Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

Кафедра общей физики и теоретической механики

Кинематический анализ многозвенного механизма

Сборник заданий и методических указаний для выполнения расчетно-графической работы по кинематике

Нижний Новгород

ННГАСУ

2016

УДК 535

Кинематический анализ многозвенного механизма /Текст/ сборник заданий и методических указаний для выполнения расчетно-графической работы по кинематике /Нижегор. гос. архитектур.- строит. ун – т, авт. А.С. Аистов – Н. Новгород; ННГАСУ. 2016 – 26с.

Методические указания содержат основные теоретические положения, описание метода и порядка выполнения расчетно-графической работы по кинематическому анализу многозвенного механизма.

Данные указания предназначены для студентов, обучающихся по специальностям 270800.62, 280700.62, 140100.62.

Составитель А.С. Аистов

Содержание

Введение

При выполнении расчетно-графической работы студенты приобретают навыки самостоятельного решения задач.

В данном методическом пособии, помимо заданий, дан пример решения многозвенного механизма, даны рекомендации по последовательности выполнения работы. Содержатся теоретические основы расчета кинематических характеристик точек твердого тела при плоскопараллельном движении.

Многозвенный механизм представляет собой совокупность элементов участвующих в плоскопараллельном (плоском) движении. Кинематические характеристики точек механизма определяются с помощью теорем об скоростях и ускорениях точек плоской фигуры. В данной работе используется наглядный метод определения скоростей помощью мгновенных центров скоростей и ускорений при построении планов ускорений всех точек механизма.

Плоскопараллельное движение твердого тела

Плоскопараллельным (или плоским) называется такое движение твердого тела, при, котором все его точки перемещаются параллельно некоторой фиксированной плоскости ***П*** (рис.1). Плоское движение совершают многие части механизмов и машин, например катящееся колесо на прямолинейном участке пути, шатун в кривошипно-ползунном механизме и др.

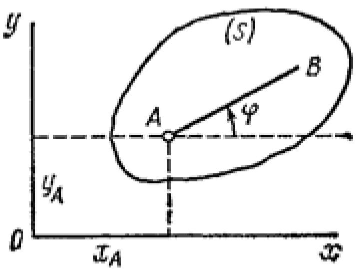


Рис.1

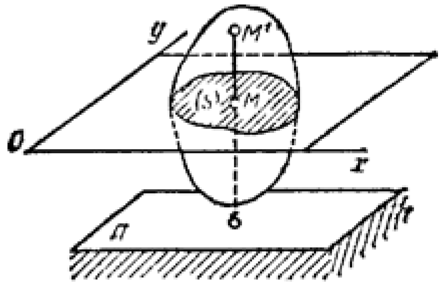


Рис.2

Рассмотрим сечение ***S*** тела какой-нибудь плоскости *Oxy*, параллельной плоскости ***П*** (рис.2). При плоскопараллельном движении все точки тела, лежащие на прямой ***MM***^{1}, перпендикулярной течению ***S***, т. е. плоскости ***П***, движутся тождественно.

Таким образом, для изучения движения всего тела достаточно изучить, как движется в плоскости ***Oxy*** сечение ***S*** этого тела или некоторая плоская фигура ***S***. Поэтому в дальнейшем вместо плоского движения тела можно рассматривать движение плоской фигуры ***S*** в ее плоскости, т.е. в плоскости ***Oxy***.

Простой и наглядный метод определения скоростей точек плоской фигуры (или тела при плоском движении) основан на понятии мгновенного центра скоростей (М.Ц.С.).

Мгновенным центром скоростей называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Легко убедиться, что если фигура движется непоступательно, то такая точка в каждый момент времени *t* существует и притом единственная. Пусть в момент времени *t* точки *A* и *B* плоской фигуры имеют скорости $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$, не параллельные друг другу (рис.3). Тогда точка ***P***, лежащая на пересечении перпендикуляров *Aa* к вектору $\vec{v}_A$ и *Bb* к вектору $\vec{v}_B$, и будет мгновенным центром скоростей так как $\vec{v}_P = 0$. В самом деле, если допустить, что $\vec{v}_P = 0$, то по теореме о проекциях скоростей вектор $\vec{v}_P$ должен быть одновременно перпендикулярен и *AP* (так как $\vec{v}_A \perp AP$) и *BP* (так как $\vec{v}_B \perp BP$), что невозможно. Из той же теоремы видно, что никакая другая точка фигуры в этот момент времени не может иметь скорость, равную нулю.

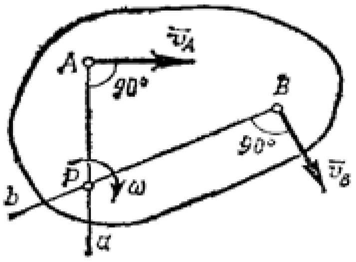


Рис.3

Если теперь в момент времени t взять точку ***P*** за полюс, то скорость точки *A* будет

$\vec{v}_A = \vec{v}_P + \vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PA}$,

так как $\vec{v}_P = 0$. Аналогичный результат получается для любой другой точки фигуры. Следовательно, скорости точек плоской фигуры определяются в данный момент времени так, как если бы движение фигуры было вращением вокруг мгновенного центра скоростей. При этом

$v_A = \omega PA \quad (\vec{v}_A \perp PA)$;

$v_B = \omega PB \quad (\vec{v}_B \perp PB)$ и т.д.

Из равенств, следует, что линейные скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям от М.Ц.С.

Данные результаты приводят к следующим выводам:

1. Для определения мгновенного центра скоростей надо знать только направления скоростей $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ каких-нибудь двух точек *A* и *B* плоской фигуры (или траектории этих точек); мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восставленных из точек *A* и *B* к скоростям этих точек (или к касательным к траекториям).

2. Для определения скорости любой точки плоской фигуры, надо знать модуль и направление скорости какой-нибудь одной точки *A* фигуры и направление скорости другой ее точки *B*. Тогда, восставив из точек *A* и *B* перпендикуляры к $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$, построим мгновенный центр скоростей *P* и по направлению $\vec{v}_A$ определим направление поворота фигуры. После этого, зная v_A, найдем скорость v_M любой точки *M* плоской фигуры. Направлен вектор $\vec{v}_M$ перпендикулярно *PM* в сторону поворота фигуры.

3. Угловая скорость ω плоской фигуры равна в каждый данный момент времени отношению скорости какой-нибудь точки фигуры к ее расстоянию от мгновенного центра скоростей ***P***:

$\omega = v_B / PB$.

Рассмотрим некоторые частные случаи определения мгновенного центра скоростей.

а) Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного цилиндрического тела по поверхности другого неподвижного, то точка ***P*** катящегося тела, касающаяся неподвижной поверхности (рис.4), имеет в данный момент времени вследствие отсутствия скольжения скорость, равную нулю ($\vec{v}_P = 0$), и, следовательно, является мгновенным центром скоростей. Примером служит качение колеса по рельсу.

б) Если скорости точек A и B плоской фигуры параллельны друг другу, причем линия AB не перпендикулярна $\vec{v}_A$ (рис.5,а), то мгновенный центр скоростей лежит в бесконечности и скорости всех точек параллельны $\vec{v}_A$. При этом из теоремы о проекциях скоростей следует, что $v_B cos\beta = v_A cos\alpha$ т. е. $v_B = v_A$; аналогичный результат получается для всех других точек. Следовательно, в рассматриваемом случае скорости всех точек фигуры в данный момент времени равны друг другу и по модулю, и по направлению, т.е. фигура имеет мгновенное поступательное распределение скоростей (такое состояние движения тела называют еще мгновенно поступательным). Угловая скорость ω тела в этот момент времени, как видно равна нулю.

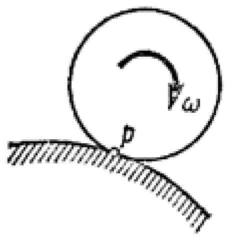


Рис.4

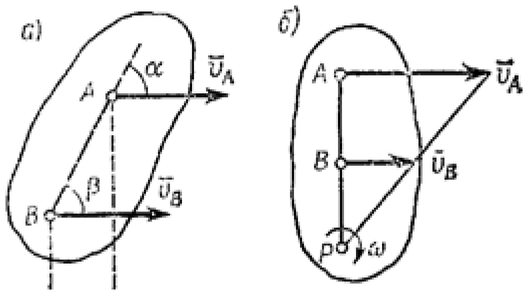


Рис.5

в) Если скорости точек A и B плоской фигуры параллельны друг другу и при этом линия AB перпендикулярна $\vec{v}_A$, то мгновенный центр скоростей $\boldsymbol{P}$ определяется построением, показанным на рис.5,б. Справедливость построений следует из пропорции. В этом случае, в отличие от предыдущих, для нахождения центра $\boldsymbol{P}$ надо кроме направлений знать еще и модули скоростей v_B и v_A.

г) Если известны вектор скорости $\vec{v}_B$ какой-нибудь точки B фигуры и ее угловая скорость ω, то положение мгновенного центра скоростей $\boldsymbol{P}$, лежащего на перпендикуляре к $\vec{v}_B$ (рис.5,б), можно найти как $BP = v_B/\omega$.

Задание для кинематического анализа многозвенных механизмов

Плоский механизм состоит из стержней 1, 2, 3, 4, ползунов и дисков, соединенных друг с другом шарнирами. Положение механизма определяется углами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$. Значения этих углов и длины стержней указаны в **таблице 1.** Схемы механизмов изображены в **таблице** на **стр.9-13**.

Приняв угловую скорость вращения звена $\mathbf{L_1}$ **постоянной** и соответствующей числу оборотов **n** = 191,08 об/мин. (т. е. $\omega_{O_1A} = \frac{3.14 \cdot 191.08}{30} \cdot 20 = 400\ \frac{см}{с}$) , определить:

1. линейные скорости точек, обозначенных буквами;

2. мгновенные угловые скорости звеньев механизма;

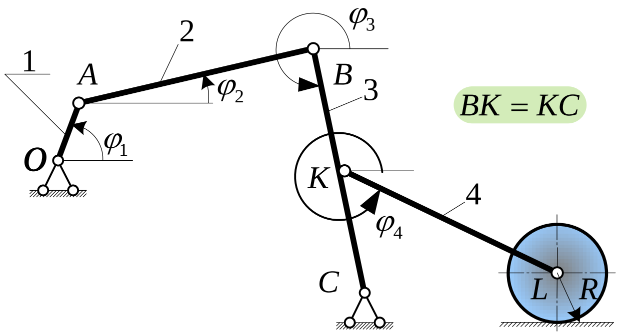
3. линейные ускорения точек, обозначенных буквами;

4.угловые ускорения звеньев механизма.

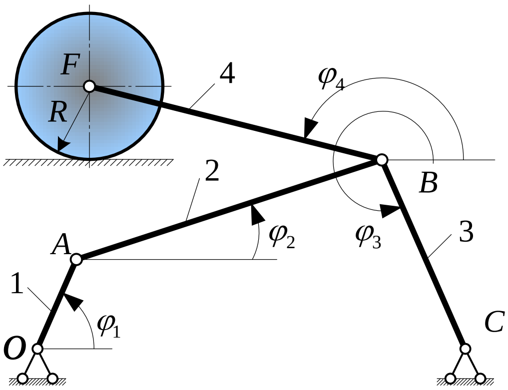
Пример решения типовой задачи приведен ниже.

Схемы механизмов

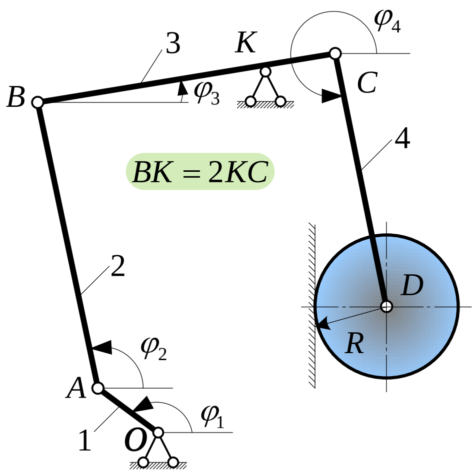
1.



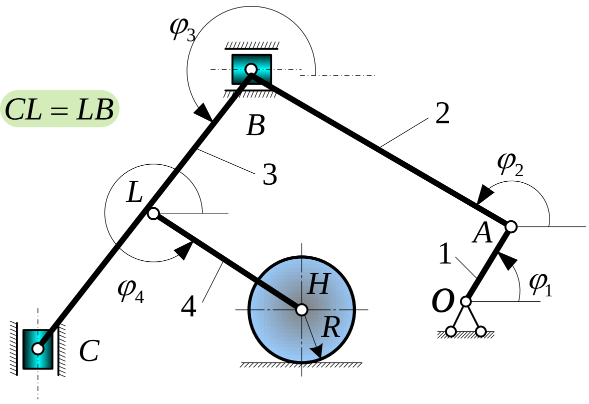
2.



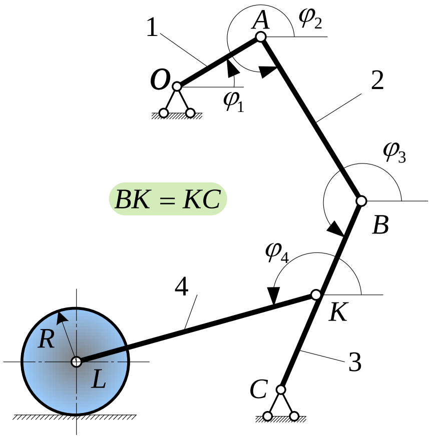
3.



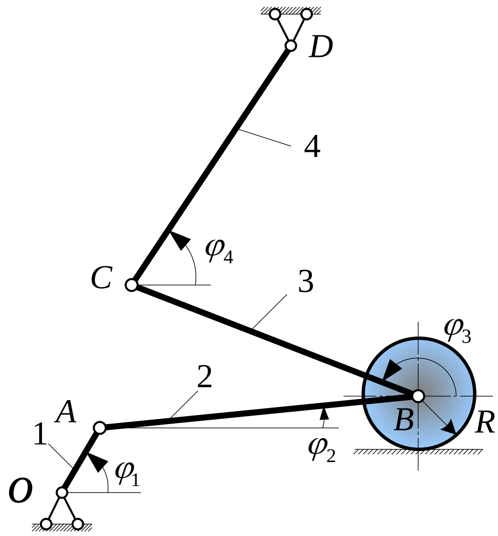
4.



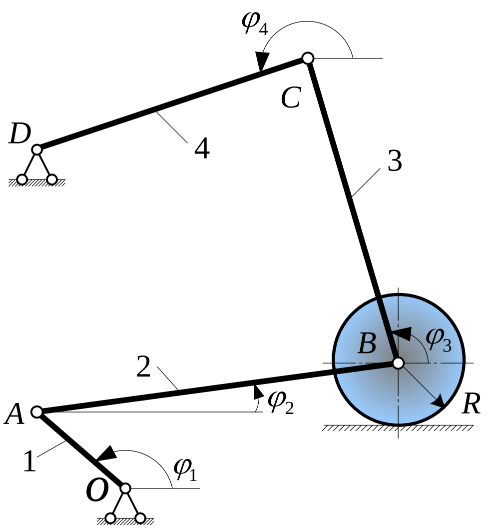
5.



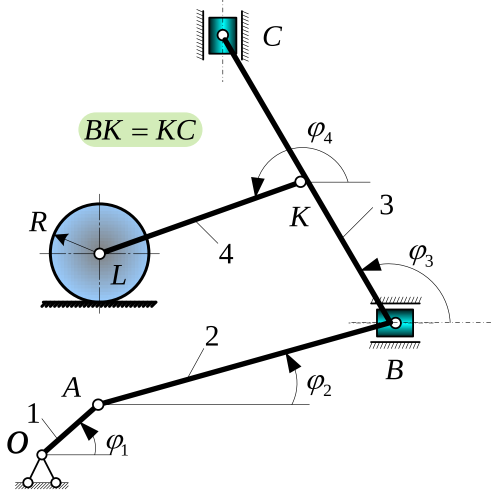
6.



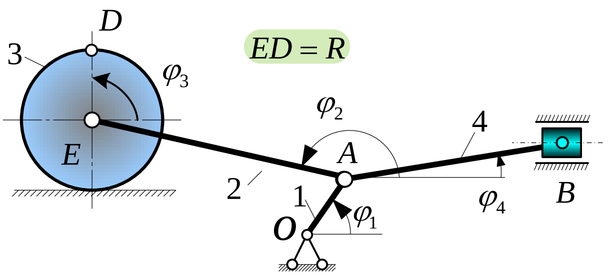
7.


φ4
D
C
4
3
B
φ3
2
A
φ2
R
1
O
φ1

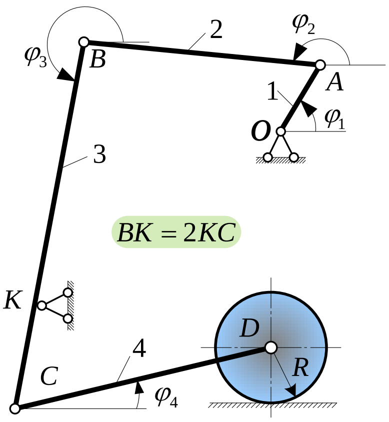
8.


C
BK = KC
φ4
R
K
3
4
L
φ3
2
A
B
φ2
1
O
φ1

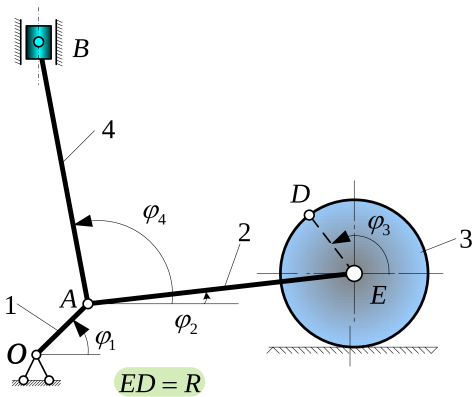
9.


D
3
ED = R
φ3
φ2
4
A
E
2
1
φ4
B
O
φ1

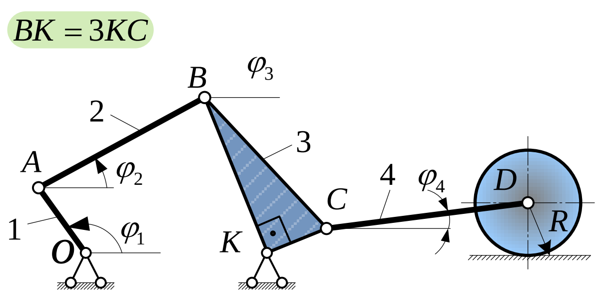
10.


2
φ2
φ3
B
A
1
φ1
O
3
BK = 2KC
K
D
4
C
R
φ4

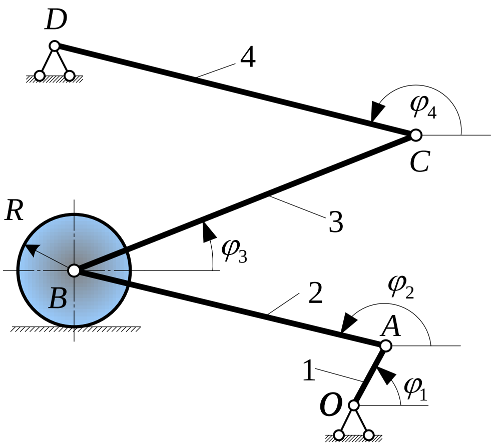
11.


B
4
φ4
D
2
φ3
3
E
1
A
φ2
φ1
O
ED = R

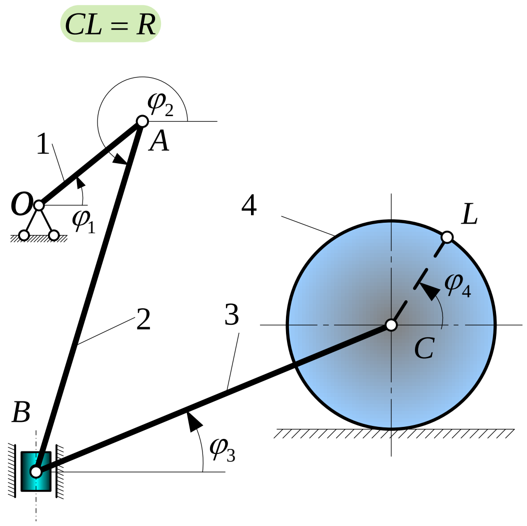
12.


BK = 3KC
B
φ3
2
3
A
φ2
4
φ4
D
C
1
φ1
K
R
O

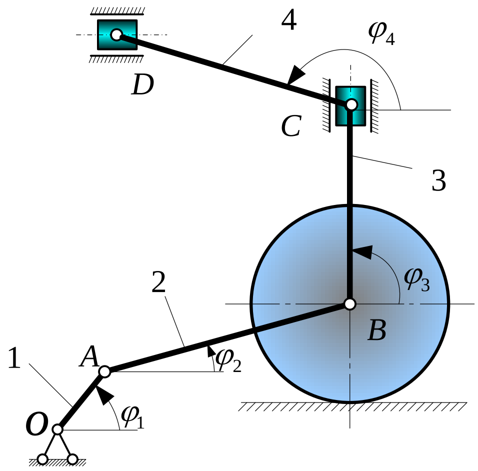
13.



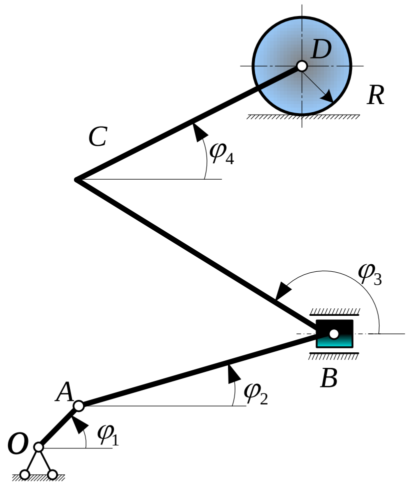
14.



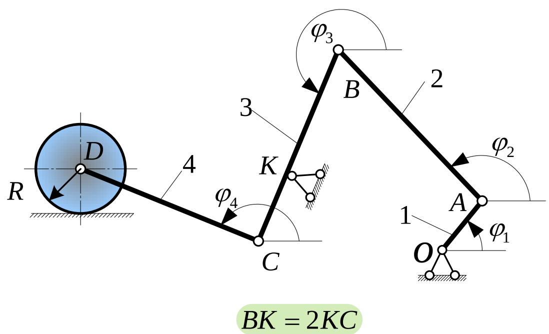
15.



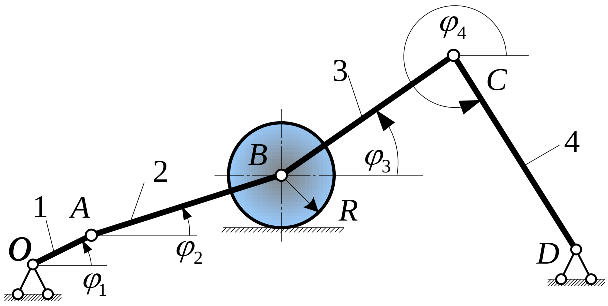
16.



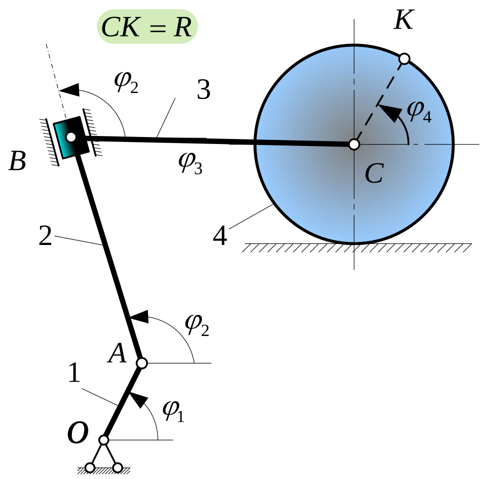
17.



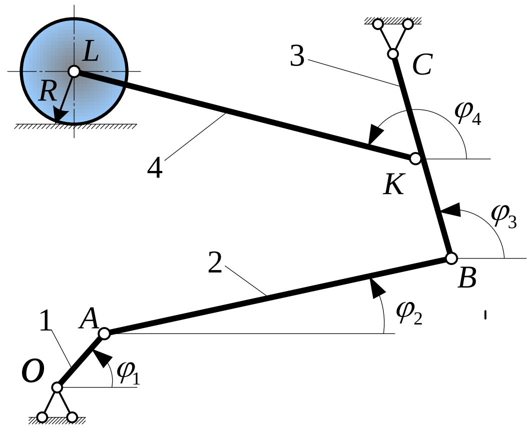
18.



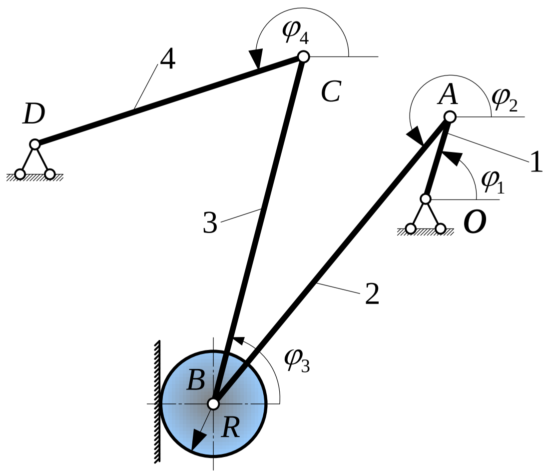
19.



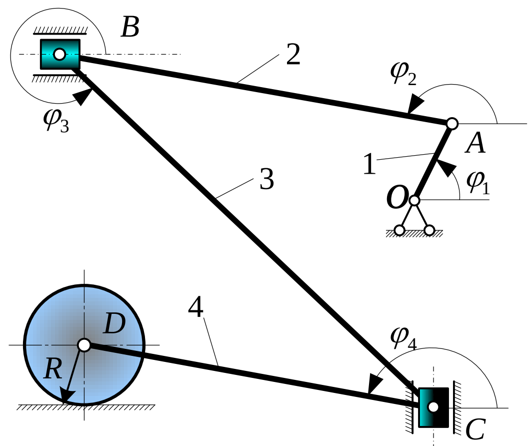
20.



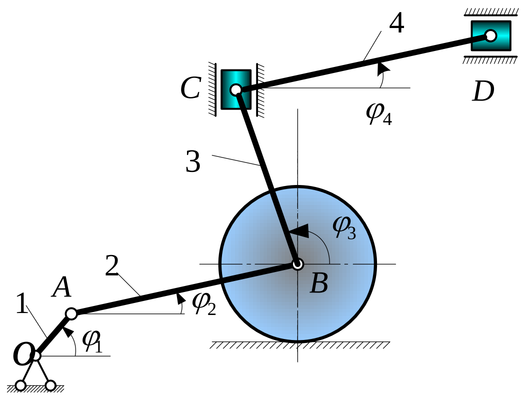
21.



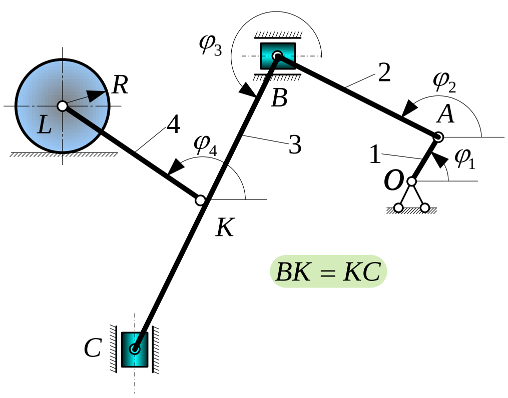
22.



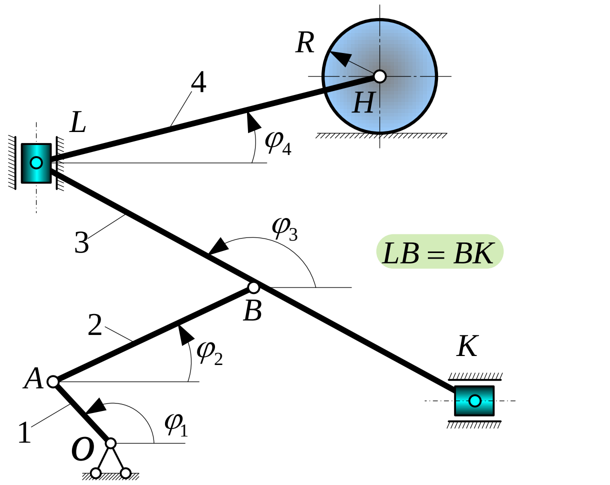
23.



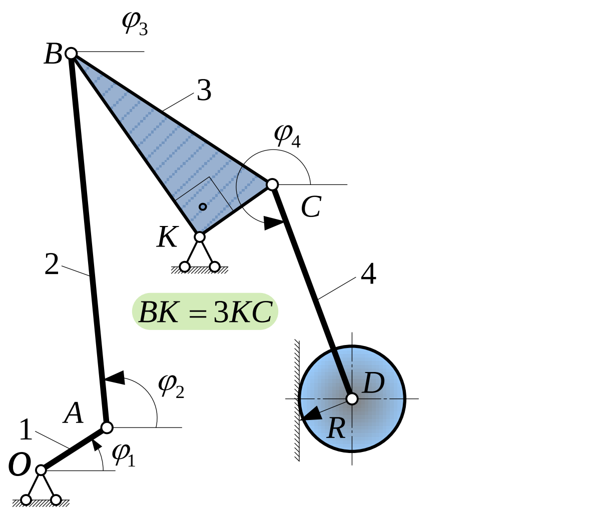
24.



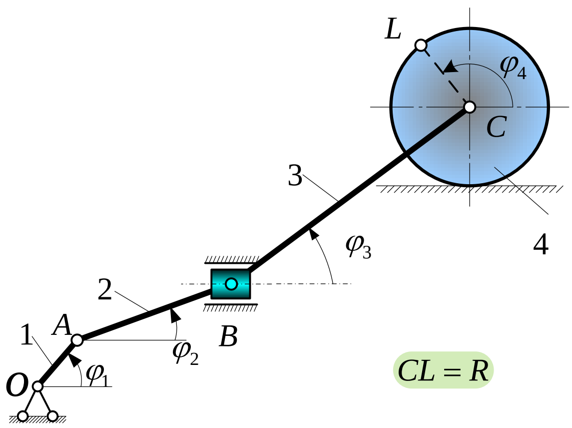
25.



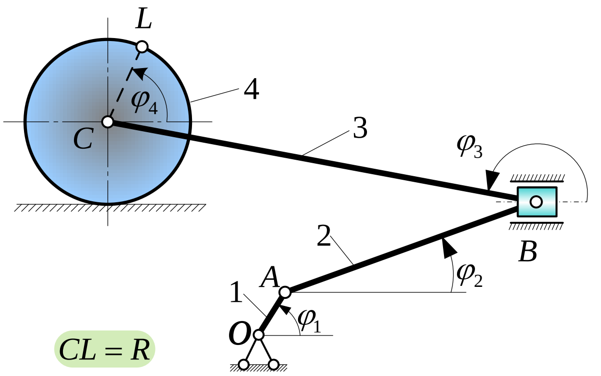
26.



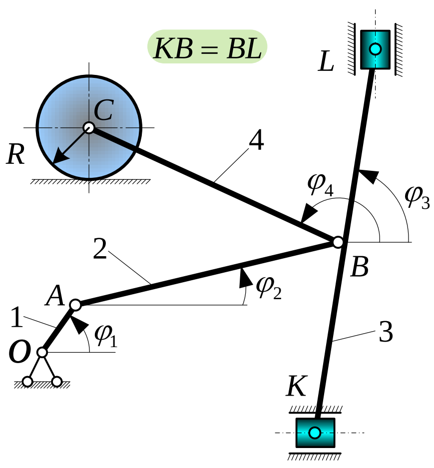
27.



28.



29.



30.

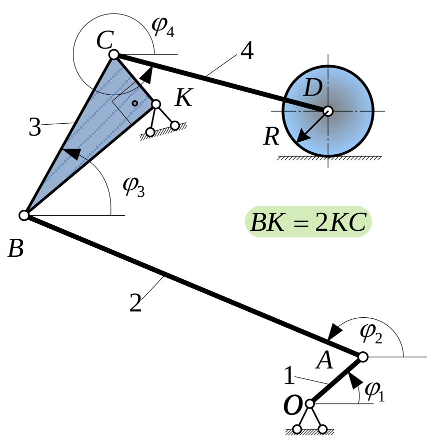


Таблица1

Номер условия	φ_1 градус	φ_2 градус	φ_3 градус	φ_4 градус	L_1 (см.)	L_2 (см.)	L_3 (см.)	L_4 (см.)	R (см.)
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	о	90	35	115	20	80	100	60	15
2	5	95	40	120	20	80	100	60	15
3	10	100	45	125	20	80	100	60	15
4	15	105	50	130	20	80	100	60	15
5	20	110	55	135	20	80	100	60	15
6	30	115	60	140	20	80	100	60	15
7	35	120	65	145	20	80	100	60	15
8	40	125	70	100	20	80	100	60	15
9	45	130	75	105	20	80	100	60	15
10	50	135	80	110	20	80	100	60	15
11	55	140	85	115	20	80	100	60	15
12	60	145	90	120	20	80	100	60	15
13	65	о	95	125	20	80	100	60	15
14	70	5	100	130	20	80	100	60	15
15	75	10	105	135	20	80	100	60	15
16	80	15	110	140	20	80	100	60	15
17	85	20	115	145	20	80	100	60	15
18	90	30	120	270	20	80	100	60	15
19	95	35	125	265	20	80	100	60	15
20	100	40	130	260	20	80	100	60	15

21	105	45	135	255	20	80	100	60	15
22	110	50	140	250	20	80	100	60	15
23	115	55	145	245	20	80	100	60	15
24	120	60	30	240	20	80	100	60	15
25	125	65	35	235	20	80	100	60	15
26	130	70	40	230	20	80	100	60	15
27	135	75	45	225	20	80	100	60	15
28	140	80	50	220	20	80	100	60	15
29	145	85	55	215	20	80	100	60	15
30	150	90	60	210	20	80	100	60	15

Пример решения

I. В выбранном масштабе длин (например М1:10) строим схему механизма (рис.6) в заданном положении, которое определяется углом $\varphi_1 = 60°$ согласно таблице 1.

II .Определяем модуль скорости точки А кривошипа O_1A:

$$V_{\mathrm{A}} = \omega_{O_1A} \cdot O_1A = \frac{3.14 \cdot 191.08}{30} \cdot 20 = 400\ \frac{см}{с}$$

Вектор скорости V_A строим перпендикулярно звену O_1A и направляем в сторону вращения кривошипа (рис. 6).

Чтобы найти скорость точки B, определяем положение мгновенного центра скоростей (м.ц.с.) звена AB, как точку пересечения перпендикуляров, проведенных из точек A и B (точка B движется по вертикальной прямой) к их скоростям. Точка P_1 пересечения этих перпендикуляров определяет положение м.ц.с. шатуна AB.

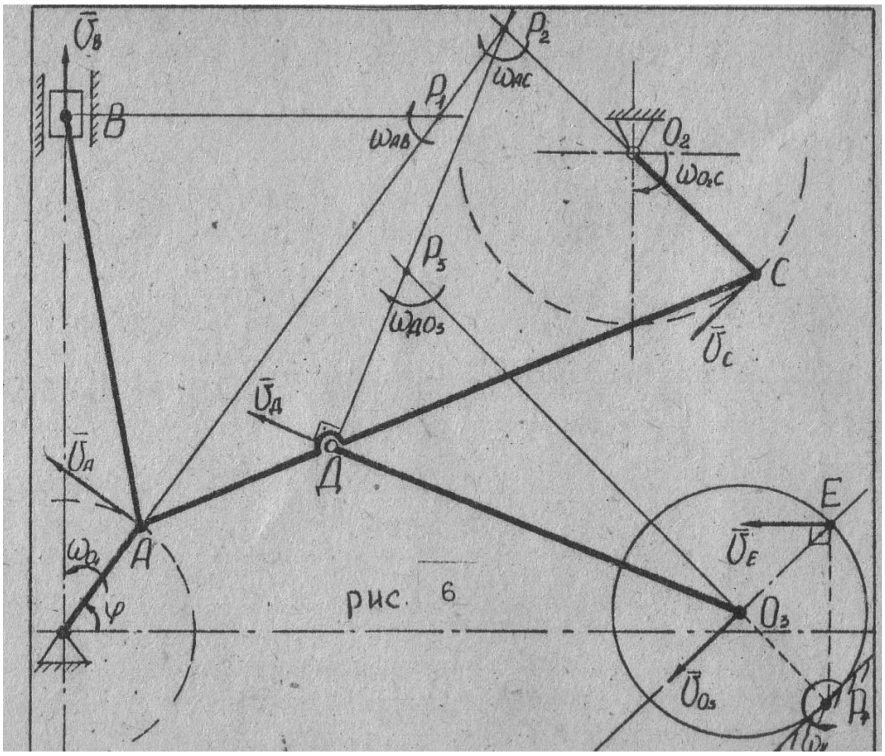


Рис.6

Скорость точки А, принадлежащей также шатуну АВ, можно определить как вращательную скорость вокруг м.ц.с. P_1 :

$$V_A = \omega_{AB} \cdot P_1A$$

где ω_{AB}- угловая скорость вращения шатуна АВ

Следовательно, можем записать, что

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_1A} = \frac{V_B}{P_1B}$$

Измерив на чертеже расстояния P_1A и P_1B, с учетом масштаба длин получаем: P_1A=68см и P_1B=44см.

Тогда

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_1A} = \frac{400}{68} = 5.87\ c^{-1}$$

$$V_B = \omega_{AB} \cdot P_1B = 5.87 \cdot 44 = 259\ \frac{см}{с}$$

По направлению скорости точки А устанавливаем, что вращение звена АВ вокруг м.ц.с. P_1 происходит в направлении движения часовой стрелки. Вектор скорости V_B строим перпендикулярно отрезку P_1B и направляем в сторону вращения звена АВ относительно м.ц.с. P_1 .

Для определения скоростей точек С и D найдем положения м.ц.с. звена АС как точку пересечения перпендикуляров, восстановленных в точках А и С к их скоростям. В данном случае достаточно продолжить отрезки O_1A и O_2C до их пересечения. Точка P_2 определяет положение м.ц.с. звена АС.

Скорость любой точки звена АС (в частности точки D) можно определить как вращательную скорость вокруг м.ц.с. P_2. Модуль скорости каждой точки равен произведению угловой скорости звена на расстояние от м.ц.с.:

$$V_A = \omega_{AC}.P_2A;\;\; V_C = \omega_{AC} \cdot P_2C;\;\; V_D = \omega_{AC} \cdot P_2D$$

Расстояние от точек до м.ц.с. измеряем на чертеже и, используя масштаб длин, получаем: P_2A=91.5 см; P_2C=65.5 см; P_2D =71 см.

Определяем угловую скорость звена АС по известной скорости точки А

$$\omega_{AC} = \frac{V_A}{P_2A} = \frac{400}{91.5} = 4.37\ c^{-1}$$

Тогда модули скоростей точек С и D определяются:

V_C= 4.37·65.5 = 286 см/с

V_D= 4.37·71=310 см/с.

По известной скорости точки А определяем, что вращение звена АС вокруг м.ц.с. P_2 происходит по ходу часовой стрелки.

Векторы скоростей V_C и V_D строим перпендикулярно соответствующим отрезкам P_2C и P_2D и направляем в сторону вращения звена АС относительно м.ц.с. P_2 .

Угловая скорость звена O_2C определится по скорости точки С:

$$\omega_{O_2C} = \frac{V_C}{O_2C} = \frac{286}{30} = 9.53c^{-1}$$

Чтобы определить скорость центра колеса O_3 находим положение м.ц.с. звена DO_3. Для этого звена известна скорость точки D и направление скорости точки O_3. Скорость точки O_3 направлена вдоль прямой параллельной наклонной плоскости, по которой движется колесо.

Восстанавливая перпендикуляр в точке O_3 к направлению ее движения и проводя его до пересечения с перпендикуляром P_2D к скорости точки D, определяем положение м.ц.с. звена DO_3 –точку P_3.

С чертежа определяем расстояние от точек D и O_3 до м.ц.с. P_3 и согласно масштабу длин получаем P_3D = 39.5 см; P_3O_3 = 92 см.

Угловую скорость звена DO_3 определяем по известной скорости точки D:

$$\omega_{DO_3} = \frac{V_D}{P_3 D} = \frac{310}{39.5} = 7.85c^{-1}$$

Следовательно модуль скорости точки O_3 :

$$V_{O_3} = \omega_{DO_3} \cdot PO_3 = 7.85 \cdot 92 = 723 \frac{см}{c}$$

Вектор скорости V_{O_3} направляем перпендикулярно отрезку P_3O_3 в сторону вращения звена DO_3 вокруг м.ц.с. P_3.

Зная скорость центра колеса, можем определить его угловую скорость и скорость точки E. Так как колесо катится по неподвижной поверхности, то м.ц.с. находится в точке их соприкосновения – точка P_4.

Вычисляем угловую скорость вращения колеса:

$$V_E = \omega_K \cdot P_4 E = 36.15 \cdot 28.2 = 1020 \frac{см}{c}$$

Вектор скорости V_E направляем перпендикулярно отрезку P_4E в сторону вращения колеса вокруг м.ц.с. P_4. Найденные значения скоростей точек и угловых скоростей всех звеньев механизма заносим в таблицу 2.

III. Для определения ускорений точек и угловых ускорений звеньев механизма повторно выполним чертеж механизма в масштабе длин (рис.7).

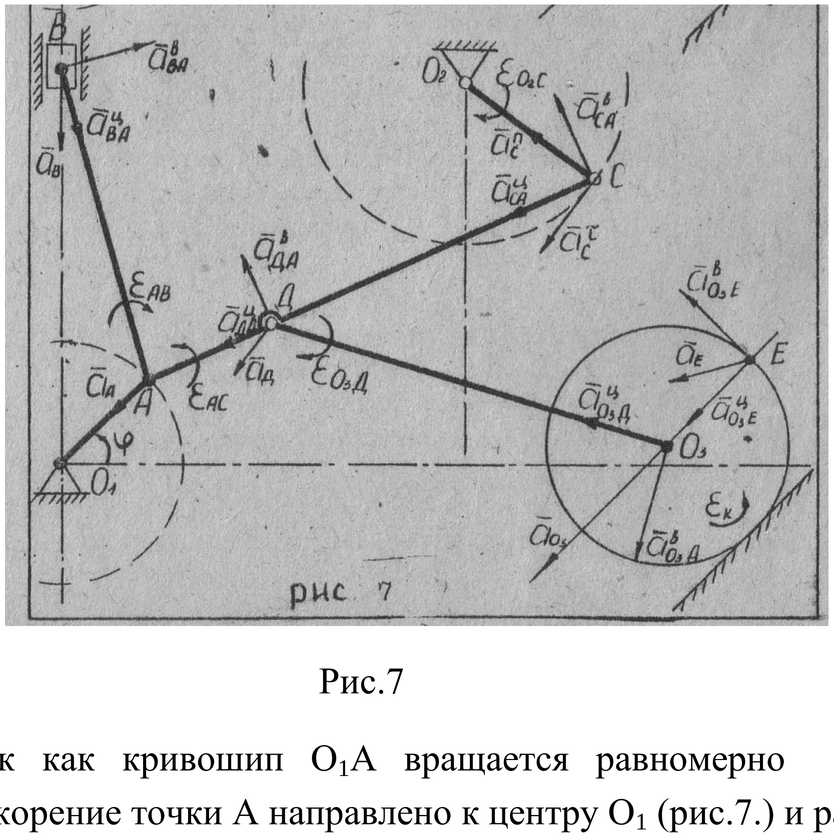


Рис.7

Так как кривошип O_1A вращается равномерно ($\varepsilon_{O_1A} = 0$), то ускорение точки A направлено к центру O_1 (рис.7.) и равно:

$$a_A = a_A^n = \omega_{O_1A}^2 \ \cdot \text{OA} = 8000\frac{см}{c^2}$$

Чтобы определить ускорение точки В, принимаем точку А звена АВ за полюс и согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры записываем:

$$a_B = a_A + a_{BA}^{ц} + a_{BA}^{вр},$$

где $a_{BA}^{ц}$ – центростремительное ускорение точки В во вращательном движении звена АВ вокруг полюса А, которое направлено от точки В к точке А, и величина равна:

$$a_{BA}^{ц} = \omega_{AB}^2 \cdot AB = \ 5.87\ ^2 \cdot 60 = 2070\frac{см}{c^2}$$

$a_{BA}^{вр}$ - вращательное ускорение точки В при вращении вокруг полюса А, направление которого перпендикулярно к центростремительному $a_{BA}^{ц}$, а по величине $a_{BA}^{вр} = \varepsilon_{AB} \cdot AB$

Угловое ускорение звена АВ - ε_{AB} пока неизвестно. Поэтому ускорение a_B не может быть найдено непосредственно из условия названной теоремы.

Чтобы определить полное ускорение точки В a_B и вращательное ускорение $a_{BA}^{вр}$,используем графический метод, который предусматривает построение плана ускорений. Для этого из произвольной точки В[1] откладываем ускорение полюса a_A (рис. 8а) в выбранном масштабе ускорений. Из конца вектора a_A ,строим вектор $a_{BA}^{ц}$, проводя его параллельно звену АВ. Затем проводим прямую MN перпендикулярно к $a_{BA}^{ц}$.

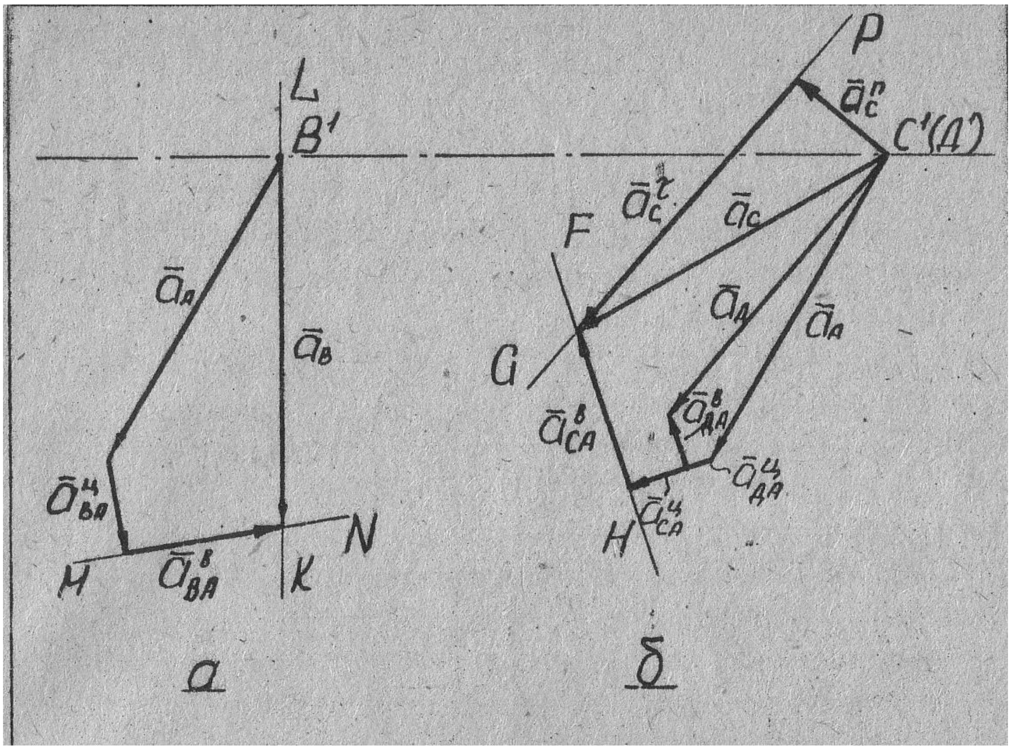


Рис.8(а,б)

В виду того, что точка В принадлежит ползуну, траекторией ее движения является прямая линия и, следовательно, вектор полного ускорения a_B должен быть направлен вдоль этой прямой. Таким образом, проведя из точки B^1 прямую LK параллельно траектории точки В, находим точку пересечения прямых MN и LK, которая определяет концы векторов a_B и $a_{BA}^{вр}$.

Измерением на рис.8а получаем, с учетом выбранного масштаба, $a_B = 8400 \frac{см}{с^2}$ и $a_{BA}^{вр} = 3500\frac{см}{с^2}$

Так как $a_{BA}^{вр} = \varepsilon_{AB} \cdot AB,$ то угловое ускорение звена:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^{вр}}{AB} = \frac{3500}{60} = 58.3с^{-2}$$

Для определения ускорения точки С рассмотрим ее движение. Точка С принадлежит двум звеньям (рис. 8б) – звену АС, участвующему в плоском движению, и звену O_2C, участвующему во вращательном движении вокруг неподвижной оси, проходящей через точку O_2. Приняв А звена за полюс, запишем теорему об ускорениях точек плоской фигуры:

$$a_C = a_A + a_{CA} + a_{CA}^{вр}$$

Ускорение точки А найдено выше:

$$a_A = 8000\frac{см}{с^2}$$

Центростремительное ускорение точки С во вращательном движении звена АС вокруг полюса А направлено от точки С к точке А и равно

$$a_{CA}^{ц} = \omega_{AC}^2 \cdot AC = \ 4.37\ ^2 \cdot 100 = 2100\frac{см}{с^2}$$

Для определения вращательного ускорения $a_{CA}^{вр}$ и, следовательно, полного ускорения a_C строим план ускорений точки С (рис. 8б). Откладываем из точки С[1]в выбранном масштабе ускорение полюса a_A. Из конца вектора a_A строим вектор $a_{CA}^{ц}$, проводя его параллельно АС. Перпендикулярно к $a_{CA}^{ц}$ проводим прямую FH, на которой должен находиться вектор $a_{CA}^{вр}$. Однако определить ускорение a_C этим построением невозможно, так как неизвестна величина вращательного ускорения $a_{CA}^{вр}$. Необходимо выполнить второе построение, рассматривая движение точки, принадлежащей звену O_2C.

В этом случае

$$a_C = a_c^n + a_c^\tau,$$

где a_c^n - нормальное ускорение, направленное от точки С к центру вращения O_2 и равно:

$$a_c^n = \omega_{O_2C}^2 \cdot O_2C = \ 9.53\ ^2 \cdot 30 = 2725\,\frac{см}{с^2}.$$

a_c^τ - касательное ускорение, направленное перпендикулярно к звену O_2C и пока неизвестное по модулю.

Из точки С[1] откладываем вектор ускорения a_c^n параллельно звену O_2C . Через конец вектора a_c^n проводим прямую PG перпендикулярно к a_c^n (рис.8б). Точка пересечения прямых FH и RG определяет концы векторов a_c, $a_{CA}^{вр}$ и a_c^τ.

Измерением на рис. 8б получаем:

$$a_c = 8300\,\frac{см}{с^2};\quad a_{CA}^{вр} = 3900\,\frac{см}{с^2};\quad a_c^\tau = 7860\,\frac{см}{с^2}$$

Так как $a_{CA}^{вр} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$ и $a_c^\tau = \varepsilon_{O_2C} \cdot O_2C$, то угловые ускорения звеньев АС и O_2C:

$$\varepsilon_{AC} = \frac{a_{CA}^{вр}}{AC} = \frac{3900}{100} = 39c^{-2}$$

$$\varepsilon_{O_2C} = \frac{a_c^{\tau}}{O_2C} = \frac{7860}{30} = 258.5c^{-2}$$

Чтобы найти ускорение точки D звена AC, выполним построение плана ускорений согласно формуле:

$$a_D = a_A + a_{DA}^{ц} + a_{DA}^{вр}$$

Модуль центростремительного ускорения

$$a_{DA}^{ц} = \ 4.37\ ^2 \cdot 30 = 575\frac{см}{с^2},$$

а вектор $a_{DA}^{ц}$ направлен от точки D к полюсу А.. Учитывая, что угловое ускорение звена АС найдено выше, определяем модуль вращательного ускорения

$$= \varepsilon_{AC} \cdot AD = 39 \cdot 30 = 1170\frac{см}{c^2}$$

Вектор $a_{DA}^{вр}$ строим перпендикулярно к звену АС и направляем в сторону углового ускорения $\varepsilon_{\mathrm{AC}}$ относительно полюса А.

Откладываем от точки D^1 ускорение полюса a_A (рис. 8б). Из конца вектора a_A строим вектор $a_{DA}^{ц}$, проводя его параллельно AD, и из конца последнего вектора строим вектор $a_{DA}^{вр}$ перпендикулярно к звену AD. Полное ускорение точки D изображается замыкающей стороной многоугольника ускорений - a_D (рис. 8б). Измерением на чертеже (рис. 8б) получаем:

$$a_D = 7700\ \frac{см}{с^2}$$

Чтобы определить ускорение точки O_3, рассмотрим движение звена DO_3. Это звено совершает плоскопараллельное движение. Выбрав точку D за полюс, согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры будем иметь:

$$a_{O_3} = a_D + a_{O_3D}^{ц} + a_{O_3}^{вр}$$

Ускорение полюса a_D найден выше $a_D = 7700\ \frac{см}{с^2}$. Центростремительное ускорение $a^{ц}_{O_3D}$ направлено от точки O3 к точке D и равно:

$$a^{ц}_{O_3D} = \omega^2_{DO3} \cdot DO_3 = \ 7.85\ ^2 \cdot 80 = 4930\frac{см}{c^2}$$

Вращательное ускорение $a^{вр}_{O_3D}$ пока не известно. Это ускорение мы найдем вместе с полным ускорением a_{O_3}, построив план ускорений точки O3.

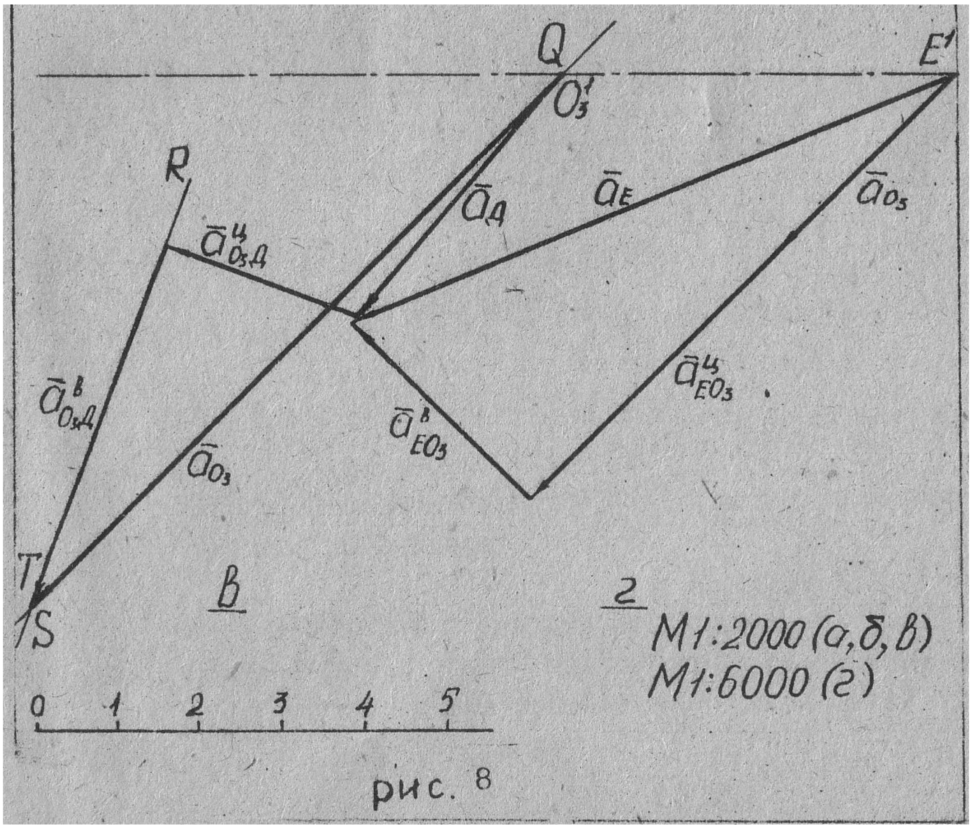


Рис.8(в,г)

Откладываем от точки O_3^1 (рис. 8в) в соответствующем масштабе ускорение полюса a_D . Из конца вектора a_D строим вектор $a^{ц}_{O_3D}$, проводя его параллельно звену DO3. Через конец вектора $a^{ц}_{O_3D}$ проводим прямую RS перпендикулярно к звену DO3. На этой прямой должен находиться вектор $a^{вр}_{O_3D}$.

Учитывая, что траекторией движения точки O3 является прямая линия, из точки O_3^1 проводим прямую QT параллельно наклонной плоскости. Вдоль этой прямой должен находиться вектор полного ускорения a_{O_3}.

Точка пересечений прямых RS и QT определяет концы векторов a_{O_3} и $a_{O_3D}^{\text{вр}}$.

Измерением на плане ускорений получаем:

$$a_{O_3} = 18900\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2} \text{ и } a_{O_3D}^{\text{вр}} = 10000\ \frac{\text{см}}{\text{с}^2},$$

Так как

$$a_{O_3D}^{\text{вр}} = \varepsilon_{DO_3} \cdot DO_3,$$

то угловое ускорение звена DO_3

$$\varepsilon_{DO_3} = \frac{a_{O_3D}^{\text{вр}}}{DO_3} = \frac{10000}{80} = 125c^{-2},$$

которое направляем по ходу часовой стрелки относительно полюса D в соответствии с направлением вектора $a_{O_3D}^{\text{вр}}$.

Чтобы определить ускорение точки диска E принимаем за полюс центр колеса O_3 и согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры имеем:

$$a_E = a_{O_3} + a_{EO_3}^{\text{ц}} + a_{EO_3}^{\text{вр}}$$

Для построения плана ускорений по этой формуле известно ускорение полюса $a_{O_3} = 18900\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ и угловая скорость колеса $\omega_{\text{К}} = 36.15\ \text{с}^{-1}$. Так как расстояние от центра диска O_3 до точки контакта при движении не изменяется и равно r, то угловое ускорение колеса

$$\varepsilon_{\text{К}} = \frac{a_{O_3}}{r} = \frac{18900}{20} = 945c^{-2}$$

и направлено против хода часовой стрелки.

Откладываем из точки E^1 ускорение полюса a_{O_3} (рис. 8г) в выбранном масштабе ускорений. Из конца вектора a_{O_3} строим вектор $a^{ц}_{EO_3}$, модуль которого

$$a^{ц}_{EO_3} = \omega_K^2 \cdot EO_3 = \ 36.15\ ^2 \cdot 20 = 25400 \frac{см}{c^2},$$

проводя его параллельно отрезку EO_3. Затем из конца вектора $a^{ц}_{EO_3}$ строим вектор $a^{вр}_{EO_3}$, модуль которого

$$a^{вр}_{EO_3} = \varepsilon_К \cdot EO_3 = 945 \cdot 20 = 18900 \frac{см}{c^2},$$

проводя его перпендикулярно к вектор $a^{ц}_{EO_3}$ в сторону, соответствующую угловому ускорению $\varepsilon_К$. Полное ускорение точки E изобразится замыкающей стороной многоугольника ускорений - a_E (рис. 8г).

Измерением на чертеже получаем:

$$a_E = 49600 \frac{см}{c^2}$$

Все данные, полученные в результате решения, заносим в таблицу 2.

Таблица 2

	Наименование точек					
	A	B	C	D	O_3	E
Скорость точек механизма (см/с)	400	259	286	310	723	1020
Ускорение точек механизма (см/с^2)	8000	8400	8300	7700	18900	49600

Продолжение таблицы 2

	Наименование звеньев				
	AB	O_2C	AC	DO_3	O_3E
Угловые скорости звеньев (c^{-1})	5.87	9.53	4.37	7.85	36.15
Угловые ускорения звеньев (c^{-2})	58.3	285.5	39	125	945

Литература

1. Диевский В.А. Теоретическая механика : учебн. пособие / В.А. Диевский. – 2-е., испр. – СПб.: Лань, 2008. – 320с.

2. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике : учебн. пособие / И.В. Мещерский. – М.: Наука, 1986. – 448с.

3. Прикладная механика: учебн. пособие для вузов / под ред. В.М. Осецкого. Изд. 2-е перераб. и доп. М., «Машиностроение», 1977. – 488с.

4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учебн. пособие / под ред. А.А. Яблонского. – М. Высш. шк., 1985 – 367с.

Аистов Анатолий Сергеевич

Кинематический анализ многозвенного механизма

Сборник заданий и методических указаний для выполнения расчетно-графической работы по кинематике