О.М. Бархатова, Е.А. Ревунова

# СБОРНИК ТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

*Учебно-методическое пособие*

Нижний Новгород
2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

О.М. Бархатова, Е.А. Ревунова

# Сборник тематических задач по курсу общей физики

Утверждено редакционно-издательским отделом университета
в качестве учебно-методического пособия

Нижний Новгород
ННГАСУ
2016

ББК 22.3
Б 24
Р 32
УДК 530.1

*Публикуется в авторской редакции*

Рецензенты:
*Гавриленко В.Г.* – д-р ф.-м. наук, профессор, заведующий кафедрой распространения радиоволн и радиоастрономии ННГУ им. Н.И. Лобачевского
*Шондин Ю.Г.* – кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры технологий сервиса и технологического образования НГПУ им. К.Минина

Бархатова О.М. Сборник тематических задач по курсу общей физики [Электронный ресурс]: учебн. пособие / О.М. Бархатова, Е.А. Ревунова; Нижегор. гос. архитектур. - строит. ун-т. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2016. – 160с. 1 электрон. опт. диск (CD-RW)
ISBN 978-5-528-00143-2

Содержит подборку задач по следующим разделам общего курса физики: кинематика поступательного и вращательного движения, динамика материальной точки и механика твердого тела, законы сохранения, термодинамика, электростатика, законы постоянного тока, магнитостатика, электромагнитная индукция, колебания и волны, волновая оптика и квантовые свойства света. В начале каждого раздела представлены основные законы и формулы, необходимые для решения задач, представленных в этом разделе.

Основной целью пособия является объединение физических задач по определенной тематике в рамках ряда разделов общего курса физики. Это позволит обеспечить методическое сопровождение практикума по физике и контрольных мероприятий лабораторного практикума по физике. Предлагаемый подбор физических задач отражает содержание общего курса физики для студентов первого и второго курсов технических вузов и соответствует специальностям 270800.62 «Строительство», 230400.62 «Информационные системы и технологии», 120700.62 «Землеустройство и кадастры», 271101 «Строительство уникальных зданий и сооружений», 221700,62 «Стандартизация и метрология». Пособие позволит студентам освоить и закрепить навыки решения физических задач по конкретным разделам физики

ISBN 978-5-528-00143-2

**Оглавление**

# КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.

## Основные законы и формулы:

*Основное уравнение кинематики поступательного движения в векторном виде:*

Для радиуса-вектора:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 \cdot t + \frac{\vec{a} \cdot t^2}{2} .$$

Для скорости тела:

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t .$$

Здесь $\vec{r}$ радиус-вектор, который определяет положение тела в данный момент времени;

$\vec{r}_0$ - радиус-вектор, который определяет положение тела в начальный момент времени (*t = 0*);

$\vec{V}_0$ - скорость тела в начальный момент времени (t = 0); $\vec{a}$ - ускорение тела.

*Основное уравнение кинематики поступательного движения в проекциях на оси координат:*

$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2} \ , \ y = y_0 + V_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2} \ , \ z = z_0 + V_{0z} \cdot t + \frac{a_z \cdot t^2}{2} .$$

*Проекции векторного уравнения для скорости тела на оси координат:*

$$V_x = V_{0x} + a_x \cdot t \ , \ V_y = V_{0y} + a_y \cdot t , \ V_z = V_{0z} + a_z \cdot t$$

Здесь $x$ , $y$ , $z$ - координаты тела в данный момент времени; $x_0$, $y_0$, $z_0$ - координаты тела в начальный момент времени (*t = 0*);

$V_{0x}$, $V_{0y}$, $V_{0z}$ - проекции вектора начальной скорости $\vec{V}_0$ на оси *Ox, Oy и Oz*.

$a_x$, $a_y$, $a_z$ - проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на оси *Ox, Oy и Oz*.

*Основное уравнение кинематики вращательного движения:*

Для угла поворота:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} \ .$$

Для угловой скорости тела:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} \cdot t \, .$$

Здесь $\varphi$ - значение угла поворота тела в данный момент времени;

$\omega$ - значение угловой скорости тела в текущий момент времени;

$\varphi_0$ - значение угла поворота тела в начальный момент времени ($t = 0$);

$\omega_0$ - значение угловой скорости тела в начальный момент времени ($t = 0$);

$\varepsilon$ - значение углового ускорения тела в текущий момент времени.

*Связь линейных и угловых величин:*

$$S = R \cdot \varphi \, , \ \upsilon = \omega \cdot R \, ;$$

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = R \cdot \varepsilon \, ,$$

где $a_\tau$ - тангенциальное ускорение, направленное по касательной к траектории,

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R \, ,$$

где $a_n$ - нормальное ускорение, направленное по нормали к траектории к центру ее кривизны.

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \ \text{или} \ a = \sqrt{\left(a_\tau\right)^2 + \left(a_n\right)^2} \ .$$

***План решения задач по кинематике поступательного движения***

1. Прочитать условие задачи, **выписать данные**. При необходимости перевести данные в систему единиц СИ: путь – [метр], скорость – [метр/секунда], ускорение – [метр/секунда$^2$], время – [секунда].
2. **Выполнить рисунок**, векторами показать известные по условию задачи скорости движения тел и ускорения.
3. **Задать систему координат**: нужно связать систему координат с Землей (чаще всего) или с каким-либо другим телом (чаще для задач на относительность движения). Показать направления координатных осей.

4. **Записать уравнения** для координат и скоростей всех движущихся тел в выбранной системе отсчета.
5. Записать значения начальных параметров $x_0$, $y_0$, $z_0$, а также $V_{0x}$, $V_{0y}$ и $V_{0z}$

   Также необходимо помнить, что

   $$S_x = x - x_0, \text{ или } S_y = y - y_0, \text{ или } S_z = z - z_0$$

   – это пройденный путь вдоль конкретной координатной оси, т.е. разность между конечной и начальной координатами.
6. Выразить из получившихся уравнений неизвестные величины.

## ***Примеры решения задач.***

**Задача №1.** С крыши дома оторвалась маленькая сосулька, которая за время $\Delta t = 0,2$ с пролетела мимо окна высотой $h = 1,5$ м. Определить с какой высоты относительно верхнего края окна упала сосулька. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:

$\Delta t = 0,2$ с

$h = 1,5$ м.

Определить:

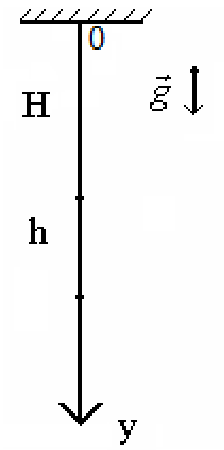
$H$.

Решение:

1. Движение сосульки прямолинейное равноускоренное с ускорением равным ускорению свободного падения. Начало отсчета выберем на крыше. Запишем уравнения для данного вида движения:

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 \cdot t + \dfrac{a \cdot t^2}{2} \\ \vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t \\ \vec{a} = const \end{cases}$$

Направим ось *y* вертикально вниз и запишем уравнения движения в проекции на ось *Oy* для точки с координатой *y*=*H* (в момент прохождения верхнего края окна):




$$\begin{cases} H = \dfrac{gt^2}{2} & (1) \\ \upsilon_y = gt & (2) \\ a_y = g = \text{const} \end{cases}$$

где $y_0 = 0$, $\upsilon_{0y} = 0$.

2. Запишем уравнение движения для нижнего края окна:

$$H + h = \frac{g\left(t + \Delta t\right)^2}{2}$$

Заменим в последнем уравнении высоту H на выражение (1):

$$\frac{gt^2}{2} + h = \frac{g\left(t + \Delta t\right)^2}{2}$$

Решаем уравнение относительно *t*:

$$\frac{gt^2}{2} - \frac{g\left(t + \Delta t\right)^2}{2} + h = 0$$

$$\frac{gt^2}{2} - \frac{g(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2)}{2} + h = 0$$

$$\frac{gt^2}{2} - \frac{gt^2}{2} - \frac{2gt\Delta t}{2} - \frac{g\Delta t^2}{2} + h = 0$$

$$-gt\Delta t-\frac{g\Delta t^2}{2}+h=0$$

$$t=\frac{2h-g\Delta t^2}{2g\Delta t}$$

Подставляем полученное выражение для времени t в выражение (1):

$$H=\frac{gt^2}{2}=\frac{g}{2}\left(\frac{2h-g\Delta t^2}{2g\Delta t}\right)^2$$

$H=2{,}11$ м

Ответ: $H=2{,}11$ м

**Задача №2.** Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой:

$$\varphi(t)=35+t+4t^2.$$

Определить величину полного ускорения точки, находящейся на расстоянии 20 см от оси вращения для момента времени $t=2$ с от начала движения.

Дано:

$\varphi(t)=35+t+4t^2$,

$t=2$ с,

$R$ = 20 см = 0,2 м .

Определить:

$a$

Решение.

1. Выражение для полного ускорения может быть записано через нормальную и тангенциальную компоненты в виде:

$$a=\sqrt{(a_\tau)^2+(a_n)^2},$$

где

$$a_\tau = R\cdot\varepsilon \text{ и } a_n = \omega^2 R\,.$$

2. Для нахождения нормальной составляющей ускорения, вычислим угловую скорость:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = 1 + 8t \text{ (рад/с).}$$

3. Для нахождения тангенциальной составляющей ускорения, вычислим угловое ускорение:

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega}{dt} = 8 \text{ (рад/с}^2\text{),}$$

т.е. получаем постоянное значение углового ускорения.

4. В момент времени $t = 2$ с:

$$\omega(2) = 1 + 8\cdot 2 = 17 \text{ (рад/с).}$$

5. Нормальная составляющая ускорения:

$$a_n = \omega^2 R = 17^2\cdot 0{,}2 = 57{,}8 \text{ (м/с}^2\text{).}$$

6. Тангенциальная составляющая ускорения:

$$a_\tau = R\cdot\varepsilon = 0{,}2\cdot 8 = 1{,}6 \text{ (м/с}^2\text{).}$$

7. Таким образом, полное ускорение:

$$a = \sqrt{(a_\tau)^2 + (a_n)^2} = \sqrt{(1{,}6)^2 + (57{,}8)^2} \approx 57{,}8 \text{ (м/с}^2\text{).}$$

Ответ: $a = 57{,}8$ (м/с$^2$).

## ЗАДАЧИ

**Средняя скорость. Равнопеременное прямолинейное движение.**

1. Велосипедист проехал первую половину времени своего движения со скоростью 18 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 24 км/ч. Вычислить среднюю скорость велосипедиста.
2. Велосипедист проехал первую половину пути со скоростью 18 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 24 км/ч. Вычислить среднюю скорость велосипедиста.
3. Автомобиль проехал половину пути со скоростью $\upsilon_1 = 50$ км/ч. Следующий отрезок пути он ехал со скоростью $\upsilon_2 = 80$ км/ч, а последний отрезок пути – со скоростью равной $\upsilon_3 = 60$ км/ч. Какова средняя скорость автомобиля, если второй и третий отрезки пути пройдены за одинаковое время?
4. Трамвай отошел от остановки с ускорением $a = 0,2$ м/с$^2$. Достигнув скорости $\upsilon = 36$ км/ч, он в течение 2 мин двигался равномерно, а затем, затормозив, равнозамедленно прошел до следующей остановки путь $S = 100$ м. Определить среднюю путевую скорость трамвая на участке между остановками.
5. Студент проехал половину пути на велосипеде со скоростью 16 км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью 12 км/ч, а затем до конца пути шел пешком со скоростью 5 км/ч. Определить среднюю скорость движения студента на всем пути.
6. Тело, пущенное по наклонной плоскости вверх от ее основания со скоростью 1,5 м/с, возвратилось в туже точку со скоростью 1 м/с, двигаясь вверх и вниз с постоянными ускорениями. Найти среднюю скорость за все время движения.
7. В течение времени $\tau = 10$ с скорость тела задается уравнением вида $\upsilon = A + Bt + Ct^2$, $(0 \le t \le \tau)$, где $A = 5$, $B = 10$, $C = 4$. Определить среднюю скорость за промежуток времени $\tau$.

8. Зависимость пройденного телом пути $S$ от времени $t$ дается уравнением $S = At - Bt^2 + Ct^3$, где $A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с$^2$, $C = 4$ м/с$^3$. Найти: а) зависимость скорости и ускорения от времени, б) расстояние, пройденное телом, скорость и ускорение тела через время $t = 2$ с после начала движения.
9. Расстояние между двумя автобусными остановками $S = 1{,}5$ км. Первую половину этого расстояния автобус проходит равноускоренно, вторую – равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Найти ускорение автобуса и время его движения между остановками, если максимальная скорость автобуса составляла 50 км/ч.
10. Трамвай движется со скоростью 36 км/ч. После выключении тока его движение становится равнозамедленным, и трамвай останавливается через время $t = 20$ с. Определите значение ускорения трамвая. На каком расстоянии до остановки надо выключить ток?
11. Поезд, двигаясь равнозамедленно, в течение 60 с уменьшает свою скорость от 40 км/ч до 28 км/ч. Найти ускорение поезда и расстояние *S*, пройденное им за время торможения.
12. По прямой дороге AB движется с постоянной скоростью $u = 20$ м/с автомобиль. Из точки C, которая находится от AB на расстоянии $\ell = 2000$ м, в момент, когда автомобиль и точка C оказываются на одном перпендикуляре к AB, производится выстрел из пушки (Рис.1). Предполагая, что снаряд летит прямолинейно с постоянной скоростью $\upsilon = 200$ м/с, определить: а) угол $\alpha$, на который нужно повернуть ствол пушки, чтобы поразить автомобиль, б) время $t$ полета снаряда, в) путь *S*, который пройдет автомобиль за время *t*.

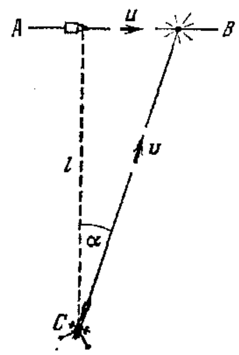



Рис.1.

13. Поезд движется равнозамеленно, имея начальную скорость $\upsilon_0 = 54$ км/ч и ускорение $a = -0{,}5$ м/с$^2$. Через какое время и на каком расстоянии от начала торможения поезд остановится?

14. Пассажир, стоявший у начала четвертого вагона электрички, определил, что начавший двигаться вагон прошел мимо него за 5 с, а вся электричка - за 15,8 с. Сколько вагонов у электрички?

**Движение в поле силы тяжести.**

1. Скоростной лифт опускается с ускорением 5 м/с$^2$ относительно земли. В некоторый момент времени с потолка лифта начинает падать болт. Высота лифта 2,5 м. Определите время падения болта.
2. При падении камня в колодец его удар о поверхность воды доносится через $t = 5$ с. Принимая скорость звука равной 330 м/с, определить глубину колодца.
3. Тело падает с высоты 1 км без начальной скорости. Определить, какой путь пройдет тело за первую и последнюю секунду своего падения. Сопротивлением воздуха пренебречь.
4. Тело падает с высоты 500 м без начальной скорости. Определить, какое время потребуется этому телу для прохождения первых и последних 10 м пути. Сопротивлением воздуха пренебречь.
5. Первое тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 5 м/с. В тот же момент времени вертикально вниз с той же начальной скоростью из точки, соответствующей максимальной верхней точке полета первого

тела, брошено второе тело. Определить, на какой высоте относительно поверхности Земли тела встретятся.

6. Первое тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 3 м/с. В тот же момент времени вертикально вниз с той же начальной скоростью из точки, соответствующей половине максимальной верхней точке полета первого тела, брошено второе тело. Определить скорости первого и второго тел в момент встречи.
7. Тело, брошенное вертикально вверх, поднялось на высоту $h = 9$ м над точкой бросания через промежуток времени, равный половине времени подъема на максимальную высоту. Вычислить максимальную высоту, на которую поднимется тело при движении. Сопротивлением воздуха пренебречь.
8. Свободно падающее тело последнюю треть пути проходит за 1,1 с. Найти высоту, с которой падает тело, и скорость тела у поверхности земли.
9. Тело падает без начальной скорости с высоты 20 м. Найти среднюю скорость его падения на всем пути.
10. Стрела, пущенная с поверхности Земли вертикально вверх, упала на Землю через 6 с. Вычислите начальную скорость стрелы и максимальную высоту ее подъема.
11. Дальность полета тела, брошенного в горизонтальном направлении, равна половине высоты, с которой оно брошено. Чему равен тангенс угла, который образует с горизонтом скорость тела, при его падении на землю?
12. Определите начальную скорость горизонтально брошенного тела, если через промежуток времени $t = 3{,}2$ с вектор скорости составляет с горизонтом угол $63^0$.
13. С некоторой высоты горизонтально брошено тело с начальной скоростью 15 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить радиус кривизны траектории тела через 2 с после начала движения.

14. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, запишите уравнение траектории *y(x)* для этого тела.
15. С крыши многоэтажного дома высотой 45 м горизонтально брошен камень со скоростью 20 м/с. Определить: 1) какое время камень будет находится в движении; 2) на каком расстоянии от основания дома он упадет на землю;
16. С вершины дерева высотой 20 м горизонтально брошен мяч со скоростью 15 м/с. Определить: 1) с какой скоростью мяч упадет на землю; 2) какой угол составит траектория мяча с горизонтом в точке его падения на землю.
17. Тело брошено горизонтально с некоторой высоты. Через 5 с после броска угол между направлением скорости и ускорения стал равным 45°. Определить скорость тела в этот момент времени. Сопротивление воздуха не учитывать.
18. Тело бросают в горизонтальном направлении с высоты 20 м так, что к поверхности Земли оно подлетает под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. С какой скоростью брошено тело, и какое расстояние по горизонтали оно пролетит?
19. Камень брошен под таким углом к горизонту, что синус этого угла равен 0,8. Найдите отношение дальности полета к максимальной высоте подъема.
20. Из шланга бьет струя воды со скоростью 10 м/с под углом 30° к горизонту. Определите массу воды, находящейся в воздухе, если площадь отверстия 2 см$^2$.
21. Из точки, расположенной на высоте 15 м над землей, бросают камень со скоростью 20 м/с под углом 30° к горизонту. Через какое время камень упадет на землю?
22. Мяч брошен с некоторой высоты над поверхностью земли вверх под углом $\alpha = 60°$ к горизонту с начальной скоростью 20 м/с. За время полета

вертикальная составляющая его скорости по величине увеличилась на $\eta = 20\%$ Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить с какой высоты был брошен мяч.

23. Под углом $\alpha = 30°$ к горизонту брошено тело с начальной скоростью 15 м/с. Определить, через какое время траектория тела будет составлять с горизонтом угол $\beta = 45°$.
24. Тело брошено под углом $\alpha = 60°$ к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. На какой высоте касательное и нормальное ускорения будут иметь одинаковые величины?
25. Под каким углом к горизонту нужно бросить шарик, чтобы радиус кривизны начала его траектории был в 8 раз больше, чем в вершине.
26. Камень бросают под углом $\alpha = 60°$ с вершины горы, склон которой образует угол $\beta = 30°$ с горизонтом. С какой начальной скоростью нужно бросить камень, чтобы он упал на склон горы на расстоянии $L = 5$ м от вершины?
27. Какую наименьшую начальную скорость должен получить при ударе футбольный мяч, чтобы перелететь через стену высотой $H = 1,5$ м, находящуюся от мяча на расстоянии 10 м?
28. Летящий снаряд был обнаружен с помощью прибора наблюдения, который определил горизонтальную координату снаряда $x_1$ и высоту $h_1 = 1655$ м над землей (Рис.2). Через 5 с снаряд упал на землю и взорвался на расстоянии $L = 1500$ м от места его обнаружения. Вычислить время полета снаряда от пушки до места взрыва. Сопротивлением воздуха пренебречь.

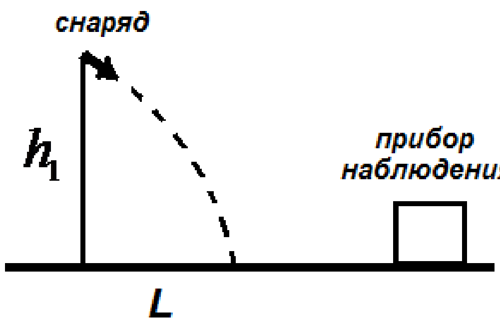


Рис.2.

29. На спортивных состязаниях в Санкт-Петербурге спортсмен толкнул ядро на расстояние 16,2 м. На какое расстояние полетит то же ядро, брошенное с той же начальной скоростью и под тем же углом к горизонту в Ташкенте? Ускорение свободного падения в Санкт-Петербурге $g_1 = 9{,}819$ м/с$^2$, в Ташкенте - $g_2 = 9{,}801$ м/с$^2$.
30. Камень, брошенный со скоростью 20 м/с под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, упал на землю на некотором расстоянии от места бросания. С какой высоты нужно бросить камень в горизонтальном направлении, чтобы при той же начальной скорости он упал на то же место?

**Кинематика вращательного движения**

1. Круглая пила имеет диаметр 600 мм. На ось пилы насажен шкив диаметром 300 мм. Каковы линейная скорость зубьев пилы и их центростремительное ускорение, если края пилы имеют линейную скорость 12 м/с.
2. Определите линейную скорость и ускорение точек земной поверхности в Нижнем Новгороде за счет суточного вращения Земли. Географические координаты Нижнего Новгорода: 56° северной широты, 40° восточной долготы. Радиус Земли $R = 6400$ км.
3. Определите линейную скорость, с которой должен двигаться самолет на экваторе с востока на запад, чтобы пассажирам этого самолета Солнце казалось неподвижным. Радиус Земли $R = 6400$ км.
4. Материальная точка из состояния покоя начинает двигаться по окружности радиусом 25 см с постоянным тангенциальным ускорением 2 см/с$^2$. Определить: 1) момент времени, при котором вектор ускорения образует с вектором скорости угол $\alpha = 45°$; 2) путь, пройденный, за это время движущейся точкой.
5. Колесо начинает двигаться из состояния покоя и через 2 с после начала движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет

угол $\alpha = 60°$ с вектором ее линейной скорости. Определите угловое ускорение этой точки.

6. Вычислите отношение нормального и тангенциального ускорений для точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, для того момента, когда вектор полного ускорения точки составляет угол $\alpha = 30°$ с вектором ее линейной скорости.
7. Линейная скорость точки, находящейся на ободе вращающегося диска, в три раза больше, чем линейная скорость точки, находящейся на 8 см ближе к его оси. Определить радиус диска.
8. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением 5 рад/с$^2$. Определить радиус колеса, если через 2 с после начала движения полное ускорение колеса составляет 7,5 м/с$^2$.
9. Колесо велосипеда вращается равнозамедленно. За время $t = 4$ мин оно изменило частоту вращения от 120 до 30 мин$^{-1}$. Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.
10. Точка движется по окружности радиусом $R = 25$ см с постоянным тангенциальным ускорением. К концу шестого оборота после начала движения линейная скорость точки стала равной 18 см/с. Определить нормальное ускорение этой точки через $t = 32$ с после начала движения.
11. На края шкива длиной 70 см, насажены два одинаковых диска. Вся система вращается с частотой 1400 об/мин. Вдоль оси шкива летит пуля, которая пробивает оба диска. Определите скорость пули, если известно, что отверстие от пули во втором диске оказывается смещенным относительно отверстия в первом диске на угол 18°.
12. Кошка бежит за мышкой по окружности радиусом 5 м с постоянной скоростью 40 км/ч. Когда расстояние по дуге между ними было равно 1/8 длины окружности, мышка начала убегать со скоростью 50 км/ч. Через какое время мышка удалится от кошки на расстояние, равное половине окружности?

13. Скорость колесного трактора постоянна и равна 5,4 км/ч. Определите диаметр колеса трактора, если угловая скорость вращения колес составляет 2,5 рад/с.
14. Барабан диаметром 0,8 м вращается так, что зависимость угла поворота радиуса барабана от времени задается уравнением: $\varphi = 2B + 5t + t^3$, $B = \text{const}$. Вычислите угловую и линейную скорость точек, лежащих на поверхности барабана, через 4 с после начала его движения.

# ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ.

## Основные законы и формулы:

*Импульс (количество движения) материальной точки:*

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon},$$

где $m$ - масса тела, $\vec{\upsilon}$ - скорость его движения.

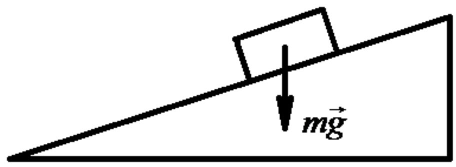
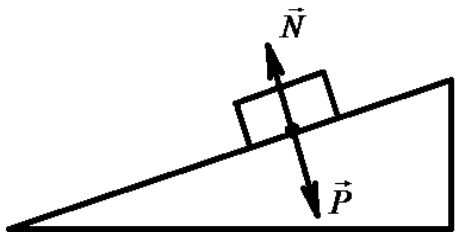
*Второй закон Ньютона:* Это основной закон динамики, который отвечает на вопрос: как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.

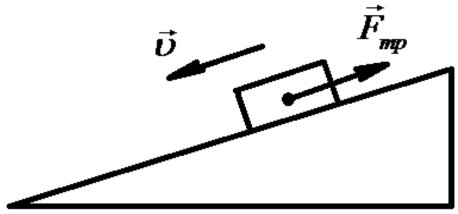
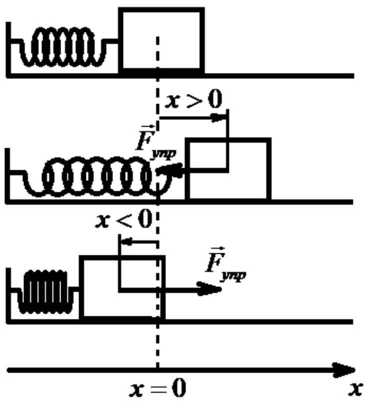
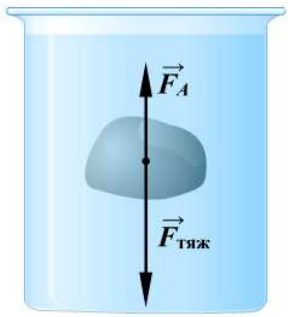
Второй закон Ньютона гласит, что скорость изменения импульса тела определяется действующей на тело силой $\vec{F}$ :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = m\vec{a},$$

где $\vec{a}$ - ускорение тела.

*Основные силы:*

| | | |
|---|---|---|
| **Сила тяжести –** сила, с которой Земля притягивает тела. | $\vec{F} = m\vec{g}$ <br> $g = 9.8$ м/с$^2$ | Направлена к центру Земли.   |
| **Вес –** это сила с которой тело действует на опору или подвес. **Сила реакции опоры –** сила, которая действует на тело со стороны опоры или подвеса. | $\vec{P}$ - вес тела. <br> $\vec{N}$ - сила реакции опоры. | Направлены перпендикулярно опоре.   |

| | | |
|---|---|---|
| **Сила трения скольжения** - сила, возникающая между соприкасающимися телами при их относительном движении. | $F_{тр} = \mu N$<br>$\mu$ - коэффициент трения (см. в таблицах) | Направлена против движения тела.<br><br> |
| **Сила упругости** – сила, возникающая при растяжении или сжатии упругих тел. | $F_{упр} = k \cdot \Delta x$<br>$k$ - коэффициент жесткости<br>(см. в таблицах)<br>$\Delta x$ - абсолютное удлинение/сжатие | Направлена против смещения.<br><br> |
| **Сила Архимеда** – выталкивающая сила, действующая на тело со стороны жидкости или газа. | $F_A = \rho_Ж g V_{П.Ч.Т.}$<br>$\rho_Ж$ - плотность жидкости,<br>$V_{П.Ч.Т.}$ - объем погруженной части тела. | Противоположно направлена силе тяжести.<br><br> |

## ***Примеры решения задач.***

**Задача №1.** Два груза массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 50$ г соединены невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через легкий блок. Грузы прижимаются друг к другу с силой $F = 1$ Н. Коэффициент трения между грузами $\mu = 0{,}1$. С какими ускорениями движутся грузы, в течение времени пока соприкасаются друг с другом? Нити вертикальны. Трения в оси блока нет.

Дано:

$m_1 = 100\text{ г} = 0{,}1\text{ кг}$

$m_2 = 50\text{ г} = 0{,}05\text{ кг}$

$F = 1$ Н

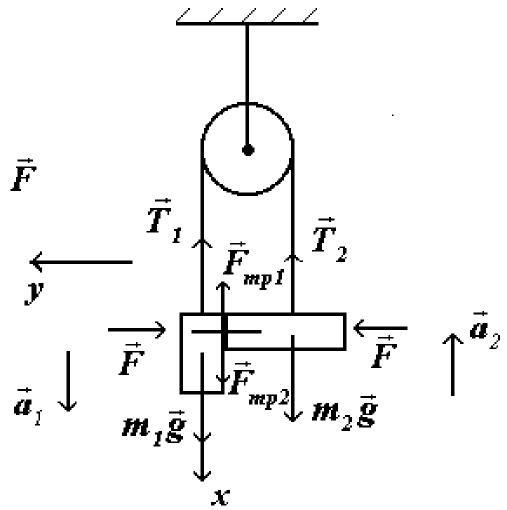
$\mu = 0{,}1$

Определить:

$a_1$ ; $a_2$

Решение:

Поскольку $m_1 > m_2$, то первый груз движется вниз. Следовательно, второй груз движется вверх. Сила трения всегда направлена противоположно направлению скорости движения груза и приложена к соприкасающейся поверхности.




1. Запишем второй закон Ньютона для каждого из грузов.

1 груз:

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{тр1} + \vec{F} + \vec{N}_1$$

$$Ox: m_1a_1 = m_1g - T_1 - F_{тр1},$$

где $F_{тр1} = \mu N_1$

$$Oy: 0 = N_1 - F$$

Отсюда $N_1 = F$ и $F_{тр1} = \mu F$

Тогда

$$m_1a_1 = m_1g - T_1 - \mu_1 F$$

<u>2 груз:</u>

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр2} + \vec{F} + \vec{N}_2$$

$$Ox: \quad -m_2a_2 = m_2g - T_2 + F_{тр2}$$

$$Oy: \quad 0 = F - N_2$$

Отсюда

$$N_2 = F \text{ и } F_{тр2} = \mu F.$$

Тогда

$$-m_2a_2 = m_2g - T_2 + \mu F$$

2. Поскольку нить невесома и терние в блоке отсутствует, то $T_1 = T_2 = T$

Поскольку нить нерастяжима, то $a_1 = a_2 = a$.

3. Учитывая равенство натяжений нити и ускорения грузов, окончательно запишем их уравнения движения:

$$\begin{cases} m_1a = m_1g - T - \mu F \\ -m_2a = m_2g - T + \mu F \end{cases}$$

$$m_1a + m_2a = m_1g - T - \mu F - m_2g + T - \mu F$$

$$(m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g - 2\mu F$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g - 2\mu F}{m_1 + m_2}.$$

$a = 1{,}94$ м/с$^2$.

<u>Ответ:</u> $a = 1{,}94$ м/с$^2$.

**Задача №2.** На наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом, удерживаются два соприкасающихся бруска так, как показано на рисунке. Массы брусков $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг. Коэффициенты трения брусков о плоскость равны $\mu_1 = 0,25$, $\mu_2 = 0,1$ соответственно. Найти силу взаимодействия между брусками, если их отпустить.

Дано:

$\alpha = 30°$

$m_1 = 1$ кг

$m_2 = 2$ кг

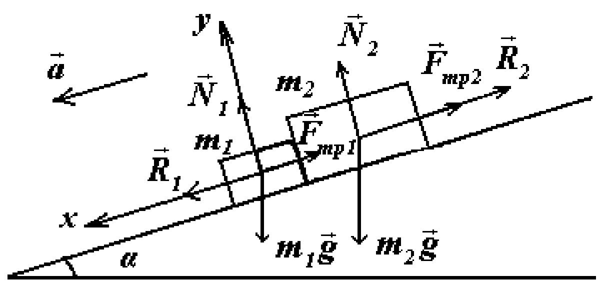
$\mu_1 = 0,25$

$\mu_2 = 0,1$

Определить:

$R_1$, $R_2$.

Решение:




1. Т.к. $\mu_2 < \mu_1$, то брусок 2 всегда будет прижат к бруску 1. Двигаться они будут как одно целое, т.е. с одинаковыми ускорениями.

Запишем второй закон Ньютона для первого бруска:

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1} + \vec{R}_1$$

Проецируем на оси:

$Ox$: $m_1 a = m_1 g \sin\alpha - F_{тр1} + R_1$, где $F_{тр1} = \mu_1 N_1$

$Oy$: $0 = -m_1 g \cos\alpha + N_1$

$$N_1 = m_1 g \cos\alpha$$

Но

$$F_{тр1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g\cos\alpha$$

Тогда получим:

$$m_1 a = m_1 g\sin\alpha - \mu_1 m_1 g\cos\alpha + R_1$$

Второй брусок:

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр2} + \vec{R}_2$$

$$Ox:\ m_2 a = m_2 g\sin\alpha - F_{тр2} - R_2,$$

$$Oy:\ 0 = -m_2 g\cos\alpha + N_2$$

где $F_{тр2} = \mu_2 N_2,\ \ N_2 = m_2 g\cos\alpha.$

$$F_{тр2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 m_2 g\cos\alpha$$

Тогда

$$m_2 a = m_2 g\sin\alpha - \mu_2 m_2 g\cos\alpha - R_2$$

2. Т.к. бруски движутся вместе, то $a_1 = a_2$.

По третьему закону Ньютона $R_1 = R_2 = R$ как это силы взаимодействия. С учетом этого получим:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g\sin\alpha + R - \mu_1 m_1 g\cos\alpha \\ m_2 a = m_2 g\sin\alpha - R - \mu_2 m_2 g\cos\alpha \end{cases}$$

3. Выразим в явном виде искомую силу взаимодействия:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1 g\sin\alpha - \mu_1 m_1 g\cos\alpha + R}{m_2 g\sin\alpha - \mu_2 m_2 g\cos\alpha - R}$$

$$m_1 m_2 g\sin\alpha - \mu_2 m_1 m_2 g\cos\alpha = m_1 m_2 g\sin\alpha + m_1 R + m_2 R - \mu_1 m_1 m_2 g\cos\alpha$$

$$(m_1 + m_2)R = m_1 m_2(\mu_1 - \mu_2) g\cos\alpha$$

$$R = \frac{m_1 m_2(\mu_1 - \mu_2) g\cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

$R = 0{,}85$ Н.

<u>Ответ:</u> $R = 0{,}85$ Н.

# ЗАДАЧИ

**Закон всемирного тяготения. Сила тяжести. Вес.**

1. Определите силу гравитационного взаимодействия Земли и Солнца. Необходимые данные возьмите из таблиц.
2. Вычислите, во сколько раз уменьшится сила гравитационного притяжения Земли и космического корабля, если корабль удалится от планеты на расстояние, равное четырем ее радиусам.
3. Определите, на сколько отличается значение ускорения свободного падения на полюсе Земли и на ее экваторе. Экваториальный радиус считать равным 6378,2 км, полярный радиус – 6356,9 км.
4. Радиус планеты Марс составляет 0,53 радиуса Земли, а масса – 0,11 массы Земли. Зная среднее значение ускорения свободного падения на Земле, найти ускорение свободного падения на Марсе.
5. Средняя плотность Венеры 5200 кг/м$^3$, а радиус планеты 6100 км. Найти ускорение свободного падения на поверхности Венеры.
6. На верхнем этаже небоскреба ускорение свободного падения на 0,1 см/с$^2$ меньше, чем у его основания. Определите, на сколько уменьшается сила тяжести, действующая на человека массой 60 кг, при подъеме на верхний этаж.
7. Космический корабль, движущийся по круговой орбите вокруг Земли, перешел на новую орбиту, на которой скорость корабля уменьшилась в два раза. Во сколько раз при этом изменилась сила тяжести космонавта?
8. В вагоне поезда на пружинных весах взвешивают тело массой $m = 7$ кг. Скорость движения поезда постоянна и равна 108 км/ч. Определите показание пружинных весов в случае, когда поезд движется по закругленной траектории радиусом $R = 600$ м.
9. Определите, с какой силой гонщик давит на кресло гоночного автомобиля при прохождении виража с радиус закругления дороги $R = 50$ м. Масса гонщика 70 кг, скорость автомобиля на вираже составляет 200 км/ч.

10. Вычислить, во сколько раз сила давления пилота на кресло самолета при прохождении виража радиусом 400 м превышает его вес в неподвижном состоянии. Масса пилота 75 кг, скорость движения самолета на вираже 450 км/ч.
11. Самолет делает поворот в горизонтальной плоскости, двигаясь с постоянной скоростью 2000 км/ч. При каком радиусе кривизны траектории летчик будет испытывать пятикратную перегрузку (отношение веса летчика к силе тяжести)?
12. Лифт опускается вниз и перед остановкой движется замедленно. Определить, с какой силой будет давить на пол лифта человек массой 60 кг, если ускорение лифта равно 4 м/с$^2$.
13. Кабина лифта движется вверх с ускорением 2 м/с$^2$. Вычислить радиус стального цилиндра, стоящего на полу кабины, если его вес составляет 40 Н. Высоту цилиндра принять равной 15 см.
14. С каким ускорением надо поднимать груз, чтобы его вес увеличился вдвое? С каким ускорением надо опускать тот же груз, чтобы его вес уменьшился вдвое?
15. Груз весом 98 Н висит на тросе, прикрепленном к потолку лифта. Известно, что трос выдерживает нагрузку до 120 Н. С каким максимальным ускорением может двигаться лифт, чтобы трос не оборвался?
16. На экваторе некоторой планеты тела весят вдвое меньше, чем на полюсе. Средняя плотность вещества планеты 3000 кг/м$^3$. Определить период обращения планеты вокруг собственной оси.
17. Какой продолжительности должны быть сутки на Земле, для того, чтобы тела на экваторе были невесомы? Радиус Земли принять равным 6400 км.

**Сила упругости**

1. Два мальчика растягивают резиновый шнур, прикладывая к его концам силы по 30 Н каждый. Какова жесткость шнура, если его удлинение составило 4 см.
2. Вычислить силы, которые нужно приложить к концам пружины жесткостью 400 Н/м, чтобы растянуть ее на 10 см.
3. Две пружины разной длины, скрепленные между собой одними концами, растягивают за свободные концы. Известно, что жесткость первой пружины равна 200 Н/м и она удлинилась на 5 см. Определите жесткость второй пружины, если ее удлинение составило 1 см.
4. Чугунное ядро массой 150 кг поднимают со дна озера с постоянной скоростью. Определить, на сколько изменится удлинение троса жесткостью 1 кН/м при переходе из воды в воздух.
5. Мальчик, стреляя из рогатки, натянул резиновый шнур так, что его удлинение составило 10 см. С какой скоростью полетит камень массой 10 г, если жесткость резинового шнура составляет 800 Н/м.
6. Две пружины жесткостями 400 Н/м и 700 Н/м соединены последовательно и подвешены вертикально. Вычислить отношение потенциальных энергий этих пружин, считая их массы пренебрежимо малыми по сравнению с массой груза.
7. К концам двух параллельно подвешенных пружин одинаковой длины прикреплен невесомый стержень длиной 20 см. Жесткость первой пружины составляет 300 Н/м, а жесткость второй – 500 Н/м. Определить, в каком месте стержня по отношению к первой пружине нужно подвесить груз, чтобы стержень остался горизонтальным.
8. Вычислить, во сколько раз изменится жесткость системы из двух одинаковых пружин при переходе от их последовательного соединения к параллельному соединению.
9. К концу резинового шнура жесткостью 900 Н/м привязан груз массой 0,5 кг. Груз отклоняют на угол 60° и отпускают. Найти длину шнура в

момент прохождения грузом положения равновесия, если в нерастянутом состоянии он имеет длину 25 см.

**Трение скольжения.**

1. На гладком столе лежат два связанных бруска массами 200 г и 300 г. К одному из них приложена горизонтальная сила 10 Н. Коэффициент трения между брусками и поверхностью стола 0,2. Найдите силу натяжения нити, если она приложена: а) к первому бруску; б) ко второму бруску.
2. Два груза массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, связанные шнуром, лежат на горизонтальной поверхности. Шнур выдерживает силу натяжения 35 Н. Коэффициент трения между каждым грузом и поверхностью равен 0,3. С какой постоянной силой $F$ можно тянуть первый груз параллельно шнуру, чтобы он не разорвался?
3. Два груза массами $m_1 = 700$ г и $m_2 = 1000$ г связаны нитью, переброшенной через неподвижный блок (Рис.1). С каким ускорением будут двигаться грузы, если коэффициент трения между первым грузом и столом составляет 0,3?

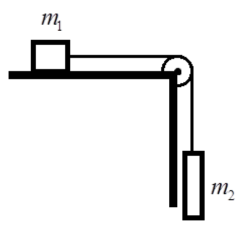



Рис. 1.

4. Два груза массами $m_1 = 400$ г и $m_2 = 900$ г связаны нитью, переброшенной через неподвижный невесомый блок (Рис.1). Система грузов находится в лифте, движущемся вверх с ускорением 4 м/с$^2$. Определить силу натяжения нити, если коэффициент трения между первым грузом и столом составляет 0,2?

5. Через неподвижный невесомый блок, укрепленный на вершине пирамиды, перекинута нить с грузами равной массы (0,5 кг) на концах (Рис.2). Угол $\alpha = 30°$, угол $\beta = 45°$, коэффициент трения между грузами и поверхностью призмы составляет 0,3. Найдите ускорение, с которым будут двигаться грузы, и силу натяжения нити.

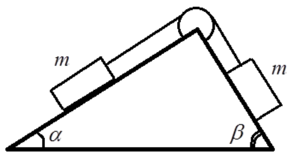



Рис.2

6. Тело лежит на шероховатой горизонтальной поверхности. Определить, на какой угол относительно горизонтали нужно наклонить поверхность, чтобы тело начало скольжение. Коэффициент трения между телом и поверхностью 0,58.
7. Грузы соединены невесомой нитью, переброшенной через невесомый блок (Рис.1). Сила натяжения нити равна 10 Н, а коэффициент трения равен 0,2. Какова масса нижнего груза, если масса верхнего груза равна 300 г?
8. Санки толкнули вверх по ледяной горке, составляющей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Санки въехали на некоторую высоту, а затем съехали обратно. Время спуска в 1,2 раза превышает время подъема. Определить коэффициент трения.
9. Два чугунных груза массами $m_1 = 750$ г и $m_2 = 1300$ г связаны нитью, переброшенной через неподвижный блок (Рис.1). Вычислите, на сколько градусов нагреется первый груз при скольжении, если он проходит расстояние по столу 1,2 м. Удельная теплоемкость чугуна $C = 540$ Дж/кг, причем груз получает половину тепла, выделяющегося при скольжении.
10. На горизонтальном участке дороги от равномерно движущегося поезда массой $M = 1000$ т оторвался последний вагон массой 40 т, проехал

расстояние 200 м и остановился. Вычислите расстояние, которое проехал поезд за время торможения вагона, считая его скорость неизменной.

11. Неподвижное тело массой 2 кг опускается плавно на массивную платформу ($M \gg m$), движущуюся со скоростью 4 м/с. Сколько времени тело будет скользить по платформе и какое расстояние оно пройдет за это время? Коэффициент трения равен 0,2.
12. На клине с углом при основании $\alpha = 30°$ лежит брусок. Коэффициент трения между бруском и клином 0,4. С каким ускорением должен двигаться клин, чтобы брусок не соскальзывал?
13. Наклонная плоскость составляет угол $\alpha = 45°$ с горизонтом. Вверх по ней движется груз массой $m = 0,5$ кг, к которому приложена сила $F = 30$ Н, направленная под углом $\beta = 30°$ к наклонной плоскости. Найти ускорение, с которым движется тело, если коэффициент трения равен 0,4.
14. Диск вращается с частотой 70 об/мин. На каком расстоянии от центра диска нужно положить тело, чтобы оно не соскользнуло? Коэффициент трения тела о диск 0,44.

# МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.

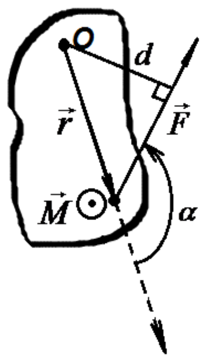
## <u>Основные законы и формулы:</u>

*<u>Момент силы</u>* – векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора (проведённого от оси вращения к точке приложения силы – по определению) на вектор этой силы. Характеризует вращательное действие силы на твёрдое тело.

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \times \vec{F}\right],$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, $\vec{F}$ - приложенная сила.

*<u>Направление момента силы определяется.</u>*




Вектор момента силы всегда перпендикулярен плоскости, образованной векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$, причем векторы $\vec{r}$, $\vec{F}$ и $\vec{M}$, взятые в указанном порядке, образуют *правую тройку векторов* (по свойству векторного произведения): если правым винтом довернуть по кратчайшему пути вектор $\vec{r}$ до вектора $\vec{F}$, то направление движения винта укажет направление вектора $\vec{M}$ .

*<u>Величина момента силы.</u>*

$$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot d ,$$

где $\alpha$ - угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$, $d$ - плечо силы $\vec{F}$, т.е. кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

*<u>Момент инерции</u>* – скалярная физическая величина, которая является мерой инертности во вращательном движении вокруг оси, подобно тому, как масса тела является мерой его инертности в поступательном движении. Характеризуется распределением масс в теле: момент инерции равен сумме произведений элементарных масс на квадрат их расстояний до оси вращения.

$$J = \int r^2 dm ,$$

где $dm$ - элементарная масса, $r$ - расстояние от $dm$ до оси вращения.

*Момент инерции материальной точки.*

$$J = mr^2$$

где $m$ - масса точки, $r$ - расстояние до оси вращения.

*Моменты инерции некоторых симметричных тел.*

| | |
|---|---|
| **Однородный диск** относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр масс. | $J = \frac{1}{2}mR^2$ , где $m$ - масса диска, $R$ - радиус диска. |
| Тонкий длинный **однородный стержень** с сечением любой формы относительно оси, проходящей через его центр масс. | $J = \frac{1}{12}m\ell^2$ , где $m$ - масса стержня, $\ell$ - длина стержня. |
| **Тонкостенный цилиндр или обруч** относительно оси, перпендикулярной их плоскости и проходящей через их центры масс. | $J = mR^2$ , где $m$ - масса цилиндра/обруча, $R$ - радиус цилиндра/обруча. |
| **Шар** относительно оси, проходящей через его центр. | $J = \frac{2}{5}mR^2$ , где $m$ - масса шара, $R$ - радиус шара. |

*Теорема Штейнера.*

Момент инерции $J$ относительно произвольной оси равен сумме момента инерции $J_0$ относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела $m$ на квадрат расстояния между осями.

$$J = J_0 + md^2.$$

*Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.*

$$W_k = \frac{J_z\omega^2}{2},$$

где $J_z$ - момент инерции тела относительно оси $z$, $\omega$ - угловая скорость тела.

*Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения.*

$$W_k = \frac{m\upsilon_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2},$$

где $m$ - масса тела, $\upsilon_c$ - скорость центра масс тела, $J_c$ - момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, $\omega$ - угловая скорость тела.

*Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно оси вращения.*

$$L_z = \omega\sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 = J_z\omega \cdot$$

где $\omega$ - угловая скорость тела, $m_i$ - масса $i$-той материальной точки твердого тела, $R_i$ - расстояние от $m_i$ до оси вращения $z$, $J_z$ - момент инерции тела относительно оси $z$.

*Основное уравнение динамики вращательного движения.*

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}\ ;\ M_z = \frac{dL_z}{dt} = J_z\frac{d\omega}{dt} = J_z\varepsilon,$$

где $M_z$ - момент силы относительно оси $z$, $J_z$ - момент инерции тела относительно оси $z$, $\omega$ - угловая скорость тела, $\varepsilon$ - угловое ускорение тела.

*Работа при вращении тела.*

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ - угол поворота тела, $M_z$ - момент силы относительно оси вращения $z$.

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** Через неподвижный блок в виде однородного сплошного цилиндра массой $M$ = 200 г перекинута невесомая нить, к концам которой подвешены грузы массами $m_1$ = 300 г и $m_2$ = 500 г. Пренебрегая трением в оси блока, определить ускорение грузов и силы натяжения нитей $T_1$ и $T_2$ грузов.

Дано:

$M$ = 200 г = 0,2 кг;

$m_1$ = 300 г = 0,3 кг;

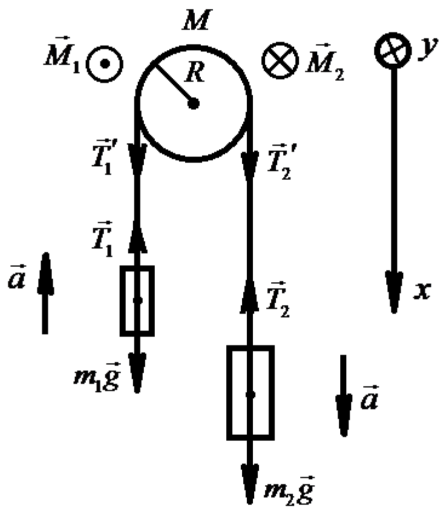
$m_2$ = 500 г = 0,5 кг.

Определить:

$a$ ; $T_1$; $T_2$.

Решение.

1. Выполним рисунок, расставим действующие на тела силы и зададим направления координатных осей: ось $x$ направим вниз, а ось $y$ - перпендикулярно плоскости чертежа, от нас.




2. Запишем для каждого из грузов, движущихся поступательно, второй закон Ньютона в проекциях на ось $x$ :

$$-T_1 + m_1 g = -m_1 a$$
$$-T_2 + m_2 g = m_2 a$$

Здесь $T_1$ и $T_2$ - силы натяжения нитей, не равные по величине. За счет этого обеспечивается вращающий момент, действующий на блок.

3. Применим основной закон динамики вращательного движения к блоку.

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon} \ ,$$

где $\vec{M}$ - суммарный момент действующих на блок сил, $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение блока.

На блок действуют две касательные силы: $\vec{T}_1'$ и $\vec{T}_2'$, которые обусловлены натяжением нити.

Отметим, что моменты этих сил противоположно направлены: момент $\vec{M}_1$ силы $\vec{T}_1'$ направлен перпендикулярно плоскости рисунка к нам, в то время как момент $\vec{M}_2$ силы $\vec{T}_2'$ направлен перпендикулярно плоскости рисунка от нас.

Суммарный момент действующих сил:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 \ ,$$

или в проекции на ось $y$:

$$M = M_2 - M_1.$$

Учтем, что блок ускоренно вращается по часовой стрелке, а значит вектор углового ускорения направлен вдоль оси $y$.

Таким образом, основное уравнение динамики вращательного движения в проекции на ось $y$ примет вид:

$$M_2 - M_1 = J \cdot \varepsilon \, .$$

4. Запишем моменты $M_1$ и $M_2$ касательных сил $T_1'$ и $T_2'$:

$$M_1 = T_1' \cdot R \text{ и } M_2 = T_2' \cdot R \, ,$$

где $R$ - радиус блока, а также плечо сил $T_1'$ и $T_2'$.

5. Поскольку нить невесома и нерастяжима,

$$T_1' = T_1 \text{ и } T_2' = T_2, \text{ откуда } M_1 = T_1 \cdot R \text{ и } M_2 = T_2 \cdot R.$$

6. Подставим найденные значения моментов в основное уравнение динамики вращательного движения:

$$R(T_2 - T_1) = J \cdot \varepsilon \, .$$

7. По условию задачи блок представляет собой диск, который вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через его центр масс. Поэтому момент инерции блока:

$$J = \frac{1}{2} M R^2 \ .$$

8. Учитывая записанное выше выражение для момента инерции, а также известную связь линейного и углового ускорения $a = \varepsilon R$, получим окончательное выражение для уравнения динамики вращательного движения :

$$R\left(T_2 - T_1\right) = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{R}, \text{ или}$$

$$\left(T_2 - T_1\right) = \frac{1}{2}Ma \ .$$

9. Объединим полученные уравнения для грузов и для блока в одну систему:

$$-T_1 + m_1 g = -m_1 a$$

$$-T_2 + m_2 g = m_2 a$$

$$\left(T_2 - T_1\right) = \frac{1}{2}Ma$$

10. Разрешая полученную систему уравнений, найдем окончательное выражение для ускорения:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M\ /\ 2} g \ ,$$

Подставляя известные значения масс и ускорения свободного падения, найдем: $a \approx 2{,}2$ м/с$^2$.

11. Силы натяжения нитей выразим из уравнений для поступательного движения грузов:

$$T_1 = m_1\left(a + g\right),$$

$$T_2 = m_2\left(g - a\right).$$

Отсюда $T_1 = 3{,}6$ Н, $T_2 = 3{,}8$ Н.

<u>Ответ:</u> $a = 2{,}2$ м/с$^2$, $T_1 = 3{,}6$ Н, $T_2 = 3{,}8$ Н.

**Задача №2.** Человек стоит в центре вращающейся по инерции с частотой $\nu_1 = 0{,}5$ Гц платформы и держит в вытянутых в стороны руках гири. Масса каждой гири $m = 5$ кг, расстояние от гири до оси вращения составляет $\ell_1 = 70$ см. Суммарный момент инерции человека относительно оси вращения составляет $J_0 = 3\ кг \cdot м^2$. Определить, с какой частотой станет вращаться платформа, если человек прижмет к себе гири так, что расстояние от каждой из них до оси вращения станет равным $\ell_2 = 20$ см. Какую работу при этом совершит человек?

Дано:

$\nu_1 = 0{,}5$ Гц;

$m = 5$ кг;

$\ell_1 = 70\ см = 0{,}7\ м$;

$\ell_2 = 20\ см = 0{,}2\ м$;

$J_0 = 3\ кг \cdot м^2$.

Определить:

$\nu_2$, $A$.

Решение.

1. По условию задачи, платформа вращается по инерции, а значит суммарный момент внешних сил, действующих на нее, будет равен нулю.

Это означает, что данная система является замкнутой, и поэтому для нее может быть записан закон сохранения момента импульса:

$$L_{z1} = L_{z2} ,$$

где $L_{z1}$ - момент импульса системы для случая, когда человек держит гири на вытянутых руках, а $L_{z2}$ - момент импульса системы для случая, когда человек прижимает гири к себе.

2. Поскольку момент импульса может быть записан как

$$L_z = J_z \omega,$$

получим равенство:

$$J_{z1}\omega_1 = J_{z2}\omega_2, \qquad (1)$$

где $J_{z1}$ и $\omega_1$ - момент инерции системы и угловая скорость для случая, когда человек держит гири на вытянутых руках, а $J_{z2}$ и $\omega_2$ - момент инерции системы и угловая скорость для случая, когда человек прижимает гири к себе.

3. Запишем моменты инерции системы для обоих рассматриваемых случаев. При этом учтем, что полный момент инерции системы «человек + гири» будет складываться из момента инерции самого человека $J_0$ и моментов инерции двух гирь, которые можно считать материальными точками. Таким образом, имеем:

$$J_{z1} = J_0 + 2m\ell_1^2\ ,$$

$$J_{z2} = J_0 + 2m\ell_2^2.$$

4. Из равенства (1) выразим интересующую нас частоту вращения с учетом того, что связь частоты и угловой скорости имеет вид $\omega = 2\pi\nu$:

$$2\pi\nu_2 = \frac{J_{z1}\cdot 2\pi\nu_1}{J_{z2}}$$

или окончательно

$$\nu_2 = \frac{J_{z1}\cdot\nu_1}{J_{z2}} = \frac{\left(J_0 + 2m\ell_1^2\right)\nu_1}{J_0 + 2m\ell_2^2}.$$

Отсюда получим $\nu_2 = 1{,}16$ Гц.

5. Работа, совершенная человеком, равна изменению кинетической энергии системы:

$$A = \frac{J_{z2}\omega_2^2}{2} - \frac{J_{z1}\omega_1^2}{2}\ .$$

Выражая из (1) $\omega_2 = \dfrac{J_{z1}}{J_{z2}}\omega_1$, получим:

$$A=\frac{J_{z2}}{2}\frac{J_{z1}^2}{J_{z2}^2}\omega_1^2-\frac{J_{z1}\omega_1^2}{2}=\frac{J_{z1}\omega_1^2}{2}\left[\frac{J_{z1}}{J_{z2}}-1\right]=\frac{J_{z1}\omega_1^2}{2J_{z2}}\left[J_{z1}-J_{z2}\right].$$

Подставим значения моментов инерции:

$$A=\frac{4\pi^2\nu_1^2\left(J_0+2m\ell_1^2\right)}{J_0+2m\ell_2^2}\cdot 2m\left(\ell_1^2-\ell_2^2\right).$$

Отсюда $A\approx 103$ Дж.

<u>Ответ:</u> $\nu_2=1{,}16$ Гц, $A\approx 103$ Дж.

При решении задач, если не указано обратное, считать нить невесомой и нерастяжимой, трением в оси блока и между блоком и нитью принебречь, проскальзывания нет.

## ЗАДАЧИ

1. Однородный диск массой 2 кг и радиусом 30 см начинает вращение под действием постоянной силы $F=50$ Н относительно оси, проходящей через его геометрический центр. Определить количество полных оборотов, которые сделает диск за 10 мин. Трением пренебречь.
2. Колесо самоката массой 200 г и радиусом 10 см вращается с частотой 5 об/с. Определить значение касательной силы, которую нужно приложить к ободу колеса, чтобы оно остановилось за 3 с. Колесо считать однородным диском.
3. Однородный стержень длиной 2 м может без трения вращаться вокруг оси, проходящей через его верхний конец. Стержень отклонили на угол 45$^{\circ}$ и отпустили. Определить скорость нижнего конца стержня в момент прохождения положения равновесия.
4. К однородному цилиндру радиусом 60 см и моментом инерции $J=60\text{ кг}\cdot\text{м}^2$ приложены силы $F_1=30$ Н, $F_2=70$ Н, $F_3=60$ Н. Определить направление вращения и угловое ускорение цилиндра.

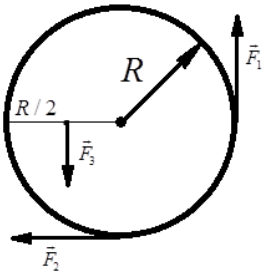



Рис.1

5. Два груза массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг соединены нитью, перекинутой через блок массой $M = 0,5$ кг. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, а также значения сил натяжения нити $T_1$ и $T_2$. Блок считать однородным диском, трением пренебречь.

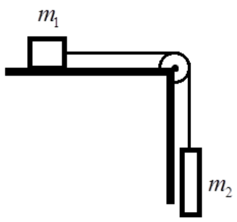



Рис.2

6. Два груза массами $m_1 = 500$ г и $m_2 = 1300$ г связаны нитью, переброшенной через неподвижный блок в виде однородного диска массой $M = 100$ г. Определить разность между силами натяжения нити $T_1$ и $T_2$, если коэффициент трения между первым грузом и столом составляет 0,3.
7. На сплошной цилиндр намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 0,5 кг. Вычислить массу цилиндра, если груз из состояния покоя опускается вниз на 1,5 м за 2 с.
8. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R = 20$ см и известным моментом инерции $J = 0,2$ кг $\cdot$ м$^2$, намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m = 1,5$ кг. До начала вращения барабана высота груза над полом составляла 3 м. Определить: 1) время опускания груза до пола; 2) силу натяжения нити; 3) кинетическую энергию груза в момент удара о пол.

9. С вершины наклонной плоскости длиной 1 м и углом при основании 30$^o$ скатывается без проскальзывания сплошной цилиндр радиусом 10 см. Определить скорость центра масс цилиндра в конце плоскости, если коэффициент трения между цилиндром и плоскостью 0,05.
10. Колесо радиусом $R = 30$ см и массой $m = 3$ кг скатывается по наклонной плоскости длиной 5 м и углом наклона 25°. Определить момент инерции колеса, если его скорость в конце движения составляла 4,6 м/с.
11. Полый тонкостенный цилиндр катится вдоль горизонтального участка дороги со скоростью 1,5 м/с. Определить путь, который он пройдет в гору за счет кинетической энергии, если уклон горы равен 5 м на каждые 100 м пути.
12. На шероховатую наклонную плоскость у ее основания поставили раскрученный до угловой скорости $\omega = 20$ рад/с обруч, вся масса которого сосредоточена в ободе. Угол наклона плоскости к горизонту составляет 30$^o$. Определить расстояние, которое пройдет обруч вверх по плоскости, если коэффициент трения составляет 0,3.
13. С наклонной плоскости длиной 2 м и углом при основании 45$^o$ поочередно скатываются без проскальзывания обруч, вся масса которого сосредоточена в ободе, и сплошной цилиндр. Определить отношение их кинетических энергий в конце спуска, если коэффициент трения между этими телами и плоскостью составляет 0,4.
14. Горизонтальная платформа массой $M = 25$ кг и радиусом $R = 0,8$ м вращается с частотой 18 мин$^{-1}$. В центре стоит человек и держит в расставленных руках гири. Считая платформу диском, определить частоту вращения платформы, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 3,5$ кг $\cdot$ м$^2$ до $J_2 = 1$ кг $\cdot$ м$^2$.
15. Человек массой $m = 60$ кг, стоящий на краю горизонтальной платформы массой $M = 120$ кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой $\nu_1 = 10$ мин$^{-1}$, переходит к ее центру. Считая

платформу круглым однородным диском, а человека – точечной массой, определить, с какой частотой $\nu_2$ будет тогда вращаться платформа.

# ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ.

## Основные законы и формулы:

*Работа, совершаемая постоянной силой.*

$$dA = \vec{F} d\vec{S} = F \cdot dS \cdot \cos\alpha,$$

где $F$ - действующая сила, $dS$ - элементарное перемещение, $\alpha$ - угол между векторами силы и перемещения.

*Мгновенная мощность.*

$$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{F}\vec{\upsilon} = F \cdot \upsilon \cdot \cos\alpha,$$

где $\vec{\upsilon}$ - скорость движения тела, $\alpha$ - угол между векторами силы и скорости.

*Средняя мощность.*

$$\langle P \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

*Кинетическая энергия движущегося тела.*

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

где $m$ - масса тела, $\upsilon$ - скорость его движения.

*Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести.*

$$W_П = mgh,$$

где $m$ - масса тела, $h$ - высота подъема тела относительно нулевого уровня потенциальной энергии. Отметим, что за нулевой уровень часто принимается поверхность Земли.

*Закон сохранения механической энергии.*

Полная механическая энергия системы, на которую действуют только консервативные силы, остается постоянной.

$$W_k + W_П = const.$$

*Изменение механической энергии системы.*

При наличии в системе сил, чья работа отрицательна, полная механическая энергия системы уменьшается, переходя в немеханические формы энергии (например, во внутреннюю энергию). Такой процесс называется **диссипацией (рассеянием) энергии**, а силы к этому приводящие – **диссипативны.**

$$E_2 - E_1 = A^*,$$

где $E_1 = W_{k1} + W_{П1}$ и $E_2 = W_{k2} + W_{П2}$ - полная механическая энергия системы для двух различных состояний, $A^*$ - механическая работа неконсервативной силы.

*Теорема об изменении кинетической энергии.*

Изменение кинетической энергии механической системы определяется суммарной работой всех действующих сил.

$$W_{k2} - W_{k1} = A + A^*,$$

где $A$ - механическая работа консервативных сил, $A^*$ - механическая работа неконсервативных сил.

*Закон сохранения импульса.*

Суммарный импульс замкнутой системы есть величина постоянная.

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = const\,.$$

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** Снаряд, летящий горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 72$ км/ч, разорвался на два неравных осколка. Больший осколок, масса которого составляла 0,8 массы всего снаряда, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью $\upsilon_1 = 108$ км/ч. Найти скорость $\upsilon_2$ меньшего осколка. Считать, что меньший осколок движется в горизонтальном направлении противоположно движению большего осколка.

Дано:

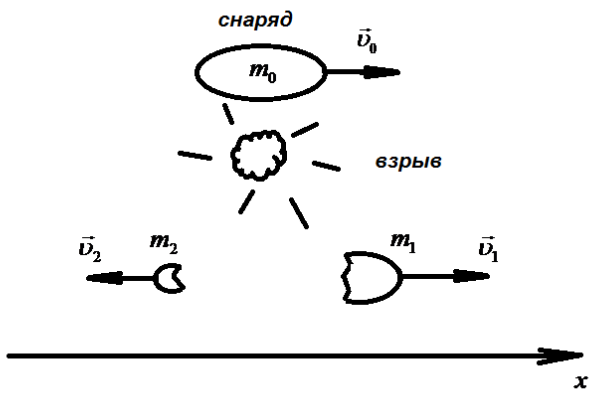
$\upsilon_0 = 72$ км/ч $= 20$ м/с;

$\upsilon_1 = 108$ км/ч $= 30$ м/с;

$m_1 = 0{,}8 m_0$.

Определить: $\upsilon_2$.

Решение.




1. Внутренние силы, возникающие при взрыве снаряда, намного превышают действие любых внешних сил. Следовательно, для данной задачи можно считать систему замкнутой и применять закон сохранения импульса в векторной форме.

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2,$$

где $\vec{p}_0$ - импульс снаряда до взрыва, $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ - импульсы осколков.

2. Спроецируем закон сохранения импульса на ось $x$ :

$$p_0 = p_1 - p_2,$$

или

$$m_0\upsilon_0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2.$$

3. Учтем, что по условию задачи масса первого осколка составляет 0,8 массы всего снаряда.

$$m_1 = 0{,}8m_0, \text{ значит } m_2 = 0{,}2m_0.$$

4. Тогда закон сохранения импульса может быть записан в виде:

$$m_0\upsilon_0 = 0{,}8m_0\upsilon_1 - 0{,}2m_0\upsilon_2,$$

$$\upsilon_0 = 0{,}8\upsilon_1 - 0{,}2\upsilon_2.$$

5. Отсюда искомая скорость второго осколка:

$$\upsilon_2 = \frac{0{,}8\upsilon_1 - \upsilon_0}{0{,}2},$$

$\upsilon_2 = 20$ м/с.

Ответ: $\upsilon_2 = 20$ м/с

**Задача №2.** Шарик подвешен на легкой нерастяжимой нити длиной $\ell = 30$ см так, что точка подвеса находится на высоте $h = 50$ см над столом. Шарик отклоняют на натянутой нити до горизонтального положения и отпускают. При движении шарика нить оборвалась в тот момент, когда она составляла угол $\alpha = 60°$ с вертикалью. Найти высоту, на которую подпрыгнет шарик после абсолютно упругого удара о стол. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:

$\ell$ = 30 см = 0,3 м;

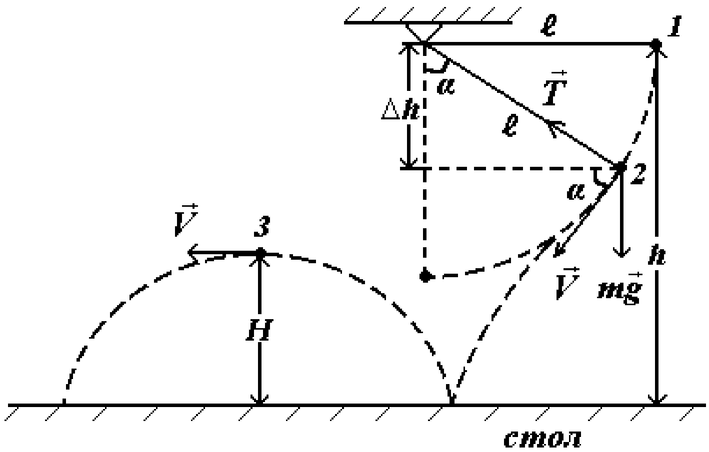
$h$ = 50 см = 0,5 м;

$\alpha = 60^{\circ}$

Определить:

$H$

Решение:




1. Движение шарика происходит под действием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити $\vec{T}$. Сила $\vec{T}$ перпендикулярна направлению движения шарика, поэтому она работы не совершает.

2. Вычислим изменение кинетической энергии шарика на участке между состояниями 1 и 2. Согласно закону об изменении механической энергии, изменение кинетической энергии шарика будет равно работе всех сил, действующих на шарик.

$$\Delta W_k = W_{k2} - W_{k1} = A_{m\vec{g}} - A_{\vec{T}}$$

где

$$W_{k1}=0\ ,\ W_{k2}=\frac{mV^2}{2}.$$

3. Запишем выражения для работы силы тяжести:

$$A_{mg}=mg\Delta h\ \text{, где } \Delta h=\ell\cos\alpha\ .$$

4. С учетом того, что сила натяжения нити работу не совершает, т.е. $A_T=0$, получим:

$$\frac{mV^2}{2}=mg\ell\cos\alpha\ ,$$

где скорость шарика в момент отрыва нити

$$V=\sqrt{2g\ell\cos\alpha}\ .$$

5. Поскольку сопротивление воздуха не учитывается, то после обрыва нити шарик будет двигаться только под действием силы тяжести, которая направлена вертикально вниз. Горизонтальная составляющая скорости изменяться не будет. При абсолютно упругом ударе скорость шарика изменится только по направлению. Изменение коснется только вертикальной составляющей.

В точке 3 – верхней точке траектории шарик имеет только горизонтальную составляющую скорости, которая равна горизонтальной составляющей скорости в точке 2.

$$V_{гор}=V\cos\alpha=\sqrt{2g\ell\cos^3\alpha}\,.$$

6. По теореме об изменении кинетической энергии:

$$W_{k3}-W_{k2}=A_{mg}$$

$$W_{k3}=\frac{mV_3^2}{2}\ ,\ W_{k2}=\frac{mV^2}{2}$$

$$A_{mg}=mg(h-\ell\cos\alpha-H)$$

$$V_3=V_{гор}=\sqrt{2g\ell\cos^3\alpha}$$

$$\frac{m2g\ell\cos^3\alpha}{2}-\frac{m2g\ell\cos\alpha}{2}=mg(h-\ell\cos\alpha-H)$$

$$mg\ell\cos^3\alpha-mg\ell\cos\alpha=mg(h-\ell\cos\alpha-H)\big|\div mg$$

$$\ell\cos^3\alpha-\ell\cos\alpha=h-\ell\cos\alpha-H$$

$$\ell\cos^3\alpha=h-H$$

$$H=h-\ell\cos^3\alpha$$

$$H=0{,}5-0{,}3\cdot\cos^3 60=0{,}46\text{ м} \text{ или } H=46\text{ см}.$$

Ответ: $H=46$ см.

## ЗАДАЧИ

**Закон сохранения импульса.**

1. Артиллерийское орудие массой $M=900$ кг выстреливает ракетой массой $m=15$ кг с начальной скоростью 320 м/с относительно Земли под углом $60^\circ$ к горизонту. Какова скорость отката пушки?
2. Камень массой $m=3$ кг соскальзывает с ледяного склона высотой $H=5$ м с углом наклона $\alpha=45^\circ$ к горизонту и попадает в тележку массой $M=10$ кг. Коэффициент трения камня о склон $\mu=0{,}3$. Какую скорость будет иметь тележка сразу после попадания в нее камня?
3. Струя воды сечением $S=4\text{ см}^2$, пущенная из брандспойта, ударяет в стену под углом $60^\circ$ к нормали и под тем же углом упруго отражается от стены. Скорость струи составляет 20 м/с. Определить, с какой силой $F$ струя давит на стену.
4. Рыбак массой $m=80$ кг находится в неподвижной лодке массой $M=300$ кг. Расстояние от носа лодки до ее кормы составляет 4,5 м. Определить, на какое расстояние сместиться неподвижная лодка, если рыбак перейдет с носа на корму. Сопротивление воды пренебрежимо мало.

5. Два человека стоят на противоположных краях неподвижно стоящего плота массой $M = 280$ кг. Масса одного человека $m_1 = 70$ кг, масса другого человека $m_2 = 100$ кг, расстояние между людьми 6 м. Определить, куда и насколько сместиться неподвижный плот, если люди поменяются местами.
6. Снаряд, летевший на высоте $h = 40$ м горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 100$ м/с, разрывается на два равных осколка. Один осколок спустя время $t = 1$ с падает на землю точно под местом разрыва. Определить скорость другого осколка сразу после разрыва. Сопротивление воздуха не учитывать.
7. Человек массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 1,5 кг со скоростью 5 м/с. Вычислить, на какое расстояние откатится при этом человек, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,02$.
8. Мальчик, стоя на неподвижной тележке, бросает в горизонтальном направлении камень массой 1 кг. Тележка с мальчиком после броска покатилась назад, и в первый момент времени ее скорость составляла 0,2 м/с. Масса тележки вместе с мальчиком $M = 35$ кг. Вычислите импульс брошенного камня через время $t = 1$ с после начала его движения.
9. Шар массой $m_1 = 5$ кг движется навстречу второму шару массой $m_2 = 3,5$ кг и неупруго соударяется с ним. Скорости тел непосредственно перед ударом составляли 2 м/с и 4 м/с соответственно. Определите, какое время будут двигаться эти тела после удара, если коэффициент трения $\mu = 0,2$.
10. Автомат выпускает пули с частотой 800 мин$^{-1}$. Масса каждой пули $m = 4$ г, начальная скорость 600 м/с. Найти среднюю силу отдачи при стрельбе.

**Работа, мощность, энергия.**

1. Деревянный ящик массой $m = 20$ кг поднимают с ускорением 2 м/с$^2$ по ледяному склону на высоту $h = 3$ м. Приложенная сила $F$ направлена вдоль склона и составляет 150 Н, коэффициент трения ящика о склон равен 0,5. Какую работу совершает сила $F$ при подъеме? Чему равна полная механическая энергия ящика на вершине горы?
2. К грузу массой $m$ приложена постоянная вертикальная сила, поднимающая его за время $t$ на высоту $h$. Какую работу совершила сила за это время?
3. Какую мощность развивает спортсмен при прыжке в высоту, если его масса 71,4 кг и за время $t = 0,5$ с центр его тяжести поднимается на 2 м?
4. Грузовик поднимается вверх по пологому склону со скоростью 5 м/с и спускается по той же дороге со скоростью 7 м/с. Какую скорость будет иметь грузовик на горизонтальном участке дороги, если мощность его двигателя всё время остается постоянной?
5. Легковой автомобиль способен удержаться на участке горной дороги с помощью тормозов, если наклон дороги не превышает 30˚. Определить тормозной путь этого автомобиля на горизонтальном участке дороги с тем же покрытием при скорости 72 км/ч.
6. Разгоняясь с места, автомобиль массой $M = 2,5$ т въезжает на гору с уклоном 5 м на 100 м пути. Коэффициент трения колес о покрытие дороги составляет 0,1. На участке пути длиной 200 м автомобиль набирает скорость 90 км/ч. Вычислить среднюю мощность, развиваемую двигателем.
7. Уклон участка шоссе равен 1 м на каждые 20 м пути. Спускаясь под уклон при включенном двигателе, автомобиль движется равномерно со скоростью $\upsilon = 60$ км/ч. Определить мощность двигателя автомобиля, поднимающегося по этому уклону с той же скоростью. Масса автомобиля $m = 1,5$ т.

8. Под действием постоянной силы вагонетка проходит путь 100 м и приобретает скорость 12 м/с. Определить работу этой силы, если масса вагонетки 200 кг и коэффициент трения качения 0,05.
9. Вычислить работу, которую необходимо совершить, чтобы ящик массой 100кг поднять по наклонной плоскости длиной 2м с ускорением 1 м/с$^2$? Уклон плоскости 30°, коэффициент трения 0,1.
10. Для обеспечения водой поселка из 1000 жителей необходимо построить насосную установку, которая будет подавать воду в водонапорную башню высотой 20 м в течение 16 ч в сутки. Известно, что коэффициент полезного действия насосов 60%, а среднее потребление воды в сутки каждым жителем поселка составляет 30 л. Определите мощность насосной установки.
11. Тракторный двигатель имеет коэффициент полезного действия 40% и при этом развивает полезную мощность 29,44 кВт. Определить энергию, расходуемую в минуту: 1) на совершение полезной работы; 2) на нагревание двигателя.

**Закон сохранения механической энергии. Упругие и неупругие столкновения.**

1. В деревянный брусок, подвешенный на легкой нити длиной 1,5 м, и имеющий форму цилиндра радиусом 5 см и высотой 20 см, попадает пуля и застревает в нем. Масса пули 5 г, скорость 500 м/с. Определить угол отклонения бруска от вертикали.
2. На какую глубину мог бы погрузиться человек, прыгающий в воду с высоты 15 м, если бы силы сопротивления воздуха и воды исчезли? Масса человека 70 кг, объем его тела 77 л.
3. Свинцовая пуля пробивает доску, при этом ее скорость падает с 400 м/с до 200 м/с. Какая часть пули расплавиться? Нагреванием доски пренебречь. Начальную температуру пули принять равной 30˚С.

4. Определить наименьшую скорость, которую нужно сообщить телу на полюсе Земли, чтобы оно покинуло околоземное пространство. Радиус Земли считать равным 6400 км.
5. Вследствие нецентрального удара бильярдного шара о такой же неподвижный шар, они разлетаются всегда под одним и тем же углом. Определите величину этого угла. Столкновение шаров считать упругим.
6. Шар массой $m = 0{,}6$ кг, движущийся со скоростью 20 м/с налетел на покоящийся шар, масса которого в 2 раза меньше. В результате упругого соударения первый шар изменил направление своего движения на $30^\circ$. С какими скоростями будут двигаться шары после удара?
7. Два упругих шара массами 200 г и 100 г подвешены рядом так, что их центры находятся на одном уровне. Первый шар отклоняют так, что он поднимается на высоту 18 см, и отпускают. На какую высоту поднимется каждый из шаров после удара?
8. Два шара массами 50 г и 90 г подвешены на нитях одинаковой длины и находятся в покое. Затем каждый из них отклоняют так, что они поднимаются на высоту 10 см и отпускают. Считая удар центральным и неупругим, определить, на какую высоту поднимутся шары после удара.
9. В шар массой $M = 50$ г, висящий на невесомой нерастяжимой нити, попадает горизонтально летящая пуля массой $m = 10$ г и застревает в нем. Определить количество выделившейся при этом теплоты, если после взаимодействия с пулей шар поднялся на высоту $h = 20$ см.
10. По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, начинает соскальзывать без трения брусок массой 300 г. В тот момент, когда брусок прошел путь 20 м, в него попадает пуля массой $m = 10$ г, скорость которой направлена под углом $\beta = 45^\circ$ к горизонту (вниз) и застревает в бруске. Брусок при этом остановился. Определить, с какой скоростью летела пуля.

11. Груз массой $m = 2$ кг, падающий с высоты $h = 5$ м, проникает в мягкий грунт на глубину $h_1 = 5$ см. Определить среднюю силу сопротивления грунта.
12. Груз массой 0,5 кг падает с высоты $h$ на плиту массой 1 кг, укрепленную на пружине жесткостью 980 Н/м. Удар неупругий. Определить наибольшее сжатие пружины.
13. Два тела массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг движутся по гладкой горизонтальной поверхности во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями $\upsilon_1 = 10$ м/с и $\upsilon_2 = 15$ м/с. В результате абсолютно упругого удара первое тело остановилось. Вычислите количество теплоты, выделившееся при ударе.

# ТЕРМОДИНАМИКА.

## Основные законы и формулы:

*Число Авогадро* - число молекул в одном моле вещества.

$$N_A = \frac{\mu}{M \cdot m_{ед}} = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1},$$

где $\mu$ - молярная масса, $M$ - молекулярный вес, $m_{ед}$ - атомная единица массы.

*Уравнение состояния идеального газа.*

$$pV = \frac{m}{\mu} RT ,$$

где $p$ - давление газа, $V$ - объем газа, $m$ - масса газа, $\mu$ - молярная масса газа, $R = 8,31 \ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - универсальная газовая постоянная, $T$ - температура газа в единицах абсолютной шкалы температур Кельвина.

*Закон Дальтона:* давление смеси идеальных газов при постоянной температуре равно сумме парциальных давлений газов, образующих смесь.

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n .$$

*Внутренняя энергия идеального газа.*

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT ,$$

где $i$ - число степеней свободы молекул газа. Для одноатомного газа $i = 3$, для двухатомного газа $i = 5$ (при отсутствии колебательной степени свободы).

*Первое начало термодинамики.*

$$Q = \Delta U + A,$$

где $Q$ - количество теплоты, сообщенное термодинамической системе или отданное ею, $\Delta U$ - изменение внутренней энергии термодинамической системы, $A$ - работа термодинамической системы против внешних сил.

*Работа, совершаемая термодинамической системой над внешними телами.*

$$dA = pdV \text{ или } A = \int_{V_1}^{V_2} pdV ,$$

где $dA$ - элементарная работа, совершаемая при бесконечно малом изменении объема $dV$, $A$ - полная работа, совершаемая термодинамической системой против внешних сил.

*Работа газа при изобарном процессе.*

$$A = p\left(V_2 - V_1\right) = p\Delta V .$$

*Работа при изотермическом процессе.*

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} .$$

*Молярные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении.*

$$C_V = \frac{i}{2} R, \; C_p = \frac{i+2}{2} R .$$

*Уравнение Майера.*

$$C_p = C_V + R .$$

*Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона).*

$$pV^{\gamma} = \text{const} , \; TV^{\gamma-1} = \text{const} , \; p^{\gamma} T^{1-\gamma} = \text{const} ,$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ - показатель адиабаты.

*Работа при адиабатном процессе* равна изменению внутренней энергии системы.

*Работа при политропном процессе:*

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] ,$$

где $T_1$ - начальная температура газа, $V_1$ и $V_2$ - начальный и конечный объем газа.

*Коэффициент полезного действия (к.п.д.) для кругового процесса (цикла).*

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} ,$$

где $Q_1$ - количество теплоты, сообщенное термодинамической системе, $Q_2$ - количество теплоты, отданное системой, $A$ - работа, совершаемая за цикл.

*Коэффициент полезного действия (к.п.д.) цикла Карно.*

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где $T_1$ - температура нагревателя, $T_2$ - температура холодильника.

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** Азот массой $m = 100$ г, находящийся при температуре $T_1 = 410$ К, сначала подвергли изотермическому расширению до объема $V_2 = 3V_1$, а затем изобарному сжатию до объема $V_3 = 0,5V_2$. Определить для каждого из этих процессов: 1) совершенную работу; 2) изменение внутренней энергии; 3) количество полученной или выделившейся теплоты.

Дано:

$m = 100$ г $= 0,1$ кг;

$\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль;

$T_1 = 410$ К;

$V_2 = 3V_1$;

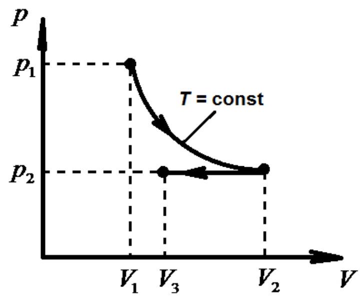
$V_3 = 0,5V_2$.

Определить:

$A$; $\Delta U$; $Q$.

Решение.

1. Построим графики указанных в задаче процессов в координатах $p,V$.



2. Используя уравнение состояния идеального газа, получим выражение для первоначального объема газа $V_1$.

$$p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \text{ , откуда } V_1 = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{p_1}. \qquad (1)$$

3. Рассмотрим изотермический процесс. Работа в этом процессе вычисляется как

$$A_{1-2} = \frac{m}{\mu}RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Учтем заданную по условию связь конечного и начального объемов газа $V_2 = 3V_1$:

$$A_{1-2} = \frac{m}{\mu}RT_1 \ln\frac{3V_1}{V_1} = \frac{m}{\mu}RT_1 \ln 3.$$

Подставляя известные значения, получим: $A_{1-2} \approx 13,4$ кДж.

4. Для изотермического процесса изменение внутренней энергии

$$\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T = 0.$$

5. Согласно первому началу термодинамики, для изотермического процесса количество подведенной к газу теплоты может быть вычислено как:

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} = A_{1-2},$$

откуда имеем $Q_{1-2} \approx 13,4$ кДж.

6. Рассмотрим изобарное сжатие газа. Работа в изобарном процессе:

$$A_{2-3} = p_2\left(V_3 - V_2\right).$$

В этом выражении нам неизвестно давление газа $p_2$. Найдем его.

7. Снова рассмотрим изотермический процесс. Поскольку для данной массы газа $T = T_1 = \text{const}$, из уравнения состояния идеального газа можно получить:

$$p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \text{ и } p_2V_2 = \frac{m}{\mu}RT_1. \text{ Откуда имеем } p_1V_1 = p_2V_2.$$

Значит давление газа $p_2$:

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{p_1 V_1}{3V_1} = \frac{p_1}{3}.$$

8. Теперь можно записать выражение для работы в изобарном процессе, учитывая связь $V_3 = 0{,}5V_2$:

$$A_{2-3} = \frac{p_1}{3}\left(V_3 - V_2\right) = \frac{p_1}{3}\left(0{,}5V_2 - V_2\right) = -\frac{p_1 V_2}{6}.$$

Учтем связь $V_2 = 3V_1$ и выражение (1). Получим:

$$A_{2-3} = -\frac{p_1 V_1}{2} = -\frac{p_1}{2}\cdot\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{p_1} = -\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{2},$$

$A_{2-3} \approx -6$ кДж.

9. Вычислим изменение внутренней энергии при изобарном сжатии.

$$\Delta U_{2-3} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\left(T_3 - T_2\right).$$

У нас $T_2 = T_1$, поэтому неизвестной остается только температура $T_3$. Найдем ее.

10. Запишем уравнение состояния идеального газа:

$$p_3 V_3 = \frac{m}{\mu}RT_3, \text{ откуда } T_3 = \frac{\mu}{m}\frac{p_3 V_3}{R}.$$

Но поскольку процесс изобарный, $p_3 = p_2 = \dfrac{p_1}{3}$.

Вместе с тем, $V_3 = 0{,}5V_2 = \dfrac{3}{2}V_1$.

Таким образом,

$$T_3 = \frac{\mu}{mR}\frac{p_1}{3}\frac{3}{2}V_1 = \frac{1}{2}\frac{\mu}{mR}p_1 V_1 = \frac{1}{2}T_1.$$

11. Таким образом, изменение внутренней энергии при изобарном сжатии:

$$\Delta U_{2-3} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\left(\frac{1}{2}T_1 - T_1\right) = -\frac{i}{4}\frac{m}{\mu}RT_1.$$

$\Delta U_{2-3} \approx -15{,}2$ кДж.

12. Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты при изобарном сжатии:

$$Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} + A_{2-3}.$$

$Q_{2-3} = -21,2$ кДж.

Ответ: $A_{1-2} \approx 13,4$ кДж, $\Delta U_{1-2} = 0$, $Q_{1-2} \approx 13,4$ кДж, $A_{2-3} \approx -6$ кДж, $\Delta U_{2-3} \approx -15,2$ кДж, $Q_{2-3} = -21,2$ кДж.

**Задача №2.** Тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 800$ Дж. Температура нагревателя при этом равна $T_1 = 600$ К, а температура холодильника $T_2 = 300$ К. Определить коэффициент полезного действия тепловой машины и количество теплоты, отданное холодильнику за один цикл.

Дано:

$A = 800$ Дж;

$T_1 = 600$ К;

$T_2 = 300$ К.

Определить:

$\eta$, $Q_2$.

Решение.

1. Запишем выражение для вычисления коэффициента полезного действия цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Подставляя значения температур, получим $\eta = 0,5 = 50\%$.

2. С другой стороны, коэффициента полезного действия любого циклического процесса

$$\eta = \frac{A}{Q_1}.$$

Приравняем значения, и найдем теплоту, получаемую от нагревателя за один цикл:

$$\frac{A}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1},\ Q_1=\frac{AT_1}{T_1-T_2}.$$

3. С другой стороны, работа за один цикл может быть записана как

$$A=Q_1-Q_2\ ,$$

откуда искомое значение

$$Q_2=A-Q_1.$$

Подставим сюда выражение для $Q_1$:

$$Q_2=A-\frac{AT_1}{T_1-T_2}=A\left(1-\frac{T_1}{T_1-T_2}\right)=-\frac{AT_2}{T_1-T_2}.$$

Откуда получаем $Q_2=800$ Дж.

Ответ: $\eta=50\%$ , $Q_2=800$ Дж.

## ЗАДАЧИ.

**Уравнение состояния идеального газа. Работа газа. Первое начало термодинамики.**

1. В бак с водой высотой 4 м и площадью основания 2 м$^2$ бросили кристалл медного купороса $CuSO_4$ массой 10 мг. Спустя длительное время, из бака зачерпнули стакан воды, объемом $V=150$ см$^3$. Определите количество ионов меди, оказавшихся в этом стакане.
2. В закрытый баллон поместили 50 г водорода и 900 г кислорода при давлении $p_1=5\cdot10^5$ Па и некоторой температуре. Между этими газами происходит реакция с образованием водяного пара. Определить давление $p_2$, которое установится в баллоне после его охлаждения до первоначальной температуры, если конденсации пара при этом не происходит.
3. Автомобильную камеру емкостью $V=10$ л нужно накачать до давления 2 атм. Определить, сколько качаний следует сделать насосом, забирающем

при каждом качании $V_0 = 500 \text{ см}^3$ воздуха из атмосферы, если камера была вначале заполнена воздухом при нормальном атмосферном давлении $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Изменением температуры пренебречь.

4. Цилиндрический горизонтально расположенный сосуд длиной 1 м разделен на две части тонким легким поршнем, который может перемещаться без трения. В одной части сосуда находится кислород, а в другой - углекислый газ ($CO_2$) той же массы. Определить, на каком расстоянии от левого края сосуда будет находиться поршень после достижения равновесия.
5. В стальном резервуаре находится сжатый воздух при температуре 23°С. На резервуаре установлен предохранительный клапан, который открывается, если давление в резервуаре увеличится на 2 атм. При нагревании резервуара до температуры 27°С из него вышло $\eta = 10\%$ массы газа. Определить, какое давление было первоначально в резервуаре.
6. Два баллона, объемы которых составляют 2 л и 5 л, содержат газы при давлениях 5 МПа и 3 МПа, соответственно. Температура газов в обоих баллонах одинакова. Определить давление, которое установится в баллонах после того, как их соединили трубкой. Считать, что изменения температуры при этом не происходит, и газы в химическую реакцию не вступают.
7. По магистральному газопроводу с площадью поперечного сечения трубы 50 см$^2$ течет метан ($SH_4$) при давлении 2 МПа и температуре 20˚С. Известно, что за 1 час по трубопроводу транспортируется 96 кг газа. Определить скорость движения газа по трубе газопровода.
8. В цилиндрическом сосуде под поршнем массой 5 кг и площадью поперечного сечения 20 см$^2$ находится кислород при температуре 17˚С. Высота поршня при данных условиях относительно дна сосуда составляет 15 см. Определить высоту, на которую поднимется поршень

после нагревания кислорода на 50˚С. Атмосферное давление считать равным 100 кПа, трением поршня о стенки сосуда пренебречь.

9. В цилиндрическом сосуде под легким поршнем площадью поперечного сечения 50 см$^2$ находится азот при температуре 7˚С. Высота поршня при данных условиях относительно дна сосуда составляет 10 см. Азот нагревают до температуры 90˚С и сверху на поршень ставят гирю массой 500 г. На какой высоте относительно дна сосуда при этом будет находиться поршень, если атмосферное давление составляет 100 кПа. Трением поршня о стенки сосуда пренебречь.
10. В цилиндре с площадью основания 100 см$^2$ находится воздух. Поршень расположен на высоте 50 см от дна цилиндра. На поршень кладут груз массой 50 кг, при этом он опускается на 10 см. Найти температуру воздуха после опускания поршня, если до его опускания давление было равно 101 кПа, а температура 12°С.
11. Воздушный шар радиусом 1,5 м, имеющий сферическую форму, наполняют гелием. Температура окружающего воздуха 24˚С, давление 100 кПа. Какую массу должен иметь 1 м$^2$ оболочки шара, чтобы он смог подняться в воздух? Разностью давлений внутри и снаружи шара пренебречь.
12. Определить массу воздуха в комнате длиной 6 м, шириной 3 м и высотой 2,5 м, который находится при температуре 20˚С и давлении 760 мм рт. ст.
13. Для нагревания некоторого газа массой 2 кг на $\Delta T = 5$ К при постоянном давлении требуется количество теплоты $Q_p = 9{,}1$ кДж, а для нагревания на ту же температуру при постоянном объеме – количество теплоты $Q_V = 6{,}5$ кДж. Определить молярную массу газа.
14. Какое количество теплоты нужно сообщить 5 молям кислорода, находящегося при температуре 10˚С, чтобы в ходе изобарного нагревания его объем увеличился втрое?

15. В цилиндрическом сосуде с площадью дна 20 см$^2$ под подвижным поршнем массой 4 кг находится газ. Начальный объем газа составляет 4 л, температура 0˚С, атмосферное давление 100 кПа. Определить количество теплоты, которое нужно сообщить газу при данных условиях, чтобы его температура возросла на $\Delta T = 20$ К. Известно, что повышение температуры газа на эту же величину при закрепленном поршне потребовало бы количества теплоты 120 Дж. Трение поршня о стенки сосуда не учитывать.
16. В цилиндрическом сосуде находится 0,35 кг водорода. Цилиндр закрыт поршнем массой 24 кг, который может перемещаться без трения. Какое количество теплоты нужно сообщить этой системе, чтобы поршень поднялся на 0,5 м? Процесс считать изобарным, теплоемкостью сосуда и внешним давлением пренебречь.
17. В цилиндрическом сосуде диаметром 28 см находится 20 г азота, сжатого легким поршнем, на котором стоит груз массой 75 кг. Начальная температура газа составляет 17 ˚С. Какую работу совершит газ, если его изобарно нагреть до 250˚С? Теплоемкостью сосуда и внешним давлением пренебречь.
18. Определить изменение внутренней энергии гелия, который изобарно расширяется при сообщении ему количества теплоты $Q = 15$ кДж.
19. Водород массой 7 кг нагрели при постоянном давлении на 200°С. Какова работа расширения газа? Сколько тепла он получит?
20. Вычислить работу, которая совершается при изотермическом расширении 20 г кислорода, если известно, что давление при этом уменьшается в 2 раза. Температура кислорода в данном процессе составляет 17˚С.
21. При расширении одноатомного газа от 0,2 м$^3$ до 0,5 м$^3$ его давление росло линейно от 0,4 МПа до 0,8 МПа. Вычислить количество подведенной теплоты.
22. Вычислить отношение удельных теплоемкостей гелия и неона.

23. Вычислить удельную теплоемкость азота.
24. Воздух находится при начальном давлении 0,4 МПа и имеет начальный объем 200 л. После адиабатного сжатия его объем уменьшился в 4 раза. Найти давление воздуха после сжатия.
25. В двух баллонах объемом 20 м$^3$ каждый находится одинаковое количество аргона. Начальное давление в каждом баллоне составляет 0,6 МПа. В первом баллоне аргон испытывает адиабатное расширение, во втором баллоне – изотермическое расширение, при этом объем газа в каждом из баллонов увеличивается в 2 раза. Определить, во сколько раз давление аргона во втором баллоне отличается от давления в первом.
26. Идеальный газ расширяется по закону $pV^2 = const$ и его объем увеличивается в три раза. Найти первоначальную температуру газа, если после расширения его температура равна 100 К.

**Циклические процессы. Тепловые машины.**

1. Идеальный газ в тепловом двигателе совершает цикл, состоящий из следующих процессов: изобарного, адиабатического и изотермического. В результате изобарного процесса газ нагревается от $T_1 = 300$ К до $T_2 = 600$ К. Определить к.п.д. этого теплового двигателя.
2. Кислород массой 500 г, находящийся под давлением $p_1 = 5$ МПа при температуре $t = 127$ °С, подвергли изотермическому расширению, в результате которого давление газа уменьшилось в 3 раза. После этого газ подвергли адиабатическому сжатию до начального давления, а затем он был изобарно сжат до начального объема. Построить график цикла и определить работу, совершенную газом за цикл.
3. Идеальный газ в количестве 4 моль изобарно нагревают при давлении 3*p* так, что его объем увеличивается в 3 раза. Затем газ изохорно охлаждают до давления *p*, после чего изобарно сжимают до первоначального объема и изохорно нагревают до начальной температуры $T_1 = 250$ К. Изобразить

циклический процесс в координатах $p,V$ и определить работу газа в этом процессе.

4. Температура нагревателя идеальной тепловой машины 117 °С, а холодильника 27 °С. Количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя за 1 с, равно 60 кДж. Вычислить к.п.д. машины, количество теплоты, отдаваемое холодильнику в 1 с, и мощность машины.
5. Идеальная тепловая машина поднимает груз массой $m = 400$ кг. Рабочее тело машины получает от нагревателя с температурой $t = 200$ °С количество теплоты, равное 80 кДж. Определить к.п.д. двигателя и количество теплоты, переданное холодильнику. На какую максимальную высоту поднимет груз эта тепловая машина? Трением пренебречь.
6. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, отдает холодильнику 60% количества теплоты, полученной от нагревателя. Количество теплоты, получаемое от нагревателя, равно 5 кДж. Определить: 1) к.п.д. цикла; 2) работу, совершенную при полном цикле.
7. Идеальный газ совершает цикл Карно. Известно, что газ получил от нагревателя количество теплоты 5,5 кДж и совершил работу 1,1 кДж. Определить: 1) к.п.д. цикла; 2) отношение температур нагревателя и холодильника.
8. Идеальный газ совершает цикл Карно, к.п.д. которого равен 40%. Определить работу изотермического сжатия газа, если известно, что работа изотермического расширения составляет 400 Дж.
9. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя $T_1 = 500$ К, холодильника $T_2 = 300$ К. Работа изотермического расширения газа составляет 2 кДж. Определить: 1) к.п.д. цикла; 2) количество теплоты, отданное газом при изотермическом сжатии холодильнику.

# ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

## Основные законы и формулы.

*Закон Кулона:*

$$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$$

Где $q_1$ и $q_2$ – взаимодействующие точечные заряды, $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды, $r$ – расстояние между зарядами.

*Напряженность электрического поля:*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где $\vec{F} = \frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$ – сила кулоновского взаимодействия зарядов $Q$ и $q$.

Здесь $Q$ – заряд, в поле которого внесен точечный заряд $q$. Таким образом, под напряженностью электрического поля, создаваемого зарядом $Q$, мы понимаем силу, с которой поле данного заряда действует на единичный положительный пробный заряд $q$. Необходимо отметить, что пробный заряд не должен заметно искажать исследуемое поле.

*Напряженность поля точечного заряда.*

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r$$

*Плотности распределенных зарядов:*

$\chi = \frac{dq}{dL}$ – линейная плотность заряда,

$\sigma = \frac{dq}{dS}$ – поверхностная плотность заряда,

$\rho = \frac{dq}{dV}$ – объемная плотность заряда.

Из этих выражений можно определить *величину заряда*:

$$q = \int_L \chi dL, \quad q = \int_S \sigma dS, \text{ и } \quad q = \int_V \rho dV.$$

*Поток вектора напряженности:*

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E_n \cdot dS \,.$$

*Теорема Остроградского-Гаусса:* Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность определяется суммой зарядов, сосредоточенных в объеме, ограниченном этой поверхностью. Т.е. поток вектора **E** через замкнутую поверхность определяется расходимостью этого вектора из рассматриваемого объема. Формальная запись теоремы представляется в виде:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

Для случаев распределённых зарядов теорема Остроградского-Гаусса запишется в виде:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_V \rho \cdot dV \text{, (объемно распределенные заряды)}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_S \sigma \cdot dS \text{, (плоско распределенные заряды)}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int_L \chi \cdot dl \text{, (линейно распределенные заряды)}$$

*Алгоритм применения теоремы Остроградского-Гаусса для решения задач:*

Теорема применяется при решении электростатических задач, в которых распределение зарядов обладает какой-либо симметрией.

1. Определить симметрию задачи (например: цилиндрическая, сферическая).
2. Провести **через точку пространства**, в которой ищется напряженность электростатического поля, замкнутую поверхность. Вид симметрии указывает на вид поверхности, в каждой точке которой напряженность поля неизменна. В результате значение напряженности поля может быть

в дальнейшем вынесено из-под знака интеграла и вычислено в явном виде.

3. Вычислить поток вектора напряженности через проведенную замкнутую поверхность.
4. Вычислить заряд, который находится внутри замкнутой поверхности.
5. Согласно формулировке теоремы Остроградского-Гаусса, приравнять полученные в п. 3 и п. 4 значения потока и заряда, после чего выразить в явном виде искомое значение напряженности поля.

*Потенциал поля точечного заряда.*

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

*Разность потенциалов между двумя точками электрического поля.*

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q},$$

где $A$ - работа, которую нужно совершить для перемещения заряда $q$ из точки с потенциалом $\varphi_1$ в точку с потенциалом $\varphi_2$.

*Потенциал уединенного проводника.*

$$\varphi = \frac{q}{C},$$

где $q$ - заряд, сообщенный уединенному проводнику, $C$ - его электроемкость.

*Электроемкость плоского конденсатора.*

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где $\varepsilon$ - диэлектрическая проницаемость среды между пластинами конденсатора, $\varepsilon_0$ - электрическая постоянная, $S$ - площадь пластин конденсатора, $d$ - расстояние между пластинами.

*Напряженность электрического поля внутри конденсатора.*

$$E = \frac{U}{d},$$

где $U$ - напряжение (разность потенциалов) между пластинами конденсатора.

*Энергия уединенного заряженного проводника.*

$$W=\frac{CU^2}{2}=\frac{q^2}{2C}=\frac{qU}{2}.$$

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q=8$ мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $90°$. Найти массу $m$ каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса составляет 40 см.

Дано:

$q=8$ мкКл $=8\cdot10^{-6}$ Кл;

$l$ = 40 см = 0,4 м;

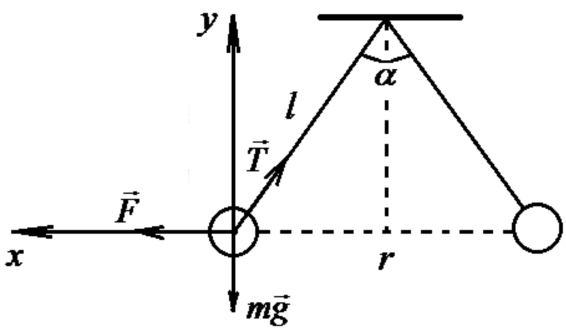
$\alpha=90°$.

Определить:

$m$.

Решение.

1. Выполним рисунок с расстановкой всех сил, действующих на один из шариков. Поскольку задача симметричная, на второй шарик будут действовать те же силы.




2. Итак, на каждый шарик действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила кулоновского отталкивания $\vec{F}$. Поскольку после отталкивания

шарики находятся в равновесии, векторная сумма всех действующих сил на каждый из них равна нулю.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси:

$$x:\ F - T\sin\beta = 0\ ,$$

$$y:\ T\cos\beta - mg = 0,$$

где $\beta = \alpha / 2$.

3. Из первого уравнения выразим силу натяжения нити, а из второго – искомую массу шарика.

$$T = \frac{F}{\sin\beta}\ ,$$

$$m = \frac{T\cos\beta}{g}.$$

Подставим выражение для силы натяжения нити в выражение для массы:

$$m = \frac{F}{\sin\beta}\frac{\cos\beta}{g} = \frac{F}{g}\mathrm{ctg}\,\beta.$$

4. Запишем выражение для силы Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2}\ ,$$

где $r$ - расстояние между заряженными шариками. Найдем его через длину нити и угол:

$$\sin\beta = \frac{r/2}{l}\ \text{, откуда}\ r = 2l\sin\beta.$$

Подставим полученное выражение в закон Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4l^2\sin^2\beta}.$$

5. Таким образом, окончательное выражение для массы шарика примет вид:

$$m = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{gl^2\sin^2\beta}\mathrm{ctg}\,\beta.$$

$m \approx 0{,}18$ кг.

<u>Ответ</u>: $m \approx 0{,}18$ кг.

**Задача №2.** Используя принцип суперпозиции для электростатического поля, найти напряженность поля бесконечной прямолинейной нити с линейной плотностью зарядов $\chi$.

Дано:

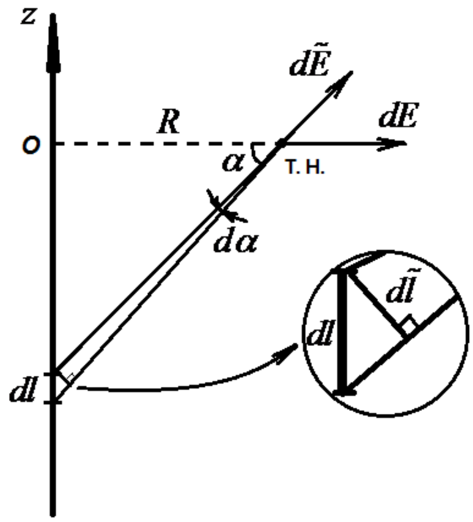
$\chi$.

Определить:

$E$ .

Решение.

1. Задача поставлена для бесконечной нити и имеет цилиндрическую симметрию. Это означает, что напряженность поля в произвольной точке наблюдения (Т.Н.) не зависит от азимутального угла, отсчитываемого вокруг нити. Последнее приводит нас к тому, что напряженность поля не зависит и от координаты Z. Следовательно, напряженность поля в точке наблюдения является только функцией ее расстояния от нити, т.е. функцией R. Также видно, что напряженность поля имеет только компоненту, направленную перпендикулярно нити, т.е. по радиусу, поскольку всегда найдутся два симметричных относительно точки О элемента $dl$, которые дадут взаимно уничтожающиеся компоненты $dE_z$ поля вдоль оси Z.




2. Вычислим по закону Кулона напряженность от элемента $dl$ :

$$d\tilde{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\chi dl}{r^2}.$$

Тогда элементарная напряженность:

$$dE = d\tilde{E}\cdot\cos\alpha,$$

откуда результирующая напряженность

$$E = \int dE = \int d\tilde{E}\cdot\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\chi dl\cos\alpha}{r^2}.$$

3. Найдем значение результирующей напряженности, учитывая, что переменные $\alpha$ и $l$ связаны между собой:

$$\cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{l^2 + R^2}},$$

$$E = \frac{\chi}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{R\cdot dl}{\left(l^2+R^2\right)^{3/2}} = \frac{\chi\cdot R}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2}{R^2} = \frac{\chi}{2\pi\varepsilon_0 R}.$$

4. Результирующую напряженность поля можно найти и по-другому, перейдя в подынтегральном выражении к переменной интегрирования $\alpha$:

$$\cos\alpha = \frac{d\tilde{l}}{dl},\ \sin d\alpha = \frac{d\tilde{l}}{r} \Rightarrow d\alpha = \frac{d\tilde{l}}{r},\ \text{или } d\tilde{l} = r\cdot d\alpha;\ \cos\alpha = \frac{r\cdot d\alpha}{dl} \Rightarrow dl = \frac{r\cdot d\alpha}{\cos\alpha}.$$

Тогда интеграл будет более прост для вычисления. Окончательно выражение для результирующей напряженности примет вид:

$$E = \frac{\chi}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\alpha}{r} = \frac{\chi}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\alpha d\alpha = \frac{\chi}{2\pi\varepsilon_0 R}.$$

Таким образом, вектор напряженности электрического поля в точке наблюдения направлен перпендикулярно нити:

$$\vec{E} = \frac{\chi}{2\pi\varepsilon_0 R}\frac{\vec{R}}{R}.$$

# ЗАДАЧИ

**Закон Кулона. Напряженность электрического поля.**

1. Два разноименных точечных заряда $q$ и -4$q$ закреплены на расстоянии $a = 20$ см друг от друга. Каким должен быть заряд $q_0$ и где следует его расположить, чтобы вся система находилась в равновесии?
2. Три одинаковых одноименных заряда $q = 20$ мкКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд $Q$ нужно поместить в центре треугольника, чтобы система зарядов находилась в равновесии?
3. В вершинах квадрата находятся четыре одинаковых одноименных заряда $q = -6$ мкКл. Какой заряд $Q$ нужно поместить в центр квадрата, чтобы система находилась в равновесии?
4. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см помещены друг за другом заряды $+q$, $+q$, $+q$, $-q$, $-q$, $-q$, равные по модулю 10 нКл. Найти силу, действующую на такой же по величине заряд $+q$, который находится в центре шестиугольника.
5. Сила гравитационного притяжения двух водяных одинаково заряженных капель радиусами 0,1 мм уравновешивается кулоновской силой отталкивания. Определить заряд капель. Плотность воды равна 1000 кг/м$^3$.
6. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью 0,8 г/см$^3$. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon$ = 2.
7. Одинаковые шарики массой по 0,2 г подвешены на нити (Рис.1). Расстояние между шариками $BC = 3$ см. Найти силу натяжения нити на участках АВ и ВС, если шарикам сообщили одинаковые по модулю

заряды по 10 нКл. Рассмотреть случаи: а) заряды одноименные; б) заряды разноименные.

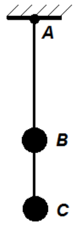



Рис.1.

8. На нерастяжимой нити висит шарик массой 100 г, имеющий заряд 20 мкКл. Определите знак и величину второго заряда, который нужно поднести снизу к первому шарику на расстояние 30 см, чтобы сила натяжения: уменьшилась вдвое; рассмотреть случай невесомости; увеличилась в 4 раза?
9. Одинаковые металлические шарики, заряженные одноименно зарядами $q$ и $4q$, находятся на расстоянии $r$ друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние $x$ надо их развести, чтобы сила взаимодействия осталась прежней?
10. Два заряда величиной по 15 нКл каждый, расположены на расстоянии 24 см друг от друга. Определить, с какой силой электростатическое поле этой системы зарядов действует на заряд 2 нКл, помещенный в точку, удаленную на 30 см от каждого из зарядов. Рассмотреть случаи системы одноименных и разноименных зарядов.
11. Вычислить ускорение, с которым движется электрон в однородном электростатическом поле напряженностью 20 кВ/м.
12. Определить напряженность электростатического поля в точке $A$, расположенной вдоль прямой, соединяющей заряды $q_1 = 20$ мкКл и $q_2 = -16$ мкКл. Точка $A$ находится на расстоянии $r = 8$ см от отрицательного заряда, расстояние между зарядами $\ell = 20$ см.
13. Точечные заряды величиной по 0,8 мкКл расположены на расстоянии 6 см друг от друга. Найти напряженность поля в точке, удаленной на 5 см

от каждого из зарядов. Решить эту задачу для случаев: а) оба заряда положительные; б) один заряд положительный, а другой отрицательный.

14. Три одинаковых положительных заряда величиной по 0,6 мкКл каждый, расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 30$ см. Определите величину напряженности электростатического поля в точке, лежащей на расстоянии $a = 30$ см от каждого из зарядов.
15. Два точечных заряда $q_1 = 4$ нКл и $q_2 = -2$ нКл находятся друг от друга на расстоянии 60 см. Определить напряженность электростатического поля в точке, лежащей посередине между зарядами. Чему станет равна напряженность, если второй заряд положительный?
16. В вершинах квадрата со стороной 10 см находятся одинаковые положительные заряды величиной 2нКл каждый. Определить напряженность электростатического поля: 1) в центре квадрата; 2) в середине одной из сторон квадрата.
17. Определить напряженность электростатического поля, создаваемого диполем с электрическим моментом $p = 10^{-9}$ Кл/м на расстоянии $r = 30$ см от центра диполя в направлении, перпендикулярном его оси.
18. Определить напряженность электростатического поля, создаваемого диполем с электрическим моментом $p = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл/м на расстоянии $a = 10$ см от центра диполя в направлении, совпадающем с направлением его оси.
19. Кольцо из тонкой проволоки радиусом $R = 5$ см равномерно заряжено с линейной плотностью $\chi = 15$ мкКл/м. Определить напряженность электростатического поля в точке $A$, находящейся на оси, которая проходит через центр кольца перпендикулярно его плоскости. Известно, что точка $A$ удалена на расстояние $a = 20$ см от центра кольца.
20. Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии $L$ от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на

расстоянии 0,5$L$ от центра кольца, будет меньше максимального значения напряженности?

**Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Остроградского-Гаусса.**

1. Определить поток вектора напряженности электростатического поля через сферическую поверхность, охватывающую точечные заряды $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -4$ нКл.
2. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma = 0{,}1$ нКл/см$^2$ расположена круглая пластинка. Плоскость пластинки составляет с линиями напряженности угол 30°. Определить поток вектора напряженности через эту пластинку, если ее радиус $r$ равен 15 см.
3. Поле создается зарядами $q_1 = 10$ мкКл и $q_2 = -16$ мкКл, расположенными на расстоянии 30 см. Вычислить поток вектора напряженности через поверхность диска радиуса 10 см, плоскость которого перпендикулярна линии, соединяющей заряды. Диск находится на расстоянии $L = 4$ см от положительного заряда.
4. Поле создается в вакууме равномерно заряженной бесконечной прямолинейной нитью с линейной плотностью заряда $\chi = 10$ нКл/м. Вычислить поток вектора напряженности поля через поверхность квадрата со стороной $a = 20$ см, плоскость которого перпендикулярна нити и отстоит от нее на расстояние $L = 30$ см.
5. Электростатическое поле создается в вакууме равномерно заряженной проводящей сферой, несущей заряд $Q = 20$ мкКл. Вычислить поток вектора напряженности через поверхность в виде полусферы, имеющей втрое больший радиус, чем заряженная сфера. Центры заряженной сферы и полусферической поверхности совпадают.

6. Используя теорему Остроградского-Гаусса, вычислить электрическое поле, создаваемое бесконечной заряженной плоскостью с поверхностной плотностью зарядов $\sigma = 0,6$ нКл/см$^2$ на расстоянии $a = 10$ см от нее.
7. Используя теорему Остроградского-Гаусса, определить напряженность электростатического поля плоского конденсатора, обкладки которого равномерно заряжены с поверхностной плотностью зарядов $+\sigma$ и $-\sigma$. Пространство между ними заполнено диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon$. Краевым эффектом пренебречь.
8. Используя теорему Остроградского-Гаусса, вычислить напряженность электростатического поля снаружи и внутри проводящей равномерно заряженной сферы радиуса $r$, несущей заряд $Q$.
9. Электростатической поле создается в вакууме равномерно заряженной бесконечной прямолинейной нитью с линейной плотностью заряда $\chi$. Используя теорему Остроградского-Гаусса, вычислить напряженность электростатического поля, создаваемого этой нитью в любой точке пространства.
10. Используя теорему Остроградского-Гаусса, вычислить напряженность электростатического поля, создаваемого равномерно заряженной поверхностью бесконечного цилиндра радиуса $R$ в неоднородной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(R)$.
11. Однородный диэлектрический шар радиуса $a$ с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1$ заряжен зарядом $Q$. Снаружи шар окружен неоднородным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2(\mathrm{r})$. Используя теорему Остроградского-Гаусса, найти поле снаружи и внутри шара.
12. В сферическом конденсаторе на внутренней обкладке накоплен заряд $q$. Внешняя обкладка заземлена. Используя теорему Остроградского-Гаусса, найти величину заряда $Q$ на внешней обкладке.

**Работа в электростатическом поле. Потенциал. Разность потенциалов.**

1. Вычислить работу, которая совершается при перенесении точечного заряда $q = 20$ нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 2$ см от поверхности шара радиусом $R = 1$ см, заряженным с поверхностной плотностью $\sigma = 10$ нКл/см$^2$.
2. Под действием электростатического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости точечный заряд $q = 10$ мкКл переместился вдоль силовой линии на расстояние $r = 5$ см. Известно, что поверхностная плотность заряда на плоскости составляет величину $\sigma = 5$ мкКл/см$^2$. Определить совершенную при этом работу.
3. Шарик массой $m = 20$ мг имеет положительный заряд $q = 10$ нКл и движется со скоростью $\upsilon = 10$ м/с. Определите, на какое расстояние $r$ этот шарик может приблизиться к положительному точечному заряду величиной $Q = 40$ нКл.
4. С какой силой $F$ на единицу длины отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда $\chi = 10$ мкКл/м, находящиеся на расстоянии $r_1 = 5$ см друг от друга? Какую работу $A_\ell$ на единицу длины нужно совершить, чтобы сдвинуть эти нити до расстояния $r_2 = 2$ см?
5. Электростатическое поле создается положительно заряженной с постоянной поверхностной плотностью $\sigma = 25$ мкКл/см$^2$ бесконечной плоскостью. Какую работу надо совершить для того, чтобы перенести электрон вдоль линии напряженности с расстояния $r_1 = 4$ см до расстояния $r_2 = 1$ см?
6. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью $\chi = 20$ мкКл/м. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием

поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния $r_1 = 3$ см до расстояния $r_2 = 1$ см?

7. Металлический шар радиусом 5 см несет заряд $Q = 30$ мкКл. Определить потенциал электростатического поля: 1) на поверхности шара; 2) на расстоянии $a = 5$ см от его поверхности.
8. Кольцо радиусом $r = 8$ см из тонкой проволоки несет равномерно распределенный заряд $Q = 10$ мкКл. Определить потенциал электростатического поля: 1) в центре кольца; 2) на оси, проходящей через центр кольца, в точке, удаленной на расстояние $a = 10$ см от центра кольца.
9. Полый шар несет на себе равномерно распределенный заряд. Определить радиус шара, если потенциал в центре шара равен 200 В, а в точке, лежащей от его центра на расстоянии $r = 20$ см, потенциал равен 40 В.
10. Внутри тонкой металлической сферы радиуса $R = 20$ см (Рис.2) находится металлический шар радиуса $r = R/2$, причем центры шара и сферы совпадают. Через маленькое отверстие в сфере проходит длинный провод, с помощью которого шар заземлен. На сферу помещают заряд $Q = 10$ мкКл. Определите ее потенциал.

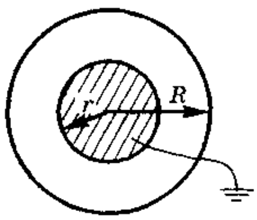



Рис.2.

11. Два металлических шара радиусами 20 см и 48 см, имеют потенциалы, соответственно, 240 В и 150 В. Шары соединяют проводом. Определите потенциалы шаров после их соединения и заряд, перешедший с одного шара на другой.
12. Шестнадцать одинаковых каплей ртути, заряженных до потенциала 20 В каждая, сливаются в одну. Определить потенциал образовавшейся капли.

13. Электростатическое поле создается равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом $r = 10$ см с общим зарядом $Q = 15$ нКл. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_2 = 15$ см от поверхности сферы.
14. Шарик с массой $m = 1$ г и зарядом $q = 10$ нКл перемещается из точки 1, потенциал которой $\varphi_1 = 600$ В, в точку 2, потенциал которой $\varphi_2 = 0$ В. Найти его скорость в точке 1, если в точке 2 она стала равной 50 см/с.
15. Электрон переместился в ускоряющем электрическом поле из точки с потенциалом 200 В в точку с потенциалом 300 В. Найти кинетическую энергию электрона, изменение его потенциальной энергии и приобретенную скорость. Начальную скорость электрона считать равной нулю.
16. В однородном электрическом поле напряженностью 60 кВ/м переместили заряд 5 нКл. Перемещение, равное по модулю 20 см, образует угол 60° с направлением силовой линии. Найти работу поля, изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля, а так же напряжение между начальной и конечной точками перемещения.
17. Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на одной линии напряженности однородного электрического поля, равно 2 кВ. Расстояние между этими точками 10 см. Вычислите напряженность электростатического поля.

**Электрическое поле конденсатора. Энергия конденсатора.**

1. Площадь каждой пластины плоского конденсатора 200 см$^2$. Заряд пластин 1,42 мкКл. Вычислить напряженность электрического поля между пластинами.
2. При введении в пространство между пластинами воздушного конденсатора твердого диэлектрика напряжение на конденсаторе уменьшилось с 400 В до 50 В. Определите значение диэлектрической проницаемости диэлектрика.

3. Площадь каждой пластины плоского конденсатора равна 520 $см^2$. На каком расстоянии друг от друга надо расположить пластины в воздухе, чтобы емкость конденсатора была равна 64 пФ?
4. Плоский конденсатор состоит из двух пластин площадью 100 $см^2$ каждая. Между пластинами находится слой стекла. Какой наибольший заряд можно накопить на этом конденсаторе, если при напряженности поля 10 МВ/м в стекле происходит пробой конденсатора?
5. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$. Расстояние между пластинами $d = 10$ мм, разность потенциалов $U = 1$ кВ. Определить: 1) напряженность поля в стекле; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора.
6. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U = 500$ В. Площадь пластин $S = 400$ $см^2$, расстояние между ними $d = 2$ мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ($\varepsilon = 2$). Определить разность потенциалов между пластинами после внесения диэлектрика. Определить также емкости конденсатора $C_1$ и $C_2$ до и после внесения диэлектрика.
7. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U = 2$ кВ. Площадь пластин $S = 200$ $см^2$, расстояние между ними $d = 4$ мм. В пространство между пластинами внесли парафин ($\varepsilon = 2$) не отключая конденсатор от напряжения. Определить разность потенциалов между пластинами после внесения диэлектрика. Определить также емкости конденсатора $C_1$ и $C_2$ до и после внесения диэлектрика.
8. Плоский конденсатор заряжают и отключают от батареи. Затем в пространство между его обкладками вводят диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Вычислите отношение следующих величин до и после введения диэлектрика: заряда

конденсатора $q$, напряжения на обкладках $U$, напряженности электрического поля в конденсаторе $E$, энергии конденсатора $W$.

9. В плоский заряженный конденсатор, который постоянно подключен к батарее, вводят диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$. Вычислите отношение следующих величин до и после введения диэлектрика: заряда конденсатора $q$, напряжения на обкладках $U$, напряженности электрического поля в конденсаторе $E$, энергии конденсатора $W$.
10. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d = 2$ см, находится заряженная капелька массой $m = 2 \cdot 10^2$ г. В отсутствие электрического поля капелька, вследствие сопротивления воздуха, падает с некоторой постоянной скоростью. Если к пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 600$ В, то капелька падает вдвое медленнее. Найти заряд капельки.
11. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии $d = 1$ см друг от друга, на нити висит заряженный бузиновый шарик массой $m = 0,2$ кг. После подачи на пластины разности потенциалов $U = 1$ кВ нить с шариком отклонилась на угол 10°. Найти заряд шарика.
12. В плоский воздушный конденсатор через отверстие в нижней положительно заряженной пластине влетает электрон со скоростью $\upsilon_0 = 350$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к плоскости пластин. Напряжение между пластинами $U = 150$ В, расстояние $d = 5$ см. Определите, на какое наименьшее расстояние приблизится электрон к верхней пластине, считая при этом размеры пластин достаточно большими.

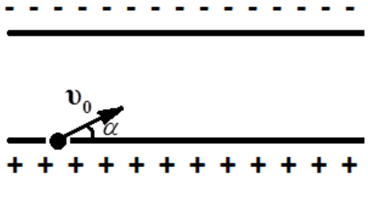


Рис.3.

13. В плоский воздушный конденсатор влетает электрон с энергией $W = 2000$ эВ под углом $\alpha = 15°$ к плоскости пластин. Длина конденсатора $\ell = 10$ см, расстояние между пластинами $d = 1$ см. Вычислить напряжение, до которого необходимо зарядить конденсатор, чтобы электрон вылетел параллельно его пластинам.
14. Протон влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $\upsilon_0 = 7 \cdot 10^7$ м/с. Длина конденсатора, заряженного до напряжения $U = 250$ В, составляет $\ell = 5$ см, расстояние между пластинами $d = 10$ мм. Найдите величину и направление скорости протона в момент вылета из конденсатора.
15. Вычислить наименьшее напряжение, до которого необходимо зарядить плоский конденсатор длиной $\ell = 15$ см и расстоянием между пластинами $d = 10$ мм, чтобы пучок электронов, ускоренный разностью потенциалов $U_0 = 7$ кВ не вылетел из него.
16. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 6$ см. Электрон начинает двигаться от отрицательной пластины в тот момент, когда от положительной пластины начинает двигаться протон. На каком расстоянии от положительной пластины встретятся электрон и протон?
17. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^6$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 4$ см. Найти разность потенциалов между пластинами и напряженность электростатического поля внутри конденсатора.
18. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U = 150$ В. Найти энергию этого конденсатора.
19. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 20$ см$^2$, расстояние между ними $d = 4$ мм. Какая разность потенциалов была приложена к пластинам конденсатора, если известно, что при его разряде выделилось $Q = 6,4$ мДж тепла?

20. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 10\ \text{см}^2$, расстояние между ними $d_1 = 2$ мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 750$ В. Пластины раздвигаются до расстояния $d_2 = 20$ мм. Найти энергии конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключается; б) отключается.
21. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия при этом $W = 40$ мкДж. После того как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик, $A = 100$ мкДж. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

# ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА.

## Основные законы и формулы.

*Сила и плотность электрического тока.*

$$I = \frac{dq}{dt}; \ \vec{j} = \frac{dI}{dS}\vec{n},$$

где $q$ - заряд, проходящий через сечение проводника, $t$ - время, $S$ - площадь поперечного сечения проводника, $\vec{n}$ - вектор нормали к сечению.

*Сопротивление однородного цилиндрического проводника.*

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

где $\rho$ - удельное сопротивление (см. таблицы), $l$ - длина проводника, $S$ - площадь поперечного сечения проводника.

*Электродвижущая сила (Э.Д.С.).*

$$\mathrm{E} = \frac{A_{ст.}}{q},$$

где $A_{ст.}$ - работа сторонних сил по переносу заряда $q$ .

*Закон Ома для однородного участка цепи.*

$$I = \frac{U}{R},$$

где $U$ - напряжение на участке цепи, $R$ - сопротивление участка цепи.

*Закон Ома для полной (замкнутой) не разветвленной цепи.*

$$I = \frac{\mathrm{E}}{R + r},$$

где $R$ - сопротивление цепи, $r$ - внутреннее сопротивление источника тока.

*Сопротивление проводников при последовательном и параллельном соединении.*

$$R_{посл} = \sum_{i=1}^{n} R_i, \quad \frac{1}{R_{пар}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}.$$

*Суммарная емкость конденсаторов при последовательном и параллельном соединении.*

$$C_{пар} = \sum_{i=1}^{n} C_i, \quad \frac{1}{C_{посл}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

*Работа тока за время $t$.*

$$A = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} t.$$

*Мощность тока.*

$$P = \frac{A}{t} = I \cdot U = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}.$$

*Закон Джоуля-Ленца.*

$$Q = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t,$$

где $Q$ - количество теплоты, выделившееся при протекании тока в проводнике за время $t$.

*Правила Кирхгофа.*

1. Алгебраическая сумма токов, сходящихся в каждом узле разветвления электрической цепи равна нулю. При этом втекающий в узел ток принято считать положительным, а вытекающий из узла — отрицательным.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0.$$

2. Алгебраическая сумма падений напряжений на всех ветвях, принадлежащих любому замкнутому контуру цепи, равна алгебраической сумме Э.Д.С. ветвей этого контура. Если в рассматриваемом контуре нет источников Э.Д.С., то суммарное падение напряжений равно нулю.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{j=1}^{m} \mathrm{E}_j.$$

## Примеры решения задач.

**Задача 1.** Участок цепи состоит из стальной проволоки длиной 2 м и площадью поперечного сечения 0,48 мм$^2$, соединенной последовательно с никелиновой проволокой длиной 1 м и площадью поперечного сечения 0,21 мм$^2$. Какое напряжение надо подвести к участку, чтобы получить силу тока 0,6 А?

Дано:

$l_1 = 2$ м;

$S_1 = 0,48\ мм^2 = 4,8 \cdot 10^{-7}\ м^2$;

$l_2 = 1$ м;

$S_2 = 0,21\ мм^2 = 2,1 \cdot 10^{-7}\ м^2$;

$I = 0,6$ А.

Определить:

$U$.

Решение.

1. Для того, чтобы вычислить напряжение на участке цепи, состоящей из двух проволок, воспользуемся законом Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}\text{, откуда искомое напряжение } U = I \cdot R,$$

где $R$ - общее сопротивление участка.

2. Сопротивление рассматриваемого участка цепи:

$$R = R_1 + R_2,$$

где $R_1 = \rho_1 \frac{l_1}{S_1}$ - сопротивление стальной проволоки, $R_2 = \rho_2 \frac{l_2}{S_2}$ - сопротивление никелиновой проволоки.

3. Таким образом, окончательное выражение для напряжения:

$$U = I\left(R_1 + R_2\right) = I\left(\rho_1 \frac{l_1}{S_1} + \rho_2 \frac{l_2}{S_2}\right).$$

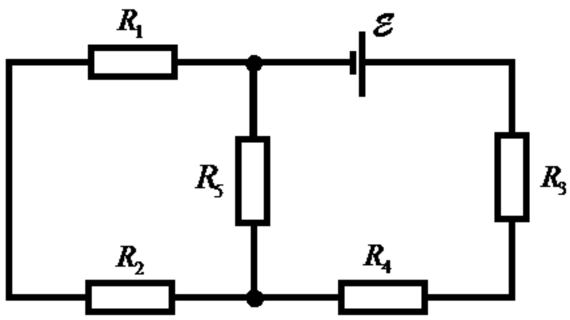
$\rho_1 = 12 \cdot 10^{-8}$ Ом $\cdot$ м - удельное сопротивление стали;

$\rho_2 = 42 \cdot 10^{-8}$ Ом $\cdot$ м - удельное сопротивление никеля.

Подставляя значения, найдем: $U = 1,5$ В.

Ответ: $U = 1,5$ В

**Задача №2.** В электрической схеме, изображенной на рисунке, значения сопротивлений равны: $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_1 = 40$ Ом, $R_5 = 15$ Ом. Э.Д.С. источника $\mathrm{E} = 120$ В. Вычислить токи, текущие в каждой ветви электрической цепи.




Дано:

$R_1 = 5$ Ом; $R_2 = 30$ Ом;

$R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 40$ Ом;

$R_5 = 15$ Ом;

$\mathrm{E} = 120$ В.

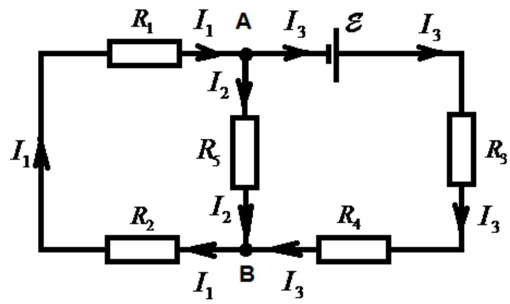
Определить:

$I_1$ ; $I_2$ ; $I_3$.

Решение.

1. Задачу будем решать с использованием правил Кирхгофа. Для этого сначала необходимо расставить направления токов. Отметим, что в каждой ветви электрической цепи направление тока **выбирается произвольно**. Однако в итоге не должно получиться так, что в какой-нибудь узел электрической цепи токи только втекают, или только вытекают из него.

Итак, обозначим узлы цепи и выберем направления токов:

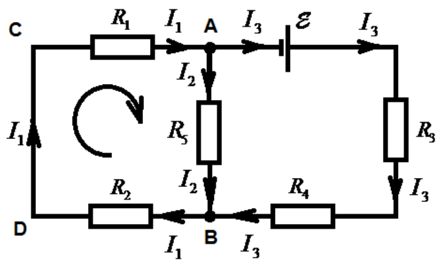



2. Запишем первое правило Кирхгофа для узла *A*:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

Для узла *B* записывать первое правило Кирхгофа бессмысленно, поскольку в него втекают и вытекают те же токи, что и в узел *A*.

3. Применим второе правило Кирхгофа. Для этого выберем любой из имеющихся в электрической схеме замкнутых контуров. Например, контур ***ABCD***. Чтобы правильно расставить знаки при записи алгебраической суммы падения напряжений, **произвольно** выберем направление обхода в этом контуре. Отметим, что целесообразнее выбирать такое направление обхода, которое совпадает с направлением большинства токов, текущих в замкнутом контуре. В нашем случае направление обхода будет выбрано по часовой стрелке.




Падение напряжения происходит на элементах, обладающих сопротивлением. Для рассматриваемого контура ***ABDC*** этими элементами являются сопротивления $R_1$, $R_2$ и $R_5$. Отметим, что падения напряжений на этих сопротивлениях мы будем считать положительными, поскольку направление тока через них совпадает с выбранным нами направлением обхода.

Итак, алгебраическая сумма падений напряжения для контура ***ABDC*** запишется как:

$$I_2R_5 + I_1R_2 + I_1R_1;$$

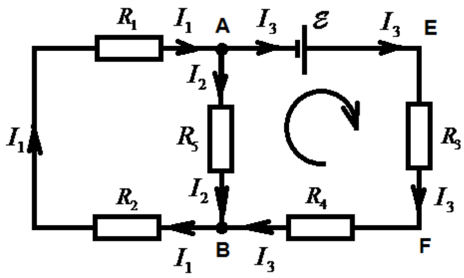
В правой части второго правила Кирхгофа должна быть записана алгебраическая сумма Э.Д.С., действующих **в рассматриваемом контуре**. В контуре ***ABDC*** нет ни одного элемента Э.Д.С., поэтому для этого контура алгебраическая сумма падений напряжений будет равна нулю.

Окончательно, второе правило Кирхгофа для контура ***ABDC***:

$$I_2R_5 + I_1R_2 + I_1R_1 = 0,$$

$$I_1(R_1 + R_2) + I_2R_5 = 0.$$

4. Теперь рассмотрим контур ***ABEF***. Для него также выберем направление обхода по часовой стрелке.




Алгебраическая сумма падений напряжений для этого контура может быть записана как:

$$I_3R_3 + I_3R_4 - I_2R_5.$$

Отметим, что падение напряжения на сопротивлении $R_5$ считается отрицательным, потому что направление тока, текущего через него, противоположно выбранному направлению обхода контура.

Теперь запишем алгебраическую сумму Э.Д.С., действующих в рассматриваемом контуре. В контуре ***ABEF*** есть только один элемент Э.Д.С. Чтобы правильно определить его знак – условно положительный или отрицательный, воспользуемся правилом: если выбранное направление обхода в контуре таково, что обход совершается от положительной пластины Э.Д.С. к отрицательной, то Э.Д.С. считается положительной. Если нет – отрицательной.

В нашем случае при обходе контура ***ABEF*** по часовой стрелке мы движемся от положительной пластины Э.Д.С. к отрицательной, значит она положительна.

Окончательно, второе правило Кирхгофа для контура ***ABEF***:

$$I_3R_3+I_3R_4-I_2R_5=\mathrm{E},$$

$$I_3\left(R_3+R_4\right)-I_2R_5=\mathrm{E}.$$

5. Итак, на основе применения первого и второго правил Кирхгофа, мы получили систему трех уравнений, содержащих три искомых тока:

$$I_1-I_2-I_3=0,$$

$$I_1\left(R_1+R_2\right)+I_2R_5=0,$$

$$I_3\left(R_3+R_4\right)-I_2R_5=\mathrm{E}.$$

Решая полученную систему любым методом, найдем значения токов:

$I_1\approx 0{,}6\ \mathrm{A}$, $I_2\approx -1{,}4\ \mathrm{A}$, $I_3\approx 2\ \mathrm{A}$.

Полученное отрицательное значение тока $I_2$ свидетельствует о том, что произвольно выбранное нами направление для него оказалось неверно – на самом деле ток $I_2$ будет течь в другую сторону.

Ответ: $I_1=0{,}6\ \mathrm{A}$, $I_2=-1{,}4\ \mathrm{A}$, $I_3=2\ \mathrm{A}$.

## ЗАДАЧИ

**Сопротивление. Удельное сопротивление.**

1. Медная проволока массой $m=500$ г имеет сопротивление 65 Ом. Вычислите длину проволоки и площадь ее поперечного сечения.
2. Во сколько раз отличается сопротивление медной и алюминиевой проволоки одинаковой длины и площади поперечного сечения?
3. Вычислить сопротивление $R_0$ медной проволоки, если известно, что при увеличении ее длины на 4 метра, сопротивление возрастает 3 раза. Площадь поперечного сечения проволоки составляет 1,7 мм$^2$.
4. Вычислить сопротивление $R_0$ стальной проволоки, если известно, что при увеличении площади ее поперечного сечения в 2 раза, сопротивление уменьшается на 5 Ом. Длину проволоки считать равной 4 м.

5. Нагревательный элемент представляет собой непроводящую катушку, на которую виток к витку навита медная проволока. Диаметр катушки составляет 5 см, диаметр проволоки – 2,5 мм. Вычислите, какое число витков необходимо навить на катушку, чтобы нагревательный элемент имел сопротивление 13,6 Ом.
6. Круглое кольцо из медной проволоки длиной 80 см и диаметром 0,2 мм включено так, как показано на Рис.1. Вычислите сопротивление цепи.

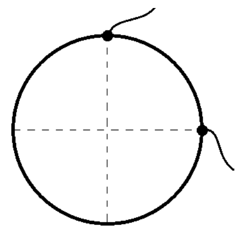


Рис.1.

7. Круглое кольцо из стальной проволоки длиной 60 см и диаметром 0,1 мм включено так, как показано на Рис.2. При какой длине меньшего участка $AB = x$ сопротивление цепи составит 0,4 Ом?

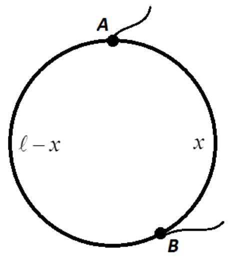



Рис.2.

8. Вычислить сопротивление проволочной фигуры, спаянной из однородного алюминиевого провода диаметром 0,4 мм (Рис.3). Длина стороны квадрата 20 см.

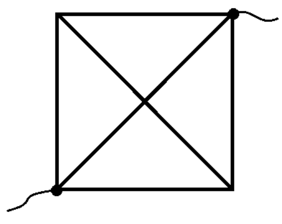


Рис.3.

9. Чтобы измерить сопротивление проводника, его включают в схему, содержащую источник тока с Э.Д.С. $E = 15$ В, амперметр

сопротивлением $R_A = 0{,}1$ Ом и вольтметр сопротивлением $R_V = 50$ Ом (Рис.4). Показания амперметра $I_A = 150$ мА, показания вольтметра $U_V = 7$ В. Вычислите сопротивление исследуемого проводника.

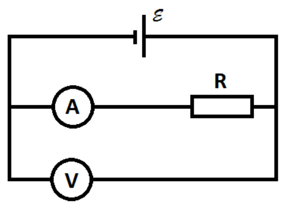



Рис.4.

10. Чтобы измерить сопротивление проводника, его включают в схему, содержащую источник тока с Э.Д.С. $E = 10$ В, амперметр сопротивлением $R_A = 0{,}05$ Ом и вольтметр сопротивлением $R_V = 20$ Ом (Рис.5). Показания амперметра $I_A = 90$ мА, показания вольтметра $U_V = 5$ В. Вычислите сопротивление исследуемого проводника.

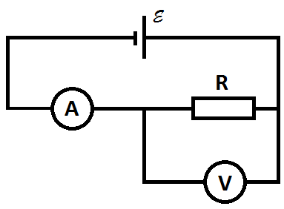



Рис.5.

11. Вычислить наименьшее количество резисторов, которое потребуется для создания цепи общим сопротивлением 6 Ом из одинаковых резисторов, сопротивление каждого из которых составляет 10 Ом.
12. Электрическая цепь, состоящая из сопротивлений $R_1 = R_2 = R_5 = R_6 = 6$ Ом $R_3 = 30$ Ом, $R_4 = 16$ Ом, подключена к напряжению $U_0 = 24$ В как показано на Рис.6. Вычислите силу тока через резистор $R_3$.

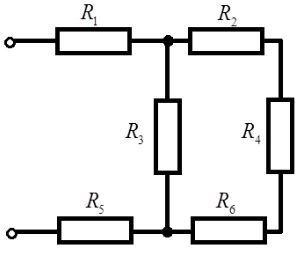



Рис.6.

13. При подаче на вход электрической цепи напряжения $U_1 = 100$ В, напряжение на выходе будет составлять $U_2 = 40$ В, при этом через резистор $R_2$ пойдет ток $I_2 = 1$ А (Рис.7). Если же на выход этой же цепи подать напряжение $U_2^{'} = 60$ В, то напряжение на входе будет составлять $U_1^{'} = 15$ В. Вычислите значения сопротивлений $R_1$, $R_2$, $R_3$.

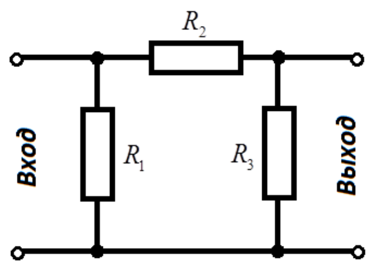



Рис.7.

14. Вычислите общее сопротивление цепи, состоящей из одинаковых резисторов $R_0 = 5$ Ом (Рис.8).

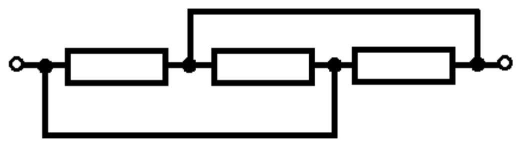


Рис.8.

15. Вычислите общее сопротивление цепи, состоящей из одинаковых резисторов $R_0 = 6$ Ом (Рис.9).

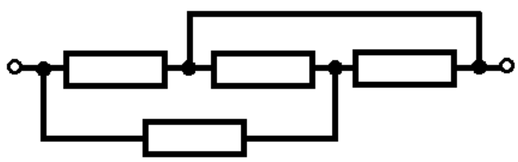


Рис.9.

16. Вычислите общее сопротивление цепи, состоящей из одинаковых резисторов $R_0 = 8$ Ом (Рис.10).

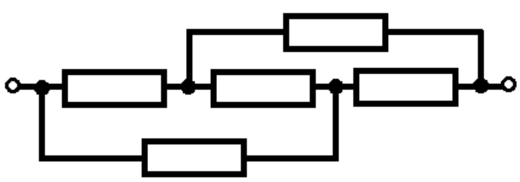


Рис.10.

17. Вычислить сопротивление куба, состоящего из одинаковых проводников сопротивлением $R_0 = 4$ Ом и подключенного к сети противоположными вершинами (Рис.11).

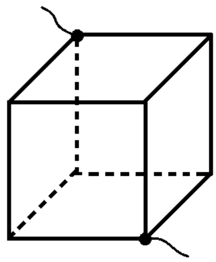


Рис.11.

**Конденсатор в цепи постоянного тока.**

1. В плоский воздушный конденсатор с расстоянием $d$ между пластинами вводят две тонкие металлические пластины (Рис.12). Определить, во сколько раз изменится емкость этого конденсатора.

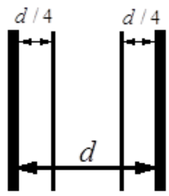



Рис.12.

2. В плоский воздушный конденсатор с расстоянием $d$ между пластинами вводят две тонкие металлические пластины, соединенные проводом (Рис.12). Определить, во сколько раз изменится емкость этого конденсатора.
3. Конденсатор состоит из трех полосок фольги, площадью 6 $см^2$ каждая, разделенных слоями слюды толщиной $d = 0,4$ мм. Крайние полоски фольги соединены между собой проводом (Рис.34). Вычислить емкость этого конденсатора.

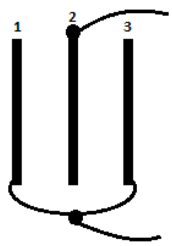



Рис.13

4. Вычислите емкость батареи конденсаторов, изображенную на Рис.14, если $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 4$ мкФ, $C_3 = 6$ мкФ.

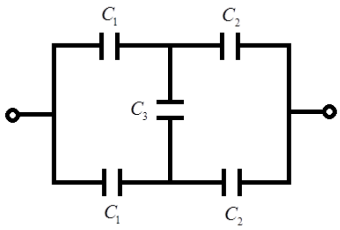



Рис.14.

5. Вычислите емкость батареи, состоящей из одинаковых конденсаторов емкостью $C = 12$ мкФ (Рис.15)

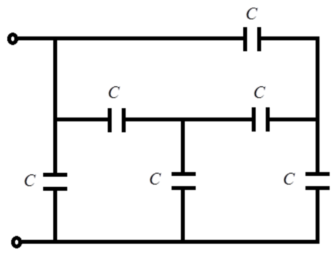



Рис.15.

6. Определите заряд каждого из конденсаторов, если $C_1 = C_2 = C_3 = 30$ пФ, $C_4 = 120$ пФ, а к точкам A и B подведено постоянное напряжение $U = 200$ В (Рис.16).

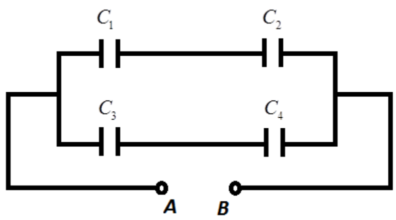



Рис.16.

7. Вычислите разность потенциалов между точками $C$ и $D$, если $C_1 = C_2 = 50$ пФ, $C_3 = C_4 = 100$ пФ, а к точкам A и B подведено постоянное напряжение $U = 150$ В (Рис.17.).

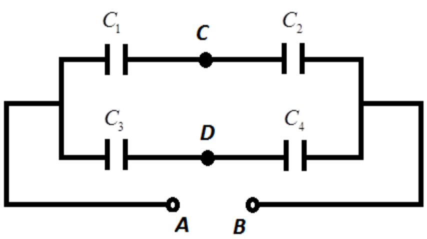



Рис.17.

8. Из проволоки сделан куб, в каждое ребро которого вставлен конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ. Куб подключен к цепи противоположными вершинами (Рис.18). Определите емкость получившейся батареи конденсаторов.

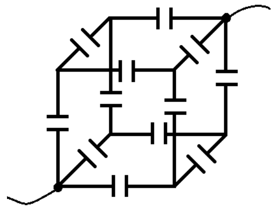


Рис.18.

9. Два одинаковых параллельно соединенных плоских конденсатора заряжены до напряжения 200 В и отключены от источника. Определить напряжение на этих конденсаторах, если расстояние между пластинами у одного из них уменьшили в 4 раза.
10. Два последовательно соединенных конденсатора имеют емкости $C_1 = 20$ мкФ и $C_2 = 100$ мкФ. Каждый из них может выдержать напряжение $U_1 = 140$ В и $U_2 = 20$ В, соответственно. Вычислить наибольшее напряжение, которое может выдержать батарея из этих конденсаторов.
11. Вычислите емкость батареи одинаковых конденсаторов емкостью $C = 10$ мкФ, изображенной на Рис.19.

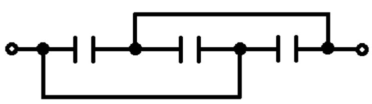


Рис. 19

12. Вычислите емкость батареи одинаковых конденсаторов емкостью $C = 5$ мкФ, изображенной на Рис.19.
13. Вычислите емкость батареи одинаковых конденсаторов емкостью $C = 30$ мкФ, изображенной на Рис.20.

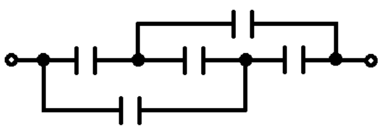


Рис.20.

14. Электрическая цепь состоит их шести одинаковых конденсаторов емкостью $C = 15$ мкФ (Рис.21). При разомкнутом ключе конденсатор 1 заряжен до напряжения $U_0 = 100$ В, остальные конденсаторы не заряжены. Вычислите напряжение на каждом из конденсаторов после замыкания ключа.

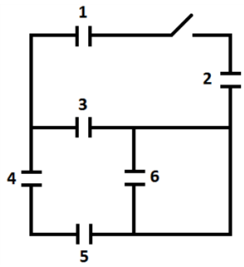



Рис.21.

15. Вычислите количество теплоты, которое выделится в цепи, состоящей из трех одинаковых конденсаторов емкостью $C = 15$ мкФ (Рис.22), при переводе ключа из положения 1 в положение 2. Конденсаторы подключены к Э.Д.С. $E = 50$ В. Энергией электромагнитного излучения пренебречь.

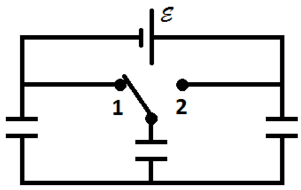



Рис.22.

**Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.**

1. В электрической схеме, изображенной на Рис.23, значения известных сопротивлений равны: $R_1 = 15$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 10$ Ом. Э.Д.С. источника $E = 70$ В, его внутреннее сопротивление $r = 2$ Ом. Вычислить значение сопротивления $R_4$, если через него идет ток $I = 1{,}5$ А.

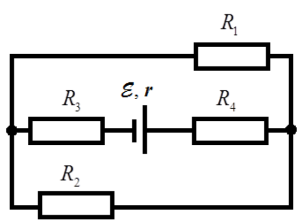



Рис.23.

2. В электрической схеме, изображенной на Рис.24, значения сопротивлений равны: $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $R_4 = 25$ Ом, $R_5 = R_6 = 40$ Ом. Э.Д.С. источника составляет $E = 150$ В. Вычислить значения токов в каждой ветви данной цепи.

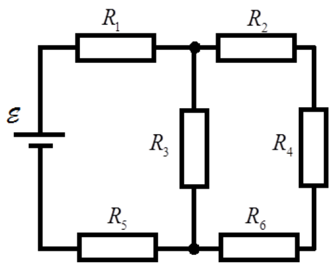



Рис.24

3. В электрической схеме, изображенной на Рис.25, значения сопротивлений равны: $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 25$ Ом, $R_4 = 60$ Ом. Определить значение Э.Д.С. источника, если через ветвь цепи, содержащей источник, идет ток $I = 4$ А.

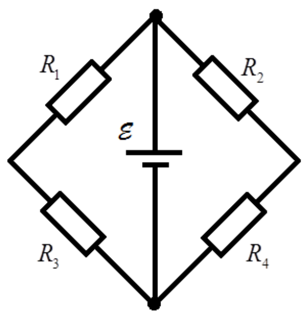



Рис.25

4. В электрической схеме, изображенной на Рис.26, значения сопротивлений равны: $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 8$ Ом, $R_4 = 15$ Ом, $R_5 = 4$ Ом, $R_6 = 12$ Ом. Э.Д.С. источника составляет $E = 30$ В. Определить значение тока, протекающего через ветвь цепи, содержащей источник.

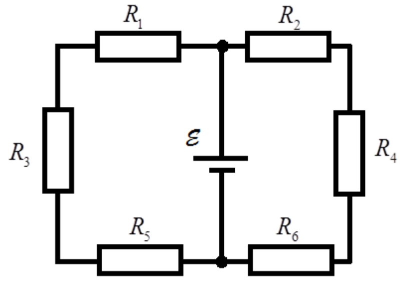



Рис.26

5. В электрической схеме, изображенной на Рис.27, значения сопротивлений равны: $R_1 = 25$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 16$ Ом, $R_4 = 36$ Ом. Э.Д.С. действующих источников составляют значения: $E_1 = 50$ В, $E_2 = 70$ В. Вычислить показания амперметра, считая его внутреннее сопротивление пренебрежимо малым.

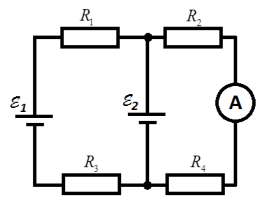



Рис.27.

6. В электрической схеме, изображенной на Рис.28, значения сопротивлений равны: $R_1 = R_2 = 50$ Ом, $R_3 = 65$ Ом. Э.Д.С. действующих источников составляют значения: $E_1 = 100$ В, $E_2 = 60$ В. Вычислить показания вольтметра, считая его внутреннее сопротивление $R_V = 70$ Ом.

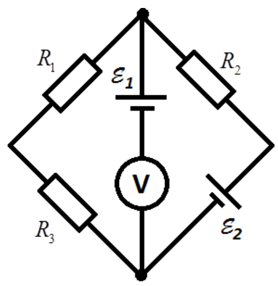



Рис.28.

7. В электрической схеме, изображенной на Рис.29, значения сопротивлений равны: $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 25$ Ом, $R_4 = 10$ Ом. Э.Д.С. действующих источников составляют значения: $E_1 = 30$ В, $E_2 = 40$ В. Вычислить показания амперметра, считая его внутреннее сопротивление $R_A = 10$ Ом.

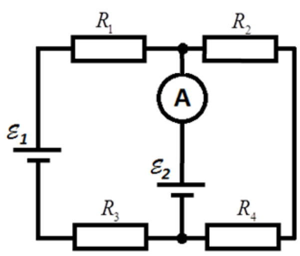



Рис.29.

**Гальванометр, амперметр и вольтметр.**

1. Амперметр с собственным сопротивлением $R_A = 0,4$ Ом может измерять токи до 10 А. Какое сопротивление нужно взять и как его включить, чтобы этим амперметром можно было измерять ток до 100 А?
2. Вольтметр с собственным сопротивлением $R_V = 500$ Ом предназначен для измерения разности потенциалов до 20 В. Какое сопротивление нужно взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерять напряжения до 70 В?
3. Гальванометр с чувствительностью $3 \cdot 10^{-4}$ А на деление шкалы и внутренним сопротивлением 60 Ом необходимо использовать в качестве амперметра с пределом измерения до 100 мА. Рассчитайте значение необходимого для этого сопротивления шунта, если шкала прибора разделена на 50 делений.
4. Гальванометр с чувствительностью $2 \cdot 10^{-2}$ А на деление шкалы и внутренним сопротивлением 40 Ом необходимо использовать в качестве вольтметра с пределом измерения до 10 В. Рассчитайте значение необходимого для этого добавочного сопротивления, если шкала прибора разделена на 100 делений.
5. К гальванометру с собственным сопротивлением 250 Ом подключили шунт. При этом чувствительность гальванометра понизилась в 5 раз. Вычислить значение сопротивления, которое нужно включить последовательно с гальванометром, чтобы общее сопротивление цепи не изменилось.
6. Миллиамперметр, рассчитанный на максимальный ток до 150 мА необходимо использовать в качестве вольтметра, который мог бы измерять напряжения до 50 В. Вычислить значение необходимого добавочного сопротивления, если известно, что при шунтировании того же миллиамперметра сопротивлением 0,2 Ом, его цена деления возрастает в 5 раз.

7. Гальванометр, имеющий собственное сопротивление 60 Ом, зашунтирован сопротивлением $R_Ш = 2$ Ом и используется в качестве амперметра. Вычислить ток, который потечет через гальванометр при подключении к напряжению $U_0 = 12$ В.
8. Амперметр с собственным сопротивлением $R_A = 0,2$ Ом зашунтирован сопротивлением $R = 0,01$ Ом. Найдите полный ток в цепи, если амперметр показывает ток $I = 10$ А.
9. Вольтметр, имеющий собственное сопротивление $R_V = 20$ Ом, показывает напряжение $U = 3$ В. Вычислить значение добавочного сопротивления, при подключении которого показания вольтметра уменьшатся в 2 раза.
10. Для определения внутреннего сопротивления гальванометра используется схема, состоящая из милливольтметра, гальванометра и магазина сопротивлений (Рис.30). Известно, что при значении сопротивления магазина $R_{M1} = 500$ Ом, милливольтметр показывает напряжение $U_1 = 20$ мВ, а при значении сопротивления $R_{M2} = 1500$ Ом - напряжение $U_2 = 45$ мВ. Вычислите по этим данным сопротивление гальванометра, если известно, что значение тока через него в обоих случаях одинаково.

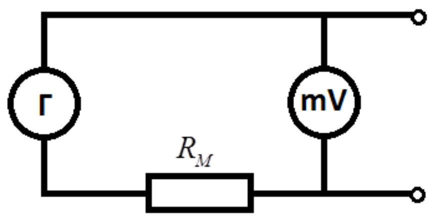



Рис. 30

11. Электрическая схема включает в себя милливольтметр, гальванометр и магазин сопротивлений (Рис.30). Известно, что при значении сопротивления магазина $R_{M1} = 1500$ Ом, милливольтметр показывает напряжение $U_1 = 40$ мВ, а при значении сопротивления $R_{M2} = 2500$ Ом - напряжение $U_2 = 75$ мВ. Вычислите по этим данным ток через

гальванометр, если известно, что его значение в обоих случаях одинаково.

12. Электрический кипятильник рассчитан на напряжение 120 В, и его мощность при этом составляет 300 Вт. Рассчитайте значение добавочного сопротивления, при подключении которого кипятильник сможет работать при напряжении 220 В.

**Работа тока. Мощность. Закон Джоуля-Ленца.**

1. Электрическая цепь состоит из источника тока с Э.Д.С. $E = 40$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом, и двух резисторов сопротивлениями $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 34$ Ом (Рис.31). Вычислите полную мощность, потребляемую резисторами.

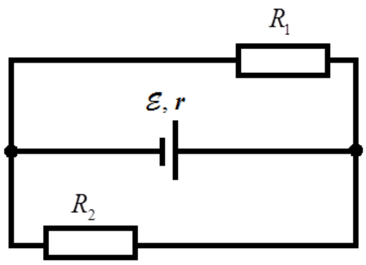



Рис.31

2. Сколько лампочек мощностью 25 Вт каждая и рассчитанных на напряжение 5 В можно подключить к аккумуляторной батарее с Э.Д.С. = 24 В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом, чтобы они горели нормальным накалом?
3. К электросети квартиры ($U_0 = 220$ В) подключен один электрический прибор – лампа накаливания номинальной мощностью 100 Вт. На сколько изменится напряжение на этой лампе при дополнительном включении в сеть электрочайника мощностью 1 кВт, если общее сопротивление подводящих проводов $R = 4$ Ом?
4. К некоторому источнику тока подключают два резистора сопротивлениями $R_1 = 4$ Ом и $R_2 = 16$ Ом сначала параллельно, а затем

последовательно. Вычислить внутреннее сопротивление источника тока, если известно, что в обоих случаях выделялась одинаковая мощность.

5. К источнику тока поочередно подключают два резистора сопротивлениями $R_1 = 3$ Ом и $R_2 = 48$ Ом, причем в обоих случаях выделялась одинаковая мощность $P = 1,2$ кВт. Вычислить силу тока $I_{КЗ}$ при коротком замыкании источника.
6. Две лампочки мощностью 60 Вт и 40 Вт рассчитаны на напряжение 220 В. Вычислите полную потребляемую мощность при последовательном включении этих лампочек в сеть с напряжением 220 В.
7. Электрический чайник имеет две нагревательных спирали. При включении одной из них, вода закипает за 15 мин, а при включении другой – через 25 мин. Вычислить время, необходимое для закипания воды при включении обеих спиралей последовательно.
8. Электрический чайник имеет две нагревательных спирали. При включении одной из них, вода закипает за 10 мин, а при включении другой – через 20 мин. Вычислить время, необходимое для закипания воды при включении обеих спиралей параллельно.
9. Плавкий предохранитель изготовлен из свинцовой проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Известно, что при коротком замыкании сила тока в цепи достигла $I_{кз} = 20$ А. Определите, через какое время после короткого замыкания начнет плавиться предохранитель, если его начальная температура составляла 24˚С.
10. В проводнике сопротивлением 40 Ом сила тока за 10 с возросла линейно от 5 А до 25 А. Вычислить количество теплоты, которое выделилось за это время.
11. К источнику тока с Э.Д.С. $E = 220$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом подключено внешнее сопротивление $R = 30$ Ом. Вычислить полезную мощность, полную мощность и к.п.д. этой электрической цепи.

12. К источнику тока подключено внешнее сопротивление. Известно, что наибольшая мощность во внешней цепи составляет 9 Вт. При этом в цепи течет ток 3 А. Вычислить Э.Д.С. источника тока и его внутреннее сопротивление.
13. Вычислите, во сколько раз нужно повысить напряжение на линии электропередачи, чтобы при передаче той же мощности потери в линии уменьшились в 400 раз?
14. Село находится на расстоянии $\ell = 8$ км от электростанции, причем передача электроэнергии производится при напряжении $U = 60$ кВ. Общая потребляемая мощность в селе составляет $P = 5$ МВт. Вычислить минимально возможный диаметр медных проводов линии электропередачи, если допустимая потеря напряжения составляет не более 1%.
15. В доме, удаленном от генератора на расстояние $\ell = 50$ м, горит лампа накаливания. Затем, одновременно с лампой, включили электрочайник, потребляющий ток 5 А. Вычислите, на сколько понизилось напряжение на лампе, если сечение медных проводов линии электропередачи составляет $S = 2{,}5$ мм$^2$.
16. От электростанции с Э.Д.С. $E = 1$ кВ требуется передать энергию на расстояние $\ell = 5$ км. Потребляемая мощность при этом составляет 10 кВт. Вычислите минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 0{,}5$ см.
17. От генератора с Э.Д.С. $E = 220$ В необходимо передать энергию на расстояние $\ell = 100$ м. Потребляемая мощность при этом составляет 1 кВт. Вычислить минимальный диаметр медных подводящих проводов, если допустимые потери мощности в сети не должны превышать 0,5%.

# МАГНИТОСТАТИКА.

## Основные законы и формулы.

*Закон Био-Савара-Лапласа.*

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l}\times\vec{r}\right]}{r^3},$$

где $d\vec{l}$ – элемент тока $I$, $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента $d\vec{l}$ до точки пространства, в которой ищется напряженность магнитного поля, $d\vec{H}$ – элементарная напряженность магнитного поля, создаваемая элементом тока $d\vec{l}$.

*Магнитное поле прямого бесконечно длинного тока.*

$$H = \frac{I}{2\pi R},$$

где $R$ - кратчайшее расстояние от точки пространства, в которой ищется напряженность магнитного поля, до тока $I$.

*Связь магнитной индукции и напряженности магнитного поля.*

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где $\vec{B}$ - магнитная индукция, $\vec{H}$ - напряженность магнитного поля, $\mu$ - магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная постоянная.

*Принцип суперпозиции для магнитных полей.*

$$\vec{H} = \sum_{i=1}^{n}\vec{H}_i\ ,\ \ \vec{B} = \sum_{i=1}^{n}\vec{B}_i\ .$$

*Закон Ампера.*

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}\times\vec{B}\right],$$

где $d\vec{F}$ - элементарная сила Ампера, которая действует на элемент $d\vec{l}$ тока $I$, помещенный во внешнее магнитное поле с индукцией $\vec{B}$.

*Модуль силы Ампера.*

$$dF = I\cdot dl\cdot B\cdot\sin\alpha,$$

где $\alpha$ - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

*Сила Лоренца.*

$$\vec{F} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right],$$

где $q$ - заряд, движущийся со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$.

*Модуль силы Лоренца.*

$$F = qvB\sin\alpha,$$

где $\alpha$ - угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** Ток $I$ течет по прямоугольному проводнику со сторонами $2a$ и $2b$. Вычислить напряженность магнитного поля в произвольной точке на оси, перпендикулярной плоскости проводника и проходящей через пересечение его диагоналей.

Дано:

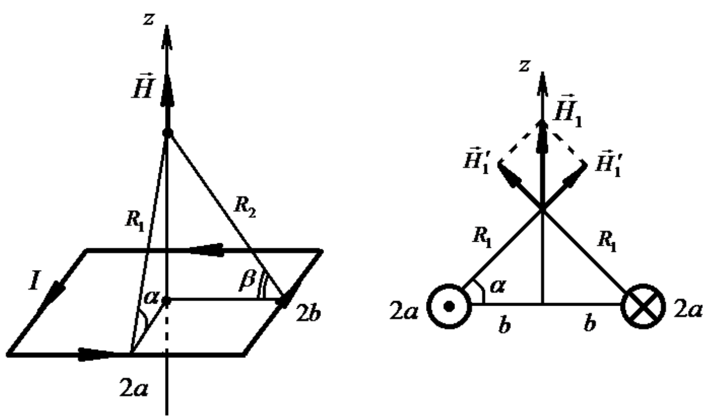
$I$; $2a$; $2b$.

Определить:

$H$.

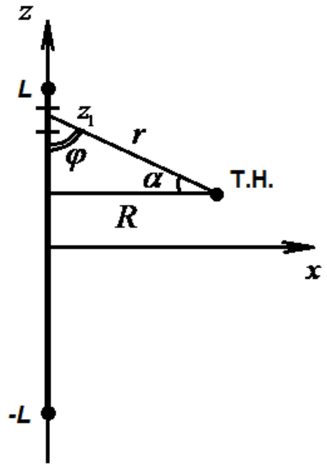
Решение.

1. Выполним рисунок.




2. Каждая из сторон прямоугольного контура представляет собой проводник конечной длины, создающий магнитное поле в выбранной точке на оси $z$. В этой связи для нахождения искомой напряженности магнитного поля сначала

рассмотрим задачу о нахождении напряженности магнитного поля, создаваемого в вакууме тонким прямолинейным проводником длиной $2L$, по которому проходит ток $I$.




Для решения поставленной задачи запишем закон Био-Савара-Лапласа в общем виде:

$$H = \frac{1}{4\pi}\int_{-L}^{L}\int \frac{I\left[d\vec{l}\times\vec{r}\right]}{r^3} = \frac{I}{4\pi}\int\frac{\sin\varphi\cdot dl}{r^2} = \frac{I}{4\pi}\int\frac{\cos\alpha\cdot dl}{r^2}.$$

Причем $\cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{R^2+(z-z_1)^2}$, где $r^2 = R^2+(z-z_1)^2$, а $z_1$ – текущая координата элемента $dl$. Следовательно, элементарная длина провода $dl$ равна приращению координаты $dz_1$, т.е. $dl \equiv dz_1$.

Подставляя найденные величины в закон Био-Савара-Лапласа и переходя к интегрированию по текущей координате, получим искомое значение напряженности поля в Т.Н.:

$$H = \frac{I}{4\pi}\int_{-L}^{L}\frac{Rdz_1}{\left[R^2+\left(z_1-z\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{I}{4\pi R}\left[\frac{L-z}{\sqrt{R^2+\left(L-z\right)^2}}+\frac{L+z}{\sqrt{R^2+\left(L+z\right)^2}}\right].$$

3. Заметим, что в нашей задаче расстояния $R_1$ и $R_2$ до точки наблюдения от сторон $2a$ и $2b$ вычисляются теперь соответственно как

$$R_1 = \sqrt{b^2+z^2} \text{ и } R_2 = \sqrt{a^2+z^2}.$$

Напряженность магнитного поля от двух сторон длиной $2a$ векторно складывается из двух векторов $H_1$, а напряженность магнитного поля от двух сторон длиной $2b$ складывается из двух векторов $H_2$. Тогда, согласно принципу суперпозиции для магнитного поля, его результирующая напряженность на оси будет равна:

$$H = 2\left(H_1 \cos\alpha + H_2 \cos\beta\right), \text{ где } \cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{b^2 + z^2}} = \frac{2H_1'}{H_1}, \cos\beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + z^2}}.$$

4. Учтем то, что ось находится напротив середин отрезков. Поэтому в окончательной формуле для магнитного поля от проводника длиной $2L$ необходимо положить $z = 0$. Кроме того, положим $L = a$ для одной пары сторон и $L = b$ для другой пары сторон. В результате получим выражения для магнитных полей от каждой пары сторон:

$$H_1 = \frac{I}{4\pi\sqrt{b^2 + z^2}} \cdot \frac{2b}{\sqrt{a^2 + z^2 + b^2}}.$$

$$H_2 = \frac{I}{4\pi\sqrt{a^2 + z^2}} \cdot \frac{2b}{\sqrt{a^2 + z^2 + b^2}}.$$

5. Окончательно искомая напряженность направлена по оси Z и может быть вычислена по формуле:

$$H = \frac{Iab}{\pi\sqrt{a^2 + z^2 + b^2}}\left(\frac{1}{a^2 + z^2} + \frac{1}{b^2 + z^2}\right).$$

**Задача №2.** По двум параллельным прямым проводникам длиной $l = 4$ м каждый, находящимся в вакууме на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, в противоположных направлениях текут токи $I_1 = 40$ А и $I_2 = 70$ А. Определить силу взаимодействия токов.

<u>Дано:</u>

$I_1 = 40$ А ; $I_2 = 70$ А ;

$l = 4$ м ;

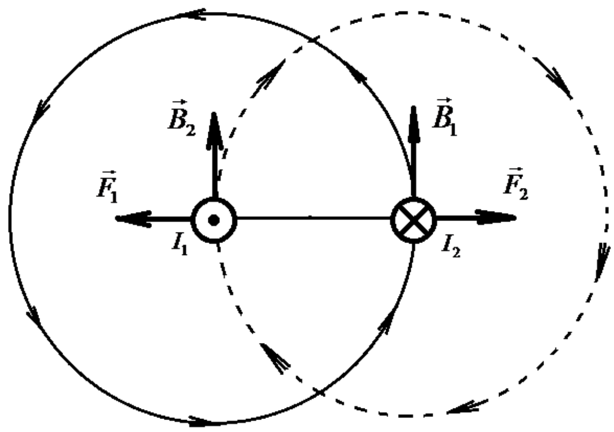
$d = 20$ см $= 0{,}2$ м .

<u>Определить:</u>

$F$ .

Решение.

1. Выполним рисунок, указав направление токов и создаваемых ими магнитных полей. Отметим, что ток $I_1$ создает магнитное поле $\vec{B}_1$, которое является внешним («чужим») для тока $I_2$. Также справедливо и обратное – ток $I_2$ создает магнитное поле $\vec{B}_2$, в котором находится ток $I_1$. Магнитное поле имеет замкнутые силовые линии, в каждой точке которых вектор магнитной индукции направлен по касательной.




Направление сил Ампера $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ для каждого тока определим по правилу левой руки.

2. Запишем закон Ампера для тока $I_1$, находящегося в магнитном поле $\vec{B}_2$:

$$dF_1 = I_1 dl_1 B_2 \sin\alpha \,,$$

где $dl_1$ - элемент тока $I_1$, $\alpha$ - угол между векторами $d\vec{l}_1$ и $\vec{B}_2$.

В нашем случае $\alpha = 90°$, поэтому $\sin\alpha = 1$.

Закон Ампера примет вид:

$$dF_1 = I_1 dl_1 B_2.$$

3. Аналогично закон Ампера для тока $I_2$, находящегося в магнитном поле $\vec{B}_1$:

$$dF_2 = I_2 dl_2 B_1.$$

4. Магнитное поле прямого бесконечного тока:

$$B_1 = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi d}, \quad B_2 = \mu_0 \frac{I_2}{2\pi d}.$$

5. Подставим значения магнитных индукций в законы Ампера для каждого тока:

$$dF_1 = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} dl\,,\; dF_2 = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} dl$$

Заметим, что значения сил совпадают, т.к. $dl_1 = dl_2 = dl$ - элементы бесконечно малой длины.

6. Таким образом, сила взаимодействия бесконечно малых элементов тока:

$$dF = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} dl\,.$$

Интегрируя это выражение по длине, найдем искомую силу взаимодействия:

$$F = \int_0^l \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} dl = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} l\,.$$

$F = 11{,}2$ мН .

<u>Ответ:</u> $F = 11{,}2$ мН

## ЗАДАЧИ

**Закон Био-Савара-Лапласа. Суперпозиция магнитных полей.**

1. По прямому бесконечно длинному проводу течет ток $I = 10$ А. Вычислить напряженность магнитного поля, создаваемого этим проводом на расстоянии $d = 50$ см от него.
2. Определить магнитную индукцию поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии $d = 4$ см от его середины. Длина отрезка провода $\ell = 20$ см , а сила тока в проводе $I = 20$ А.
3. Определить значение индукции магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной 15 см, если по рамке течет ток $I = 10$ А .
4. Определить магнитную индукцию в центре кругового проволочного витка радиусом R = 10 см, по которому течет ток $I = 1$ А .

5. Определить магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца радиусом $R = 5$ см, по которому течет ток $I = 10$ А, в точке, расположенной на расстоянии $d = 10$ см от центра кольца.
6. Круговой виток радиусом $R = 15$ см расположен относительно бесконечно длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восставленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе $I_1 = 1$ А, сила тока в витке $I_2 = 5$ А. Расстояние от центра витка до провода 20см. Определить магнитную индукцию в центре витка.
7. Бесконечно длинный провод, по которому течет ток $I = 5$ А изогнут так, как изображено на Рис.1. Радиус R дуги окружности равен 10 см. Определить индукцию магнитного поля, создаваемую этим проводом в точке О, расположенной в центре кругового витка.

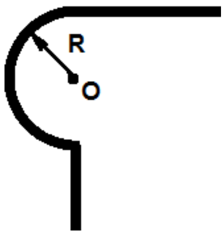



Рис.1.

8. На Рис.2. изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами, текущими в противоположных направлениях. Расстояние между проводниками АВ=10 см, значения токов в проводниках составляют $I_1 = 10$ А и $I_2 = 20$ А. Найти напряженности магнитного поля, создаваемые этими токами в точках $M_1$ и $M_2$ и $M_3$, если известны расстояния $M_1A$=2 см, $AM_2$=4 см и $BM_3$=3 см.

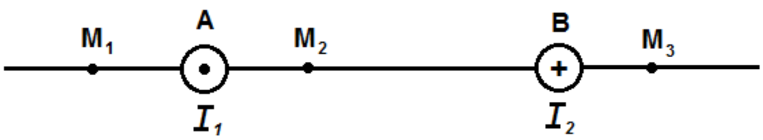



Рис.2.

9. На Рис.3. изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами, текущими в одном направлении. Расстояние

между проводниками AB=30 см, значения токов в проводниках составляют $I_1 = 15$ А и $I_2 = 5$ А. Найти напряженности магнитного поля, создаваемые этими токами в точках $M_1$ и $M_2$ и $M_3$, если известны расстояния $M_1A$=8 см, $AM_2$=12 см и $BM_3$=5 см.

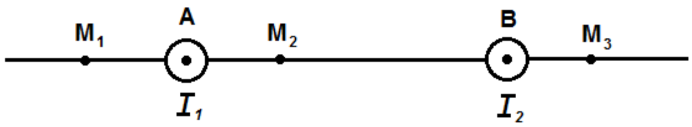



Рис.3.

10. На Рис.4. изображены сечения трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояния AB=BC = 5 см, токи $I_1 = I_2 = I$, $I_3 = 2I_1$. Найти точку на прямой AC, в которой напряженность магнитного поля, созданная этими токами, равна нулю.

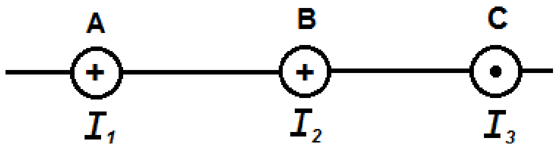



Рис.4.

11. На Рис.5. изображены два прямолинейных бесконечно длинных проводника, расположенные перпендикулярно друг к другу в одной плоскости. Найти напряженности магнитного поля в точках $M_1$ и $M_2$, если токи $I_1 = 8$ А и $I_2 = 2$ А. Расстояния от тока $I_1$ до точек $M_1$ и $M_2$ равно 2 см, и $CM_1$=$DM_2$=4 см.

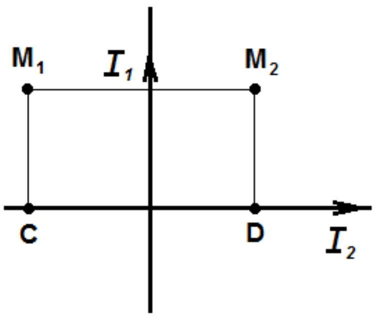



Рис.5.

12. На Рис.6. изображены два прямолинейных бесконечно длинных проводника, расположенные перпендикулярно друг к другу и находящиеся во взаимно перпендикулярных плоскостях. Найти

напряженности магнитного поля в точках М1 и М2, если токи $I_1 = 12$ А и $I_2 = 18$ А. Расстояния $AM_1$ = 3 см, $AM_2$ = 5 см и АВ = 8 см.

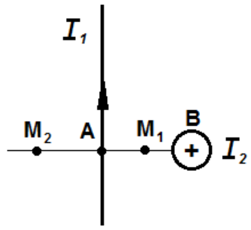



Рис.6.

**Закон Ампера. Сила Лоренца.**

1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл находится прямой проводник длиной $\ell = 30$ см, по которому течет ток $I = 10$ А. На проводник действует сила $F = 0{,}25$ Н. Определить угол $\alpha$ между направлениями тока и вектором магнитной индукции.
2. В вертикальном однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл подвешен на двух тонких проволочках горизонтальный проводник массой $m = 30$ г и длиной $\ell = 50$ см. По проводнику пропускают ток силой $I = 1{,}2$ А. Определите, на какой угол от вертикали отклонятся проволочки.
3. По двум бесконечно длинным параллельным прямым проводам, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут токи $I_1 = 50$ А и $I_1 = 70$ А. Вычислить силу взаимодействия токов, приходящуюся на единицу длины проводов.
4. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток $I = 8$ А. Под ним на расстоянии $d = 2$ см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток $I = 4$ А. Определить, какова должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $\rho = 2{,}7$ г/см$^3$.

5. Применяя закон Ампера для определения силы взаимодействия двух токов. Получить значение магнитной постоянной $\mu_0$.
6. Между полюсами электромагнита в горизонтальном однородном магнитном поле с индукцией $B = 1{,}5$ Тл находится прямолинейный проводник массой $m = 50$ г и длиной $\ell = 80$ см, подвешенный горизонтально на гибких проводах под прямым углом к магнитному полю (Рис.7.). Через проводник пропускают ток. При какой силе тока исчезает натяжение проводов, поддерживающих проводник? В какую сторону должен при этом идти ток?

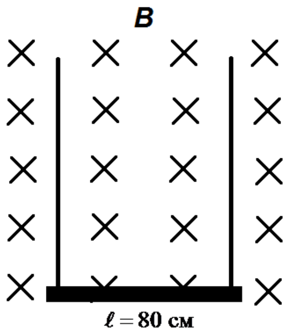



Рис.7.

7. Прямоугольная рамка со сторонами $a = 60$ см и $b = 20$ см расположена в одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током $I = 16$ А так, что длинные стороны рамки параллельны проводу. Сила тока в рамке составляет 4 А. Определить силы, действующие на каждую из сторон рамки, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии $c = 10$ см, а ток в ней сонаправлен току $I$.
8. По тонкому проволочному полукольцу радиусом R = 50 см течет ток $I = 2$ А. Перпендикулярно плоскости полукольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}04$ Тл. Найти силу, растягивающую полукольцо. Действие на полукольцо магнитного поля подводящих проводов и взаимодействие отдельных элементов полукольца не учитывать.
9. Горизонтальные рельсы находятся в вертикальном однородном магнитном поле на расстоянии $\ell = 20$ см. На них лежит стальной

стержень массой $m = 300$ г, перпендикулярный рельсам. Коэффициент трения между стержнем и рельсами составляет 0,2. Чтобы стержень сдвинулся с места, по нему необходимо пропустить ток силой $I = 40$ А. Определите значение индукции магнитного поля.

10. Электрон влетает со скоростью $\upsilon = 5 \cdot 10^5$ м/с в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1,4$ Тл, причем его скорость направлена перпендикулярно вектору магнитной индукции. Определите радиус окружности, по которой будет двигаться электрон.
11. Протон влетает со скоростью $\upsilon = 2,5 \cdot 10^6$ м/с в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,8$ Тл. Скорость электрона направлена перпендикулярно вектору магнитной индукции. Определите период обращения протона вокруг магнитной силовой линии.
12. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл по окружности. Определить угловую скорость вращения электрона.
13. В направлении, перпендикулярном линиям индукции, влетает в магнитное поле электрон со скоростью $\upsilon = 10^6$ м/с. Найти индукцию магнитного поля, если электрон описал в этом поле окружность радиусом 1 см.
14. Электрон, обладая скоростью $\upsilon = 10^6$ м/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля $B = 0,1$ Тл. Определить нормальное и тангенциальное ускорения электрона.
15. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности радиусом $R = 4$ см со скоростью $\upsilon = 0,5 \cdot 10^6$ м/с. Индукция магнитного поля $B = 0,3$ Тл. Найти заряд $q$ частицы, если известно, что ее энергия $W = 12$ кэВ.
16. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции движется прямой проводник длиной 40 см. Определить силу

Лоренца, действующую на свободный электрон проводника, если возникающая на его концах разность потенциалов составляет 10 мкВ.

17. Протон и $\alpha$-частица влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Вычислить отношение радиусов окружностей, которые описывают частицы, если у них одинаковы: а) скорости; б) энергии.
18. Протон и $\alpha$-частица влетают в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению их движения. Во сколько раз период обращения протона в магнитном поле больше периода обращения $\alpha$-частицы?
19. Электрон, влетающий в однородное магнитное поле под углом 60° к направлению поля, движется по винтовой линии радиусом 5 см с периодом обращения 60 мкс. Какова скорость электрона, индукция магнитного поля и шаг винтовой линии?
20. Найти отношение $q/m$ для заряженной частицы, если она, влетая со скоростью $\upsilon = 10^6$ м/с в однородное магнитное поле напряженностью $H = 200$ кА/м, движется по дуге окружности радиусом $R = 8{,}3$ см. Направление скорости движения частицы перпендикулярно к направлению магнитного поля. Сравнить найденное значение со значением $q/m$ для электрона, протона и $\alpha$-частицы.

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.

## Основные законы и формулы.

Поток вектора магнитной индукции через элемент поверхности $dS$.

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot \cos\alpha,$$

где $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ - вектор, модуль которого равен $dS$, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площадке, $\alpha$ - угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{n}$.

Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность $S$.

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Закон электромагнитной индукции Фарадея.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где $\mathcal{E}_i$ - Э.Д.С. индукции.

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** Плоский контур с заданной площадью $S$ вращается с угловой скоростью $\omega$ в однородном магнитном поле с индукцией $B$ вокруг оси, перпендикулярной магнитному полю. Определить возникающую в контуре Э.Д.С. индукции.

Дано:

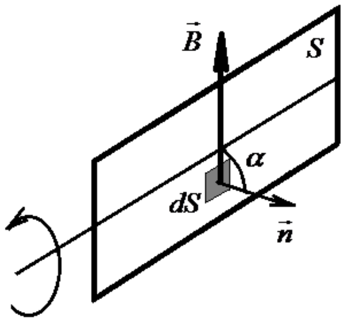
$\omega$; $S$;

$B$.

Определить:

$\mathcal{E}_i$

Решение




1. Согласно определению, Э.Д.С. индукции определяется изменением магнитного потока поля $\vec{B}$ через замкнутую поверхность $S$ со временем:

$$\mathcal{E}_{инд} = -\frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

2. Найдем магнитный поток:

$$\Phi = \int\limits_{S(t)} \vec{B}d\vec{S} = \int\limits_{S} BdS\cos\alpha(t) = BS\cos\alpha(t),$$

где $\alpha(t)$ – угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{n}$ , т.е. угол поворота $\alpha(t) = \omega\cdot t$.

3. Подставляя значение угла поворота в формулу для магнитного потока, и вычисляя производную по времени от этого выражения, получим окончательное значение ЭДС индукции:

$\mathcal{E}_i = \omega\cdot BS\sin(\omega\cdot t)$.

Ответ: $\mathcal{E}_i = \omega\cdot BS\sin(\omega\cdot t)$.

**Задача №2.** Два параллельных металлических стержня лежат в однородной плоскости с бесконечным прямолинейным током $I$ на расстояниях $a$ и $b$ по одну сторону от него $(a < b)$. Вдоль стержней скользит перпендикулярно проводник $AB$ со скоростью $\upsilon$ по направлению к сопротивлению $R_0$, на которое замкнуты стержни. Показать, что мощность индукционного тока в контуре $AR_0B$ равна мощности сил, которые надо приложить к проводнику $AB$ , чтобы он двигался равномерно вверх.

Дано:

$I$; $a$ ; $b$;

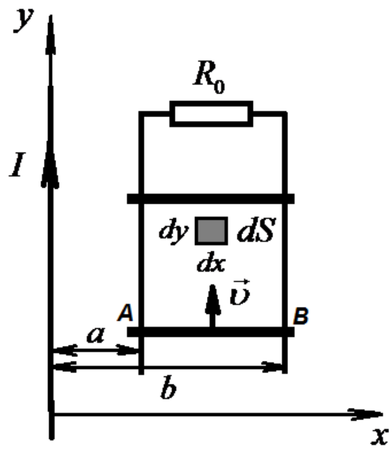
$a < b$;

$R_0$.

Показать:

$P = P_i$.

Решение.




1. Проводник $AB$ движется в магнитном поле напряженностью $H$, создаваемым током $I$. Поскольку площадь контура $AR_0B$ при этом уменьшается, возникает изменение магнитного потока через замкнутый контур. В результате в контуре $AR_0B$ возникнет Э.Д.С. индукции и потечет индукционный ток $I_i$. Таким образом, на проводник с током $AB$, находящийся в магнитном поле прямого тока $I$ будет действовать сила Ампера.

2. Напомним, что магнитное поле прямого тока может быть вычислено по известному выражению:

$$H = \frac{I}{2\pi R}.$$

3. Согласно правилу левой руки, сила Ампера, действующая на проводник $AB$, направлена против скорости движения контура.

Величина силы Ампера определяется выражением:

$$\vec{F}_A = \mu_0 I_i \int_a^b \left[\vec{H} \times d\vec{l}\,\right] = -\vec{j} \cdot \mu_0 I_i \int_a^b H \cdot dx = -\vec{j} \cdot \mu_0 \frac{I_i I}{2\pi} \ln\frac{b}{a},$$

где $I_i$ - индукционный ток, возникающий в контуре $AR_0B$, $H$ - напряженность магнитного поля, создаваемого током $I$, вектор $d\vec{l}$ направлен вдоль тока $I_i$.

4. Для того, чтобы проводник $AB$ двигался равномерно со скоростью $\upsilon$, действующая сила Ампера должна быть уравновешена некоторой механической силой $F = F_A$, направленной в сторону движения проводника (вверх).

5. Мощность силы Ампера может быть вычислена как:

$$P = F_A \cdot \upsilon = \frac{\mu_0 I_i I \cdot V}{2\pi} \ln\frac{b}{a}.$$

6. Найдем величину индукционного тока $I_i$, текущего в контуре. Из закона Ома следует:

$$\mathcal{E}_i = I_i \cdot R_0.$$

С другой стороны, вследствие изменения магнитного потока возникает электродвижущая сила

$$\mathcal{E}_{инд} = -\frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

Найдем магнитный поток через контур:

$$\Phi = \int\limits_{S(t)} \vec{B} d\vec{S} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int\limits_{S(t)} \frac{dS}{R}.$$

Определим элемент площади в виде: $dS = dx \cdot dy$. Следовательно, магнитный поток

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{y(t)} \int_a^b \frac{dy \cdot dx}{R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot y(t) \cdot \ln\frac{b}{a}.$$

Зная магнитный поток, можно найти ЭДС как

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \ln\frac{b}{a} \cdot \frac{dy(t)}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \ln\frac{b}{a} \cdot \upsilon,$$

где $\upsilon$ – скорость движения проводника $AB$.

Используя закон Ома, вычислим значение индуцированного тока в контуре:

$$I_k = -\frac{\mu_0 I}{2\pi R_0} \ln\frac{b}{a} \cdot \upsilon .$$

5. С учетом вычисленного значения индукционного тока, выражение для его мощности согласно закону Джоуля-Ленца имеет вид:

$$P_i = I_i^2 R_0 = \frac{\mu_0^2 I^2 \upsilon^2}{(2\pi R_0)^2} \left( \ln\frac{b}{a} \right)^2 \cdot R_0 = \frac{\mu_0^2 I^2 \upsilon^2}{(2\pi)^2 R_0} \left( \ln\frac{b}{a} \right)^2 .$$

6. С другой стороны, мощность механической силы, действующей на контур:

$$P = \frac{\mu_0^2 I^2 \upsilon^2 \left( \ln\frac{b}{a} \right)^2}{2\pi \cdot 2\pi \cdot R_0} = \frac{\mu_0^2 I^2 \upsilon^2}{(2\pi)^2 R_0} \left( \ln\frac{b}{a} \right)^2 .$$

7. Таким образом, $P = P_i$, что и требовалось доказать.

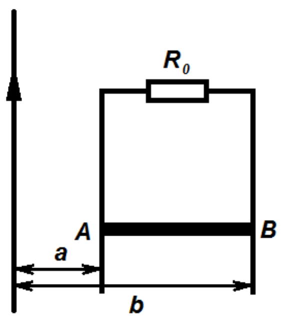
<u>Ответ</u>: $P = P_i$.

**ЗАДАЧИ**

1. В однородное магнитное поле напряженностью $H = 100$ кА/м помещена квадратная рамка со стороной 10 см. Плоскость рамки составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 60°$. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.
2. В одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током $I = 20$ А расположена квадратная рамка со стороной, длина которой $a = 20$ см, причем две стороны рамки параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей стороны рамки равно 5 см. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.
3. В магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}05$ Тл, вращается стержень длиной 1 м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Найти магнитный поток Ф, пересекаемый стержнем при каждом обороте.

4. Прямоугольная рамка, стороны которой $a = 10$ см и $b = 15$ см, вращается в однородном магнитном поле с частотой $\nu = 4$ с$^{-1}$. Ось вращения рамки находится в ее плоскости и перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H = 80$ кА/м. Запишите зависимость магнитного потока Ф, пронизывающего рамку, от времени $t$ и определите наибольшее значение этого магнитного потока.
5. Кольцо из алюминиевого провода помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца $d = 30$ см, диаметр провода $D = 2$ мм. Определить скорость изменения магнитного поля, если ток в кольце $I = 1$ А.
6. Круговой проволочный виток площадью $S = 10$ см$^2$ находится в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}8$ Тл. Плоскость витка перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти среднюю Э.Д.С. индукции, возникающую в витке при выключении поля в течение времени $t = 15$ мс.
7. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B(t) = 0{,}5\cos(4t)$, помещена квадратная рамка со стороной $a = 80$ см, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол $\alpha = 30°$. Определить Э.Д.С. индукции, возникающую в рамке в момент времени $t = 5$ с.
8. Стержень длиной 70 см вращается с частотой $\nu = 2$ с$^{-1}$ вокруг оси, проходящей через его конец и перпендикулярной к направлению однородного магнитного поля с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Определить возникающую на концах стержня Э.Д.С. индукции.
9. Горизонтальный стержень длиной $\ell = 1$ м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Ось вращения параллельна магнитному полю, индукция которого $B = 5$ мТл. При какой частоте вращения стержня разность потенциалов на концах этого стержня будет составлять 1 мВ?

10. В однородном магнитном поле равномерно вращается прямоугольная рамка с частотой $\nu = 600$ мин$^{-1}$. Амплитуда индуцируемой в рамке Э.Д.С. составляет $E = 3$ В. Определить максимальный магнитный поток через рамку.
11. Плоскость проволочного витка площадью $S = 100$ см$^2$ и сопротивлением $R = 5$ Ом, находящегося в однородном магнитном поле напряженностью $H = 50$ кА/м, перпендикулярна линиям магнитной индукции. При повороте витка в магнитном поле, заряд, прошедший по витку, составляет $Q = 20$ мкКл. Определить угол поворота витка.
12. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл, помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой $\ell = 15$ см. Определить Э.Д.С. индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $\upsilon = 10$ см/с.
13. Два параллельных металлических стержня лежат в однородной плоскости с бесконечным прямолинейным током $I = 3$ А на расстояниях $a = 10$ см и $b = 30$ см по одну сторону от него (см. рисунок). По этим стержням скользит проводник $AB$ со скоростью $\upsilon = 15$ см/с по направлению к сопротивлению $R_0 = 4$ Ом, на которое замкнуты стержни. Найти силу тока в контуре $AR_0B$.



# КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.

## Основные законы и формулы.

*Уравнение гармонических колебаний.*

$$x = A\cos\left(\omega t + \varphi_0\right),$$

где $x$ - смещение колеблющейся величины от положения равновесия, $A$ - амплитуда колебания, $\omega$ - циклическая частота, $\varphi_0$ - начальная фаза.

*Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания.*

$$\upsilon = \frac{dx}{dt}\ ,\ a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}.$$

*Кинетическая энергия колеблющейся точки массой m.*

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\sin^2\left(\omega t + \varphi_0\right).$$

*Потенциальная энергия колеблющейся точки массой m.*

$$W_n = \frac{mA^2\omega^2}{2}\cos^2\left(\omega t + \varphi_0\right).$$

*Полная энергия колеблющейся точки массой m.*

$$E = W_k + W_n = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

*Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний материальной точки массой m.*

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где $\omega = 2\pi / T$ - частота колебаний, $T$ - период колебаний.

*Период колебаний математического маятника.*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где $l$ - длина маятника, $g$ - ускорение свободного падения.

*Период колебаний физического маятника.*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}} \ ,$$

где $J$ - момент инерции маятника относительно оси колебаний, $m$ - его масса, $d$ - расстояние от точки подвеса до центра масс маятника.

*Приведенная длина физического маятника.*

$$l_{пр} = \frac{J}{md} \, .$$

*Амплитуда результирующего колебания, возникающего при сложении двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты.*

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} \ ,$$

где $A_1$ - амплитуда первого колебания, $A_2$ - амплитуда второго колебания, $\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$ - разность начальных фаз складываемых колебаний.

*Начальная фаза результирующего колебания.*

$$tg\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02}}{A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02}} \, .$$

*Период биений.*

$$T_б = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \ ,$$

где $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ - разность частот складываемых колебаний.

*Амплитуда биений при сложении двух колебаний одинаковой амплитуды А.*

$$A_б = \left| 2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t \right| .$$

*Уравнение траектории движения точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты.*

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB}\cos\Delta\varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\Delta\varphi ,$$

где $A$ и $B$ - амплитуды складываемых колебаний, $\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$ - разность их начальных фаз.

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** Физический маятник представляет собой стержень длиной $l = 2$ м, совершающий колебания вокруг оси, отстоящей на 30 см от верхнего конца стержня. Определить период колебаний маятника и его приведенную длину.

Дано:

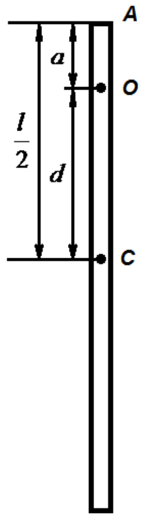
$l = 2$ м;

$a = 30$ см $= 0{,}3$ м.

Определить:

$T$; $l_{пр}$.

Решение.




1. Выполним рисунок. Обозначим расстояние $AO$ от верхнего конца стержня до оси подвеса $(AO = a)$, $OC$ - от точки подвеса до центра масс стержня $(OC = d)$.

2. Для определения периода колебаний необходимо вычислить сначала момент инерции стержня относительно оси подвеса. Для этого воспользуемся теоремой Штейнера:

$$J = J_0 + md^2,$$

где $J_0 = \frac{1}{12}ml^2$ - момент инерции стержня относительно центра масс, расстояние

$$d = AC - AO = \frac{l}{2} - a.$$

Таким образом, момент инерции стержня:

$$J = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2} - a\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2 + ma(a - l).$$

3. Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}.$$

Подставим в выражение для периода момент инерции стержня и расстояние $d$:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ml^2 + ma(a-l)}{mg\left(\frac{l}{2} - a\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}l^2 + a(a-l)}{g\left(\frac{l}{2} - a\right)}}.$$

$T \approx 2,2$ с.

4. Вычислим приведенную длину маятника:

$$l_{пр} = \frac{J}{md} = \frac{\frac{1}{3}ml^2 + ma(a-l)}{m\left(\frac{l}{2} - a\right)} = \frac{\frac{1}{3}l^2 + a(a-l)}{\frac{l}{2} - a}.$$

$l_{пр} \approx 1{,}18$ м.

Ответ: $T \approx 2,2$ с; $l_{пр} \approx 1{,}18$ м.

**Задача №2.** Точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих по законам:

$$x = \cos \pi t,$$

$$y = \cos \frac{\pi}{2} t.$$

Определить уравнение траектории точки.

Дано:

$x = \cos \pi t$,

$y = \cos \frac{\pi}{2} t$.

Определить:

$y(x)$.

Решение.

1. Для того чтобы определить траекторию движения точки, необходимо из заданных законов колебаний исключить время. Преобразуем уравнение движения вдоль оси $x$, используя тригонометрическое выражение для косинуса двойного угла. Тогда получим:

$$x = \cos \pi t = \cos^2 \frac{\pi}{2} t - \sin^2 \frac{\pi}{2} t = \cos^2 \frac{\pi}{2} t - \left( 1 - \cos^2 \frac{\pi}{2} t \right) = 2\cos^2 \frac{\pi}{2} t - 1 .$$

2. В полученном выражении присутствует член $\cos^2 \frac{\pi}{2} t$, но вместе с тем $y = \cos \frac{\pi}{2} t$, значит

$$y^2 = \cos^2 \frac{\pi}{2} t .$$

3. Выполняя подстановку, получим:

$$x = 2\cos^2 \frac{\pi}{2} t - 1 = 2y^2 - 1 .\text{ Откуда } y = \sqrt{\frac{x+1}{2}} .$$

Ответ: $y = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$ .

## ЗАДАЧИ

**Гармонические колебания материальной точки.**

1. Колебательное движение материальной точки задано уравнением

   $$x = 2\sin \frac{\pi}{2} \left( t + \frac{1}{2} \right) .$$

   Определить амплитуду, период, начальную фазу, максимальную скорость и максимальное ускорение колебания.

2. Материальная точка массой 0,2 кг совершает колебания по закону

   $$x = 0{,}08 \cos \left( 20\pi t + \frac{\pi}{4} \right) .$$

   Написать уравнения для скорости точки, ее ускорения и действующей силы, а также определить амплитудные значения этих величин.

3. Материальная точка массой 0,1 кг совершает колебания по закону

   $$x = 0{,}03 \cos \left( 5\pi t + \frac{\pi}{2} \right) .$$

   Найти кинетическую, потенциальную и полную энергию осциллятора.

4. Колебательное движение материальной точки задается уравнением

$$x = 7\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right).$$

Определить, за какое время материальная точка проходит путь от положения равновесия до максимального смещения.

5. Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания, задается уравнением

$$\upsilon = -6\sin\left(2\pi t\right).$$

Записать зависимость смещения этой точки от времени.

6. Материальная точка совершает колебания согласно уравнению

$$x = A\sin\omega \mathrm{t}.$$

В какой-то момент времени смещение точки $x_1 = 15$ см. При возрастании фазы колебаний в два раза смещение оказалось равным $x_2 = 24$ см. Определить амплитуду колебаний.

7. Амплитуда колебаний материальной точки массой $m = 20$ г равна 5 см, период колебаний равен 5 с. Найти значение скорости, ускорения, возвращающей силы и кинетической энергии точки для момента, когда фаза колебания равна 60°.

8. Материальная точка, совершающая гармонические колебания с частотой 5 Гц, в момент времени $t = 0$ проходит положение, определяемое координатой $x_0 = 15$ см, со скоростью $\upsilon = 25$ см/с. Определить амплитуду колебаний.

9. Материальная точка совершает гармоническое колебание с периодом $T = 2$ с, амплитудой $A = 50$ мм, и начальной фазой равной нулю. Найти скорость точки в момент времени, когда ее смещение от положения равновесия будет составлять 25 мм.

10. Материальная точка совершает гармоническое колебание с периодом 24 с и начальной фазой, равной нулю. Через какое время, считая от начала движения, величина смещения точки от положения равновесия будет равна половине амплитуды.

11. Материальная точка совершает гармоническое колебание с начальной фазой, равной нулю. Известно, что при смещении точки от положения равновесия на 2,4 см ее скорость составляет 3 см/с. А при смещении от положения равновесия на 2,8 см скорость становится равной 2 см/с. Определить амплитуду и период колебания.
12. Определить, через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости. Начальную фазу гармонического колебания принять равной нулю.
13. В начальный момент времени смещение частицы равно 4,3 см, а скорость равна –3,2 м/с. Масса частицы 4 кг, ее полная энергия 79,5 Дж. Написать закон колебания и определить путь, пройденный частицей за 0,4 с.
14. Написать закон гармонического колебания, если известно, что максимальное ускорение материальной точки составляет 98,6 см/с$^2$, период колебаний $T = 3$ с, и в начальный момент времени смещение точки от положения равновесия равно 20 см.
15. Написать уравнение гармонического колебания материальной точки с амплитудой 15 см, если за время $t = 80$ с она совершает 200 полных колебаний. Известно, что начальная фаза колебания 45°.
16. Полная энергия гармонически колеблющейся точки равна 10 мДж, а максимальная сила, действующая на точку, равна 0,5 Н. Написать уравнение движения этой точки, если период колебаний точки равен 4 с, а начальная фаза 30°.

**Математический и физический маятники.**

1. Математический маятник длиной 30 см отклонили на угол 4° и отпустили. Найти кинетическую энергию маятника и ее амплитудное значение.
2. Математический маятник длиной 1 м колеблется с амплитудой 1 см. За какое время он пройдет путь в 1 см, если начнет движение из положения

равновесия? За какое время он пройдет: а) первую половину этого пути; б) вторую половину этого пути?

3. Амплитуда гармонических колебаний математического маятника 6 см. Какую часть периода груз маятника находится не далее 3 см от положения равновесия?
4. Математический маятник длиной 2 м совершает гармоническое колебательное движение. Полная энергия осциллятора равна 20 мДж; максимальная сила, действующая на него, равна 2 Н. Написать закон колебания мятника, если начальная фаза колебаний составляет $\pi / 3$.
5. Как изменится период колебаний математического маятника, если его поместить в лифт, движущийся вертикально вверх с ускорением 4,9 м/с$^2$?
6. Известно, что длины двух математических маятников отличаются на 8 см. Первый маятник совершает $n_1 = 10$ колебаний, а второй за то же время $n_2 = 6$ колебаний. Определите длины этих маятников.
7. Известно, что длины двух математических маятников одинаковой массы отличаются в 2 раза. При этом маятники совершают колебания с одинаковыми угловыми амплитудами. Определите, какой из маятников обладает большей энергией и во сколько раз.
8. Маятниковые часы идут на поверхности Земли точно. На сколько они отстанут за сутки, если их поднять на сотый этаж высотного дома? Высота этажа 3 м.
9. Стоя на вершине горы, альпинист обнаружил, что его маятниковые часы за час отстали на пять секунд. Определите высоту, на которой находился альпинист. Радиус Земли принять равным $R = 6400$ км.
10. Период маятника, покоящегося относительно земной поверхности, равен 1,5 с. Каков будет его период, если поместить маятник в вагон, движущийся горизонтально с ускорением 4,9 м/с$^2$? На какой угол сместиться положение равновесия маятника?
11. Два математических маятника длиной $\ell = 1$ м каждый связаны невесомой пружиной с жесткостью $k = 300$ Н/м. На Рис.1 показано положение

равновесия системы. Маятники отклоняют в плоскости рисунка на одинаковые углы и отпускают. Определите период малых колебаний связанных маятников, если маятники отклонены в одну сторону (колебания в одной фазе)

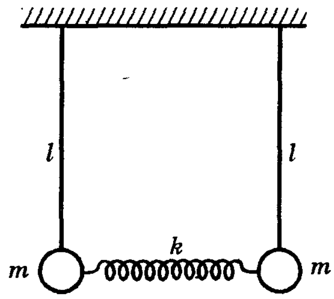



Рис.1.

12. Два математических маятника длиной $\ell = 2$ м каждый связаны невесомой пружиной с жесткостью $k = 800$ Н/м. На Рис.1. показано положение равновесия системы. Маятники отклоняют в плоскости рисунка на одинаковые углы и отпускают. Определите период малых колебаний связанных маятников, если маятники отклонены в противоположные стороны (колебания в противофазе).
13. Однородный стержень длиной $\ell = 2$ м колеблется около оси, проходящей через его конец. Найти период колебаний и приведенную длину этого маятника.
14. Однородный диск диаметром $D = 60$ см колеблется около оси, проходящей через середину его радиуса. Найти период колебаний и приведенную длину этого маятника.
15. Однородный диск радиусом $R = 20$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии $\ell = 15$ см от центра диска. Определить период колебаний диска относительно этой оси.
16. Тонкий обруч радиусом $R = 50$ см подвешен на вбитый в стену гвоздь и колеблется в плоскости, параллельной стене. Определить период колебаний обруча.

17. Однородный стержень колеблется около оси, отстоящей на 10 см от его верхнего конца. Период колебаний этого маятника равен 1,8 с. Найти длину стержня и приведенную длину этого маятника.
18. Тонкий однородный стержень длиной $\ell = 80$ см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Стержень отклонили на угол $\alpha_0 = 0{,}01$ рад и в момент времени $t_0 = 0$ отпустили. Считая колебания малыми, определить период колебаний стержня и записать функцию $\alpha(t)$.
19. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень длиной 35 см. Определить, на каком расстоянии от центра масс должна быть точка подвеса, чтобы частота колебаний была максимальной.
20. Физический маятник состоит из стержня длиной 60 см и массой 0,5 кг и диска радиусом 3 см и массой 0,6 кг, прикрепленного к нижнему концу стержня. Маятник совершает колебания около оси, проходящей через верхний конец стержня. Определить период колебаний такого маятника.
21. Маятник состоит из стержня $\ell = 30$ см, $m = 50$ г, на верхнем конце которого укреплен маленький шарик - материальная точка массой $m_1 = 40$ г, на нижнем – шарик радиусом $r = 5$ см и массой $M = 100$ г. Определить период колебания этого маятника около горизонтальной оси, проходящей через точку в центре стержня (Рис.2).

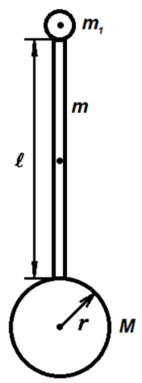



Рис.2.

**Сложение колебаний. Биения.**

1. Два одинаково направленных гармонических колебания одинакового периода с амплитудами $A_1 = 4$ см и $A_2 = 8$ см имеют разность фаз $\varphi = 45°$ Определить амплитуду результирующего колебания.
2. Амплитуда результирующего колебания, получающегося при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты, обладающих разностью фаз $\varphi = 60°$, равна $A = 6$ см. Определить амплитуду $A_2$ второго колебания, если $A_1 = 5$ см.
3. Определить разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковых частоты и амплитуды, если амплитуда их результирующего колебания равна двум амплитудам складываемых колебаний.
4. Разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода $T = 4$ с и одинаковой амплитуды $A = 16$ см составляет $\pi / 4$. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения этих колебаний, если начальная фаза одного из них равна нулю.
5. Сложить аналитически и с помощью векторной диаграммы два колебания:
$$x_1 = 3\sin\left(6t + \pi / 4\right) \text{ и } x_2 = 4\sin\left(6t - \pi / 4\right).$$
Найти амплитуду скорости результирующего колебания.
6. Складываются два гармонических колебания одного направления, описываемых уравнениями
$$x_1 = 3\cos\left(2\pi t\right) \text{ и } x_2 = 9\cos\left(2\pi t + \pi / 4\right).$$
Определить для результирующего колебания: 1) амплитуду; 2) начальную фазу. Записать уравнение результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд.
7. Найти результирующую амплитуду и фазу суммарного колебания:

$$x = A\cos\omega t + \frac{A}{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{A}{4}\cos\left(\omega t + \pi\right) + \frac{A}{8}\cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right).$$

8. Точка участвует одновременно в двух колебаниях одного направления, которые происходят по законам

$$x_1 = a\cos\omega \mathrm{t} \text{ и } x_2 = a\cos 2\omega \mathrm{t}.$$

Найти максимальную скорость точки.

9. Биения получаются при сложении двух колебаний:

$$x_1 = \cos 4999\pi t \text{ и } x_2 = \cos 5001\pi t.$$

Найти период биений.

10. Частоты колебаний двух одновременно звучащих камертонов настроены, соответственно, на 560 и 560,5 Гц. Определить период биений.

11. При сложении двух гармонических колебаний одного направления результирующее колебание точки имеет вид

$$x = 2\cos(2{,}1t)\cdot\cos(50{,}0t),$$

где $t$ – время в секундах. Найти круговые частоты складываемых колебаний и период биений.

12. «Зайчик» колеблется гармонически с некоторой неизменной частотой относительно шкалы, которая в свою очередь совершает гармонические колебания по отношению к стенке. Оба колебания происходят вдоль одного и того же направления. При частотах колебаний шкалы $\nu_1 = 20$ Гц и $\nu_2 = 22$ Гц частота биений зайчика относительно стенки оказывается одинаковой. При какой частоте $\nu$ колебаний шкалы частота биений зайчика станет вдвое больше?

13. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями

$$x = 3\cos\omega t \text{ и } y = 4\cos\omega t.$$

Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

14. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями

$$x = 3\cos 2\omega t \text{ и } y = 4\cos\left(2\omega t + \pi\right).$$

Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

15. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями

$$x = A\sin\omega t \text{ и } y = A\cos 2\omega t.$$

Определить уравнение траектории и начертить ее с нанесением масштаба.

16. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями

$$x = A\cos 2\pi t \text{ и } y = A\cos\pi t.$$

Определить уравнение траектории и начертить ее с нанесением масштаба.

17. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями

$$x = A\sin\omega t \text{ и } y = B\cos\omega t.$$

где $A$, $B$ и $\omega$ — положительные постоянные. Определить уравнение траектории точки, вычертить ее с нанесением масштаба, указав направление ее движения по этой траектории.

18. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях одинаковой частоты, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями

$$x = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ и } y = A\sin\omega t.$$

Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба, указав направление ее движения по этой траектории.

19. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях

$$x=\cos(\pi t) \text{ и } y=4\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right).$$

Найти траекторию результирующего движения точки.

# ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.

## Основные законы и формулы.

*Разность фаз двух когерентных волн.*

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left(L_2 - L_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

где $L = S \cdot n$ - оптическая длина пути ($S$ - геометрическая длина пути световой волны в среде, $n$ - показатель преломления этой среды); $\Delta = L_2 - L_1$ - оптическая разность хода двух световых волн, $\lambda_0$ - длина световой волны в вакууме.

*Условие интерференционных максимумов.*

$$\Delta = \pm m\lambda_0, \text{ где } m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

*Условие интерференционных минимумов.*

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \text{ где } m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

*Ширина интерференционной полосы.*

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda_0,$$

где $d$ - расстояние между двумя когерентными источниками, $l$ - расстояние от этих когерентных источников до экрана $(l \gg d)$.

*Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (темных колец в проходящем свете).*

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R}, \text{ где } m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

*Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (светлых колец в проходящем свете).*

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R}, \text{ где } m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

*Радиус внешней границы m-ной зоны Френеля для сферической волны.*

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda},$$

где $m$ - номер зоны Френеля, $\lambda$ - длина волны, $a$ - расстояние от точечного источника до диафрагмы с круглым отверстием, $b$ - расстояние от диафрагмы с круглым отверстием до экрана, на котором наблюдается дифракционная картина.

*Условия дифракционных максимумов и минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально.*

$$a\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad a\sin\varphi = \pm m\lambda,$$

где $m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,$ $a$ - ширина щели, $\varphi$ - угол дифракции, $m$ - порядок спектра, $\lambda$ - длина волны.

*Условия главных максимумов и дополнительных минимумов дифракционной решетки, на которую свет падает нормально.*

$$d\sin\varphi = \pm m\lambda, \quad m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

$$d\sin\varphi = \pm m'\frac{\lambda}{N}, \quad m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \text{ кроме значений } 0,\ N,\ 2N,\ldots$$

Здесь $d$ - период дифракционной решетки, $N$ - число штрихов решетки.

*Период дифракционной решетки.*

$$d = \frac{1}{N_0},$$

где $N_0$ - число щелей, приходящихся на единицу длины решетки.

*Степень поляризации света.*

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} - I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ - соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

*Закон Малюса.*

$$I = I_0 \cos^2 \alpha ,$$

где $I$ - интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор, $I_0$ - интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор, $\alpha$ - угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

*Закон Брюстера.*

$$\mathrm{tg}\, i_Б = n_{21},$$

где $i_Б$ - угол Брюстера, т.е. угол падения, при котором отраженный луч является плоскополяризованным, $n_{21}$ - относительный показатель преломления.

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** Плосковыпуклая линза выпуклой стороной прижата к стеклянной пластинке и освещается монохроматическим светом с длиной волны 550 нм, падающим нормально. Расстояние между первыми двумя кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно 0,5 мм. Определить радиус кривизны линзы.

Дано:

$\lambda = 550$ нм $= 55 \cdot 10^{-8}$ м;

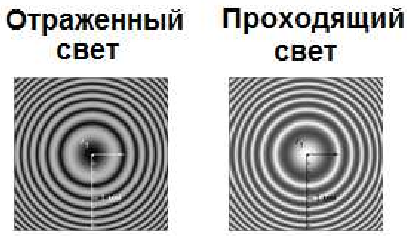
$\Delta r_{12} = 0{,}5$ мм $= 5 \cdot 10^{-4}$ м.

Определить:

$R$.

Решение.

1. В условии задачи не уточнено - между двумя первыми темными или светлыми кольцами расстояние составляет 0,5 мм. Однако сравнение интерференционных картин в отраженном и проходящем свете показывает, что в первом случае кольца Ньютона образуются минимумами интенсивности, а во втором случае – максимумами.




Отсюда делаем вывод, что в условии задачи указано расстояние между первыми двумя темными кольцами.

2. Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете:

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R}\,.$$

Разность радиусов:

$$\Delta r_{12} = r_2 - r_1 = \sqrt{2\lambda_0 R} - \sqrt{\lambda_0 R} = \left(\sqrt{2} - 1\right)\sqrt{\lambda_0 R}\,.$$

Отсюда

$$R = \frac{\Delta r_{12}^2}{\left(\sqrt{2} - 1\right)^2 \lambda_0}\,.$$

$R \approx 2{,}65$ м.

Ответ: $R \approx 2{,}65$ м.

**Задача №2.** Диафрагма с круглым отверстием освещается источником монохроматического света с длиной волны 648 нм. Расстояния от источника до диафрагмы и от диафрагмы до экрана, на котором наблюдается дифракционная картина, равны и составляют 5 м. Определить наименьший радиус отверстия, при котором в центре дифракционной картины будет наблюдаться минимум освещенности.

Дано:

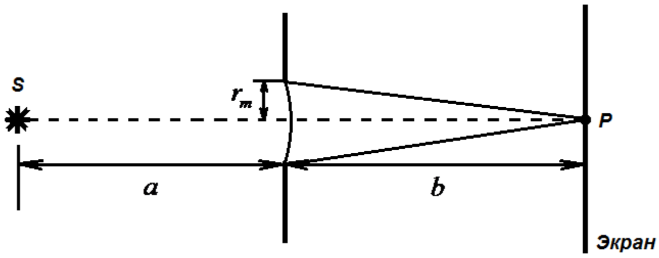
$\lambda = 648$ нм $= 64{,}8 \cdot 10^{-8}$ м;

$a = b = 5$ м.

Определить:

$r_{\min}$.

Решение.




1. Если отверстие диафрагмы открывает $m$ зон Френеля, то в этом случае радиус $m$-ной зоны будет равен радиусу самого отверстия диафрагмы. Запишем выражения для радиуса $m$-ной зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}.$$

2. По условию задачи, центральный максимум, расположенный в точке $P$ на экране, должен быть темным. Волновая поверхность разбивается на кольцевые зоны так, что расстояния от краев каждой зоны до точки $P$ отличаются на $\lambda/2$. Поэтому для соседних зон разность фаз равна $\pi$, и происходит гашение колебаний. Таким образом, если отверстие открывает четное число зон Френеля $(m = 2, 4, 6, \ldots)$, в точке Р происходит гашение колебаний, и в центре дифракционной картины будет наблюдаться минимум освещенности.

3. Согласно выражению для радиуса $m$-ной зоны Френеля, $r_m = r_{\min}$, если при прочих равных условиях $m = m_{\min}$. В нашем случае минимальное количество открытых зон:

$m = 2$.

4. Таким образом, искомый минимальный радиус отверстия:

$$r_{\min} = \sqrt{2\frac{ab}{a+b}\lambda}.$$

$r_{\min} = 18 \cdot 10^{-4}$ м.

Ответ: $r_{\min} = 18 \cdot 10^{-4}$ м

# ЗАДАЧИ

**Интерференция: Опыт Юнга. Зеркала Френеля.**

1. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Расстояние между отверстиями $d = 1$ мм, расстояние от отверстий до экрана $L = 3$ м. Найти положение трех первых светлых полос на экране.
2. В опыте Юнга щели освещаются монохроматическим светом с длиной волны 0,5 мкм. Расстояние между щелями $d = 3$ мм, а расстояние от щелей до экрана равно $L = 5$ м. Определить: 1) положение первой светлой полосы; 2) положение третьей темной полосы.
3. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга $d = 0{,}5$ мм. Они освещаются монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм. Определить расстояние $L$ от щелей до экрана, если ширина $\Delta x$ интерференционных полос равна 1,2 мм.
4. В опыте Юнга расстояние от щелей до экрана $L = 4$ м. Определить угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на расстоянии 4,5 мм.
5. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает перпендикулярно к поверхности пластинки. Показатель преломления пластинки $n = 1{,}5$. Длина волны $\lambda = 500$ нм. Какова толщина $h$ пластинки?
6. В опыте Юнга стеклянная пластинка толщиной $h = 12$ см помещается на пути одного из интерферирующих лучей перпендикулярно к лучу. На сколько могут отличаться друг от друга показатели преломления в различных местах пластинки, чтобы изменение разности хода от этой неоднородности не превышало значения $\Delta = 1$ мкм?

7. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света $d = 0,5$ мм, расстояние до экрана $L = 5$ м. В зеленом свете получились интерференционные полосы, расположенные на расстоянии $l = 5$ мм друг от друга. Найти длину волны $\lambda$ зеленого света.
8. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света $d = 0,5$ мм, расстояние от них до экрана $L = 5$ м. В желтом свете ширина интерференционных полос равна 6 мм. Определить длину волны желтого света.
9. Установка с зеркалами Френеля освещается монохроматическим светом с длиной волны 600 нм. Расстояние между мнимыми изображениями источника света $d = 1$ мм. Определить положение первого максимума освещенности, если расстояние от мнимых источников света до экрана $L = 4$ м.
10. Определить, во сколько раз изменится ширина интерференционных полос на экране в опыте с зеркалами Френеля, если фиолетовый светофильтр (0,4 мкм) заменить красным (0,7 мкм).
11. Определить, на какое расстояние $\Delta l$ сместится первый максимум освещенности интерференционной картины, получаемой с использованием зеркал Френеля, если удалить их от экрана на расстояние $\Delta L = 1$ м по сравнению с первоначальным положением. Расстояние между мнимыми источниками света считать неизменным.

**Интерференция: кольца Ньютона.**

1. Плосковыпуклая линза радиусом кривизны 4 м выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Определить длину волны падающего монохроматического света, если радиус пятого светлого кольца в отраженном свете равен 3 мм.

2. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 8,6$ м. Наблюдение ведется в отраженном свете. Установлено, что радиус четвертого темного кольца равен 4,5 мм (центральное темное пятно считать за нулевое). Найти длину волны $\lambda$ падающего света.
3. Плосковыпуклая линза с показателем преломления $n = 1,6$ выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус третьего светлого кольца в отраженном свете ($\lambda = 0,6$ мкм) равен 0,9 мм. Определить фокусное расстояние линзы.
4. Плосковыпуклая линза радиусом кривизны 2 м прижата к стеклянной пластинке и освещается монохроматическим светом, падающем по нормали к ее поверхности. Известно, что радиус пятнадцатого темного кольца Ньютона больше радиуса десятого темного кольца на 0,8 мм. Наблюдение ведется в отраженном свете. Определить длину волны света.
5. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец равны 4,0 мм и 4,38 мм. Радиус кривизны линзы $R = 6,4$ м. Найти порядковые номера колец и длину волны $\lambda$ падающего света.
6. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 15$ м. Наблюдение ведется в отраженном свете. Найти расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона, если установка освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 675$ нм.
7. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в отраженном свете. Расстояние между вторым и двадцатым

темными кольцами составляет 4,8 мм. Найти расстояние между третьим и шестнадцатым темными кольцами Ньютона.

8. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью, радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определить показатель преломления жидкости.
9. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм, падающим нормально. Определить толщину воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой в том месте, где в отраженном свете наблюдается четвертое темное кольцо.
10. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм, падающим нормально. Пространство между линзой и пластинкой заполнено жидкостью и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы 4 м. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца составляет 1.8 мм.
11. Установка для получения колец Ньютона освещается белым светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 5$ м. Наблюдение ведется в проходящем свете. Найти радиусы четвертого синего кольца ($\lambda_c = 400$ нм) и третьего красного кольца ( $\lambda_{кр} = 630$ нм).

**Дифракция Френеля.**

1. На диафрагму с круглым отверстием диаметром $d = 5$ мм падает нормально параллельный пучок света с длиной волны 600 нм. Определить расстояние от точки наблюдения до отверстия, если отверстие открывает: 1) две зоны Френеля; 2) три зоны Френеля.

2. Точечный источник света с длиной волны 500 нм расположен на расстоянии $a = 1$ м перед диафрагмой с круглым отверстием диаметра $d = 2$ мм. Определить расстояние $b$ от диафрагмы до точки наблюдения, если отверстие открывает три зоны Френеля.
3. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии $b$ от точечного источника монохроматического света с длиной волны 600 нм. На расстоянии $a = 0{,}5$ м от источника помещена круглая непрозрачная преграда диаметром $D = 1$ см. Найти расстояние $b$, если преграда закрывает только центральную зону Френеля.
4. Определить радиус третьей зоны Френеля, если расстояния от точечного источника света с длиной волны 600 нм до волновой поверхности, и от волновой поверхности до точки наблюдения равны 1,5 м.
5. Найти радиусы первых пяти зон Френеля, если расстояние от источника света до волновой поверхности $a = 1$ м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения $b = 1$ м. Длина волны света от монохроматического источника составляет 500 нм.
6. Свет от монохроматического источника с длиной волны 600 нм падает нормально на диафрагму с диаметром отверстия $d = 6$ мм. За диафрагмой на расстоянии $b = 3$ м от нее находится экран. Какое число зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы? Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?
7. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии $b = 4$ м от точечного источника монохроматического света с длиной волны 500 нм. Посередине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе R отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным?
8. Сферическая волна, распространяющаяся из точечного монохроматического источника света с длиной волны 600 нм, встречает на своем пути экран с круглым отверстием радиусом 0,4 мм. Расстояние от источника до экрана равно $a = 1$ м. Определить расстояние от

отверстия до точки экрана, лежащей на линии, соединяющей источник с центром отверстия, где наблюдается максимум освещенности.

9. На экран с круглым отверстием радиусом 1,5 мм нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 500 нм. Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $b = 1{,}5$ м от него. Определить: 1) число зон Френеля, укладывающихся в отверстии; 2) темное или светлое кольцо наблюдается в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения помещен экран.
10. На диафрагму с диаметром отверстия 1,96 мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 600 нм. При каком наибольшем расстоянии между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно?
11. Найти радиусы первых пяти зон Френеля для случая плоской волны, если расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения $b = 1$ м. Длина волны света от монохроматического источника составляет 500 нм.
12. Определить радиус третьей зоны Френеля для случая плоской волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно $b = 1$ м, длина волны света от монохроматического источника составляет 600 нм.
13. Определить радиус четвертой зоны Френеля, если радиус второй зоны Френеля для плоского волнового фронта равен 2 мм.

**Дифракция на щели. Дифракционные решетки.**

1. На щель шириной $a = 2$ мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 589 нм. Под какими углами $\varphi$ будут наблюдаться дифракционные минимумы света?
2. На узкую щель шириной $a = 0{,}05$ мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 694 нм. Определить, под каким углом $\varphi$ будет видна вторая светлая дифракционная полоса (по отношению к первоначальному направлению света).

3. Монохроматический свет падает на длинную прямоугольную щель шириной $a = 12$ мкм под углом $\varphi = 30°$ к ее нормали. Определить длину волны падающего света, если направление на первый минимум от центрального фраунгоферова максимума составляет 33°.
4. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Известно, что четвертая темная дифракционная полоса видна под углом 2° 12' по отношению к первоначальному направлению света. Определить, сколько длин волн укладывается на ширине щели.
5. Монохроматический свет с длиной волны 600 нм падает на длинную прямоугольную щель шириной $a = 12$ мкм под углом $\varphi = 45°$ к ее нормали. Определить угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны центрального фраунгоферова максимума.
6. На щель шириной $a = 6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda$. Под каким углом $\varphi$ будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?
7. На щель шириной $a = 20$ мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 500 нм. Найти ширину изображения щели на экране, удаленном от этой щели на расстояние 1 м. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.
8. На щель шириной $a = 0{,}1$ мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 600 нм. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен параллельно щели на расстоянии $l = 1$ м. Определить расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны центрального фраунгоферова максимума.
9. На дифракционную решетку длиной 1,5 мм, содержащей 3000 штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны 550 нм. Опре-

делить: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.

10. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны 600 нм. Определить наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки, если ее постоянная $d = 2$ мкм.
11. Определить число штрихов на 1 мм дифракционной решетки, если углу $\varphi = 30°$ соответствует максимум четвертого порядка для монохроматического света с длиной волны 500 нм.
12. Известно, что после прохождения дифракционной решетки зеленая линия ртути с длиной волны 546,1 нм наблюдается в спектре первого порядка под углом $\varphi = 19°8'$. Определить, какое число штрихов на единицу длины имеет эта дифракционная решетка.
13. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия с длиной волны 589 нм дает в спектре первого порядка угол дифракции $\varphi_1 = 17°8'$. Некоторая другая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции $\varphi_2 = 24°12'$. Найти длину волны этой линии и число штрихов на единицу длины решетки.
14. Монохроматический свет нормально падает на дифракционную решетку. Определить угол дифракции, соответствующий максимуму четвертого порядка, если максимум третьего порядка отклонен на угол $\varphi = 18°$.
15. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Какова должна быть постоянная $d$ дифракционной решетки, чтобы в направлении $\varphi = 41°$ совпадали максимумы линий с длинами волн 656,3 нм и 410,2 нм?
16. На дифракционную решетку нормально падает пучок монохроматического света. Максимум третьего порядка наблюдается под углом $\varphi = 36°48'$ к нормали. Найти постоянную $d$ решетки, выраженную в длинах волн падающего света.

17. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет. В спектре, полученном с помощью этой дифракционной решетки, некоторая спектральная линия наблюдается в первом порядке под углом $\varphi = 11°$. Определить наивысший порядок спектра, в котором может наблюдаться эта линия.

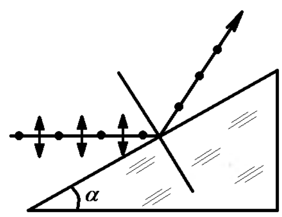
**Поляризация: закон Малюса.**

1. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора составляет 30°. Определить, во сколько раз изменится интенсивность прошедшего через них света, если угол между главными плоскостями станет равным 45°.
2. Интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшилась в 8 раз. Пренебрегая поглощением света, определить угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.
3. Определить, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через поляризатор и анализатор, расположенные так, что угол между их главными плоскостями составляет 60°, а в каждом из них теряется 8 % интенсивности падающего на него света.
4. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых равен $\alpha$. Поляризатор и анализатор как поглощают, так и отражают 10 % падающего на них света. Определить угол $\alpha$, если интенсивность света, вышедшего из анализатора, равна 12 % интенсивности света, падающего на поляризатор.
5. Естественный свет интенсивностью $I_0$ проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых составляет $\alpha$. После прохождения света через эту систему он падает на зеркало и, отразившись, проходит вновь через нее. Пренебрегая поглощением света, определить интенсивность $I$ света после его обратного прохождения.

6. Пучок естественного света падает на систему из шести поляризаторов, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол $\varphi = 30°$ относительно плоскости пропускания предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит через эту систему?
7. Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных одинаковых поляроидов, причем плоскость пропускания среднего поляроида составляет угол $\varphi = 60°$ с плоскостями пропускания двух других поляроидов. Каждый поляроид обладает поглощением таким, что при падении на него линейно поляризованного света максимальный коэффициент пропускания составляет $\tau = 0{,}81$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы?

**Поляризация: закон Брюстера.**

1. Найти угол $i_Б$ полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого $n = 1{,}57$.
2. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества $i = 45°$. Найти для этого вещества угол $i_Б$ полной поляризации.
3. Под каким углом $i_Б$ к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы?
4. При отражении света от стекла отраженный луч оказывается полностью поляризованным при угле преломления $\beta = 30°$. Найти показатель преломления $n$ стекла.
5. Пучок естественного света падает на стеклянную призму с углом $\alpha = 30°$ (см. рисунок). Определить показатель преломления стекла, если отраженный луч является плоскополяризованным.



6. Свет, проходя через жидкость, налитую в стеклянный сосуд ($n = 1{,}5$), отражается от дна, причем отраженный свет плоскополяризован при падении его на дно сосуда под углом 41°. Определить: 1) показатель преломления жидкости; 2) угол падения света на дно сосуда, чтобы наблюдалось полное отражение.
7. Плоский пучок естественного света с интенсивностью $I_0$ падает под углом Брюстера на поверхность воды. При этом $\rho = 0{,}039$ светового потока отражается. Найти интенсивность преломленного пучка.
8. На поверхность воды под углом Брюстера падает пучок плоскополяризованного света. Плоскость колебаний светового вектора составляет угол $\varphi = 45°$ с плоскостью падения. Найти коэффициент отражения.

# КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА.

## Основные законы и формулы.

*Энергия кванта.*

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где $h$ - постоянная Планка, $\nu$ - частота излучения, $\lambda$ - длина волны излучения, $c$ - скорость света.

*Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.*

$$h\nu = A_{вых} + W_{k\max},$$

где $h\nu$ - энергия фотона, падающего на поверхность металла, $A_{вых}$ - работа выхода электрона из металла, $W_{k\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$ - максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

*«Красная граница» фотоэффекта для данного металла.*

$$\nu_{\min} = \frac{A_{вых}}{h} \text{ или } \lambda_{\max} = \frac{hc}{A_{вых}},$$

где $\nu_{\min}$ - минимальная частота излучения, $\lambda_{\max}$ - максимальная длина волны излучения, при которых еще возможен фотоэффект.

*Масса и импульс фотона.*

$$m_{ф} = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}\ ,\ p_{ф} = \frac{h\nu}{c}.$$

*Изменение длины волны рентгеновского излучения при комптоновском рассеянии.*

$$\lambda' - \lambda = \lambda_K (1 - \cos\varphi) = 2\lambda_K \sin^2\frac{\varphi}{2},$$

где $\lambda$ и $\lambda'$ - длины волн падающего и рассеянного излучения соответственно, $\lambda_K = \frac{h}{m_e c} = 2.4263 \cdot 10^{-10}$ см - константа, которая называется Комптоновской длиной волны электрона ($m_e$ - масса электрона), $\varphi$ - угол рассеяния.

## Примеры решения задач.

**Задача №1.** При падении света на поверхность некоторого металла, работа выхода которого равна 5,3 эВ, фотоэффект прекращается при задерживающем напряжении 4 В. Если этот же свет направить на поверхность второго металла, то фотоэффект прекращается при задерживающем напряжении 4,8 В. Определить работу выхода электронов из второго металла.

Дано:

$A_{вых1} = 5,3 \text{ эВ} = 8,48 \cdot 10^{-19}$ Дж;

$U_{з1} = 4$ В;

$U_{з2} = 4,8$ В.

Определить:

$A_{вых2}$.

Решение.

1. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{вых} + W_{k\max}, \text{ где } W_{k\max} = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}.$$

2. Задерживающим называется напряжение, которое нужно приложить для того, чтобы фототок стал равным нулю. При таком напряжении ни одному из электронов, даже обладающему при вылете наибольшим значением скорости, не удается преодолеть задерживающее поле. Поэтому можно записать:

$$\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} = eU_з,$$

где $e$ - заряд электрона.

3. Тогда уравнение Эйнштейна для каждого из рассматриваемых в задаче случаев примет вид:

$$h\nu = A_{вых1} + eU_{з1},$$

$$h\nu = A_{вых2} + eU_{з2}.$$

4. Поскольку частота излучения оставалась неизменной, приравняем правые части уравнений и выразим искомую работу выхода:

$$A_{вых1} + eU_{з1} = A_{вых2} + eU_{з2},$$

$$A_{вых2} = A_{вых1} + e\left(U_{з1} - U_{з2}\right).$$

Подставляя известные значения, найдем:

$A_{вых2} = 7,2 \cdot 10^{-19}$ Дж $= 4,5$ эВ.

Ответ: $A_{вых2} = 7,2 \cdot 10^{-19}$ Дж $= 4,5$ эВ.

**Задача №2.** Фотон с длиной волны 100 пм при эффекте Комптона был рассеян на угол $\varphi = 180°$. Определить энергию электрона отдачи.

Дано:

$\lambda = 100$ пм $= 10^{-10}$ м;

$\varphi = 180°$.

Определить:

$W$.

Решение.

1. Согласно закону сохранения энергии, энергия электрона отдачи будет равна разности энергий падающего и рассеянного фотона:

$$W = E - E' = h\nu - h\nu' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc\left(\lambda' - \lambda\right)}{\lambda\lambda'}.$$

2. Изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроне рассчитывается как

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_K \sin^2\frac{\varphi}{2}.$$

Поэтому выражение для энергии электрона отдачи примет вид:

$$W = 2\lambda_K \frac{hc}{\lambda\lambda'} \sin^2\frac{\varphi}{2}$$

3. Учтем, что

$$\lambda' = 2\lambda_K \sin^2\frac{\varphi}{2} + \lambda.$$

Тогда окончательно получим:

$$W=\frac{2hc\lambda_K}{\lambda\left(2\lambda_K\sin^2\frac{\varphi}{2}+\lambda\right)}\sin^2\frac{\varphi}{2}=\frac{2hc}{\lambda\left(2\sin^2\frac{\varphi}{2}+\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)}\sin^2\frac{\varphi}{2}\ .$$

Константы, входящие в выражение:

$h=6,63\cdot10^{-34}$ Дж·с, $\lambda_K=2.4263\cdot10^{-12}$ м.

Подставляя известные значения, получим:

$W=9,2\cdot10^{-17}$ Дж .

Ответ: $W=9,2\cdot10^{-17}$ Дж

## ЗАДАЧИ

**Фотоэффект.**

1. Определить максимальную кинетическую энергию и скорость фотоэлектронов, вылетающих из металла под действием гамма-лучей с длиной волны 0,3 Å.
2. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda_1=0,155$ мкм; 2) γ-лучами с длиной волны $\lambda_2=1$ пм.
3. Найти энергию, массу и импульс фотона ультрафиолетового излучения с длиной волны 280 нм.
4. Определить, при каком задерживающем напряжении прекратиться эмиссия электронов с цезиевого катода, освещаемого светом с длиной волны 600 нм.
5. При освещении катода светом с длинами волн сначала 440 нм, затем 680 нм обнаружили, что величина задерживающего напряжения изменилась в 3,3 раза. Определить работу выхода электрона из металла.
6. При облучении фотокатода электроны, выбиваемые видимым светом при фотоэффекте, полностью задерживаются обратным напряжением 2 В.

Известно, что длина волны падающего света при этом составляет 400 нм. Определить «красную границу» фотоэффекта.

7. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны 400 нм. Определить значение задерживающего напряжения, при котором фототок прекратиться. Работа выхода электронов из калия 2,2 эВ.
8. Натрий освещается монохроматическим светом с длиной волны 40 нм. Определить значение задерживающего напряжения, при котором фототок прекратиться. «Красная граница» фотоэффекта для натрия 584 нм.
9. Определить работу выхода электронов из вольфрама, если красная «граница фотоэффекта» для него 275 нм.
10. «Красная граница» фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определить: 1) Работу входа электронов из этого металла; 2) Максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 400 нм.
11. Задерживающее напряжение для платиновой пластинки (работа выхода 6,3 эВ) составляет 3,7 В. При тех же условиях для другой пластинки задерживающее напряжение равно 5,3 В. Определить работу выхода электронов из этой пластинки.
12. При освещении катода вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом с длиной волны 310 нм фототок прекращается при некотором задерживающем напряжении. При увеличении длины волны на 25% задерживающее напряжение оказывается меньше на 0,8 В. Определить по этим экспериментальным данным постоянную Планка.
13. Определить, до какого потенциала зарядится уединенный серебряный шарик при облучении его ультрафиолетовым светом длиной волны 208 нм. Работа выхода электронов из серебра 4,7 эВ.
14. При освещении вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом с длиной волны 0,4 мкм он заряжается до разности потенциалов 2 В. Определить, до какой разности потенциалов зарядится фотоэлемент при освещении его монохроматическим светом с длиной волны 0,3мкм.

15. Плоский серебряный электрод освещается монохроматическим излучением с длиной волны 83 нм. Определить, на какое максимальное расстояние от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженностью $E = 10$ В/см. «Красная граница» фотоэффекта для серебра 264 нм.

**Эффект Комптона.**

1. Рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda_0 = 70{,}8$ пм испытывают комптоновское рассеяние на парафине. Найти длину волны $\lambda$ рентгеновских лучей, рассеянных в направлениях: а) $\varphi = \pi / 2$; б) $\varphi = \pi$.
2. Какова была длина волны $\lambda_0$ рентгеновского излучения, если при комптоновском рассеянии этого излучения графитом под углом $\varphi = 60°$ длина волны рассеянного излучения оказалась равной $\lambda = 70{,}8$ пм?
3. Рентгеновские лучи с длиной волны $\lambda_0 = 20$ пм испытывают комптоновское рассеяние под углом $\varphi = 90°$. Найти изменение $\Delta\lambda$ длины волны рентгеновских лучей при рассеянии, а также энергию и импульс электрона отдачи.
4. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на рассеивающее вещество. Оказывается, что длины воли рассеянного под углами $\varphi_1 = 60°$ и $\varphi_2 = 120°$ излучения отличаются в 1,5 раза. Определить длину волны падающего излучения, предполагая, что рассеяние происходит на свободных электронах.
5. Фотон с длиной волны $\lambda = 5$ пм испытал комптоновское рассеяние под углом $\varphi = 90°$ на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить: 1) изменение длины волны при рассеянии; 2) энергию электрона отдачи; 3) импульс электрона отдачи.

6. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить кинетическую энергию электрона отдачи, если длина волны рассеянного фотона изменилась на 20 %.
7. Фотон с энергией 0,3 МэВ рассеялся под углом $\varphi = 180°$ на свободном электроне. Определить долю энергии фотона, приходящуюся на рассеянный фотон.
8. Фотон с энергией 100 кэВ в результате комптоновского эффекта рассеялся при соударении со свободным электроном на угол $\varphi = \pi / 2$. Определить энергию фотона после рассеяния.
9. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся под углом $\varphi = 120°$ на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить кинетическую энергию электрона отдачи.

**Список литературы.**

1. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики: Учеб. пособие. – 11-е изд. перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 384 с.
2. *Гелъфгат И.М., Генденштейн Л.Э., Кирик Л.А.* 1001 задача по физике с решениями: Учеб. пособие. – Харьков-Москва: Центр «Инновации в науке, технике, образовании», 1998. – 597 с.
3. *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике: Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 416 с.
4. *Пинский А.А.* Задачи по физике / Под. ред. Ю.И. Дика. – 3-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 296 с.
5. *Савельев И.В.* Сборник вопросов и задач по общей физике: Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. Лит., 1988. – 288 с.
6. *Трофимова Т.И.* Сборник задач по курсу физики: Учеб. пособие для студентов втузов. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 1996.

Бархатова Оксана Михайловна
Ревунова Елена Алексеевна

# Сборник тематических задач по курсу общей физики

Учебно-методическое пособие

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный  архитектурно-строительный университет»
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.
http://www. nngasu.ru, srec@nngasu.ru