quad (2.20)$$

подставим зависимости (2.20) в (2.19)

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \rho c_p T \cdot \left( \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} \right) - \rho c_p \left( W_x \frac{\partial T}{\partial x} + W_y \frac{\partial T}{\partial y} + W_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v \quad (2.21)$$

где  $\rho$  и  $c_p$  - постоянные величины.

Анализируя это уравнение в соответствии с предыдущим выводом уравнения неразрывности (формула (2.19)), из которой следует, что

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0.$$

Коэффициент температуропроводности равен:  $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$ , [м<sup>2</sup>/с].

Тогда (2.21) примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial T}{\partial x} + W_y \frac{\partial T}{\partial y} + W_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q}{\rho c_p} \quad (2.22)$$

Зависимость (2.22) – это уравнение энергии в общем виде. Используя обозначения оператора Лапласа и полного дифференциала (субстациональной производной), получим:

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{DT}{d\tau} = a \nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho c_p} \quad (2.23)$$

Так как температура – это функция 4-х переменных, то полная производная температуры по времени имеют вид:

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{DT}{d\tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau} + W_x \frac{\partial T}{\partial x} + W_y \frac{\partial T}{\partial y} + W_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.24)$$

$\frac{DT}{d\tau}$  – называется субстанциональная (от среды - субстанции) производная, то есть полная производная, которая состоит из частных производных.

$\nabla^2$  - оператор Лапласа:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.25)$$

$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с.

$a$  – это теплофизическое свойство веществ, характеризующее теплоинерционные свойства, то есть как быстро самопроизвольно в данном веществе выравнивается температура.

Самое инерционное вещество на Земле – вода.

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С).

Так как коэффициент температуропроводности  $a$  прямопропорционален  $\lambda$ , то у материалов, которые имеют высокий коэффициент теплопроводности, как правило, и высокий коэффициент температуропроводности (но не всегда это справедливо).

Газообразные среды имеют малый коэффициент теплопроводности. Газообразные вещества имеют очень маленькую плотность (на 3 порядка меньше, чем у твердых и жидких), но у них достаточно высокий коэффициент температуропроводности, то есть в газах очень быстро выравнивается температура.

Рассмотрим уравнение неразрывности и уравнение энергии. Можно заметить, что в эти уравнения входят неизвестные переменные:

$$\begin{cases} W_x = W_x(x, y, z, \tau) \\ W_y = W_y(x, y, z, \tau) \\ W_z = W_z(x, y, z, \tau) \\ T = T(x, y, z, \tau) \end{cases} \quad (2.26)$$

Имеем четыре уравнения, в которые входят четыре неизвестных переменных. Поэтому система замкнута и, решая эту систему дифференциальных уравнений, определяют поля (множество решений) этих параметров.

## **2.4 Дифференциальное уравнение движения вязкой жидкости (Дифференциальные уравнения закона сохранения количества движения или уравнения Навье-Стокса)**

Для нахождения составляющих дифференциального уравнения движения вязкой жидкости применим закон сохранения количества движения. Частным случаем закона сохранения количества движения является II закон Ньютона:

$$m \frac{d\vec{W}}{d\tau} = \sum \vec{F}_i$$

$$\frac{d(m\vec{W})}{d\tau} = \sum \vec{F}_i \quad \text{– изменение количества движения при действии сил.}$$

Рассмотрим произвольно текущую жидкость с постоянными физическими свойствами.

Выберем систему координат, относительно которой движется эта жидкость. Так как для трёхмерного течения вывод получается громоздким, то поступим следующим образом. Рассмотрим одномерное течение жидкости, а полученные выводы распространим на трёхмерное течение жидкости.



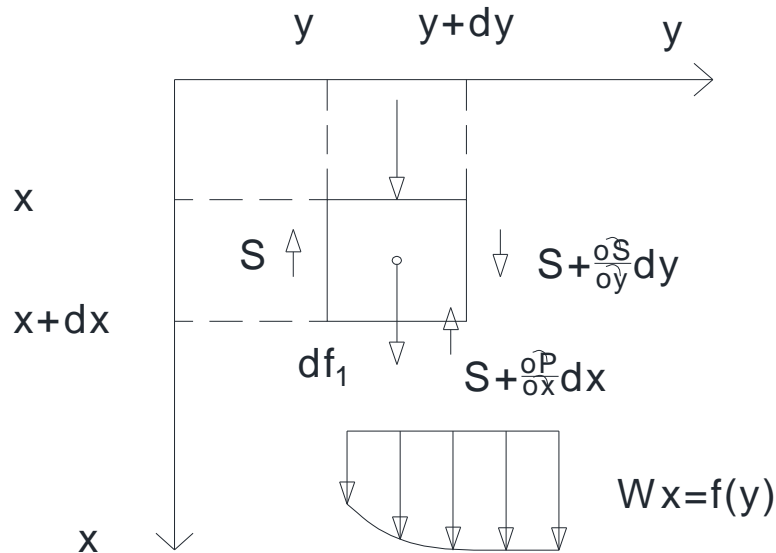


Рис. 2.6. Расчётная схема одномерного течения жидкости.

Для 3-х мерного течения выделим элементарный объём:  $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ .

Скорость в потоке изменяется только по оси  $Oy$ , закон изменения скорости произволен.

$d(m \cdot \vec{W}) = \sum \vec{F}_i dt$  – второй закон Ньютона в векторном виде.

Все силы принято подразделять на:

1. массовые или объёмные, к которым относятся гравитационные силы (силы тяжести), центробежные силы и электромагнитные силы.
2. поверхностные силы, к которым относятся силы давления и силы вязкого трения.

На рассматриваемый элементарный объём жидкости (рис. 2.6) действуют три силы: сила тяжести (гравитационная сила), равнодействующая сил давления и равнодействующая сил трения.

Гравитационные силы можно определить по зависимости:

$$df_1 = \rho dV \cdot g_x \quad (2.27)$$

Функция меняется линейно, пренебрегаем нелинейным изменением по высоте.

Проекция сил давления будет равна:

$$df_2 = P dydz - P dydz - \frac{\partial P}{\partial x} dV \quad (2.28)$$

На рис. 2.6 символ  $S$  – напряжение трения на левой грани.

Запишем значение  $S_{y+dy}$  в виде суммы:

$$S_{y+dy} = S_y + \frac{\partial S}{\partial y}$$

По закону трения Ньютона напряжение трения определяется по выражению:

$$S = \mu \frac{\partial W_x}{\partial y}.$$

Проекция сил трения на ось  $Ox$  равна:

$$df_3 = -S dx dz + S dx dz + \frac{\partial S}{\partial y} dW = \mu \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} \quad (2.29)$$

Гравитационные силы  $df_1$  (2.27) с учётом того, что  $g_x = \frac{dW_x}{d\tau}$ , можно представить:  $df_1 = \rho dV \frac{dW_x}{d\tau}$ , а масса равна  $m = \rho dV$ .

Второй закон Ньютона в скалярном виде:

$$m \frac{dW_x}{d\tau} = \sum F_{ix} \quad (2.30)$$

Подставляем (2.27), (2.28), (2.29) в соотношение (2.30), получим:

$$\frac{dW_x}{d\tau} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} \right) \quad (2.31)$$

Умножим левую и правую части (2.31) на  $\rho$ :

$$\rho \frac{dW_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} \right) \quad (2.32)$$

В случае трёхмерного течения жидкости (появится 2 добавочных направления) будем иметь:

$$\begin{cases} \rho \frac{dW_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[ \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_z}{\partial z^2} \right] \\ \rho \frac{dW_y}{d\tau} = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \nabla^2 W_y \\ \rho \frac{dW_z}{d\tau} = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 W_z \end{cases} \quad (2.33)$$

Уравнения (2.33) закона сохранения количества движения независимо друг от друга впервые вывели учёные Новье и Стокс.

Поэтому система уравнений (2.33) называются дифференциальными уравнениями закона сохранения количества движения или уравнениями Навье-Стокса.

В векторном виде (2.33) записывается:

$$\rho \frac{d\vec{W}}{d\tau} = \rho \vec{g} - \text{grad}P + \mu \nabla^2 \vec{W} \quad (2.34)$$

Зависимость (2.34) – уравнение Навье-Стокса в векторном виде.

На основании понятия о полной производной (для левых частей (2.33)) имеем:

$$\frac{dW}{d\tau} = \frac{\partial W}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial \tau} + \frac{\partial W}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial W}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial W}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \tau} = \frac{\partial W}{\partial \tau} + W_x \cdot \frac{\partial W}{\partial x} + W_y \cdot \frac{\partial W}{\partial y} + W_z \cdot \frac{\partial W}{\partial z} \quad (2.35)$$

$\frac{\partial W}{\partial \tau}$  – локальное ускорение или локальное изменение скорости в какой-либо

точке жидкости. А три члена в правой части характеризуют изменение скорости при переходе от точки к точке.

При выводе уравнения движения мы полагали, что при движении физические свойства жидкости (в том числе и плотность) постоянны, но тогда эти уравнения (2.33) и (2.34) не описывают такой важный случай течения жидкости, как естественная конвекция.

Естественная конвекция жидкостей возникает, когда в поле массовой силы (гравитационной, центробежной, электромагнитной) плотность жидкости непостоянна, а меняется от точки к точке. Чаще всего причиной непостоянной плотности является неоднородность температуры в области, где находится жидкость.

Чтобы приближенно учесть свободную конвекцию в уравнениях (2.33) будем полагать слагаемое, связанное с силой тяжести плотность линейно зависит от избыточной температуры.

$$\rho = \rho_0 [ 1 - \beta (T - T_0) ] = \rho_0 (1 - \beta \cdot \theta) , \quad (2.36)$$

обозначим перепад  $T - T_0$  через  $\theta = T - T_0$ ;

$T_0$  - известная выбранная начальная температура;

$T$  – текущая температура.

В теплотехнике используется понятие избыточной температуры, то есть отсчёт температуры ведут не от  $0^\circ\text{C}$  или  $0\text{ K}$ , а от температуры заранее произвольно выбранной. Поэтому в решениях используют перепад температуры  $\theta$ :

$$\begin{cases} \rho \frac{dW_x}{d\tau} = \rho_0 g_x - \rho_0 \beta \theta g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla^2 W_x \\ \rho \frac{dW_y}{d\tau} = \rho_0 g_y - \rho_0 \beta \theta g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \nabla^2 W_y \\ \rho \frac{dW_z}{d\tau} = \rho_0 g_z - \rho_0 \beta \theta g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 W_z \end{cases} \quad (2.37)$$

$\beta$  – температурный коэффициент объемного расширения жидкости.

$\frac{\mu}{\rho} = \nu$  – кинематическая вязкость жидкости, м<sup>2</sup>/с.

Величина  $\rho_0 g - \rho_0 \beta \theta g$  в правых частях (2.37) есть сумма силы тяжести  $\rho_0 g$ , взятой при определённой плотности, и подъёмной (архимедовой) силы  $\rho_0 \beta \theta g$ . Член  $\rho_0 g$  представляют как градиент гидростатического давления  $P_0$  в покоящейся жидкости с плотностью  $\rho_0$ . Тогда вместо градиента давления  $\frac{\partial P}{\partial x}$  можно написать  $\frac{\partial P_x}{\partial x}$  (для двух других уравнений индексы  $y$  и  $z$ ), где  $P_x = P - \rho_0 g_x$ ,  $P_y = P - \rho_0 g_y$ ,  $P_z = P - \rho_0 g_z$ . При замене  $P$  на  $P_x$  ( $P_y$  или  $P_z$ ) уравнение движения будет учитывать и член  $\rho_0 g$ .

Тогда, разделив левые и правые части на  $\rho$ , имеем:

$$\begin{cases} \frac{dW_x}{d\tau} = -\beta \theta g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_x}{\partial x} + \nu \nabla^2 W_x \\ \frac{dW_y}{d\tau} = -\beta \theta g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_y}{\partial y} + \nu \nabla^2 W_y \\ \frac{dW_z}{d\tau} = -\beta \theta g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_z}{\partial z} + \nu \nabla^2 W_z \end{cases} \quad (2.38)$$

Таким образом, конвективный перенос теплоты в движущейся жидкости описывает система пяти дифференциальных уравнений в частных производных:

- первые уравнения 1-3 – это проекции скоростей на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (2.37) или (2.38);

- 4-е – это уравнение энергии (2.22) или (2.23)

5-е – это уравнение неразрывности (закон сохранения массы) (2.8) или (2.9)

В эти 5 уравнений входят 5 неизвестных переменных:

$$\begin{cases} W_x = W_x(x, y, z, \tau) \\ W_y = W_y(x, y, z, \tau) \\ W_z = W_z(x, y, z, \tau) \\ T = T(x, y, z, \tau) \\ P = P(x, y, z, \tau) \end{cases} \quad (2.39)$$

Таким образом, система замкнута и, решая эту систему дифференциальных уравнений, определяют поля (множество решений) этих параметров. Однако дифференциальные уравнения дают бесчисленные множества решений. Чтобы из этого множества выбрать конкретное решение необходимо к этой системе дифференциальных уравнений присоединить дополнительные условия, которые математике и физике называют краевые условия или условия однозначности.

## 2.5 Дифференциальное уравнение теплопроводности

Если среда неподвижна, то проекции скорости на оси  $W_x = W_y = W_z = 0$

Тогда из уравнения энергии (2.22) или (2.23) имеем дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \frac{q_v}{\rho c_p} \quad (2.40)$$

Если внутренние источники тепла отсутствуют  $q_v = 0$ , то дифференциальное уравнение теплопроводности имеет следующий вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T \quad (2.41)$$

При стационарных условиях:  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$ .

Для стационарных задач дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad (2.42)$$

Для стационарной двумерной задачи без внутренних источников тепла дифференциальное уравнение теплопроводности примет вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad (2.43)$$

потому что при стационарной двумерной задаче:  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$

Самая простая задача теплопроводности без внутренних источников тепла для стационарного одномерного случая :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d^2 T}{dx^2} = 0, \quad (2.44)$$

так как для стационарной одномерной задаче:  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$

## 2.6 Краевые условия (условия однозначности)

Любое из дифференциальных уравнений в (2.39) имеет бесчисленное множество решений. Для того чтобы из этого множества выбрать конкретное решение, отвечающее заданию необходимо к этим уравнениям присоединить дополнительные условия, которые получили название – краевые условия.

Краевые условия задаются до решения задачи.

Существуют следующие **краевые условия**:

- 1) Геометрические условия: по ним задаются форма, размеры области, для которой разыскивается температурное поле.
- 2) Физические условия: по ним задаются теплофизические свойства материала области.
- 3) Начальные условия: они состоят в задании поля температуры в изучаемой области в некоторый начальный момент времени для  $T = T(x, y, z, \tau = 0)$ .

Начальные условия задаются только для нестационарных задач.

- 4) Граничные условия: они состоят в задании особенности сопряжения на границе области, температурного поля в изучаемой области и температурного поля за пределами этой области.

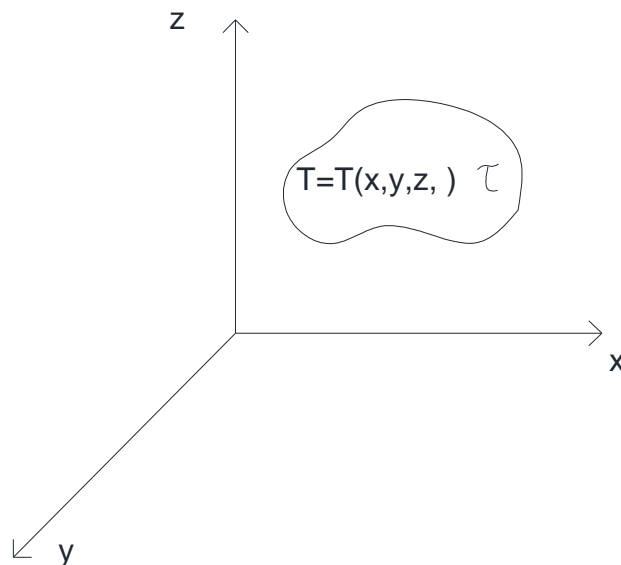


Рис. 2.7. Изучаемая область температурного поля.

Различают следующие **граничные условия**:

а) граничные условия **первого рода**, тогда в точках границы известны  $T_2 = T_2(x_2, y_2, z_2, \tau)$

б) граничные условия **второго рода**. По ним задаются в точках границы нормальные составляющие значений плотности теплового потока.

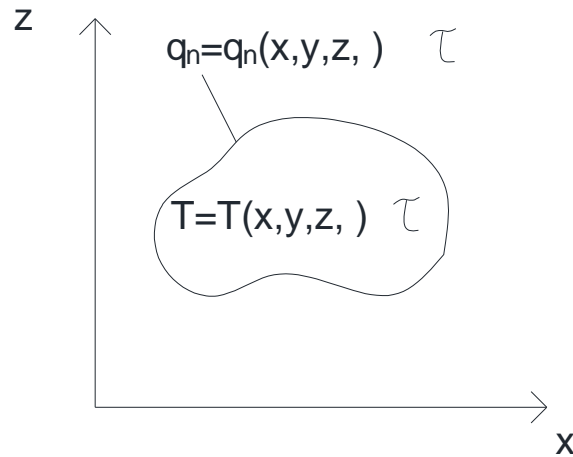


Рис. 2.8. Граничные условия второго рода

$$\vec{q} = \vec{q}_k + \vec{q}_m = \rho \vec{W} \cdot c_p T - \lambda \cdot \text{grad} T$$

в) граничные условия **третьего рода**. По ним не задаётся ни температура в точках границы, ни нормальная составляющая величины плотности теплового потока, а задаётся связь между ними, то есть физико-математическая зависимость (закон, функция).

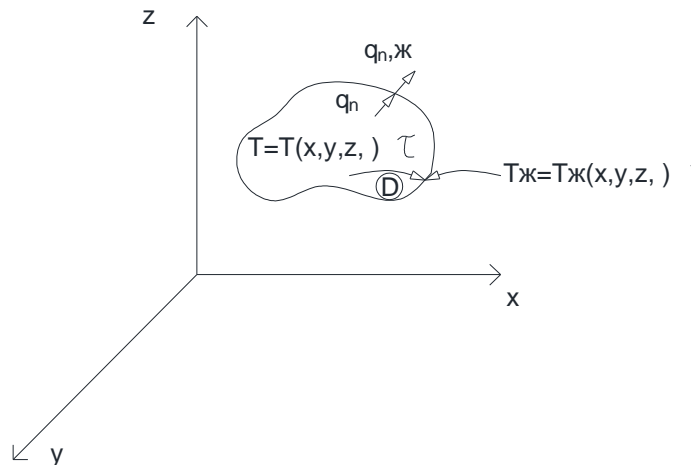


Рис. 2.9. Граничные условия третьего рода

$$q_n(x_2, y_2, z_2, \tau) = \alpha \cdot [T(x_2, y_2, z_2, \tau) - T_{ж\infty}] \quad (2.45)$$

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·°С).

Теплоотдача – это процесс переноса тепловой энергии или теплоты на границе твердой стенки и омывающей её жидкости.

$T_{ж\infty}$  - температура задана вдали от границ.

Формулу (2.45) называют законом теплоотдачи Ньютона-Рихмана. Этот закон теплоотдачи был получен опытным путем.

г) граничные условия **четвёртого рода**. Они состоят в задании сопряжения (температурного поля в изучаемой области) температуры в точках границы и нормальной составляющей плотности теплового потока.

Температура в точках границы равны  $T(x_2, y_2, z_2, \tau) = T_{жс}(x_2, y_2, z_2, \tau)$

Так как температуры в точках границы совпадают, поэтому равны и удельные тепловые потоки:

$$q_n(x_2, y_2, z_2, \tau) = q_{n,жс}(x_2, y_2, z_2, \tau)$$

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0} = -\lambda_{жс} \left( \frac{\partial T_{жс}}{\partial n} \right)_{n=0}$$

подводится      отводится  
теплота          теплота          при  $T_{жс} > T$

В точках на границе жидкость неподвижна. Имеет место наличие ламинарного подслоя, в котором передача теплоты осуществляется теплопроводностью. Толщина пограничного подслоя зависит от среды, которая обтекает стенку.

Сложность решения задач при граничных условиях 4-го рода состоит в том, что нужно одновременно разыскивать поля температур в изучаемой области и за её пределами.

Задач с такими граничными условиями решено очень мало.



### 3. ИНЖЕНЕРНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕНА

#### 3.1 Уравнение стационарной теплопроводности через однослойную плоскую стенку

В инженерной практике ограничиваются граничными условиями 1, 2, 3-го рода, которые являются частными случаями граничных условий 4-го рода.

Рассмотрим стационарную теплопроводность через однослойную плоскую стенку при граничных условиях 1-го рода.

Внутренние источники теплоты отсутствуют.

В первую очередь нужно задать условия.

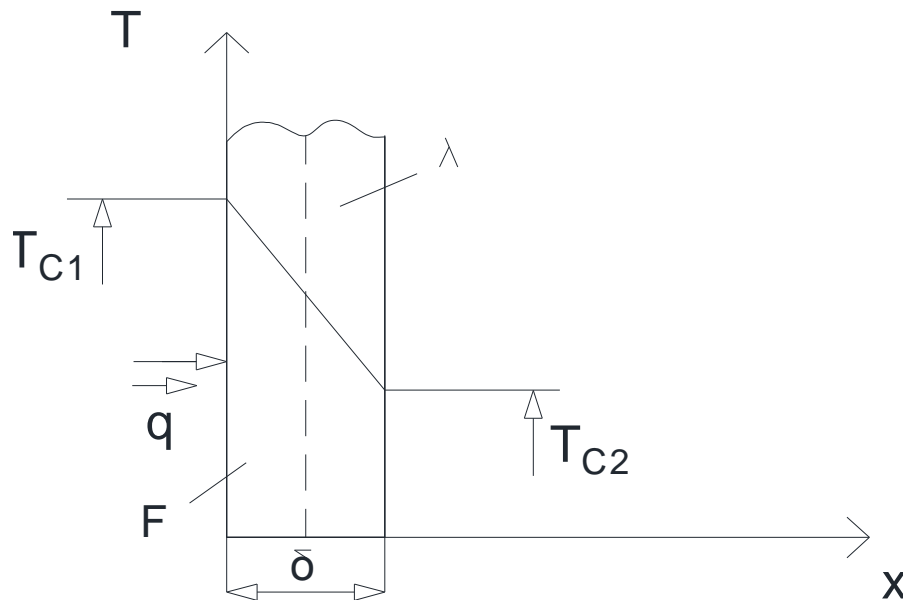


Рис 3.1. Геометрические условия стационарной теплопроводности при граничных условиях 1-го рода.

1. Геометрические условия – это рис. (3.1) с размерами
2. Задаем физическое условие (материал стенки и поверхностей):  
материал стенки однородный, температурное поле стационарное, одномерное, толщина стенки  $\delta$ , остальные размеры неограниченно велики, коэффициент теплопроводности известен  $\lambda = \text{const}$ . Температуры на поверхности стенки  $T_{C1}$  и  $T_{C2}$ .
3. Пункт отсутствует, так как задача стационарная.
4. Граничные условия заданы следующие (рис.3.1):  
- температурное поле – одномерное;

- левая граница – изотермическая;
- правая граница – изотермическая;
- температура меняется только по координате  $Ox$ .

$$\text{при } x = 0; T = T_{c1} \quad (3.1)$$

$$x = \delta; T = T_{c2} \quad (3.2)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad (3.3)$$

Нужно определить температурное поле –  $T = T(x)$ ;  $q = ?$ ,  $Q = ?$ ;  $Q' = ?$ .

Для определения температурного поля решим дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) = 0;$$

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \quad (3.4)$$

Если разделим переменные:

$$dT = C_1 \cdot dx$$

Решение дифференциального уравнения имеет вид:

$$T = C_1x + C_2 \quad (3.5)$$

Подставим в (3.5) условие (3.1), получим:

$$\text{при } x = 0: T_{c1} = C_1 \cdot 0 + C_2 \rightarrow C_2 = T_{c1} \quad (3.6)$$

Подставим в (3.5) условие (3.2), тогда

$$T_{c2} = C_1 \delta + C_2 = C_1 \delta + T_{c1}, \text{ откуда}$$

$$C_1 = \frac{T_{c2} - T_{c1}}{\delta} \quad (3.7)$$

Подставим (3.6) и (3.7) в решение (3.5):

$$T = \frac{T_{c2} - T_{c1}}{\delta} \cdot x + T_{c1} \quad (3.8)$$

Распределение температуры линейное.

Для определения плотности теплового потока используем закон Фурье:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad}T = -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{i} + 0 \text{ (частную производную можно заменить полной}$$

производной, так как проецируем только на ось  $x$ )

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda C_1 = \frac{T_{c1} - T_{c2}}{\delta/\lambda} \quad (3.9)$$

На границах поверхности плотность теплового потока одна и та же.

$R_T = \delta/\lambda$  – термическое сопротивление теплопроводности стенки,  $\text{м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}$ .

Уравнение (3.9) часто записывают в виде:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (T_1 - T_2), \quad (3.10)$$

где  $\lambda/\delta$ , - тепловая (термическая) проводимость,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;

$(T_1 - T_2)$  – температурный напор, К.

Температура в стенке изменяется линейно.

Общий поток теплоты через площадь  $F$  равен:

$$Q = q \cdot F \quad (3.11)$$

Поток теплоты в стационарной задаче будет постоянным для любой стенки, в том числе и для плоской, так как по закону сохранения энергии: подводимая энергия должна быть равна отводимой.

Но для плоской стенки площадь поверхности с левой и с правой сторон равны друг другу, следовательно и плотности тепловых потоков с обеих сторон будут равными  $q_1 = q_2$ .

Стенка работает как решето, пропуская тепловой поток.

Количество теплоты за промежуток времени  $\tau$ , с, равен:

$$Q' = Q \cdot \tau = q \cdot F \cdot \tau \quad [\text{Дж}; \text{кВт} \cdot \text{ч}] \quad (3.12)$$

### 3.2 Теплопроводность через многослойную плоскую стенку

Рассматривается многослойная плоская стенка (рис. 3.2). Количество слоев  $n$ . Слои идеально плотно прилегают друг к другу, материал в пределах каждого слоя однородный. Толщины слоев стенки  $\delta_i$ . Коэффициенты теплопроводности слоев  $\lambda_i$ . Температуры на поверхности стенки  $T_1$  и  $T_{n+1}$ .

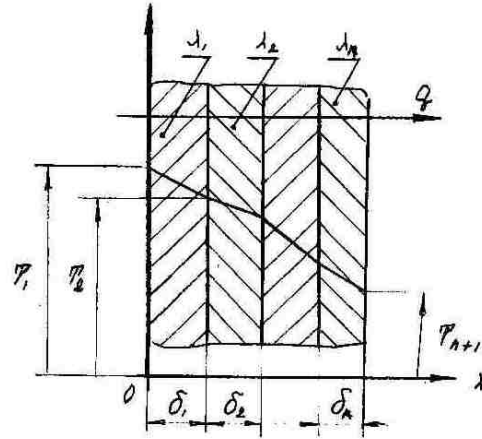


Рис. 3.2. Теплопроводность многослойной плоской стенки

Плотность теплового потока,  $Вт/м^2$ :

$$q = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (3.13)$$

Значения температур на соприкасающихся поверхностях:

$$T_n = T_1 - q \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \quad (3.14)$$

В пределах каждого слоя температура изменяется линейно, в целом же температурное поле изображается ломаной линией.

### 3.3 Теплопередача через однослойную плоскую стенку

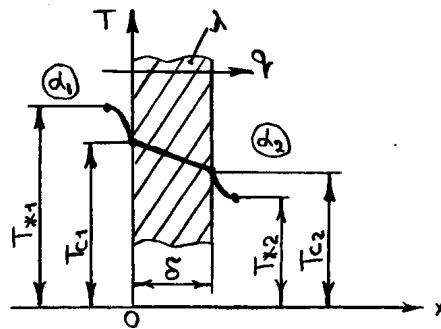


Рис. 3.3. Теплопередача через плоскую стенку

Стенка разделяет две жидкости с различной температурой:  $T_{ж1}$  и  $T_{ж2}$ ;  $T_{ж1} > T_{ж2}$ . Известны коэффициенты теплоотдачи от нагретой жидкости к стенке  $\alpha_1$  и от стенки к холодной жидкости  $\alpha_2$ . Величины  $\lambda$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $T_{ж1}$ ,  $T_{ж2}$  являются постоянными во времени и не изменяются вдоль поверхности стенки.

Плотность теплового потока, проходящего через однослойную стенку:

$$q = \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = K(T_{ж1} - T_{ж2}) \quad (3.15)$$

где:  $K$  – коэффициент теплопередачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К):

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (3.16)$$

Величину обратную коэффициенту теплопередачи называют тепловым (термическим) сопротивлением теплопередачи  $R_m$ :

$$R_r = \frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = R_{r1} + R_{r2} + R_{r3} \quad (3.17)$$

### 3.4 Теплопередача через многослойную плоскую стенку

Для случая теплопередачи через многослойную плоскую стенку:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (3.18)$$

$$R_r = \frac{1}{K} = \sum_{i=1}^n R_{ri} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \quad (3.19)$$

где:  $\delta_i$  – толщина отдельных слоев стенки;  $\lambda_i$  – коэффициент теплопроводности каждого из  $n$  слоев.

Значения температуры на внешних поверхностях стенки  $T_{c1}$  и  $T_{c2}$ :

$$T_{c1} = T_{ж1} - q \frac{1}{\alpha_1}; \quad (3.20)$$

$$T_{c2} = T_{ж2} + q \frac{1}{\alpha_2} = T_{ж1} - q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right) \quad (3.21)$$

### 3.5 Пути интенсификации процессов теплопередачи

Общий тепловой поток равен:

$$Q = K (T_{ж1} - T_{ж2}) \cdot F \quad (3.22)$$

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Как видно, коэффициент теплопередачи не может быть больше min коэффициента теплоотдачи, поэтому увеличивая коэффициент теплоотдачи, можно увеличить коэффициент теплопередачи, то есть увеличить поток через стенку.

Коэффициент теплоотдачи, прежде всего, зависит от рода текущей жидкости. Минимальные коэффициенты имеют место при течении газообразных жидкостей ( $\alpha = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$ ).

При течении капиллярных жидкостей коэффициенты теплоотдачи варьируются в пределах ( $1000 - 5000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$ ).

Наибольшие коэффициенты теплоотдачи получены при кипении и конденсации жидкости, а так же при течении жидких металлов ( $\alpha = 50000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$ ).

Теплоотдача зависит от скорости течения жидкости. Чем больше скорость, тем выше теплоотдача. Стенки теплообменных аппаратов выполняются достаточно тонкими и из материалов с большим коэффициентом теплопроводности, когда  $\frac{\delta}{\lambda} \rightarrow 0$

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_1}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2}{1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}$$

Если коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  будут отличаться на порядок соответственно

$$\alpha_1 = 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}), \text{ или } \alpha_1 = 200 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$$

$$\text{и } \alpha_2 = 1000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}), \text{ или } \alpha_2 = 10000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}),$$

$$\text{то } K' = \frac{20}{1 + \frac{20}{1000}} \approx 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$$

$$K'' = \frac{20}{1 + \frac{20}{10000}} \approx 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$$

$$K''' = \frac{40}{1 + \frac{40}{10000}} \approx 40 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$$

Для интенсификации теплопередачи необходимо увеличивать *min* коэффициент теплоотдачи, либо развивать поверхность со стороны малого коэффициента теплоотдачи.

$$q_l = \frac{T_{ж1} + T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$$

Стенки оребряют со стороны малого коэффициента теплоотдачи.

### 3.6 Стационарная теплопередача через оребренную стенку.

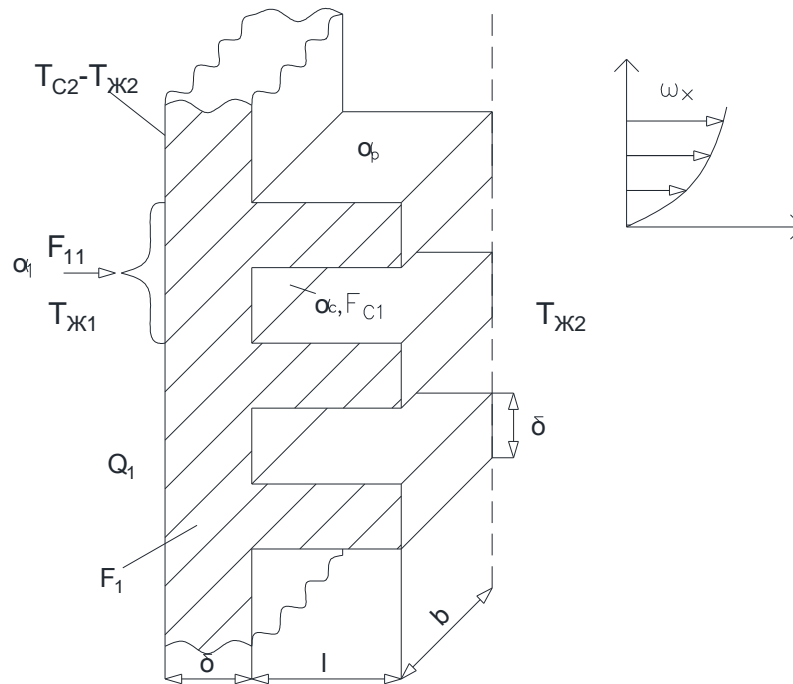


Рис. 3.4. Стационарная теплопередача через оребренную стенку

$$F_1 = n \cdot F_{11}$$

$$Q_1 = T_{с2} - T_{ж2}$$

$$U = 2 \cdot b + 2 \cdot \delta \cong 2b$$

$$f = b \cdot \delta$$

Подставим в  $m = \sqrt{\frac{\alpha_p U}{\lambda f}}$  и получим:

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_p 2b}{\lambda b \delta}} = \frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{2\alpha_p \delta}{\lambda}}$$

Критерий (число) Био:

$$Bi = \frac{\alpha_p \delta}{\lambda} - \text{число Био} \quad (3.23)$$

Безразмерные числа, состоящие из величин, заданных по условию задачи, называют критериями.

Безразмерные числа, состоящие из незаданных по условиям задачи величин, называют числами.

Физический смысл критерия Био:

$$Bi = \frac{\delta/\lambda}{1/\alpha_p}$$

Критерий Био представляет собой отношение термического сопротивления теплопроводности стенки к термическому сопротивлению теплоотдачи.

Если окажется, что  $Bi \gg 1$ , то можно пренебречь термическим сопротивлением теплоотдачи по сравнению с термическим сопротивлением теплопроводности.

Если  $Bi \ll 1$ , то в данной задаче можно пренебречь термическим сопротивлением теплопроводности по сравнению с термическим сопротивлением теплоотдачи.

Если  $Bi \approx 1$ , то надо учитывать оба сопротивления.

Тогда эту формулу мы можем переписать в виде:

$$Q_{p1} = \theta_1 \sqrt{\alpha_p 2b\lambda b\delta} \cdot \frac{2l}{2l} = \{F_{p1} = 2 \cdot b \cdot l, \text{ боковыми поверхностями ребра пренебрегаем}\} = \alpha_p \cdot F_{p1} \cdot \theta_1 \frac{th \frac{l}{\delta} \sqrt{2Bi}}{\frac{l}{\delta} \sqrt{2Bi}}$$

$$Q_{p1} = \alpha_p \cdot F_{p1} \cdot \theta_1 \cdot E$$

$$E = \frac{th \frac{l}{\delta} \sqrt{2Bi}}{\frac{l}{\delta} \sqrt{2Bi}} - \text{коэффициент эффективности ребра.}$$

$$Bi \rightarrow \infty; E = 0$$

$$Bi \rightarrow 0; E = 1 \text{ (по первому и второму замечательным пределам)}$$

$$Q_{p1} = \alpha_p \cdot F_{p1} \cdot \theta_1 \cdot E$$

$$Q_{c1} = \alpha_c \cdot \theta_1 \cdot F_{c1}$$

$$Q_1 = Q_{p1} + Q_{c1} = (\alpha_p \cdot F_{p1} \cdot E + \alpha_c \cdot F_{c1}) \cdot \theta_1 = \alpha_{np} \cdot F_{pc1} \cdot \theta_1$$

$$F_{pc1} = F_{p1} + F_{c1}$$

$$\alpha_{np} = \alpha_p \frac{F_{p1}}{F_{pc1}} \cdot E + \alpha_c \frac{F_{c1}}{F_{pc1}}$$

Приведенный коэффициент теплоотдачи – это некий осредненный коэффициент теплоотдачи на оребренной поверхности стенки.

Если мы обозначим поток тепла через всю стенку, то

$$Q = n Q_1$$



а приведенный коэффициент теплоотдачи в этом случае будет равен:

$$F_p = F_{p1} \cdot n; F_{pc} = F_{pc1} \cdot n$$

$$\alpha_{пр} = \alpha_p \frac{F_p}{F_{pc}} + \alpha_c \frac{F_c}{F_{pc}}$$

Поскольку поток тепла в стационарной задаче через любую стенку постоянен  $Q = \text{const}$

$$\begin{cases} Q = \alpha_1 \cdot F_1 (T_{ж1} - T_{c1}) \\ Q = \frac{(T_{c1} - T_{c2})}{\frac{\delta'}{\lambda}} \cdot F_1 \\ Q = \alpha_{пр} \cdot F_{pc} \cdot (T_{c2} - T_{ж2}) \end{cases}$$

Перепишем эту систему так, чтобы справа остались только температурные разности:

$$\begin{cases} \frac{1}{\alpha_1 \cdot F_1} \cdot Q = T_{ж1} - T_{c1} \\ \frac{\delta'}{\lambda \cdot F_1} Q = T_{c1} - T_{c2} \\ \frac{1}{\alpha_{пр} \cdot F_{pc}} \cdot Q = T_{c2} - T_{ж2} \end{cases}$$

Сложим эти равенства:

$$Q = \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot F_1} + \frac{\delta'}{\lambda \cdot F_1} + \frac{1}{\alpha_{пр} \cdot F_{pc}}} \quad (3.24)$$

Если отнести поток тепла к неоребрённой поверхности  $F_1$ , то получим плотность теплового потока на левой поверхности стенки:

$$q_1 = \frac{Q}{F_1} = \frac{T_{ж1} - T_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta'}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{пр}} \cdot \frac{F_1}{F_{pc}}} - \text{плотность теплового потока на неоребрённой}$$

поверхности.

$\frac{F_{pc}}{F_1}$  – вся поверхность справа, отнесенная ко всей поверхности слева, называется коэффициентом оребрения.

Если коэффициент оребрения больше 1, то плотность теплового потока  $q_1$  при этом возрастает.

### 3.7 Уравнения конвективного теплообмена в безразмерном виде

$$\vec{q} = \vec{q}_k + \vec{q}_m = \rho \vec{w} c_p T - \lambda \cdot \text{grad } T$$

Чтобы найти поле температур текущей жидкости, надо найти поле скоростей в этой жидкости. Для их определения необходимо привлечь 5 дифференциальных уравнений: уравнение энергии, 3 уравнения движения в проекциях на оси  $x, y, z$  и уравнение неразрывности или сплошности, причем каждому из 5 уравнений необходимо задать краевые условия.

К сожалению, дифференциальные уравнения движения нелинейны.

В то же время по закону теплоотдачи Ньютона мы могли бы вычислить плотность теплового потока, определив коэффициент теплоотдачи.

Коэффициент теплоотдачи сам зависит от поля температуры текущей жидкости.

На самой стенке жидкость неподвижна и может быть рассчитана

$$q = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \alpha [T_{y=0} - T_{\text{ж}}]$$

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности жидкости.

$$\alpha = - \frac{\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{T_{y=0} - T_{\text{ж}}}$$

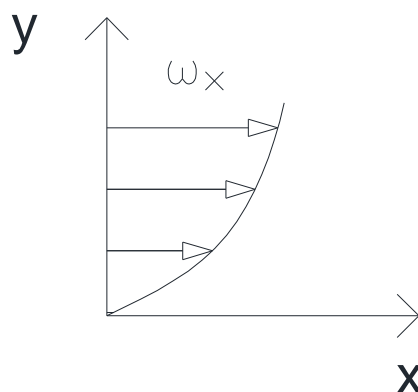


Рис. 3.5. Поле скоростей в двумерной области.

Теория подобия процессов конвективного теплообмена позволяет ответить на вопросы:

- 1) Какой должна быть опытная установка, чтобы результаты, полученные на ней, можно было бы перенести на образец?
- 2) Как обработать результаты опыта, чтобы ими могли бы воспользоваться другие инженеры?

Для этого рассмотрим конкретную задачу: допустим, необходимо определить коэффициент теплоотдачи при обтекании некоторого тела, ограниченного размером  $l$  в направлении течения.

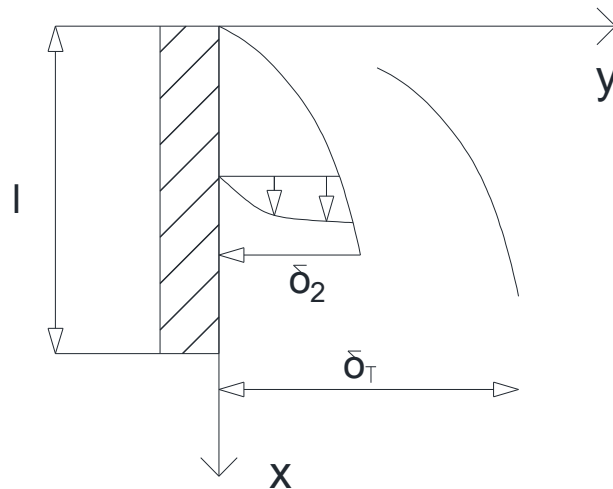


Рис. 3.6. Расчётная схема толщин слоёв.

На пластине скорость равна 0.

$\delta_g$  – толщина гидродинамического пограничного слоя – это такое расстояние от стенки вглубь потока по нормали в пределах которого скорость меняется от нуля до  $0,99 W_0$ .

Силы вязкости проявляют себя в пределах гидродинамического пограничного слоя, где имеют место большие градиенты скорости.

За пределами пограничного слоя можно пренебречь силами вязкого трения, такую жидкость считают идеальной; в уравнении Навье-Стокса можно убрать все слагаемые с силой вязкости → получим уравнение Эйлера – уравнение невязкой жидкости. По аналогии введено понятие теплового пограничного слоя – это такое

расстояние от стенки вглубь потока по нормали в пределах которого температура меняется от  $T_c$  до  $0,99T_0$ .

Возможны случаи:

$$\delta_r > \delta_T; \delta_r = \delta_T; \delta_r < \delta_T$$

Пусть течение и теплообмен стационарны.

Выпишем для этого случая уравнение энергии:

$$Q = T - T_0$$

$$W_x \frac{\partial Q}{\partial x} + W_y \frac{\partial Q}{\partial y} + W_z \frac{\partial Q}{\partial z} = a \nabla^2 Q$$

Уравнение движения по оси  $x$ :

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial y} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial z} = -\beta Q \cdot g_x - \frac{1}{\delta} \frac{\partial P_1}{\partial x} + \nu \nabla^2 W_x$$

По аналогии для осей  $y$  и  $z$ .

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0$$

К этим уравнениям надо добавить краевые условия:

будем полагать, что свойства текущей жидкости нами заданы,  $a, \beta, \rho, g_x; \nu$

$$x < 0; T = T_0; Q = 0; W_x = W_0; W_y = W_z = 0$$

$$y = 0; 0 \leq x \leq 1; W_x = W_y = W_z = 0; T = T_c; Q = v_c = T_c - T_0$$

Если бы мы нашли поле температуры, то это была бы функция независимых переменных. Она бы зависела от следующих характеристик:

$$\nu = \nu(x, y, z, l, a, \beta, g_x, \rho, \nu, w_0, v_c)$$

Чтобы уменьшить число переменных под знаком функции, нужно привести дифференциальное уравнение и краевые условия к безразмерному виду, используя в качестве масштаба приведения те величины, которые заданы по условиям задачи.

$$X = \frac{x}{l}; Y = \frac{y}{l}; Z = \frac{z}{l};$$

$$W_x = \frac{W_x}{W_0}; W_y = \frac{W_y}{W_0}; W_z = \frac{W_z}{W_0}$$

$$\Theta = \frac{Q}{Q_c}$$

Подставим размерные величины выражение через безразмерные в наши дифференциальные уравнения и краевые условия:

$\alpha$  - коэффициент теплоотдачи.

$$q = \alpha (T_c - T_0)$$

Все величины, входящие в дифференциальные уравнения размерные, и краевые условия можно разделить на 3 типа:

1) Независимые переменные  $x, y, z$

Зависимые переменные  $Q, W_x, W_y, W_z, \alpha, P$

Величины, заданные по условию задачи  $\lambda_{ж}, a, \rho, g_x, \beta, \nu, w_0, Q_c, l$

$$\alpha = \alpha(x, z, \lambda_{ж})$$

$$l, w_0, Q_c = T_c - T_0$$

$$X = \frac{x}{l}; W_x = \frac{w_x}{w_0} \rightarrow w_x = W_x \cdot w_0$$

$$\Theta = \frac{Q}{Q_c} \rightarrow Q = \Theta \cdot Q_c$$

подставим в уравнение теплоотдачи и получим:

$$\alpha = \frac{\lambda Q_c}{l Q_c} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_{y=0} \rightarrow \frac{\alpha l}{\lambda} = - \left( \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)_{y=0}$$

Число Нуссельта или безразмерная теплоотдача

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda} - \text{число Нуссельта} \quad (3.25)$$

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda_{cm}}$$

$$\frac{w_0 Q_c}{l} \left( W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W_z \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right) = \frac{a \cdot Q_c}{l^2} \nabla^2 \Theta$$

$$\nabla^2 Q = \frac{\partial^2 Q}{\partial X^2} + \dots$$

$$\frac{w_0 l}{a} \left( W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W_z \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right) = \nabla^2 \Theta$$

$$Pe = \frac{w_0 l}{a} - \text{число Пекле} \quad (3.26)$$

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

$$Pe = \frac{\rho w_0 c_p \cdot \Delta T}{\lambda \frac{\Delta T}{l}}$$

В числителе стоит плотность теплового потока, переносимого в направлении течения конвекции, где  $\Delta T$  – перепад температуры на длине  $l$ ; а в знаменателе – плотность теплового потока, переносимого в направлении течения чистой теплопроводности.

Например получили:

$Re \ll 1$  это говорит о том, что можно пренебречь переносом тепла конвекцией по сравнению с переносом чистой теплопроводности

$Re \gg 1$  можно пренебречь переносом тепла чистой теплопроводностью по сравнению с переносом конвекций

$Re \approx 1$  – надо учитывать и то, и другое

$$Re(W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + W_z \frac{\partial \Theta}{\partial Z}) = \nabla^2 \Theta$$

Уравнение движения приведем к безразмерному виду:

$$\frac{w_0^2}{l}(W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial Z}) = -g_x \beta \cdot Q_c \cdot \Theta - \frac{1}{\rho \cdot l} \frac{\partial P_1}{\partial X} + \frac{v \cdot w_0}{l^2} \nabla^2 \cdot W_x$$

$$\frac{w_0 l}{v}(W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial Z}) = -\frac{l^2}{v w_0} \cdot g_x \cdot \beta \cdot Q_c \cdot \Theta - \frac{l}{\rho v w_0} \cdot \frac{\partial P_1}{\partial X} + \nabla^2 W_x$$

$$Re = \frac{w_0 l}{v} - \text{число Рейнольдса} \quad (3.27)$$

$$\max = \sum F_{ix}$$

Число Рейнольдса представляет собой отношение сил инерции в движущейся жидкости к силам вязкого трения.

Число Рейнольдса используется в гидродинамике и теплообмене для характеристики режимов течения (ламинарное течение или турбулентное)

Например, при течении жидкости в трубах при числах Рейнольдса

$$Re = \frac{w_0 d}{v} < 2300 - \text{имеет место ламинарное течение жидкости} - \text{это такое}$$

течение, в котором перенос тепла в направлении перпендикулярном к скорости течения осуществляется чистой теплопроводностью.

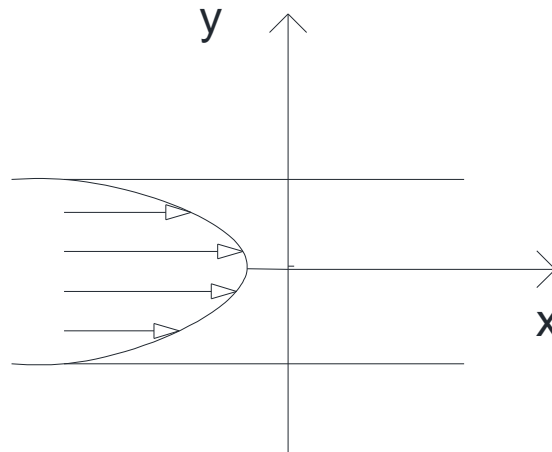


Рис. 3.7. Эпюра скорости потока жидкости в канале

Если  $Re > 10^4$  имеет место турбулентное течение жидкости – это макроскопически хаотичное течение жидкости, в котором турбулентные - движутся хаотически, взаимно проникая друг в друга.

Характерным признаком турбулентного течения жидкости является то, что любая физическая величина в турбулентном потоке испытывает хаотические колебания.

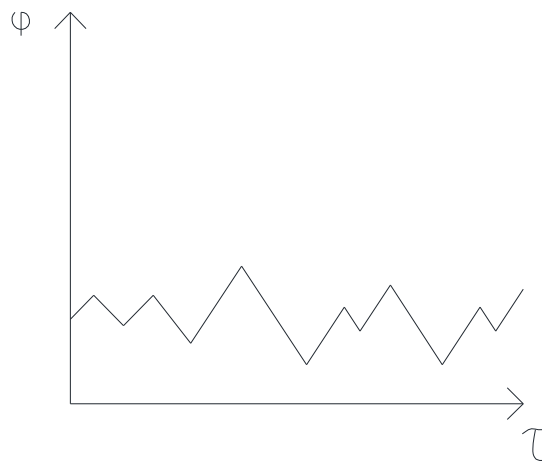


Рис. 3.8. Турбулентного колебания при течении жидкости.

В промежутке имеет место смешанный режим течения, когда какой-то промежуток времени имеет место ламинарный режим течения, а какой-то – турбулентный режим течения.

$$\frac{g_x \beta Q_c l^2}{w_0 v} = \frac{g_x \beta Q_c l^3}{v^2} \cdot \frac{v}{w_0 l}$$

$$Gr = \frac{g_x \beta Q_c l^2}{\nu^2} - \text{число Грасгофа} \quad (3.28)$$

Представляет собой отношение подъемных сил, связанных с разностью плотности к силам вязкого трения.

$$\begin{aligned} \text{Re}(W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial Z}) &= - \frac{Gr}{Re} \Theta \\ - \frac{l}{\rho \nu w_0} \cdot \frac{\partial P_1}{\partial X} &= - \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{P_1}{\rho w_0^2} \cdot \frac{w_0 l}{\nu} \right) \\ Eu &= \frac{P_1}{\rho w_0^2} - \text{число Эйлера} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Представляет собой отношение энергии давления текущей жидкости к кинетической энергии потока жидкости.

$$\text{Re}(W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_z}{\partial Z}) = - \frac{Gr}{Re} \Theta - \frac{\partial}{\partial X} (Eu \cdot Re) + \nabla^2 W_x \quad (3.30)$$

(3.30) – безразмерное уравнение движения в проекции на ось x.

Приведем к безразмерному виду уравнение неразрывности (или сплошности)

$$\begin{aligned} \frac{w_0}{l} \left( \frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_y}{\partial Y} + \frac{\partial W_z}{\partial Z} \right) &= 0 \\ \frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_y}{\partial Y} + \frac{\partial W_z}{\partial Z} &= 0 - \text{уравнение сплошности в безразмерном виде.} \end{aligned}$$

Приведем к безразмерному виду краевые условия:

$$x < 0; W_x = 1; W_y = W_z = 0; \Theta = 0 \quad (3.31)$$

(3.31) – вдали от пластины

$$Y = 0; 0 < x < 1; W_x = W_y = W_z = 0; \Theta = 1 \quad (3.32)$$

(3.32) – на поверхности пластины.

Граничные условия стали численными величинами.

Все величины, входящие в безразмерное уравнение и краевые условия можно подразделить на:

- 1) независимые: X, Y, Z ;
- 2) зависимые (искомые величины):  $\Theta, W_x, W_y, W_z, Nu, Eu$ ;
- 3) постоянные величины:  $Pe, Re, Gr$



## 4. ТЕПЛОВОЙ И ВЛАЖНОСТНЫЙ РЕЖИМЫ ЗДАНИЙ

### 4.1 Тепловой режим здания

**Тепловой режим здания** — это совокупность всех факторов и процессов, определяющих тепловую обстановку в его помещениях.

Помещения здания частично теплоизолированы от внешней среды ограждающими конструкциями, что позволяет создать в них определенный микроклимат. Наружные ограждения защищают помещения от непосредственных атмосферных воздействий, а специальные системы кондиционирования поддерживают определенные заданные параметры внутренней среды. Совокупность всех инженерных средств и устройств, обеспечивающих заданные условия микроклимата в помещениях здания (ограждающие конструкции, солнцезащитные устройства, другие конструктивно-планировочные средства, а также системы отопления и охлаждения, вентиляции, кондиционирования воздуха), называют системой кондиционирования микроклимата.

Под действием разности наружной и внутренней температур, солнечной радиации и ветра помещение теряет теплоту через ограждения зимой и нагревается летом, гравитационные силы, действие ветра и вентиляция создают перепады давлений, приводящие к перетеканию воздуха между сообщающимися помещениями и к его фильтрации через поры материала и неплотности ограждений. Атмосферные осадки, влаговыделения в помещениях, разность влажности внутреннего и наружного воздуха приводят к влагообмену через ограждения, под влиянием которого возможно увлажнение материалов и ухудшение защитных свойств и долговечности наружных стен и покрытий.

Процессы, формирующие тепловую обстановку помещения, необходимо рассматривать в неразрывной связи между собой, ибо их взаимное влияние может оказаться весьма существенным. Например, фильтрация воздуха и увлажнение конструкций могут в несколько раз увеличить теплопотери помещения зимой. В то же время создание благоприятной воздушной среды в помещении требует организации воздухообмена и влагообмена с наружной средой.

Теплопотери прямо пропорциональны важнейшему тепло-энергетическому показателю — удельной отопительной характеристике здания  $q_v$ ,  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot ^\circ\text{C}}$  :

$$q_v = \frac{k}{R}, \quad (4.1)$$

где  $R$  — интегральное термическое сопротивление ограждений,  $\frac{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}{\text{Вт}}$ ,

$k$  — коэффициент компактности здания,  $\frac{1}{\text{м}}$ .

$$k = \frac{F}{V}, \quad (4.2)$$

где  $F$  — общая площадь внешних ограждающих конструкций,  $\text{м}^2$ ;

$V$  — объем здания,  $\text{м}^3$ .

## 4.2 Влажностный режим здания

**Влажностный режим здания** — это совокупность всех параметров микроклимата и технологических операций, определяющих влажностную обстановку в его помещениях.

**Абсолютная влажность воздуха** — масса водяного пара, содержащаяся в единице объема воздуха, то есть плотность содержащегося в воздухе водяного пара,  $\text{г}/\text{м}^3$ .

**Максимальная влажность воздуха** (граница насыщения) — количество водяного пара, которое может содержаться в воздухе при определенной температуре в термодинамическом равновесии (максимальное значение влажности воздуха при заданной температуре),  $\text{г}/\text{м}^3$ . При повышении температуры воздуха его максимальная влажность увеличивается.

**Упругость пара** (давление пара) — парциальное давление, которое оказывает водяной пар, содержащийся в воздухе (давление водяного пара как часть атмосферного давления), Па.

**Относительная влажность воздуха** — отношение фактического парциального давления водяного пара к давлению насыщенного пара (доли, %).

**Точка росы** – температура, которую приобретает паровоздушная или парогазовая смесь при её охлаждении без массообмена (без конденсации) до полного насыщения, °С. Относительная влажность воздуха или газа при этом составляет 100 %.

**Удельная влажность** – масса водяного пара в граммах на килограмм увлажнённого воздуха, г/кг.

**Температура мокрого термометра** – температура, при которой воздух или газ насыщается водяным паром при изоэнтальпийном охлаждении. Относительная влажность воздуха или газа при этом составляет 100 % (влагосодержание увеличивается, а энтальпия равна начальной).

**Влагосодержание** (содержание водяного пара) – масса водяного пара в граммах на килограмм сухого воздуха, г/кг сух.возд. , то есть соотношение масс водяного пара и сухого воздуха.

Влажностный режим помещений здания выбирается в зависимости от расчетной средней температуры эксплуатации их в холодный период года и расчетной относительной влажности их внутреннего воздуха. В зависимости от температуры и относительной влажности устанавливается один из четырех возможных влажностных режимов: сухой, нормальный, влажный или мокрый.

Таблица 4.1

Влажностный режим помещения	Относительная влажность внутреннего воздуха, %, при температуре, °С		
	До 12	От 12 до 24	От 24
Сухой	До 60	До 50	До 40
Нормальный	60 - 75	50 - 60	40 - 50
Влажный	от 75	60 - 75	50 - 60
Мокрый	-	от 75	от 60

### 4.3 Расчеты параметров воздуха на $I-d$ -диаграмме

Расчеты параметров воздуха на  $I-d$ -диаграмме всегда производятся по полной теплоте:

$$Q^{\Pi} = Q^{\text{явн}} + Q^{\text{скр}}. \quad (4.3)$$

Явная теплота  $Q^{\text{явн}}$ , Вт, может быть рассчитана по измеренным температурам.

Скрытая теплота  $Q^{\text{скр}}$ , Вт,— это теплота фазового перехода (вода-пар).

Рассмотрим процесс изменения параметров влажного воздуха от точки 1 до точки 2 (рис.4.1).

Любой политропный процесс на  $I-d$ -диаграмме можно представить в виде суммы двух простых процессов: с постоянным влагосодержанием и постоянной температурой.

При расходе воздуха, равном  $G_B$ , кг/ч, количество полной теплоты, участвующей в процессе 1-2, можно определить по зависимостям:

$$Q^{\Pi}_{1-2} = G_B (I_2 - I_1) \quad (4.4)$$

$$Q^{\text{явн}}_{1-k} = G_B (I_k - I_1) = c_B \cdot G_B (t_k - t_1) \quad (4.5)$$

$$Q^{\text{скр}}_{k-2} = G_B (I_2 - I_k) \quad (4.6)$$

$$G_B \Delta I_{2-1} = c_B \cdot G_B \Delta t_{k-1} + G_B \Delta I_{2-k}. \quad (4.7)$$

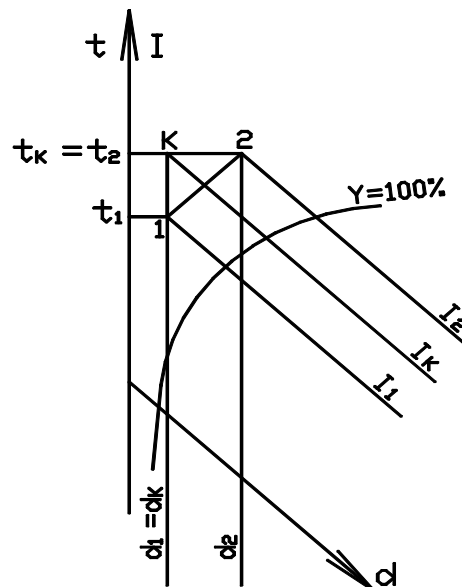


Рис. 4.1. Политропный процесс обработки воздуха

Количество водяного пара, поступившего в воздух в процессе 1-2, определяется по зависимости:

$$G_w = G_B \frac{\Delta d_{2-1}}{1000}, \quad (4.8)$$

где разность влагосодержаний  $\Delta d_{2-1} = \Delta d_{2-k} = (d_2 - d_1)$ .

#### **4.4 Теплопоступления в помещение от открытых поверхностей жидкостей горячих ванн**

Данный вид теплопоступлений учитывается в тепловом балансе, если у ванн с горячими электролитами отсутствуют бортовые отсосы:

$$Q_{\text{исп.гор.}} = (5,71 + 4,06v_B) \cdot (t_{\text{пов}} - t_B) \cdot F_{\text{исп}}, \quad (4.9)$$

где  $v_B$  – подвижность внутреннего воздуха в рабочей зоне, м/с;

$t_B$  – температура воздуха в рабочей зоне помещения, °С;

$t_{\text{пов}}$  – температура в пограничном слое у поверхности жидкости, °С;

$F_{\text{исп}}$  – площадь зеркала электролита, с которой испаряется жидкость, м<sup>2</sup>.

Ванна считается горячей, если температура жидкости превышает температуру окружающего воздуха более, чем на 3°С. Из опыта известно, что для определения температуры поверхности необходимо учитывать различные факторы. Условно в инженерных расчетах температура поверхности принимается на 3÷5°С ниже температуры электролита.

#### **4.5 Теплопоступления в помещение от боковых поверхностей горячих ванн**

Теплопоступления учитываются в тепловом балансе от открытых частей боковых поверхностей не закрытых бортовыми отсосами и от торцевых поверхностей ванн, стоящих на расстоянии более чем на 200 мм от соседних ванн [4]. Если рядом расположенные ванны располагаются торцами ближе 200 мм, то теплопоступления от торцевых поверхностей ванн не учитывают в тепловом балансе.

Количество теплоты, поступающей в цех от боковых поверхностей горячих ванн, рассчитывается по формуле:

$$Q_{\text{бок. пов}} = 1,163 \cdot [2,2 \cdot (t_{\text{пов}} - t_{\text{в}})^{1,25} + 3,5 \cdot ((T_{\text{пов}}/100)^4 - (T_{\text{в}}/100)^4)] \cdot F_{\text{бок. пов}}, \quad (4.10)$$

где  $t_{\text{пов}}$ ,  $t_{\text{в}}$  – температуры соответственно боковой поверхности ванны и воздуха рабочей зоны помещения, °С;

$T_{\text{пов}}$ ,  $T_{\text{в}}$  – абсолютные температуры соответственно боковой поверхности ванны и воздуха рабочей зоны помещения, К;

$F_{\text{бок. пов}}$  – площадь открытой боковой поверхности ванны, м<sup>2</sup>.

Общие тепlopоступления от горячих ванн составят:

$$Q_{\text{гор. ванн}} = Q_{\text{исп. гор.}} + Q_{\text{бок. пов}} \quad (4.11)$$

#### **4.6 Расчёт тепlopотерь на испарение жидкости с открытых поверхностей холодных ванн**

Ванна считается холодной, если температура жидкости равна температуре воздуха внутри помещения.

В процессе испарения жидкости с поверхности зеркала электролита холодных ванн, не имеющих бортовых отсосов, явная теплота трансформируется в скрытую для фазового перехода, поэтому температура поверхности жидкости меньше температуры окружающего воздуха.

Количество теплоты, необходимой для испарения жидкости с поверхности холодных ванн, не оборудованных бортовыми отсосами, определяется по выражению:

$$Q_{\text{исп.хол.}} = (5,71 + 4,06v_{\text{в}}) \cdot (t_{\text{в}} - t_{\text{пов}}) \cdot F_{\text{исп.}} \quad (4.12)$$

Температура поверхности жидкости принимается равной температуре мокрого термометра  $t_{\text{пов}} = t_{\text{м.т.}}$

#### **4.7 Расчёт тепломассообменных процессов воздуха на свободной поверхности жидкости**

Тепломассообмен воздуха на свободной поверхности жидкости определяется в зависимости от потенциала тепломассопереноса.

Для передачи явной теплоты потенциалом теплопереноса является перепад температуры, и эта зависимость называется уравнением Ньютона-Рихмана:

$$q = \alpha \cdot (t_{\text{пов}} - t_{\text{в}}).$$

По аналогии с ним массообмен рассчитывается по одной из следующих зависимостей.

1. Массообмен при потенциале массопереноса перепаде парциальных давлений водяных паров:

$$j_{\text{п}} = \beta_p \cdot (P_{\text{пов}} - P_{\text{в}}), \quad (4.13)$$

где  $P_{\text{пов}}$ ,  $P_{\text{в}}$  – парциальное давление водяных паров соответственно в пограничном слое у поверхности жидкости и в окружающем воздухе, Па;

$\beta_p$  – коэффициент влагообмена, кг/(м<sup>2</sup>·ч·Па).

1. Массообмен при потенциале массопереноса перепаде влагосодержаний воздуха:

$$j_{\text{п}} = \beta_d \cdot (d_{\text{пов}} - d_{\text{в}}) \cdot 10^{-3}, \quad (4.14)$$

где  $d_{\text{пов}}$ ,  $d_{\text{в}}$  – влагосодержание воздуха соответственно в пограничном слое у поверхности жидкости и в окружающем воздухе, г/кг сух. возд.;

$\beta_d$  – коэффициент влагообмена, кг/(м<sup>2</sup>·ч·(кг/кг)).

2. Массообмен при потенциале массопереноса перепаде концентраций водяных паров:

$$j_{\text{п}} = \beta_c \cdot (c_{\text{пов}} - c_{\text{в}}), \quad (4.15)$$

где  $c_{\text{пов}}$ ,  $c_{\text{в}}$  – концентрация водяных паров соответственно в пограничном слое у поверхности жидкости и в окружающем воздухе, кг/м<sup>3</sup>;

$\beta_c$  – коэффициент влагообмена, кг/(м<sup>2</sup>·ч·(кг/м<sup>3</sup>)), при сокращении одинаковых размерностей получается итоговая размерность м/ч или м\с.

3. Массообмен в случае, когда потенциалом массопереноса является потенциал влажности воздуха:

$$j_{\text{п}} = \beta_{\theta} \cdot (\theta_{\text{пов}} - \theta_{\text{в}}), \quad (4.16)$$

где  $\theta_{\text{пов}}$ ,  $\theta_{\text{в}}$  – потенциал влажности воздуха соответственно в пограничном слое у поверхности жидкости и в окружающем воздухе помещения, °В;

$\beta_{\theta}$  – коэффициент влагообмена, кг/(м<sup>2</sup>·ч·°В).

Представление вышеприведенных зависимостей в безразмерном виде при применении теории подобия позволяет использовать их в широком диапазоне гидродинамических и тепловлажностных условий. Во многих исследованиях рассматривались два характерных гидродинамических режима: естественная конвекция как результат действия гравитационных сил и вынужденная конвекция как следствие воздействия искусственного побудителя для вынужденного движения воздушного потока.

Для процессов тепло- и влагообмена в условиях естественной конвекции А.В. Нестеренко получил следующие зависимости:

при  $Ar Pr = 3 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^8$

$$Nu = 5 (Ar Pr)^{0,104}; \quad (4.17)$$

при  $Ar Pr' = 3 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^8$

$$Nu' = 0,66 (Ar Pr')^{0,26}, \quad (4.18)$$

где  $Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}$  – теплообменный (термический) критерий Нуссельта, здесь  $L$  – определяющий (характерный) размер поверхности;

$Nu' = \frac{\beta L}{D}$  – диффузионный (массообменный) критерий Нуссельта;

$D$  – коэффициент диффузии,  $m^2/c$ ;

$Ar$  – критерий Архимеда,

$$Ar = g \frac{L^3}{\nu^2} \cdot \frac{\rho_B - \rho_{пов}}{\rho_B}, \quad (4.19)$$

$\rho_B$  и  $\rho_{пов}$  – плотность соответственно окружающего воздуха и воздуха в пограничном слое над поверхностью жидкости,  $kg/m^3$ ;

$Pr = \frac{\nu}{a}$  – теплообменный (термический) критерий Прандтля;

$a$  – коэффициент температуропроводности,

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho_B}; \quad (4.20)$$

$Pr' = \frac{\nu}{D}$  – диффузионный критерий Прандтля.

Для условий вынужденной конвекции при  $Ar Pr > 2 \cdot 10^8$



критериальные зависимости имеют вид:

$$Nu = A \cdot Re^n \cdot Pr^{0,33} \cdot Gu^{0,175} \cdot \Theta^2; \quad (4.21)$$

при  $Ar \cdot Pr' > 2 \cdot 10^8$

$$Nu' = B \cdot Re^n \cdot (Pr')^{0,33} \cdot Gu^{0,135} \cdot \Theta^2, \quad (4.22)$$

где  $A$  и  $B$  – числовые коэффициенты;

$Re$  – критерий Рейнольдса,

$$Re = \frac{v \cdot L}{\nu};$$

$Gu$  – критерий Гухмана,

$$Gu = \frac{T_c - T_m}{T_c}, \quad (4.23)$$

$T_c$  и  $T_m$  – абсолютные температуры соответственно по сухому и мокрому термометрам, К;

$\Theta$  – температурный фактор,

$$\Theta = \frac{T_c}{T_{пов}}, \quad (4.24)$$

$T_{пов}$  – абсолютная температура поверхности, К.

#### 4.8 Тепломассообмен в системах кондиционирования воздуха

Рассмотрим основные процессы, которые протекают в тепломассообменных аппаратах системы кондиционирования воздуха (рис.4.1). На  $I-d$ -диаграмме процессы обработки воздуха изображаются отрезками.

Рассмотрим на  $I-d$ -диаграмме следующие процессы (рис.4.2):

1-2 – процесс охлаждения воздуха в поверхностном теплообменнике без массообмена;

1-3 – процесс охлаждения и осушения воздуха в поверхностном теплообменнике с температурой хладоносителя или хладагента несколько ниже температуры точки росы воздуха. Реально процесс идёт по ломанной линии 1-2-3, изображённой на рис.4.3;

1-4 – процесс охлаждения и осушения воздуха в поверхностном теплообменнике при температуре хладоносителя или хладагента ниже температуры точки росы воздуха. Реально процесс идёт по ломанной линии 1-2-4, изображённой на рис.4.3.

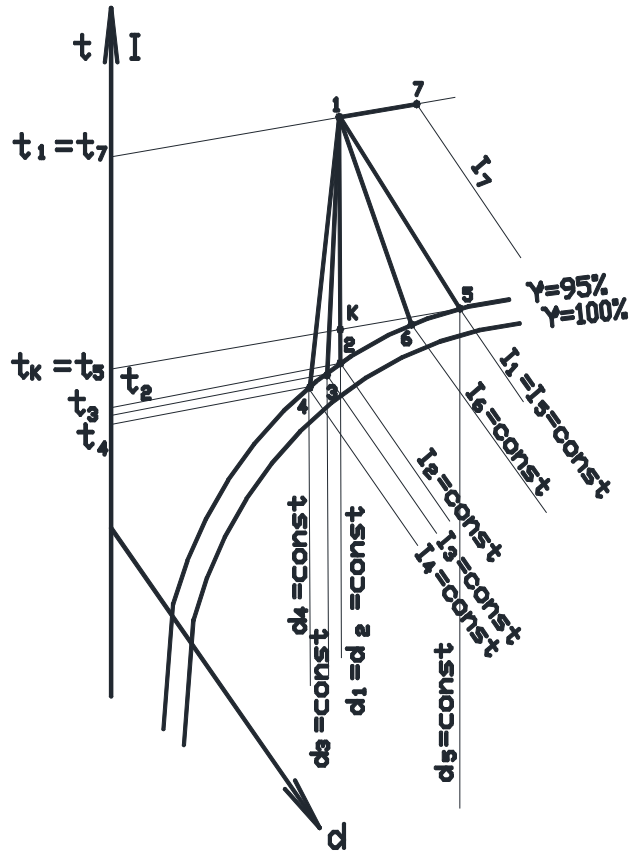


Рис. 4.2. Изображение процессов обработки воздуха на  $I$ - $d$ -диаграмме.

Направление луча процессов 1-2 – 1-4 в поверхностном теплообменнике обеспечивается за счёт политропного коэффициента эффективности теплообмена в аппарате  $E_n$  и температуры хладагента или хладоносителя на входе в теплообменный аппарат  $t_{w1}$ .

1-5 – процесс *изоэнтальпийного* охлаждения и увлажнения воздуха, определяется по адиабатному коэффициенту эффективности теплообмена  $E_a$ . Часто этот процесс называют адиабатным (адиабатическим) процессом охлаждения и увлажнения воздуха, так как изменение полной теплоты равно нулю. Точка 5 находится на  $\phi = 90 \div 95\%$ . Данный процесс осуществляется в холодный период года в кондиционерах и приточных камерах с увлажнительными секциями при выключенных холодильных установках. Приточные камеры в базовой комплектации не оборудуются холодильными

установками, поэтому в приточных камерах с оросительной секцией данный процесс протекает зимой и летом.

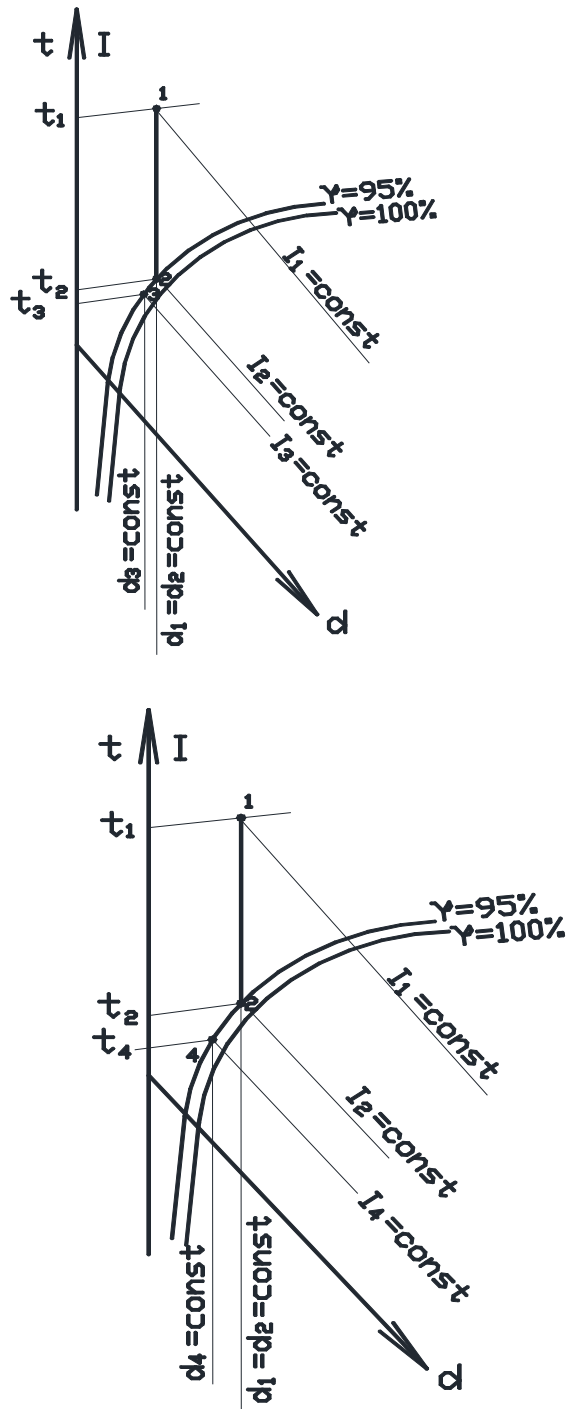


Рис. 4.3. Изображение реального направления процессов обработки воздуха.

1-6 – политропный процесс охлаждения и увлажнения воздуха.

1-7 – изотермическое увлажнение воздуха паром.

В оросительных камерах с форсуночными или соловыми увлажнителями при непосредственном контакте воды с воздухом осуществляются все процессы от 1-2 до 1-6.

Луч процесса в камерах непосредственного контактам воды с воздухом, также определяется по политропному коэффициенту эффективности теплообмена  $E_{\Pi}$  и температуре воды на входе в оросительную камеру  $t_{w1}$ .

При контакте воздуха с рециркулирующей водой, которая разбрызгивается в оросительной секции (насос забирает воду из поддона камеры и подаёт её в форсунки камеры рециркуляционно), он увлажняется и охлаждается. Рециркуляционная вода при контакте с воздухом принимает температуру *мокрого термометра воздуха*  $t_{w1} = t_{\text{м.т.}}$ , а при этой температуре вода для испарения забирает явную теплоту из воздуха, трансформирует её в скрытую и с паром возвращает в воздух. Поэтому полная теплота воздуха остаётся постоянной. Такой процесс называется адиабатным (адиабатическим):

$$Q^{\Pi} = Q^{\text{явн}} \downarrow + Q^{\text{скрыт}} \uparrow; \quad (4.25)$$

$$Q^{\Pi}_{1-2} = G_{\text{пр}} \cdot (I_1 - I_2) = G_{\text{пр}} \cdot c_{\text{в}} \cdot (t_1 - t_2); \quad (4.26)$$

$$Q^{\Pi}_{1-3} = G_{\text{пр}} \cdot (I_1 - I_3); \quad (4.27)$$

$$Q^{\Pi}_{1-4} = G_{\text{пр}} \cdot (I_1 - I_4); \quad (4.28)$$

$$Q^{\Pi}_{1-5} = G_{\text{пр}} \cdot (I_1 - I_5) = 0. \quad (4.29)$$

Количество воды  $G_w$ , кг/ч, поступившей в воздух, определяется по выражению:

$$G_w = G_{\text{пр}} \cdot \frac{d_5 - d_1}{1000}. \quad (4.30)$$

Количество воды в кг, приходящееся на 1 кг воздуха, рассчитывается как  $B = \frac{G_w}{G_{\text{в}}}$  – коэффициент орошения, кг/кг.

Как было показано выше любой политропный процесс можно изобразить на  $I-d$ -диаграмме в виде суммы двух простых процессов. Например, если параметры воздуха изменились от точки 2 до точки 5, то процесс 2-5 можно представить в виде суммы процессов 2- $k$  без массообмена ( $d_{2-k} = \text{const}$ ), в котором происходит

нагрев за счёт явной теплоты  $Q^{\text{явн}}$ , и процесс  $k-5$  ( $t_{k-5} = \text{const}$ ), в котором происходит изотермическое увлажнение с участием скрытой теплоты  $Q^{\text{скр}}$ , преобразованной из явной за счёт поступившего в воздух пара:

$$Q^{\text{явн}}_{2-k} = G_{\text{пр}} \cdot (I_k - I_2) = G_{\text{пр}} \cdot c_v \cdot (t_k - t_2); \quad (4.31)$$

$$Q^{\text{скр}}_{k-5} = G_{\text{пр}} \cdot (I_5 - I_k). \quad (4.32)$$

## 5. ИНТЕНСИВНОСТЬ ТЕПЛОМАССОБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

При *молярном* массообмене интенсивность тепломассообменных процессов характеризуется числом Льюиса и уравнением Меркеля.

Рассмотрим динамическое равновесие молярного массообмена между пограничным слоем свободной жидкости и окружающим воздухом по аналогии Рейнольдса (рис. 5.1).

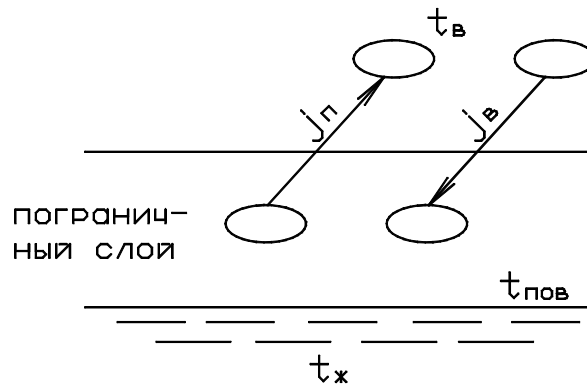


Рис. 5.1. Схема молярного массообмена

При установившемся процессе молярного массообмена количество молей водяного пара, перешедшего из пограничного слоя в воздух, будет равно количеству молей воздуха, поступившего в пограничный слой взамен ушедшему пару:

$$j_{\text{п}} = j_{\text{в}} = j_{\mu}. \quad (5.1)$$

Запишем уравнение Ньютона-Рихмана:

$$q^{\text{явн}} = \alpha \cdot (t_{\text{пов}} - t_{\text{в}}). \quad (5.2)$$

Количество водяного пара, согласно выражению (4.14), можно определить как:

$$j_{\Pi} = \beta_d \cdot (d_{\text{пов}} - d_{\text{в}}) \cdot 10^{-3}. \quad (5.3)$$

С другой стороны, при имеющихся расходах воздуха удельный тепловой поток можно сосчитать по зависимости:

$$q^{\text{явн}} = j_{\mu} \cdot c_{\text{в}} \cdot (t_{\text{пов}} - t_{\text{в}}), \quad (5.4)$$

а количество водяного пара по уравнению:

$$j_{\Pi} = j_{\mu} \cdot (d_{\text{пов}} - d_{\text{в}}) \cdot 10^{-3}. \quad (5.5)$$

По структуре (5.2) и (5.4) одинаковы, соответственно уравнение (5.3) сходно с выражением (5.5). Таким образом получаем, что коэффициент теплообмена на поверхности определяется по зависимости:

$$\alpha = j_{\mu} \cdot c_{\text{в}}, \quad (5.6)$$

а коэффициент влагообмена равен:

$$\beta_d = j_{\mu}. \quad (5.7)$$

Подставим выражение (5.7) в уравнение (5.6) и решим его относительно  $c_{\text{в}}$ , в результате получим зависимость (5.8):

$$\frac{\alpha}{\beta_d} = c_{\text{в}} - \text{число Льюиса}. \quad (5.8)$$

При динамическом равновесии молярных массообменов воздуха с паром отношение коэффициента теплообмена к коэффициенту массообмена является постоянной величиной, численно равной теплоёмкости воздуха (физического смысла не имеет).

Количество полной теплоты определяется по выражению:

$$q^{\Pi} = j_{\mu} \cdot (I_{\text{пов}} - I_{\text{в}}). \quad (5.9)$$

С учётом зависимости (5.7) получим уравнение Меркеля – при условии выполнения числа Льюиса полный тепловой поток можно определить через тепло- и массообменные характеристики:

$$q^{\Pi} = \beta_d \cdot (I_{\text{пов}} - I_{\text{в}}). \quad (5.10)$$

## 6. ОСНОВНЫЕ ИНЖЕНЕРНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ РАСЧЁТА ТЕПЛОМАССОБМЕНА

Количество удельной теплоты, поступившей с открытой поверхности жидкости ванны, не имеющей бортовых отсосов, определяется по зависимости:

$$q_{\text{исп.}}^{\text{явн.}} = (5,71 + 4,06v_{\text{в}}) \cdot (t_{\text{пов}} - t_{\text{в}}), \text{ при } t_{\text{ж}} > t_{\text{в}}. \quad (6.1)$$

Если жидкость имеет температуру окружающего воздуха (холодные ванны), то на ее испарение с поверхности ванны, не имеющей бортовых отсосов, будет затрачиваться количество теплоты:

$$q_{\text{исп.жидк.}}^{\text{явн.}} = (5,71 + 4,06v_{\text{в}}) \cdot (t_{\text{в}} - t_{\text{пов}}), \text{ при } t_{\text{ж}} = t_{\text{в}}. \quad (6.2)$$

Полное количество удельной теплоты равно сумме явной и скрытой теплоты:

$$q^{\text{п}} = q^{\text{явн}} + q^{\text{скр}}, \quad (6.3)$$

$$q^{\text{скр}} = j_{\text{п}} \cdot I_{\text{п } t_{\text{пов}}}, \quad (6.4)$$

$$I_{\text{п } t_{\text{пов}}} = r + c_{\text{п}} \cdot t_{\text{пов}} = 2500 + 1,8t_{\text{пов}}, \quad (6.5)$$

$$j_{\text{п}} = 7,4 \cdot (a + 0,017v_{\text{в}}) \cdot (P_{\text{пов}} - P_{\text{в}}) \frac{101,325}{P_{\text{б}}}, \quad (6.6)$$

где  $j_{\text{п}}$  – интенсивность испарения воды на поверхности, кг/(ч·м<sup>2</sup>);

$I_{\text{п } t_{\text{пов}}}$  – энтальпия пара, кДж/кг, соответствующая температуре поверхности воды  $t_{\text{пов}}$ , определяется по зависимости (6.5);

$P_{\text{б}}$  – барометрическое давление, кПа;

101,325 – барометрическое давление при нормальных условиях, кПа;

$a$  – фактор скорости движения воздуха над поверхностью за счёт гравитационных сил, зависящий от температуры поверхности воды  $t_{\text{пов}}$ , (при  $t_{\text{пов}}=30^{\circ}\text{C}$  фактор скорости  $a = 0,022$ ; при  $t_{\text{пов}}=50^{\circ}\text{C}$  фактор скорости  $a = 0,033$ ) определяется по справочной литературе [3].

## 7. ПРИМЕРЫ ОПИСАНИЯ ТЕПЛОМАССОБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В ИНЖЕНЕРНОМ ОБОРУДОВАНИИ

### 7.1 Определение среднего температурного напора

При рассмотрении характера изменения температур теплоносителей вдоль поверхности теплообмена могут быть случаи, когда изменяются монотонно температуры обоих теплоносителей (в частности, температура одного теплоносителя может оставаться постоянной). Могут встречаться, случаи, когда температура одного теплоносителя изменяется монотонно, а другого – ступенчато, что бывает, например, в кипящих экономайзерах парогенераторов. Температура горячих газов изменяется непрерывно, а температура подогреваемой воды в зоне подогрева монотонно повышается, а в зоне кипения практически остается постоянной.

При рассмотрении теплообменных аппаратов с непрерывно изменяющейся температурой теплоносителей следует различать аппараты:

1) прямого тока; 2) противоточные; 3) перекрестного тока; 4) со сложным направлением движения теплоносителей (смешанного тока).

Изменение температур рабочих жидкостей для простейших случаев можно получить аналитическим путем. Для выведения уравнения температурного напора рассмотрим простейший теплообменный аппарат, работающий по схеме прямого тока (рис. 7.1).

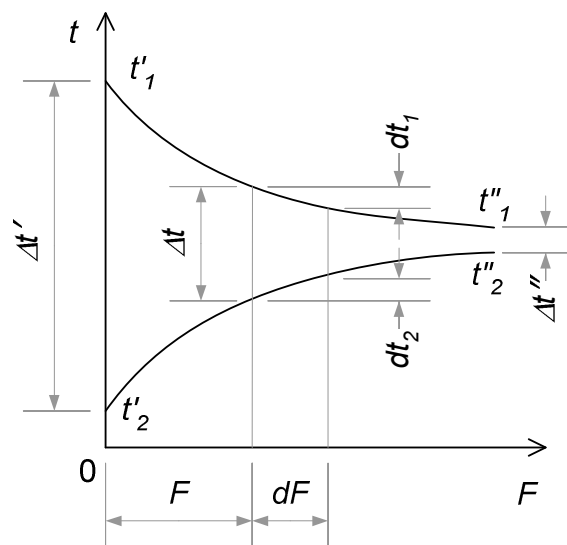


Рис. 7.1 – Изменение разности температур теплоносителей вдоль поверхности теплообмена



Для элемента поверхности теплообмена  $dF$  уравнение теплопередачи запишется как:

$$dQ = k(t_1 - t_2)dF = k\Delta t dF \quad (7.1)$$

При этом температура первичного теплоносителя понизится на  $dt_1$ , а вторичного повысится на  $dt_2$ . Следовательно,

$$dQ = -C_1 dt_1 = C_2 dt_2 \quad (7.2)$$

откуда

$$dt_1 = -\frac{dQ}{C_1} \quad \text{и} \quad dt_2 = \frac{dQ}{C_2} \quad (7.3)$$

Изменение температурного напора при этом

$$dt_1 = -\frac{dQ}{C_1} \quad \text{и} \quad dt_2 = \frac{dQ}{C_2} \quad (7.4)$$

Изменение температурного напора при этом

$$d(t_1 - t_2) = dt_1 - dt_2 = -\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)dQ = -m dQ \quad (7.5)$$

где

$$m = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

Подставим в уравнение (7.5) значение  $dQ$  из уравнения теплопередачи (7.1), найдем:

$$d(t_1 - t_2) = -mk(t_1 - t_2)dF$$

Обозначив  $(t_1 - t_2) = \Delta t$ , последнее уравнение запишем как

$$\frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -mk dF \quad (7.6)$$

Принимая  $m$  и  $k$  постоянными, проинтегрируем последнее уравнение от 0 до  $F$  и от  $\Delta t'$  до  $\Delta t$ :

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -mk \int_0^F dF$$

Получим после интегрирования:

$$\ln \frac{\Delta t}{\Delta t'} = -mkF \quad (7.7)$$

или

$$\Delta t = \Delta t' e^{-mkF} \quad (7.8)$$

Из уравнения (7.8) следует, что вдоль поверхности теплообмена температурный напор изменяется по экспоненциальному закону. Следовательно, в аппаратах прямого тока перепад температур между теплоносителями вдоль поверхности теплообмена непрерывно убывает. При противотоке температуры обоих теплоносителей вдоль поверхности теплообмена убывают и уравнение теплового баланса принимает вид:

$$dQ = -C_1 dt_1 = -C_2 dt_2 \quad (7.9)$$

Изменение температурного напора

$$d(t_1 - t_2) = -mdQ$$

и

$$m = \left( \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right)$$

Поэтому в аппаратах с противоточной схемой движения  $\Delta t$  по ходу первичной среды уменьшается лишь для случая  $C_1 < C_2$  ( $m > 0$ ), но при  $C_1 > C_2$  ( $m < 0$ ),  $\Delta t$  увеличивается.

Для определения средней разности температур теплоносителей на участке поверхности  $F$  воспользуемся соотношением

$$\bar{\Delta t} = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t dF \quad (7.10)$$

где  $\Delta t$  – местное значение температурного напора ( $t_1 - t_2$ ), относящееся к элементу поверхности теплообмена и выражаемое уравнением (7.8). Подставив в уравнение (7.10) значение  $\Delta t$  из формулы (7.8), получим:

$$\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t'}{F} \int_0^F e^{-mkF} dF = \frac{\Delta t'}{-mkF} (e^{-mkF} - 1) \quad (7.11)$$

Подставив в уравнение (7.11) значения  $mkF$  и  $e^{-mkF}$  из выражений (7.7) и (7.8), получим:

$$\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t'}{\ln \frac{\Delta t}{\Delta t'}} \left( \frac{\Delta t}{\Delta t'} - 1 \right) = \frac{\Delta t - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t}{\Delta t'}} \quad (7.12)$$

Если усреднение температурного напора проводится по всей поверхности теплообмена, то  $\Delta t = \Delta t''$  и формула (7.12) принимает вид:

$$\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}} \quad (7.13)$$

Формулу (7.13) часто записывают в следующем виде:

$$\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t_6 - \Delta t_m}{\ln \frac{\Delta t_6}{\Delta t_m}} = \frac{\Delta t_6 - \Delta t_m}{2,31g \frac{\Delta t_6}{\Delta t_m}} \quad (7.14)$$

где  $\Delta t_6$  – большая разность температур;  $\Delta t_m$  – меньшая разность температур.

Формула (7.14) может быть использована как при прямотоке, так и при противотоке. Полученная средняя разность температур (7.14) называется среднелогарифмический температурным напором. Формула (7.14) справедлива для простейших схем аппаратов при условии постоянства массового расхода теплоносителей и коэффициента теплоотдачи вдоль всей поверхности теплообмена. При равенстве теплоемкостей массовых расходов теплоносителей в случае противотока ( $m=0$ ) из формулы (7.8) следует, что температурный напор вдоль поверхности теплообмена сохраняет постоянное значение, т.е.  $\Delta t = \text{const}$ .

## 7.2 Теплоотдача при течении жидкости в трубах при поперечном обтекании пучков труб

Интенсивность теплообмена в условиях переходного режима течения ( $2300 < \text{Re} < 10^4$ ) зависит от большого числа факторов, которые тяжело поддаются учету. До настоящего времени отсутствует удовлетворительная методика расчета теплообмена в этом режиме. По рекомендациям В. П. Исаченко, приближенная оценка интенсивности теплообмена в переходной области может быть проведена следующим образом.

### 1. По таблице

$\text{Re}_{ж, d} \cdot 10^{-3}$	2,4	3	5	8	10
$K_{\max}$	10,6	12,7	19,1	28	33,3
$K_{\min}$	3,8	7	15,5	27	33,3

Определяются максимальное и минимальное значение

$$K = Nu_{ж,d} / \left[ Pr_{ж}^{0,43} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} \right]. \quad (7.15)$$

2. Коэффициент теплоотдачи определяется по среднему геометрическому  $K$ .

По рекомендациям С. С. Кутателадзе оценка среднего коэффициента теплоотдачи при переходном режиме течения может быть проведена следующим образом.

- В зависимости от комплекса  $Re_{m,d}$  рассчитывается значение  $Nu_{л}$  по уравнениям для вязкостного или вязкостно-гравитационного режима теплообмена при ламинарном течении для значения  $Re=2300$ .
- По формуле Михеева  $Nu_{ж,d} = 0,021 Re_{ж,d}^{0,8} Pr_{ж}^{0,43} \epsilon_T \epsilon_l$  находится  $Nu_T$  для  $Re=10^4$ .
- Расчетное значение критерия Нуссельта определяется по формуле

$$Nu_{ж,d} = Nu_{л} (Re/2300)^{1,47 \lg(Nu_T/Nu_{л})}.$$

В этой формуле  $Re$  - расчетное значение критерия Рейнольдса. Определяющая температура - средняя температура жидкости в трубе.

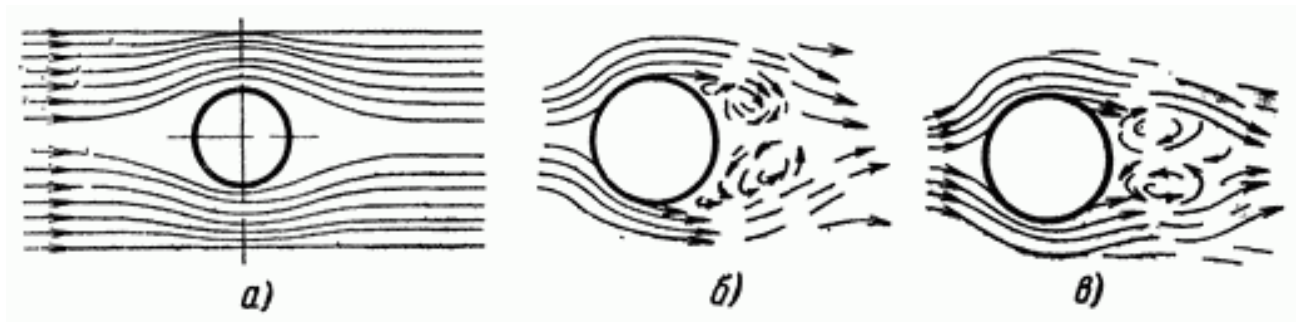


Рис. 7.2 Обтекание цилиндра потоком жидкости: а - безотрывное обтекание, б - отрыв ламинарного пограничного слоя, в - отрыв пограничного турбулентного слоя.

Характер течения жидкости у поверхности труб при поперечном обтекании имеет ряд особенностей, которые приводят к существенным отличиям при расчете средних коэффициентов теплоотдачи. При малых значениях критерия Рейнольдса ( $Re < 5$ ), т.е. для труб малого диаметра при высокой вязкости жидкости, у поверхности трубы наблюдается безотрывное течение жидкости (рис.

7.2 а). Для значений критерия Рейнольдса  $Re > 5$  труба является неудобно обтекаемым телом, а ламинарный пограничный слой на поверхности трубы отрывается (из-за понижения давления у поверхности трубы вследствие увеличения скорости потока) и образует два симметричных вихря (рис.7.2 б). Отрыв потока происходит при  $\varphi = 80,85^\circ$ , где  $\varphi$  - угол, отсчитываемый от лобовой точки трубы. При увеличении скорости потока до  $Re > 10^3$  вихри за трубой периодически отрываются и несутся потоком, создавая за трубой вихревую дорожку. Повышение скорости до  $Re > 2 \cdot 10^5$  приводит к тому, что энергия пограничного слоя становится достаточной для возникновения у поверхности трубы турбулентного пограничного слоя. Он, из-за большой энергии, отрывается при угле  $\varphi = 120^\circ$ . Этот факт существенно увеличивает теплоотдачу кормовой зоны трубы.

Существенное отличие в характере теплообмена влияет на расчет средних коэффициентов теплообмена по поверхности цилиндра. Обобщение экспериментальных данных, проведенное С. С. Кутателадзе, позволили рекомендовать следующее выражение для расчета средних коэффициентов теплоотдачи цилиндра в поперечном потоке жидкости  $Nu_{ж,d} = C Re_{ж,d}^n Pr_{ж}^m \varepsilon_T$ , где для газов  $\varepsilon_T = (T_T/T_C)^{n/4}$ , для капельных жидкостей  $\varepsilon_T = (T_T/T_C)^k$  ( $k=0,25$  для нагревания и  $k=0,2$  для охлаждения жидкости). Коэффициенты  $C$ ,  $n$  и  $m$  берутся из таблицы:

Коэффициенты	Re			
	<40	$40 \div 10^3$	$10^3 \div 2 \cdot 10^5$	$> 2 \cdot 10^5$
$C$	0,76	0,52	0,26	0,023
$n$	0,4	0,5	0,6	0,8
$m$	0,37	0,37	0,37	0,4

Следует отметить, что приведенное выше уравнение получено при угле атаки (натекания потока на цилиндр)  $90^\circ$ . Если угол атаки  $\varphi$  меньше, то в выражение надо ввести поправку  $\varepsilon_\varphi = 1 - 0,54 \cos^2 \varphi$ .

В теплообменных аппаратах, которые встречаются во многих отраслях промышленности, поверхность теплообмена состоит из труб, собранных в пучки. По принципу расположения труб в пучке различают коридорный и шахматный пучки труб. Каждый пучок труб (рис. 7.3) имеет геометрические характеристики, которые определенным образом влияют на интенсивность теплообмена.

К ним относятся: шаг по фронту пучка -  $S_1$ , шаг в глубину пучка -  $S_2$ , диаметр труб.

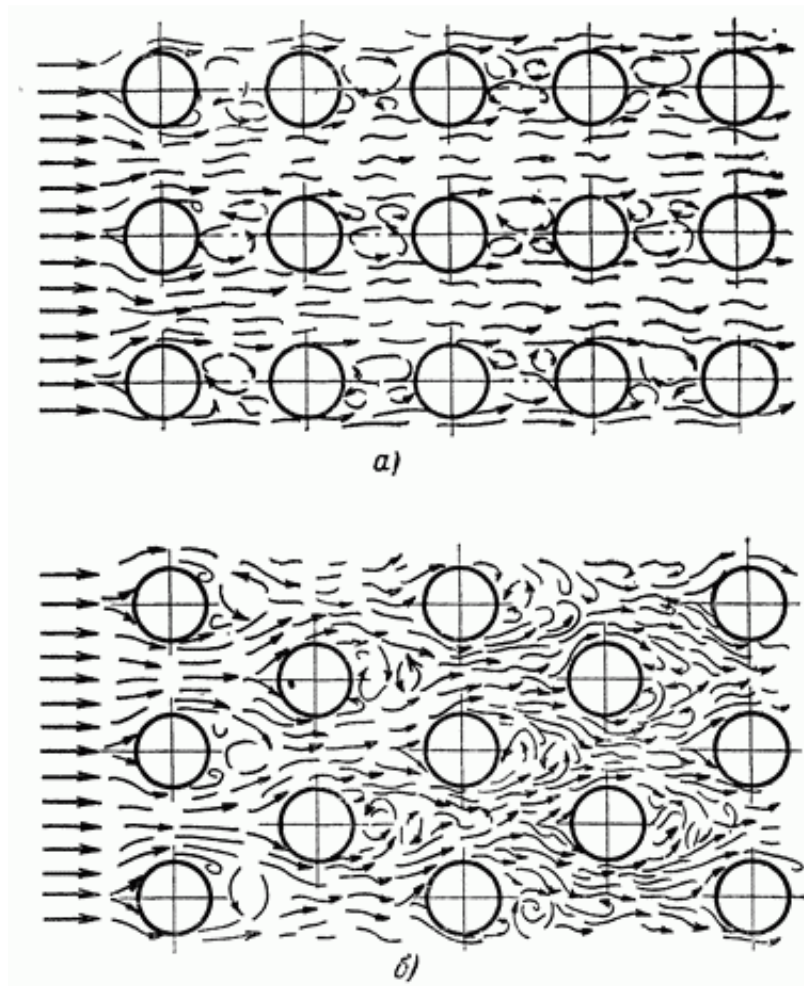


Рис 7.3 Типы пучков труб: а - коридорный, б - шахматный

Течение теплоносителя в пучке труб, как правило, носит турбулентный характер, к тому же, первые ряды труб играют роль дополнительных

турбулизаторов потока. Исследования гидродинамики потока в пучках труб показали, что, начиная с третьего ряда, характер течения практически не зависит от глубины пучка. Обтекание первых двух рядов зависит от компоновки пучка. Соответственно, и интенсивность теплообмена, начиная с третьего ряда и дальше в глубину пучка, остается практически постоянной.

Интенсивность теплообмена первых рядов труб зависит от компоновки пучка и составляет: для первого ряда труб независимо от компоновки пучка 60% от интенсивности теплообмена третьего ряда; для второго ряда коридорного пучка – 90%, для второго ряда шахматного пучка – 70% от интенсивности теплообмена 3-го ряда.

Экспериментальные исследования для расчета среднего коэффициента теплоотдачи пучка труб при условии, что скорость потока определена в самом узком сечении пучка  $Nu_{ж,d} = C Re_{ж,d}^n Pr_{ж}^{0,33} \epsilon_t \epsilon_m \epsilon_s$ , где коэффициенты уравнения, поправки на геометрию пучка ( $\epsilon_s$ ) и число рядов в пучке ( $\epsilon_m$ ) в зависимости от типа пучка принимаются по нижеследующей таблице

Тип пучка	C	n	$\epsilon_m$	$\epsilon_s$
шахматный	<b>0,41</b>	<b>0,6</b>	<b>1-0,7/m</b>	$S_1/S_2 < 2 (S_1/S_2)^{1/6}$ $S_1/S_2 \geq 2$ 1,12
коридорный	0,26	0,65	1-0,5/m	$(S_1/d)^{-0,15}$

Поправка на неизотермичность  $\epsilon_t$  для капельной жидкости определяется по рекомендациям Михеева, для газов ее можно принять равной 1. При натекании потока на пучок труб под некоторым углом атаки  $\varphi \neq 90^\circ$  в приведенное выше уравнение следует внести поправочный коэффициент  $\epsilon_\varphi = 1 - 0,54 \cos^2 \varphi$ .

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Болгарский, А. В. Термодинамика и теплопередача : учеб. для вузов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. / А. В. Болгарский, Г. А. Мухачев, В. К. Щукин. – М. : Высш. шк., 1975. – 295 с. : ил.
2. Брюханов О.Н., Теплообмен : Учеб. для студентов вузов по направлению "Строительство"/ О.Н. Брюханов, С. Н. Шевченко. –М. : ИНФРА-М, 2013. –457 с.
3. Внутренние санитарно-технические устройства. В 3-х ч. Ч.3. Вентиляция и кондиционирование воздуха (Справочник проектировщика) Кн.1 /В. Н. Богословский, А. И. Пирумов, В. Н. Посохин и др./Под ред. Н. Н. Павлова и Ю. И. Шиллера. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1992. – 319 с.: ил.
4. Гухман, А. А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена. Процессы переноса в движущейся среде / А. А. Гухман. – М. : Высш. шк., 1974. – 328 с.
5. Джалурия, Й. Естественная конвекция: Тепло- и массообмен : пер. с англ / Й. Джалурия. – М. : Мир, 1983. – 400 с. : ил.
6. Исаченко, В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М.: Энергия, 1975. – 488 с.
7. Краснощеков, Е.А. Задачник по теплопередаче: учеб. пособие для вузов / Е.А. Краснощеков, А.С. Сукомел – 4-е изд., перераб. – М.: Энергия, 1980. – 288 с., ил.
8. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление / С.С. Кутателадзе. –М. : Энергоатомиздат, 1990. – 460 с.
9. Кутателадзе, С. С. Основы теории теплообмена / С. С. Кутателадзе. – Изд. 5-е, доп. – М. : Атомиздат. – 1979. – 416 с. : ил.
10. Кэйс, В. М. Конвективный тепло- и массообмен / В. М. Кэйс ; пер. с англ. И. Н. Дулькина. – М. : Энергия, 1972. – 446 с. : черт.
11. Лариков, Н.Н. Общая теплотехника: учеб. для вузов / Н.Н Лариков – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1985. – 432 с., ил.
12. Лыков, А.В. Теплообмен: (Справочник) / А.В. Лыков – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, 1978. – 480 с., ил.
13. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М. : Высш. шк., 1967. – 600 с. : ил.
14. Мак-Адамс, К. Теплопередача / К. Мак-Адамс. – Л. ; М. : Стройиздат Наркомстроя, 1936. – 90 с.
15. Маркин В.К. Техническая термодинамика. Теплообмен: Метод. пособие к курсовым работам по теоретическим основам теплотехники / В.



- К. Маркин, О.Е. Губа, В.Я. Свинцов – Астрахань: Астраханский инженерно-строительный институт, ЭБС АСВ, 2013. – 240 с.
16. Мирам А. О. Техническая термодинамика. Тепломассообмен / А. О. Мирам, В.А. Павленко. – М : Издательство АСВ, 2011. – 352с.
17. Михеев, М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева – Изд. 2-е, стереотип. – М. : Энергия, 1977. – 344 с. : ил.
18. Мухачев Г.А. , Термодинамика и теплопередача : учеб. для авиац. Вузов / Г.А. Мухачев, В.К. Щукин. – М. : Высшая школа, 1991 . – 417.с.
19. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача : Учеб. пособие для вузов /В.В. Нащокин. – М. : Высшая школа , 1980. – 469 с.
20. Патанкар, С. Тепло- и массообмен в пограничных слоях : пер. с англ. / С. Патанкар, Д. Сполдинг. – М. : Энергия, 1971. – 128 с. : ил.
21. Рейнольдс, А. Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях : пер с англ. / А. Дж. Рейнольдс. – М. : Энергия, 1979. – 408 с. : ил.
22. Сполдинг, Д. Б. Конвективный массоперенос : пер. с англ. / Д. Б. Сполдинг ; под ред. А. В. Лыкова. – М. ; Л. : Энергия, 1965. – 384 с. : ил.
23. Сухов В.В. Основы конструирования и расчета теплообменных аппаратов: учеб. -метод. пос. / В.В. Сухов, Г.М. Казаков. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2009. – 60с.
24. Тепломассообмен: учеб. пособие / Г.М. Казаков. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2006. – 93 с.
25. Уонг, Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров : справочник : пер. с англ. / Х. Уонг. – М. : Атомиздат, 1979. – 216 с.
26. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М. : Наука, 1974. – 180 с. : ил.
27. Эккерт, Э. Р. Введение в теорию тепло- и массообмена / Э. Р. Эккерт ; пер. с англ. И. А. Носенко ; под ред. А. В. Лыкова. – М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1957. – 280 с. : ил.
28. Экерт, Э. Р. Теория тепло- и массообмена : пер. с англ. / Э. Р. Экерт, Р. М. Дрейк ; под ред. А. В. Лыкова. – М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1961. – 681 с. : ил.

Кочев Алексей Геннадьевич  
Соколов Михаил Михайлович  
Кочева Елена Алексеевна  
Москаева Анна Сергеевна

## Тепломассообмен в зданиях и инженерном оборудовании

*Учебное пособие*

Подписано в печать      Формат 60x90 1/16 Бумага газетная. Печать трафаретная.  
Уч. изд. л.5,1. Усл. печ. л.5,5. Тираж 300 экз. Заказ №

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»  
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.  
Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Н.Новгород, Ильинская, 65  
<http://www.nngasu.ru>, [srec@nngasu.ru](mailto:srec@nngasu.ru)