

Министерство образования и науки Российской Федерации
НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-
СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (ННГАСУ)

Кафедра общей физики и теоретической механики

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ

Выпуск 1. Механика

Сборник методических указаний для выполнения лабораторных работ по физике

Нижний Новгород

ННГАСУ

2014

УДК 531.1

Лабораторные работы по физике. Выпуск 1. Механика. Сборник методических указаний для выполнения лабораторных работ по физике, Нижний Новгород, ННГАСУ, 2014 г.

Настоящие методические указания предназначены для студентов ННГАСУ, обучающихся по специальностям 270800.62, 271101.65, 280700.62, 221700.62, 20303.65, 140100.62. Методические указания содержат основные теоретические положения, описание методики и порядка выполнения ряда лабораторных работ по механике, описание используемого лабораторного оборудования.

Составители: Л.П. Коган, Ю.П. Комаров, А.Б. Колпаков, В.Г. Лапин,
Г.А. Маковкин, В.Б. Штенберг.

Содержание

| | |
|--|----|
| 1. Введение | 4 |
| 2. Лабораторная работа № 1 (3) «Определение коэффициента трения скольжения»..... | 5 |
| 3. Лабораторная работа № 2 (12) «Определение силы при механическом ударе»..... | 15 |
| 4. Лабораторная работа № 3 (6) «Исследование неупругого механического удара»..... | 24 |
| 5. Лабораторная работа № 4 (8) «Изучение вращательного движения твердого тела»..... | 36 |
| 6. Лабораторная работа № 5 (58) «Измерение момента инерции и проверка закономерностей вращательного движения»..... | 42 |
| 7. Лабораторная работа № 6 (5) «Определение коэффициента линейного расширения твердого тела»..... | 49 |
| 8. Лабораторная работа № 7(4) «Определение отношения теплоемкостей воздуха»..... | 57 |
| 9. Лабораторная работа № 8 (21) «Измерение емкости конденсатора»..... | 72 |
| 10. Приложение..... | 81 |

ВВЕДЕНИЕ

Одним из направлений деятельности кафедры общей физики и теоретической механики ННГАСУ является экспериментальная подготовка будущих инженеров-строителей. Экспериментальная подготовка по физике осуществляется на лабораторных занятиях. Требования, предъявляемые к экспериментальной подготовке по физике будущих специалистов, определяются государственным образовательным стандартом в профессиональном высшем образовании, а также особенностями физики как науки.

В данный сборник включены методические указания к лабораторным работам по механике, термодинамике и электростатике. Каждая работа состоит из введения, практической части, списка вопросов для подготовки к защите лабораторной работы и списка литературы по теме работы. В Приложении к сборнику изложен алгоритм расчета ошибок физических величин, определяемых в ходе выполнения лабораторных работ.

Желаем удачи!

Лабораторная работа № 1 (3)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение основных закономерностей сухого трения и измерение коэффициента трения исследуемых материалов.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Трѐние — процесс взаимодействия тел при их относительном движении (смещении) либо при движении тела в газообразной или жидкой среде. Изучением процессов трения занимается раздел физики, который называется трибологией. Трение главным образом имеет электронную природу.

При относительном перемещении соприкасающихся тел или их отдельных частей возникают силы трения. Трение принято разделять на:

- *сухое*, когда взаимодействующие твёрдые тела не разделены никакими дополнительными слоями/смазками, в т.ч. и слоем твердой смазки. На практике этот случай встречается редко и характеризуется значительной величиной силы трения покоя;
- *граничное*, когда в области контакта могут содержаться слои и участки различной природы (окисные плѐнки, жидкость и так далее) — наиболее распространѐнный случай при трении скольжения.
- *смешанное*, когда область контакта содержит участки сухого и жидкостного трения.

Силы трения, направлены по касательной к трущимся поверхностям тел в сторону, как правило, противоположную направлению движения данного тела. Сила трения покоя возникает при попытке вызвать скольжение одного тела по поверхности другого. Рассмотрим два соприкасающихся тела 1 и 2 (рис. 1), причем тело 2 закреплено неподвижно. В направлении нормали к границе раздела поверхностей тело 1 действует на тело 2 с силой нормального давления \vec{F}_n . По третьему закону Ньютона, тело 2 действует на тело 1 в направлении, перпендикулярном к границе, с силой нормальной реакции опоры \vec{N} , равной по величине и противоположной по направлению силе \vec{F}_n .

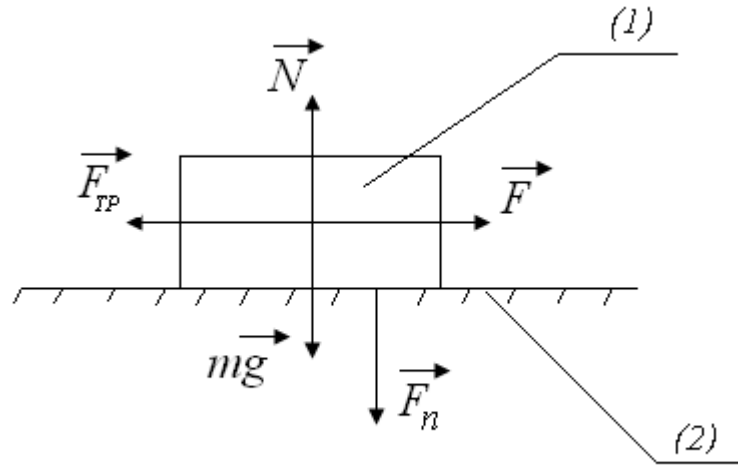


Рис. 1

Если к телу 1 приложить внешнюю силу \vec{F} , направленную параллельно поверхности соприкосновения, то при значениях этой силы, лежащих в пределах $0 < \vec{F} < \vec{F}_0$, тело 1 останется в покое, поскольку сила \vec{F} компенсируется силой трения покоя, возникающей между поверхностями соприкосновения данных тел. Максимальное значение силы трения покоя равно \vec{F}_0 . Если \vec{F} по модулю станет больше \vec{F}_0 , тело 1 начнет скользить по поверхности тела 2. В этом случае на тело 1 также продолжает действовать сила трения, которая называется теперь силой трения скольжения. Эта сила в общем случае зависит от скорости скольжения, причем вид такой зависимости определяется природой тел, а также шероховатостью и другими свойствами их поверхностей. На рис. 2а показан вид зависимости модуля F_{TP} силы трения от модуля внешней силы F .

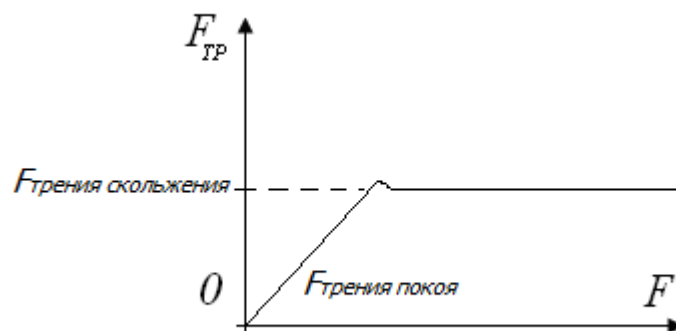


Рис. 2а

На рис. 2б приведен встречающийся обычно вид зависимости силы трения \vec{F}_{TP} от относительной скорости движения V .

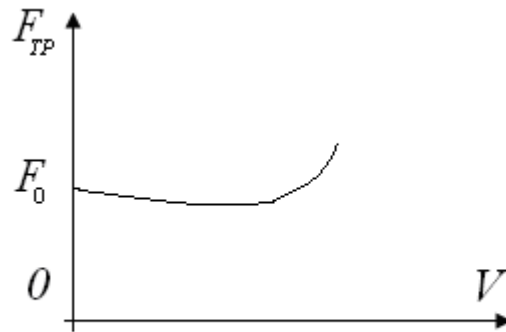


Рис 26

Для однородных пар твердых материалов или при специальной обработке соприкасающихся поверхностей сила трения скольжения практически не зависит от скорости и равна максимальной силе трения покоя.

Закон сухого трения был эмпирически, т.е. на основе эксперимента, сформулирован Амонтоном и Кулоном (закон Амонтона — Кулона) и заключается в следующем:

Сила трения скольжения и равная ей максимальная сила трения покоя:

- 1) не зависят от площади соприкосновения трущихся тел;
- 2) пропорциональны силе нормального давления;
- 3)

$$F_{\text{тр}} = kF_n . \quad (1)$$

Здесь безразмерный коэффициент пропорциональности k называется коэффициентом трения (соответственно покоя или скольжения). Значение коэффициента трения зависит от природы и степени обработки трущихся поверхностей. В случае скольжения коэффициент трения незначительно зависит от относительной скорости движения трущихся поверхностей. Однако для инженерных целей коэффициент трения в достаточно широких пределах можно считать не зависящим от скорости.

Для большинства пар материалов значение коэффициента трения k не превышает 1 и находится в диапазоне 0.1 — 0.5.

Если тело (например, цилиндр или шар) катится по некоторой поверхности, то возникают силы трения качения. Коэффициент трения качения значительно меньше коэффициента трения скольжения для аналогичных материалов.

Таблица 1

| При трении скольжения | | При трении качения | |
|---------------------------|-------------|-----------------------------------|-------------------|
| Материал | K | Материал | k |
| Сталь по стали | 0.12 - 0.17 | Железный обод по рельсу | $3 \cdot 10^{-5}$ |
| Металл по дереву | 0.4 – 0.6 | Резиновая шина по твердому дереву | $4 \cdot 10^{-3}$ |
| Сталь по льду | 0.3 | | |
| Резина по твердому грунту | 0.7 | | |
| Кожа по металлу | 0.6 | | |

Силы трения играют чрезвычайно большую роль в нашей жизни. В отсутствии сил трения было бы невозможно перемещение человека, животных, транспорта и т.п. по поверхности земли. Именно силы трения покоя, возникающие при ходьбе между подошвами и землей, позволяют человеку двигаться. Силы трения покоя используются в технике для передачи усилия от одних частей машины к другим (ременные передачи, ленточные транспортеры и т.п.), на явлениях трения основано скрепление деталей с помощью гвоздей и винтов.

Но во многих случаях трение играет отрицательную роль, вызывая торможение движения, поэтому приходится принимать меры для его ослабления.

В целях уменьшения сухого трения применяется:

- 1) смазка трущихся поверхностей; при этом трение уменьшается в среднем в 8-10 раз;
- 2) замена трения скольжения трением качения.

Так как трение возникает при всяком движении в земных условиях, то при расчете движений необходимо учитывать силы трения.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ

Коэффициент трения определяется на трибометре (рис. 3). Трибометр состоит из шлифованных полозьев 1 и 2, скользящего по ним бруса 3 из материалов, коэффициент трения скольжения для которых необходимо определить, блоков 4, вращающихся вокруг закрепленных осей, и нити 5 для подвеса держателя грузов 6. В работе применяют брус 3 с чугунной и пластмассовой поверхностями. Для фиксации бруса 3 в исходном положении служит стопор 7.

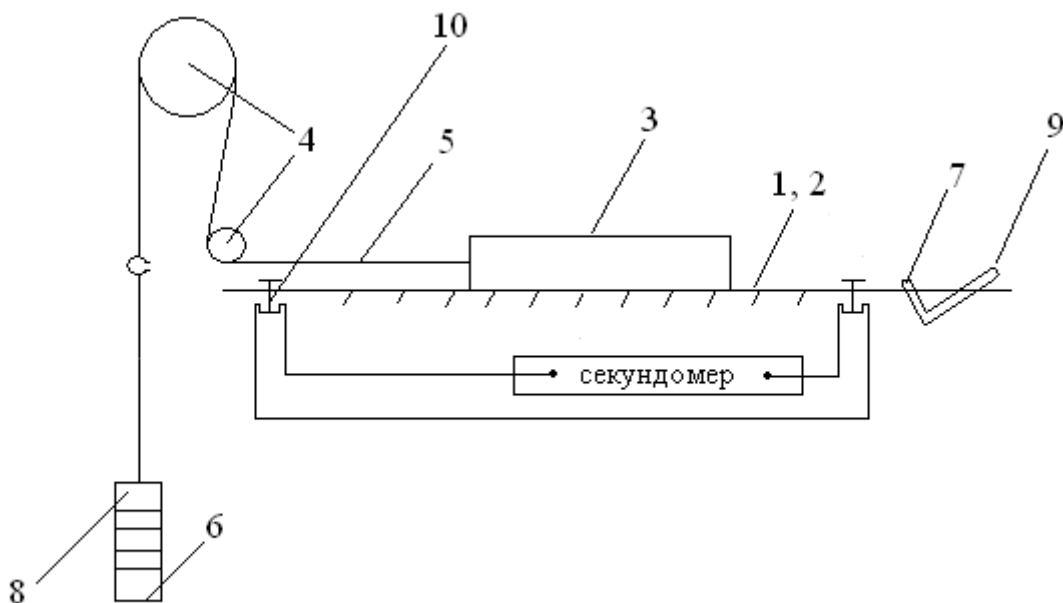


Рис. 3

На держатель 6 помещается груз 8, приводящий систему тел – брус и держатель с грузом – в равноускоренное движение.

Для вычисления силы трения воспользуемся уравнением равноускоренного поступательного движения. Рассмотрим силы, действующие на груз 3 и на держатель с грузом 6, см. рис. 4.

В проекциях на оси Ox и Oy уравнение движения груза имеет вид:

$$T - F_{\text{тр}} = ma, (2)$$

$$N = mg, (3)$$

где m – масса бруса, a – его ускорение, $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

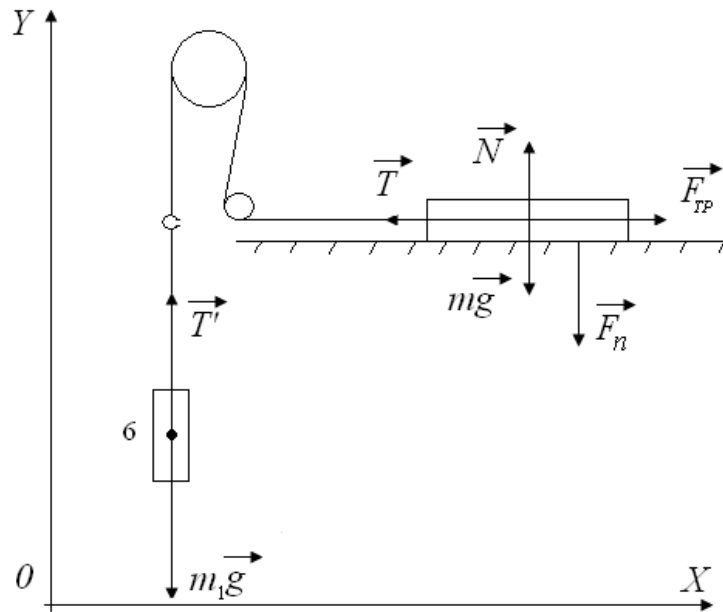


Рис.4

Уравнение движения держателя с грузом в проекциях на ось OY запишется в виде:

$$m_1 g - T' = m_1 a \quad (4)$$

где m_1 – масса держателя с грузом.

Пренебрегая трением при вращении блоков 4, а также их моментом инерции, на основании третьего закона Ньютона получаем, что $|\vec{T}'| = |\vec{T}|$. После решения системы уравнений (2) и (4) приходим к формуле:

$$F_{\text{ТР}} = m_1 g - (m + m_1) a \quad (5)$$

С учетом третьего закона Ньютона, сила нормального давления бруса на ползья по модулю равна силе нормальной реакции опоры со стороны ползьев:

$$F_n = N \quad (6)$$

С учетом (1), (3), (5) и (6) находим:

$$k = \frac{m_1 g - (m + m_1) a}{m g} \quad (7)$$

Ускорение бруса a определяем из формулы пути для равноускоренного движения:

$$S = \frac{at^2}{2}, \quad \text{откуда } a = \frac{2S}{t^2}, \quad (8)$$

где S – путь, пройденный брусом 3 при движении (измеряется масштабной линейкой), t – время, затраченное на прохождение этого пути (измеряется электронным секундомером). Из соотношений (7) и (8) получаем расчетную формулу для коэффициента трения:

$$k = \frac{m_1}{m} - \frac{(m+m_1)2S}{mgt^2}. \quad (9)$$

Запишем формулу для вычисления абсолютной и относительной погрешностей найденного коэффициента трения скольжения:

$$\Delta k = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta m_1}{m_1} \right) \frac{m_1}{m} + \left(\frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta(m+m_1)}{m+m_1} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + 2 \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \right) \frac{(m+m_1)2S}{mgt^2}, \quad (10)$$

$$\delta k = \frac{\Delta k}{k},$$

где $\langle t \rangle$ - среднее значение времени скольжения бруска для пяти измерений

$$\langle t \rangle = \frac{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5}{5}. \quad \text{Величина } \Delta t \text{ - это погрешность измерения времени. Значение } \Delta t \text{ вычисляется по формуле прямых многократных измерений: } \Delta t = \sigma_t t_\alpha.$$

Здесь среднее квадратичное отклонение

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{(t_1 - \langle t \rangle)^2 + (t_2 - \langle t \rangle)^2 + \dots + (t_n - \langle t \rangle)^2}{n(n-1)}}, \quad \text{где в данном случае число опытов}$$

$n = 5$. Величина t_α - коэффициент Стьюдента, соответствующий числу опытов n и выбранному значению доверительной вероятности α . Полагаем $\alpha = 0.90$ или $\alpha = 0.95$.

ПРИБОРЫ И МАТЕРИАЛЫ

1) Трибометр, 2) электронный секундомер, 3) масштабная линейка, 4) разновесы.

ЗАДАНИЕ

Определить на трибометре коэффициент трения скольжения для заданных материалов:

1) чугун по стали, 2) пластмасса по стали.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Тщательно протереть поверхности полозьев 1 и 2 и бруса 3 (осуществлять это перед каждым опытом во избежание нанесения на них материала бруса в ходе предшествующих экспериментов).
2. Брус 3 положить на полозья 1 и 2 той поверхностью, для материала которой определяют коэффициент трения. При этом нить 5 должна быть расположена параллельно направлению полозьев 1 и 2. (Проследить, чтобы нить не зажималась при вращении блоков 4.)

3. Включить в сеть тумблером «Вкл» секундомер.
4. Записать в таблицу массы груза и держателя.
5. Брус 3 поместить в крайнее положение и зафиксировать стопором 7. Проследить, чтобы при этом датчик электронного секундомера оказался бы прижатым бруском 3 с тем, чтобы секундомер не вел отсчет времени до момента начала движения бруса 3 по полозьям.
6. Тумблером «Сброс» установить секундомер на нулевое положение.
7. Рукояткой 9 освободить брус 3, включить тем самым секундомер и измерить время движения бруса. Секундомер включается автоматически при освобождении бруса. При этом автоматически замыкается электрическая цепь секундомера (разомкнутая при исходном фиксированном положении бруса 3). Отключается секундомер также автоматически с помощью концевого переключателя 10. Брус нажимает на выключатель и тем самым вызывает размыкание электрической цепи и отключение секундомера. Записать в таблицу 2 время прохождения бруса.
8. Измерение времени по пунктам 4 – 6 повторить 5 раз.
9. Поместить брус 3 на полозья 1 и 2 противоположной поверхностью (из другого материала) и повторить опыт по пунктам 5 – 8.
10. Измерить линейкой с точностью до 1 мм длину пути, который проходит брус 3 при движении по трибometру. Результат записать в таблицу.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Все результаты записать в таблицу 2 (масса m бруса 3 указана на его поверхности).
2. Определить среднее значение времени движения бруса $\langle t \rangle$ для каждого материала и записать результаты в таблицу.
3. По формуле (9) подсчитать коэффициент трения k , используя результаты измерения $\langle t \rangle$ для различных материалов.

Для одного из материалов бруса определите относительную δk и абсолютную Δk ошибки измерения коэффициента трения.

| | | | | | | | | | | |
|-------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| m (кг) | | | | | | | | | | |
| S (м) | | | | | | | | | | |
| Материал бруса | | | | | | | | | | |
| m_1 (кг) | | | | | | | | | | |
| № п/п | | | | | | | | | | |
| t (с) | | | | | | | | | | |
| $\langle t \rangle$ (с) | | | | | | | | | | |
| K | | | | | | | | | | |

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте законы сухого трения.
2. От чего зависит величина силы трения и как она направлена?
3. Как определяется сила трения и сила нормального давления в данной работе?
4. Каковы физические причины трения?
5. В чем заключается полезная и вредная роль сил трения?
6. Как с помощью проведения одной или нескольких линий на листе бумаги доказать экспериментально неконсервативность силы трения?
7. Может ли сила трения быть причиной возникновения движения и быть сонаправлена с направлением скорости?
8. Решите задачи № 2.28 и 2.31 из сборника задач В.С. Волькенштейн.
9. Построить график зависимости силы трения от величины силы тяги при перемещении мебельного шкафа массы m из одного угла комнаты в другой. Коэффициент трения равен k .
10. Вычислите, на сколько градусов нагреется брус в ходе одного из опытов. Удельная теплоемкость чугуна $C = 540 \text{ Дж/кг}$. При данном расчете брус считать целиком чугунным и полагать, что он получает половину тепла, выделяющегося в ходе опыта.
11. Определить, какой импульс передается бруску в ходе движения одним из опытов.
12. Определить, какой импульс передается бруску в ходе удара бруска о держатель в одном из опытов.
13. Воздействует ли на движение груза сила трения качения?
14. Что такое доверительная вероятность и доверительный интервал?

ЛИТЕРАТУРА

1. И.В. Савельев, Курс общей физики, т. I. – М., «Наука», 1993.
2. Б.М. Яворский и др., Курс общей физики, т. I. – М., «Высшая школа», 1987.

Лабораторная работа № 2 (12)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОМ УДАРЕ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение явления механического удара на примере экспериментального определения силы, возникающей при соударении металлического шара с массивной плитой.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

В процессе движения любого физического тела под действием приложенных к нему сил (F_1, F_2, \dots), изменяется его скорость \vec{v} и импульс $\vec{p} = m\vec{v}$. При этом, согласно второму закону Ньютона, **скорость изменения импульса равна равнодействующей силе**, т.е

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots \quad (1)$$

В случае, когда силы не меняются со временем, движение будет равноускоренным (при $\vec{F} = 0$ -равномерным), и импульс изменяется линейно. Если силы изменяются достаточно медленно, то импульс изменяется плавно.

Однако встречаются случаи, когда импульс тела значительно изменяется и за весьма малый промежуток времени. Это происходит при механическом ударе. Пусть Δt малый промежуток времени контакта соударяющихся тел. Тогда закон Ньютона (1) можно записать в виде

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \quad (1a)$$

Здесь \vec{F} – средняя сила удара (ниже будем называть просто сила удара), $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ – изменение импульса тела за время соударения. Произведение $\vec{F}\Delta t$ называют импульсом силы и формулируют второй закон Ньютона в виде: **изменение импульса тела равно импульсу силы**.

Согласно формуле (1a), вследствие малости времени соударения, сила удара может быть весьма значительной и ее величина обычно существенно больше других сил (например, сил трения) действующих на тело в это время. В связи с этим, систему соударяющихся тел часто (но не всегда) можно считать замкнутой, и для нахождения скоростей после соударения применять закон сохранения импульса.

Последний представляет собой важнейший закон механики, согласно которому, **в замкнутой системе векторная сумма импульсов всех тел не изменяется при любых взаимодействиях**

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = const \quad (2)$$

(здесь $\vec{p}_i = m\vec{v}_i$, n - число взаимодействующих тел). Замкнутой системой называется такая система, где нет внешних сил или они взаимно уравновешены. В частности, при соударении двух тел, формула (2) примет вид

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

Где \vec{v}_1, \vec{v}_2 – скорости тел до удара, а \vec{u}_1, \vec{u}_2 – после удара.

Другим фундаментальным законом механики, необходимым при исследовании механического удара, является закон сохранения механической энергии. Механической энергией называется сумма кинетической и потенциальной энергий. **Механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные (потенциальные) силы остается постоянной.**

Потенциальными силами являются такие, для которых существует своя форма потенциальной энергии; при этом **работа этих сил равна убыли соответствующей потенциальной энергии:**

$$A_{\text{пот}} = -\Delta U_{\text{пот}} \quad (3)$$

Поскольку изменение потенциальной энергии при перемещении тела определяется только координатами начальной и конечной точки, из формулы (3) очевидно, что работа таких сил не зависит формы траектории по которой перемещается тело. Очевидно также, что на замкнутой траектории эта работа равна нулю. Из знакомых Вам сил, консервативными являются гравитационная сила (сила тяготения), сила упругости, кулоновская сила. Любые виды сил трения таковыми не являются, и при наличии трения механическая энергия не сохраняется.

Что же происходит с соударяющимися телами в течение короткого промежутка времени физического контакта? Ударное взаимодействие тел в общем случае состоит из двух этапов: во время первого центры масс тел сближаются и происходит деформация соприкасающихся поверхностей (тела как-бы вминаются друг в друга). При этом контактная сила возрастает и уменьшает относительную скорость сближения. Величина силы зависит от степени деформации и твердости материалов тел (т.е. от модуля Юнга). Сама же деформация зависит от величины и направлений импульсов соударяющихся тел. На втором этапе идет обратный процесс: сила взаимодействия «расталкивает» тела и, в зависимости от упругости материалов тел, в той или иной степени восстанавливает первоначальную форму соприкасающихся поверхностей.

Возникающие при ударе реальных тел контактные силы не являются чисто упругими (т.е. такими, для которых справедлив закон Гука)

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta x \quad (4)$$

где k - коэффициент жесткости, Δx - величина деформации. Сила упругости (4) является консервативной: ей соответствует потенциальная энергия упругой деформации

$$E_{\text{упр}} = k(\Delta x)^2 / 2 \quad (5)$$

Если бы реальные ударные силы были чисто упругими, то в процессе контакта кинетическая энергия тел сначала превращалась бы в энергию $E_{\text{упр}}$, а затем $F_{\text{упр}}$, оттолкнув тела, полностью восстановила бы их кинетическую энергию и первоначальную форму поверхностей. При реальном ударе деформация поверхностей восстанавливается не полностью, и та или иная часть кинетической энергии тел переходит во внутреннюю энергию (тела нагреваются).

В случае когда потери кинетической энергии соударяющихся тел оказываются пренебрежимо малыми, удар называется **абсолютно упругим**. При этом для нахождения скоростей тел после удара можно использовать **закон сохранения механической энергии**. Близким к абсолютно упругому удару является соударение достаточно жестких тел, например, стальных шаров.

Другим предельным случаем соударения является **абсолютно неупругий удар**, при котором контактные силы не в состоянии оттолкнуть тело. После контакта тела движутся вместе или остаются в состоянии покоя (при этом ударное взаимодействие заканчивается одним первым этапом). Это, например, удар пули, застревающей в физическом теле, соударение сцепляемых железнодорожных вагонов и т.п. При таком ударе потери кинетической энергии максимальны, а их конкретная величина зависит от отношения масс соударяющихся тел.

Теперь рассмотрим модель установки, используемой в настоящей лабораторной работе (см. рис.1).

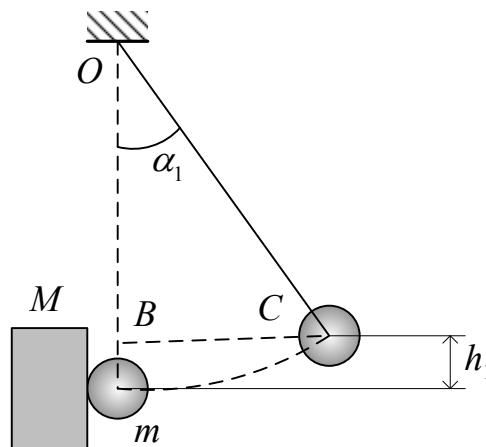


Рис. 1

В точке O на невесомой и неподвижной нити длиной l подвешен шар массой m , который находится в положении равновесия, и соприкасается с массивной плитой массы M ($M \gg m$). Шар, отведенный от положения равновесия на угол α_1 , обладает потенциальной энергией

$$E_p = mgh_1 \quad (6)$$

где h_1 - высота подъема шара, зависящая от угла отклонения. Из треугольника OBC видно, что $\cos \alpha_1 = (l - h_1)/l$, откуда находим

$$h_1 = l(1 - \cos \alpha_1) = 2l \sin^2 \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) \quad (7)$$

Нить, на которой подвешен шар, можно считать нерастяжимой и невесомой, и для нахождения скорости в момент удара применить закон сохранения механической энергии, записав его в виде

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh_1$$

Отсюда, с учетом (7), получим

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \sin \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) \quad (8)$$

После удара шар отскочит на некоторый угол α_2 , меньший чем α_1 , но ясно, что скорость после удара v_2 связана с углом α_2 такой же формулой (с заменой индексов 1 на 2). Следовательно, измеряя эти углы, можно найти скорость шара непосредственно до и после соударения.

Для определения силы удара используем второй закон Ньютона (1а), записав его в виде

$$\vec{F} = \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t},$$

где \vec{v}_1, \vec{v}_2 скорости тела, соответственно, до и после удара, а Δt - время соударения. Эти скорости направлены в противоположные стороны (см. рис.2)

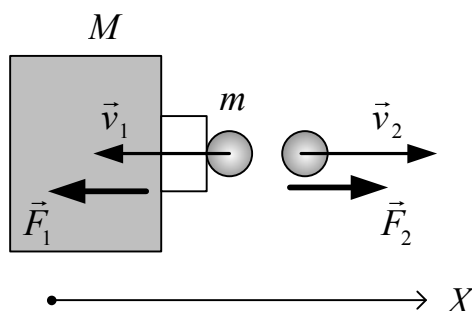


Рис. 2

Поэтому, проецируя на ось x , получим следующую формулу для нахождения силы удара,

$$F\Delta t = m(v_2 - (-v_1)) = m(v_2 + v_1)$$

или

$$F = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} \quad (9)$$

СХЕМА УСТАНОВКИ И МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ

На рис. 3 показана схема лабораторной установки, используемой для исследования особенностей механического удара.

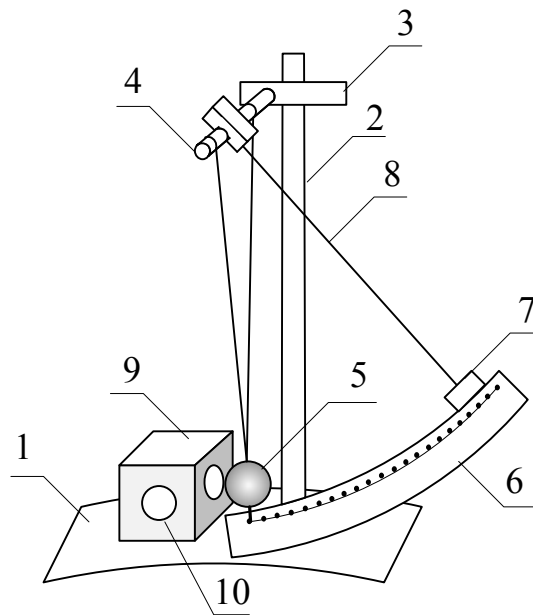


Рис. 3

На массивном основании (1) расположена стойка (2) с кронштейном (3), с помощью которого закрепляется ось (4), предназначенная для подвеса стального шара (5). Шар можно отводить от положения равновесия на угол до 50° , отсчитываемый от вертикали по шкале (6). Для фиксации шара используются электромагнит (7), закрепленный на подвижной штанге (8). На основании (1) установлен массивный куб (9) с тремя образцами различных металлов в виде круглых пластин (10), жестко закрепленных на гранях. Куб можно поворачивать вокруг оси, меняя тем самым материал с которым соударяется шар.

Для изменения малого промежутка времени удара служит электрическая схема, приведенная на рис. 4.

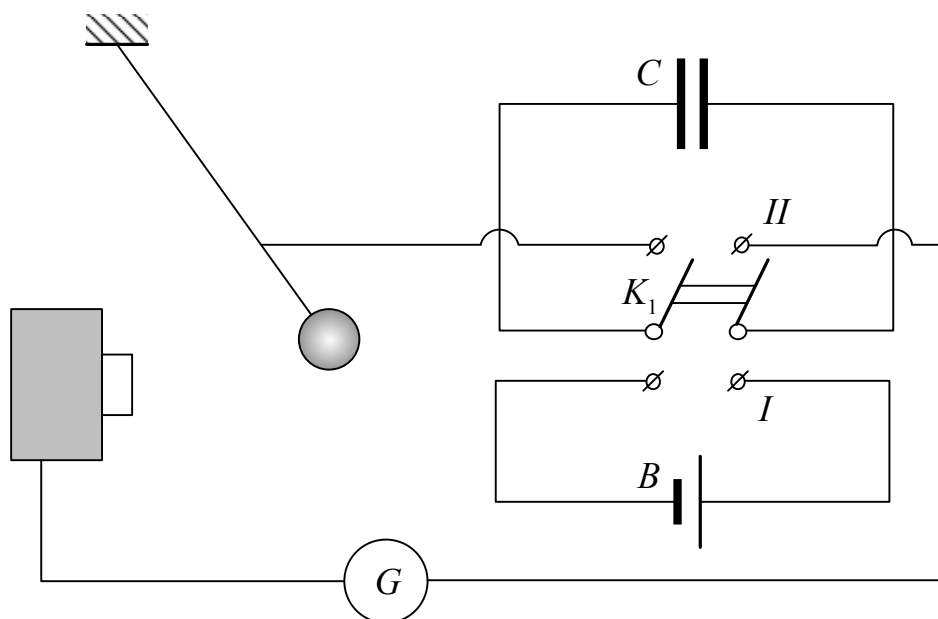


Рис.4

Идея измерения следующая: имеется заряженный конденсатор C , который в момент контакта с образцом частично разряжается, а включенный последовательно с ним гальванометр G измеряет заряд, который успевает пройти за время удара. В положении I переключается K_1 (ЗАРЯДКА) конденсатор заряжается, а в положении II (ИЗМЕРЕНИЕ) – разряжается через гальванометр. Как показано ниже, этот заряд Δq можно считать прямо пропорциональным времени контакта Δt . При этом максимальное отклонение n (число делений) стрелки гальванометра связано с зарядом соотношением

$$\Delta q = \delta n$$

где δ – цена деления (величина, численно равная заряду, при прохождении которого гальванометр покажет одно деление).

Предположим, что конденсатор C заряжен до напряжения U_0 . Величина заряда на его обкладках определяется выражением

$$q_0 = CU_0$$

При замыкании конденсатора на сопротивление R , его заряд, за время Δt уменьшается по закону

$$q = q_0 e^{-\frac{\Delta t}{RC}} \quad (10)$$

(В нашем случае R – сопротивление гальванометра).

Следовательно, согласно (10), за время Δt , через гальванометр пройдет заряд

$$\Delta q = q_0 - q_{\Delta t} = q_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{RC}}\right) = cU_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{RC}}\right)$$

Поскольку время контакта Δt много меньше времени разрядки конденсатора $\tau = RC$, в последнем выражении, используя приближенное разложение экспоненты

$$e^x \approx 1 + x \quad \text{при } x \ll 1$$

можно получить соотношение

$$\Delta q \approx \frac{cU_0\Delta t}{RC}$$

И окончательно получим следующую формулу для времени контакта

$$\Delta t = \frac{R\delta n}{U_0} \quad (11)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Ознакомьтесь с назначением каждого прибора, входящего в состав экспериментальной установки (при этом ключи должны быть в разомкнутом виде)
2. Включите в сеть блок питания и убедитесь в том, что стрелочный указатель гальванометра находится на нулевой отметке шкалы. Включите тумблер электрической цепи, расположенный на лицевой стороне блока питания. Установите напряжение питания электромагнита 10В. Подведите шар к электромагниту и включите электромагнит с помощью тумблера K_2 , расположенного на основании установки (на рис.1 не указан). С помощью стопорного винта закрепите электромагнит (7) с таким расчетом, чтобы указатель удерживаемого им шара (5) находился под углом α_1 , например 45 градусов. Куб должен быть ориентирован так, чтобы одна из его граней, например «СТАЛЬ», была расположена перпендикулярно направлению удара.
При этом ключ K_1 должен находиться в положении «зарядка».
3. Переключите ключ K_1 в положение «измерение».
4. Разомкните цепь электромагнита выключателем K_2 . При этом шар освободится и, падая, ударится о плиту. В момент контакта гальванометр покажет заряд, прошедший по цепи. Максимальное отклонение стрелки (в делениях) n занести в таблицу измерений. Зафиксируйте и занесите в таблицу угол отклонения шара после удара α_2 .
5. Верните переключатель K_1 в положение «зарядка» и повторите опыт три раза. Для расчета возьмите среднее значение измеряемых величин n и α_2 .

Таблица 1

| Образец | α_1 | α_2 | n_1 | Δt_1 | F_1 | α_1 | α_2 | n_1 | Δt_1 | F_1 |
|----------------------------|------------|------------|-------|--------------|-------|------------|------------|-------|--------------|-------|
| «СТАЛЬ» | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Среднее значение | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| «АЛЮМИНИЙ» или «ЛАТУНЬ» | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Среднее значение | | | | | | | | | | |

6. Поверните куб (9) вокруг своей оси так, чтобы он повернулся другой своей гранью перпендикулярно направлению удара (т.е. с образцом «АЛЮМИНИЙ» или «ЛАТУНЬ») и повторите действия указанные в пункте 4-5.
7. Измените положение электромагнита, укрепив его на угол $\alpha_1 = 25-30^\circ$ и снова повторите все действия, которые были проделаны для первого положения образца.

Пользуясь формулой (11), определите времена соударения шара с образцами исследуемых материалов. При этом в качестве цены деления гальванометра, сопротивления его цепи и напряжения при котором заряжается конденсатор следует брать величины, указанные в таблице помещенной на столе, где расположена лабораторная установка ($\delta=10^{-6}$ Кл/дел, $R=670$ Ом, $U=10$ В)

8. Для каждого из образцов определите силу удара с помощью формулы (9). При проведении расчетов следует принимать массу шара $m=260$ г, длину нити $l=52$ см. Все полученные данные занесите в таблицу 1.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется механическим ударом?
2. Второй закон Ньютона в виде $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ и $\vec{F} = m\vec{a}$, где \vec{F} - равнодействующая сила. Какая из этих формул более общая? При каком условии они совпадают?

3. Сформулируйте закон сохранения импульса. Справедлив ли он при соударении шарика с плитой в настоящей лабораторной установке?
4. Сформулируйте закон сохранения механической энергии. Справедлив ли он при соударении шарика с плитой в настоящей лабораторной установке?
5. Соударяются два тела. В каком случае сила удара наибольшая: (а) абсолютно неупругий удар; (б) – реальный удар; (в)- абсолютно упругий удар. (Масса тел и скорости до удара полагаем одинаковыми). В каком случае потеря кинетической энергии будет наибольшей?
6. Движущийся шар массы m абсолютно не упруго соударяется с неподвижным шаром массы M . Найдите долю потерянной при этом кинетической энергии.
7. При движении шарика в данной установке на него кроме силы тяжести действует сила натяжения нити, следовательно, система шарик-Земля является незамкнутой. Почему же мы имеем право на стадии полета шарика использовать закон сохранения механической энергии?
8. Из каких составляющих складывалась бы потенциальная энергия, если нить заменить пружиной?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, ч.1, М.: Наука, 1987, 432с.
2. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики, ч.1, М.: Наука, 1972, 352с.
3. Яворский Б.М., Селезнев Ю.А. Справочное руководство по физике, М.: Наука, 1989, 576с.
4. Яворский Б.М., Пинский А.А. основы физики, ч.1, М.: 1974, 496с.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики, М.: Наука, 1990, 397 с.

Лабораторная работа № 3 (6)

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУПРУГОГО МЕХАНИЧЕСКОГО УДАРА

Одним из типов фундаментов под строительными сооружениями является фундамент на сваях. В процессе изготовления такого фундамента, направление и забивка свай в грунт на большую глубину осуществляется при помощи специальной строительной машины - копра. При этом глубина погружения сваи зависит как от механических свойств грунта, так и от величины ударной силы, определяемой параметрами копра. **ЦЕЛЬ НАСТОЯЩЕЙ РАБОТЫ** заключается в определении эффективности удара при забивке свай с помощью лабораторной и компьютерной моделей копра. При исследовании полагается, что удар молота о сваю неупругий.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Явление механического удара довольно часто встречается в технике; в одних случаях оно является нежелательным, в других - используется для практических целей.

Нежелательные систематически повторяющиеся удары иногда возникают из-за особенностей или несовершенстве конструкции, например, вследствие зазоров в кинематических парах машин, наличия рельсовых стыков на железнодорожных путях, и т.д. Явление удара часто встречается в обыденных ситуациях. В качестве примера можно привести удары вибрирующего молоточка электрического звонка; щелчки при срабатывании выключателя электрического освещения; удары, наносимые металлическими буквами пишущей машинки и т.д.

Целенаправленно удар используется в различных технологических процессах (дробление хрупких тел,ковка, штамповка и обрубка металлов и т.п.), поскольку относительно легко вызывает эффекты, труднодостижимые другими, безударными способами. В качестве примера целенаправленного применения удара можно привести забивку свай с помощью копра, упрощенная модель которого исследуется в настоящей лабораторной работе.

Несмотря на внешнее разнообразие ударных явлений, все они имеют типичные общие черты:

- скоротечность процесса, за малое время которого происходят сильные изменения скоростей, но малые изменения координат взаимодействующих тел;
- возникновение, а затем исчезновение ударных сил.

В курсе механики формулируется следующее определение, согласно которо-

му удар - это явление, при котором за относительно малый промежуток времени, скорости точек, движущихся относительно друг друга тел, изменяются на конечную величину.

При соударении двух (или более) тел, в месте их соприкосновения (контакта) возникают смещения, а в телах возникают деформации, обусловленные этими смещениями. В дальнейшем, деформированное состояние полностью или частично восстанавливается. В зависимости от степени восстановления формы соударяющихся тел удары принято разделять на неупругие, когда деформация тел при их соударении является необратимой и деформированное состояние одного из тел не восстанавливается; упругие, если деформированное состояние восстанавливается полностью, и частично упругие, если деформированное состояние восстанавливается частично.

В настоящей работе полагается, что удар молота о сваю абсолютно неупругий. Что же касается реальных соударений, то оно всегда сопровождается и упругой (обратимой), и неупругой (необратимой) деформациями. Из-за наличия необратимой (пластической) деформации, величина которой зависит от свойств материалов соударяющихся тел (сталь, медь, пластмасса и т.д.), большая или меньшая часть механической энергии переходит в тепло, т.е. имеет место частичная потеря механической энергии. Следует отметить, что при этом суммарный импульс системы соударяющихся тел можно считать сохраняющимся.

С целью пояснения сказанного, сделаем оценку потери механической энергии системы, состоящей из двух соударяющихся шаров C_1 и C_2 . Предположим, что эти шары движутся вдоль оси X со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 . Для определенности шар C_2 будем называть ударяемым телом, а шар C_1 – ударяющим. Будем считать, что шары движутся либо навстречу друг другу, либо шар C_1 догоняет шар C_2 . Будем также предполагать, что в обоих случаях выполняется соотношение $|\vec{v}_1| > |\vec{v}_2|$.

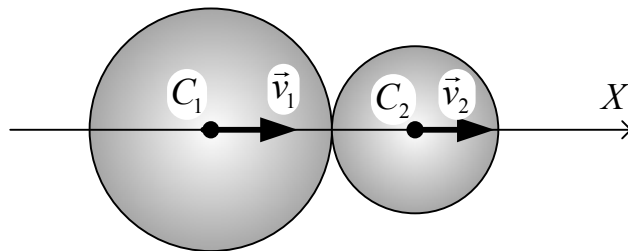


Рис. 1

В некоторый момент времени произойдет столкновение этих тел, т.е. удар. На рис.1, изображено положение этих шаров в момент удара. Удар, происходящий при этих условиях, называется прямым, центральным. При таком ударе, потеря системой кинетической энергии ΔW , переходящей, в основном, в тепло, будет равна разности энергий W_1 и W_2 системы до и после удара, соответственно. Для определенности, ограничимся рассмотрением случая абсолютно неупругого удара, после которого шары “слипаются” и движутся как одно целое с некоторой скоростью U . Тогда

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)U^2}{2} \quad (1)$$

где m_1 и m_2 - массы шаров C_1 и C_2 . Скорость U движения "слипшихся" после удара шаров легко вычисляется, исходя из закона сохранения импульса:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)U$$

Откуда

$$U = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

Подставляя в (1) значение U из (2), получим:

$$\Delta W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2$$

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно ($v_2 = 0$), то

$$U = \frac{1}{1+k} v_1, \quad \text{где } k = \frac{m_2}{m_1}$$

и выражение для потери кинетической энергии принимает следующий вид

$$\Delta W = \frac{1}{1+k} \cdot \frac{m_2 v_1^2}{2}$$

Из этого выражения видно, что доля энергии, теряемой при ударе, в значительной мере зависит от соотношения масс соударяющихся тел. Рассмотрим конкретный пример - работу копра. Предварительно отметим, что вопрос об оценке эффективности удара обычно возникает при использовании последнего в определенных технологических целях. В настоящей работе, в качестве меры такой эффективности естественно рассматривать отношение глубины погружения сваи к высоте подъема молота. Можно также определить коэффициент полезного действия установки как отношение полезной работы к работе затраченной. При этом затраченная работа определяется потенциальной энергией падающего молота. Полезная работа в данном случае считается равной, по абсолютной величине, работе силы сопротивления "грунта" при погружении в него сваи.

Итак, допустим, что в результате ударов молота массы m_1 падающего с высоты H , в грунт погружается свая массой m_2 . Определим глубину ее погружения, используя закон сохранения механической энергии (З.С.Э.), импульса (З.С.И.), а также закон изменения механической энергии.

Работа силы сопротивления грунта равна изменению полной механической энергии системы (свая-молот), т.е.:

$$A = \Delta E = W - W_0 \quad (3)$$

Поскольку, согласно принятым условиям, $W = 0$, то:

$$A = -W_0$$

С другой стороны, работа силы сопротивления грунта

$$A = -Fs \quad (4)$$

где F - средняя сила сопротивления грунта; s - глубина погружения сваи при каждом ударе молота.

Начальная механическая энергия будет равна сумме кинетической и потенциальной энергии системы (свая-молот) сразу после соударения, т.е.:

$$W_0 = (m_1 + m_2)gs + \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{2} \quad (5)$$

где v_2 - скорость рассматриваемой системы после удара. Используя (З.С.И.) для неупругого соударения, а также (З.С.Э.) для молота, падающего с высоты H , можно получить выражение

$$P^2 = P_1^2 = 2m_1^2gH$$

где P, P_1 - импульс системы (свая-молот) после соударения и импульс молота до соударения, соответственно. Приравнявая полную механическую энергию рассматриваемой системы после удара работе силы сопротивления грунта (т.е. подставляя (4),(5),(6) в уравнение (3)), получим следующее выражение для глубины погружения сваи:

$$S = \frac{H_1}{f - k - 1}$$

$$\text{где} \quad H_1 = \frac{H}{k+1}; \quad f = \frac{F}{m_1g} \quad (7)$$

Это выражение подтверждает зависимость глубины погружения сваи от соотношения между ее массой и массой молота.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Общий вид лабораторной модели копра для изучения процесса забивания свай представлен на рис. 2а. Основание установки состоит из верхней (1) и нижней (2) горизонтальных плит, скрепленных между собой четырьмя стойками (3), выполняющими также роль вертикальных опор.

Модель забиваемой сваи, представляющая собой тело цилиндрической формы (4), устанавливается вертикально, проходя через соосные отверстия (на рисунке не видны) в плитах.

Между верхней и нижней плитами располагаются два массивных бруска (5). На бруски, через специальное нажимное устройство (6), оказывается воздействие, ре-

зультатом которого является сжатие сваи, В установке предусмотрена возможность регулирования величины силы этого воздействия с помощью привода нажимного устройства (7). Так, поворотом ручки привода (7), может быть установлено определенное значение воздействующей силы (в ньютонах) нажимного устройства (6) на сжимающие сваю бруски (5) путем совмещения риски-указателя с соответствующим значением, нанесенным на круговой шкале: 203.5; 213.4; 240.5; 277.5; 314.5; 341.5; 351.5. Это позволяет имитировать различные силы сопротивления, действующие на модель сваи при забивке в “грунты“ с различными прочностными свойствами.

Забивка сваи осуществляется с помощью молота (8) свободно перемещающегося под действием силы тяжести по направляющей штанге (9), с предварительно заданной высоты. Установка молота на этой высоте выполняется с помощью фиксатора (10), общий вид которого представлен на рис.2б.

Фиксатор состоит из двух половин (13), стягиваемых винтом (14). Поэтому для его закрепления на заданной высоте, следует ослабить этот винт с помощью рукоятки (15), аккуратно переместить фиксатор на требуемую высоту и зафиксировать новое положение на направляющей штанге слегка затянув винт (14). Для установки молота следует предварительно слегка нажать на рычаг (16) вниз, поднять молот вверх до упора, придерживая его за горизонтальную ручку, выходящую через продольную прорезь в направляющей штанге и зафиксировать его положение отпустив рычаг (16). Для того чтобы произвести удар по забиваемой свае, следует вновь нажать на рычаг (16). Определение высоты падения молота, а также глубины погружения сваи после каждого очередного удара осуществляется с помощью двух измерительных линеек, которыми оснащена штанга (9): большой (17) и малой (на рисунках не показана), предназначенных для грубой и точной оценок измеряемой высоты падения молота. Выдвижение сваи на изначальный уровень, после ее полного погружения, с целью продолжения исследований, осуществляется с помощью рычага (11) путем нажатия на его рукоятку вниз до упора. С этой целью, рычаг предварительно освобождается от фиксирующего крюка (12), а с помощью привода (7) устанавливается минимальная сила сжатия сваи.

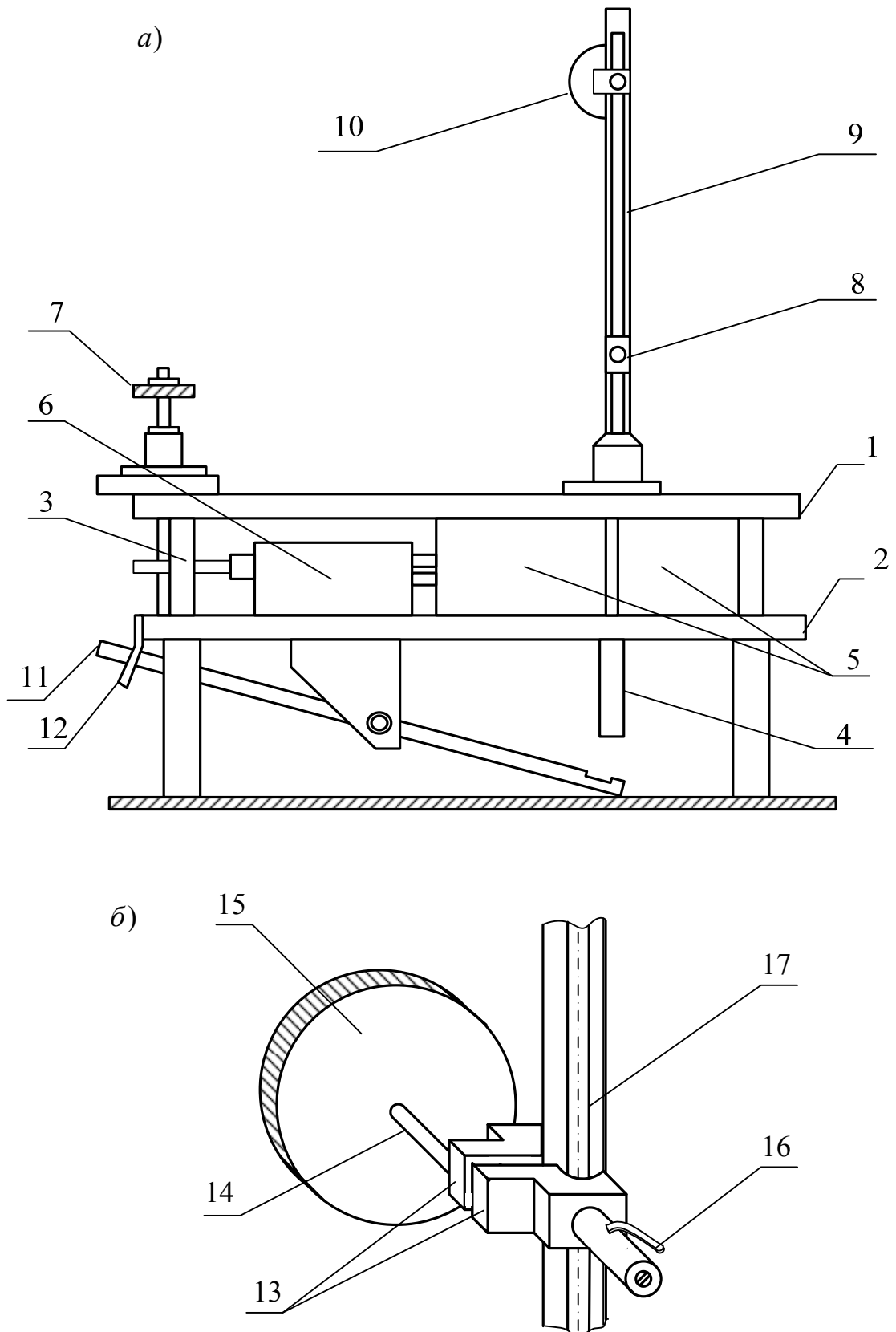


Рис. 2

Расчет средней, за время удара, силы сопротивления "грунта", при забивании сваи, соответствующей установленному с помощью привода (7) значению силы воздействия на сваю со стороны нажимного устройства, может быть выполнен ис-

ходя из простых рассуждений.

Из рис.3а видно, что бруски сжимающие сваю изготовлены таким образом, что их торцы, осуществляющие непосредственный контакт, имеют профили трапецеидального сечения. Угол α при вершине трапеции составляют приблизительно 28.7°

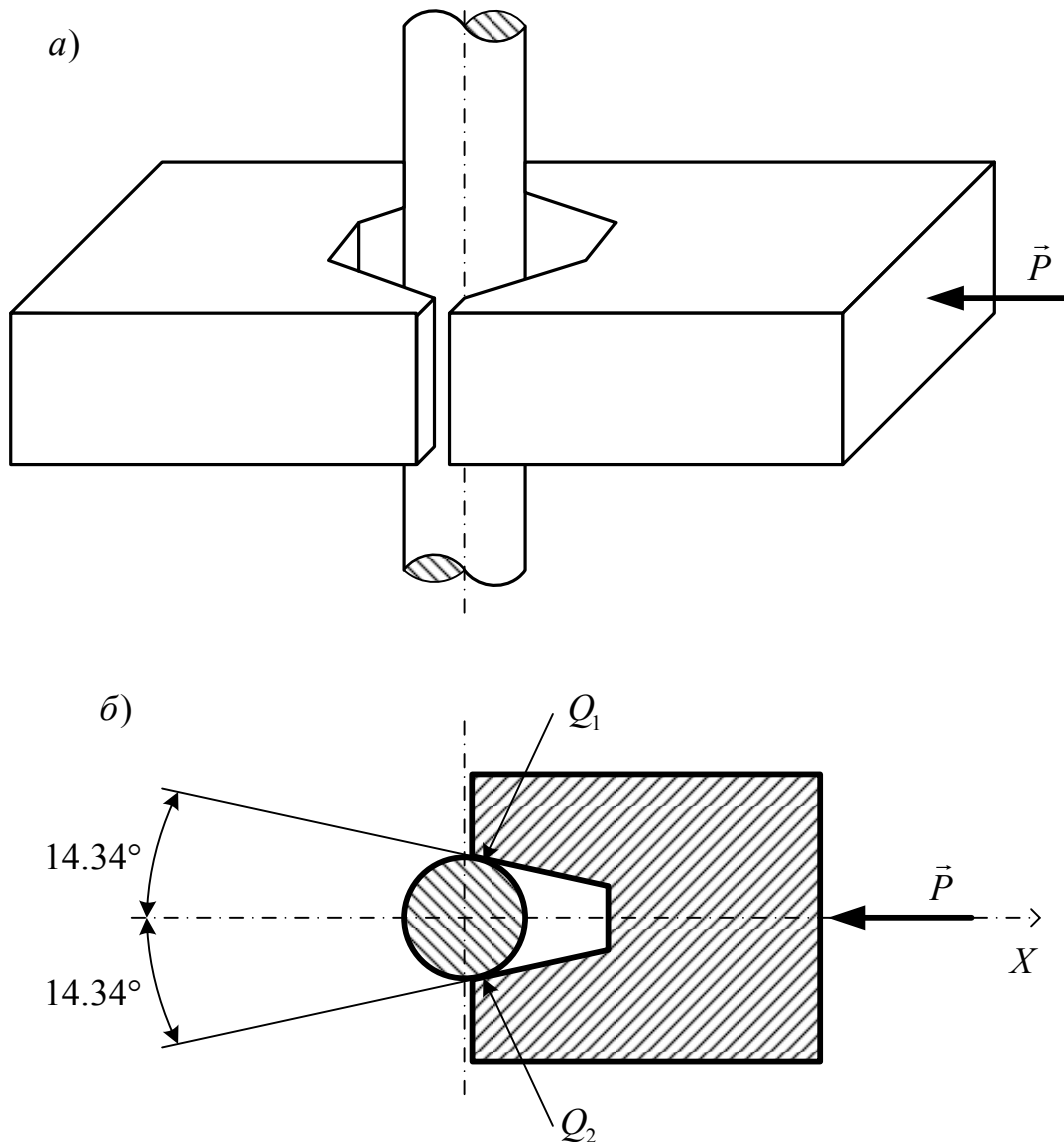


Рис. 3

Из рис.3б, где для упрощения изображено горизонтальное сечение сваи и только одного сжимающего бруска, видно, что силы, с которыми грани бруска воздействуют на сваю, будут равны по модулю, т.к. рассматриваемая система свая-брус симметрична относительно оси X . С другой стороны, эти силы (Q_1, Q_2) будут равны по модулю и противоположно направлены силам, с которыми свая оказывает воздействие на брус. Учитывая последнее обстоятельство, составим уравнение равновесия бруска представленного на рис. 3б, спроектировав все действующие на него силы на выбранную ось X :

$$2Q \sin \frac{\alpha}{2} - P = 0$$

Откуда

$$Q = \frac{P}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$$

где P — сила воздействия на брус со стороны нажимного устройства (устанавливается ручкой привода нажимного устройства (7) (см. рис.2а)). Учитывая также то обстоятельство, что оба бруска воздействуют на сваю с силой $4Q$, запишем выражение для силы трения действующей на сваю при сдвиге

$$F_{\text{тр}} = 4Qk = \frac{2kP}{\sin \alpha/2}$$

где k - коэффициент трения сваи о контактирующую с ней поверхность бруса. Для расчета принимаем $k=0.1$ (сталь по стали) проведя соответствующие вычисления получаем

$$F_{\text{тр}} = 0,8P \quad (8)$$

Считаем, что эта сила равна средней силе сопротивления "грунта" $\langle F \rangle$ действующей на сваю в процессе удара.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ

Работа состоит из двух частей:

Первая часть экспериментальная, с использованием представленной лабораторной установки (см. рис.2).

Вторая часть представляет собой компьютерное моделирование процесса забивания строительной сваи в грунт.

Часть I.

1. Поворачивая ручку (7)(см. рис.2а), привода нажимного устройства, установить риску-указатель против наименьшего из значений, нанесенных на круговой шкале, т.е. на $P= 203.5$ Н, установив тем самым минимальную силу сжатия сваи.
2. С помощью рукоятки (11) выдвинуть сваю (4) на максимальную высоту

$h_0=0.37$ м, (т.е. так чтобы ее верхний край находился на отметке 37 мм.), предварительно освободив рукоятку (11) от фиксирующего крюка (12)

3. По указанию преподавателя, установить с помощью ручки привода (7) определенное значение силы воздействия нажимного устройства (5) на сжимающие сваю бруски (5), совместив риску-указатель с соответствующим значением силы P_1 .

4. С помощью фиксатора (10) (рис.2а) установить молот на максимальную высоту (т.е. так чтобы его нижний край соответствовал, по линейке, значению $h_1=0.020$ м) и вычислить высоту подъема молота: $H = (h-h_0)$.

5. Произвести удар молотом по свае, нажав на рычаг (15) фиксатора; с помощью линейек определить высоту верхнего края сваи после удара h_1 и выполнить следующие вычисления:

- глубины погружения сваи в результате удара: $s = (h_0 - h_1)$;

- средней силы сопротивления "грунта" соответствующей установленной силе P_1 (с помощью соотношения (8)).

Полученные результаты занести в таблицу 1.

Таблица 1

| Сила воздействия нажимного устройства $P, Н$ | Высота нижнего края поднятого молота $H, м$ | Высота верхнего края сваи | | Глубина погружения сваи $S=(h_1-h_2), м$ | Высота подъема молота $H=(h-h_0), м$ | Средняя сила сопротивления грунта $\langle F \rangle, Н$ |
|--|---|---------------------------|----------------------|--|--------------------------------------|--|
| | | До удара $h_0, м$ | После удара $h_1, м$ | | | |
| | | | | | | |

6. Установить с помощью ручки (7) (см. рис.2а) минимальную силу сжатия сваи, совмещая риску-указатель с наименьшим значением силы P нанесенным на круговой шкале (т.е. со значением 203.5 Н; см.П.1)¹. После этого, выдвинув сваи рукояткой (11) на максимальную высоту (см. П.2) и снова установить риску-указатель на прежнее значение силы P_1 .

7. Уменьшить установленную ранее высоту h (см.П.4) на 5 см, для чего ослабить винт (15) и переместить фиксатор (10) вниз так, чтобы нижний край закрепленного в нем молота соответствовал отметке $h = 0.77$ м.

8. Произвести удар молотом по свае, после чего выполнить измерения и вычисления аналогичным образом тому, как указано в П.5 .

9. Выполнить по П.5 измерения и соответствующие вычисления не менее 6 раз, изменяя перед каждым очередным замером высоту h на 5 см, т.е. устанавливая ее равной, соответственно : 0.82; 0.77; 0.72; 0.67; 0.62; 0.57 м. Полученные результаты занести в таблицу 1.

10. По указанию преподавателя, установить с помощью ручки привода (7) другое значение силы воздействия нажимного устройства (6) P_2 . После этого, вновь проде-

¹Устанавливать минимальную силу сжатия следует КАЖДЫЙ РАЗ перед очередным выдвиганием сваи на начальную высоту

вать всю работу начиная с П.4 настоящего задания. Полученные результаты занести в таблицу.

11. Построить графики зависимости глубины погружения сваи S от высоты подъема молота H , соответственно для двух значений силы сопротивления грунта. P_1, P_2

Часть II. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Компьютерное моделирование процесса забивания свай осуществляется в сделанных выше предположениях (абсолютно неупругий удар, справедливость закона сохранения импульса в процессе удара). Компьютерные мультипликации и соответствующие цифровые данные на дисплее рассчитаны на основании формул ((3)-(7)), приведенных в теоретическом введении. Последнее, в сокращенном виде, также можно видеть на дисплее.

Настоящая часть работы осуществляется в постоянном диалоге с компьютером, согласно предложениям или альтернативам, появляющимся на экране. При работе будьте предельно внимательны; перед тем, как ввести (клавиша "BK") те или иные данные, убедитесь в правильности их на дисплее.

Работа начинается с короткого теоретического ДОПУСКА, вопросы которого с вариантами ответов Вы увидите на экране. Вводите цифру, соответствующую правильному ответу и следите за реакцией компьютера. При успешной сдаче допуска Вы получите личный пароль, позволяющий продолжить работу. Если попытка не удалась, то нужно обратиться к преподавателю (или уступить место за дисплеем другому студенту).

Ваши имя и фамилию вводите аккуратно (но лучше сократить до 9-6 букв); правильная запись нужна для корректного диалога и Вашего отчета по выполнению работы.

При выборе ШАГОВОГО или АВТОМАТИЧЕСКОГО режима работы начинайте с ШАГОВОГО, так как при этом на дисплей выводятся все необходимые Вам результаты (в АВТОМАТИЧЕСКОМ Вы смотрите "реальное" движение).

В процессе работы Вы будете менять массы молота и сваи, а также силу сопротивления грунта в соответствии с предложениями на экране. Конкретный план работы (сколько раз менять те или иные параметры укажет преподаватель).

Выводимые на дисплей данные заносятся в тетрадь для протоколов или распечатываются на принтере по указанию преподавателя.

ЗАДАНИЕ

По результатам компьютерного моделирования построить следующие графики:

1. Построить три кривые (на одних осях): А - при первом значении массы молота и первом значении массы сваи; Б - при втором (большем) значении массы молота и втором (большем) значении массы молота и втором (большем) значении массы сваи.
2. Построить кривые (например, Б, В) для большей силы сопротивления грунта. Объяснить небольшое отличие полученных кривых от линейной зависимости: для каких графиков оно наиболее заметно?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Закон сохранения импульса. Его запись при упругом и неупругом ударе.
2. Общий закон изменения механической энергии.
3. Механический удар. Классификация ударов. Коэффициент восстановления при ударе.
4. При помощи какого из двух ударов (абсолютно упругого или неупругого) можно быстрее забить сваю в грунт? Ответ обосновать.
5. Объяснить причины потерь механической энергии при забивании сваи с помощью модели копра, используемой в данной лабораторной работе.
6. Для какого-либо отдельного удара (по указанию преподавателя) выполнить, используя результаты проведенных измерений, следующие вычисления:
 - а) Коэффициента полезного действия установки

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}} 100\%$$

Где $A_{\text{п}}$ - полезная работа, определяемая работой силы сопротивления ``грунта`` при погружении сваи: $|A_{\text{п}}| = F_{\text{с}}s$, где $F_{\text{с}}$ - средняя сила сопротивления ``грунта``, определяемая соотношением (8); s - глубина погружения сваи; $A_{\text{з}}$ - полная затраченная работа равная потенциальной энергии поднятого молота W .

$$A_{\text{з}} = W = mgH$$

где $m=0.28\text{кг}$ - масса молота; H - высота подъема молота;

$g = 9.8 \text{ м/с}^2$ - ускорение свободного падения.

- б) Потерь энергии при ударе, определяемых разницей между затраченной и полезной работами

$$\Delta W = A_{\text{з}} - A_{\text{п}}$$

7. Решение задач 2.72; 2.78; 2.82 из сборника задач Волькенштейн В.С. (1990г.)

ЛИТЕРАТУРА

1. И.В. Савельев Курс общей физики, 1ч. М.1987.
2. Г.А. Зисман, О.М. Тодес Курс общей физики. 1ч. М.1972.
3. Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнев Справочное руководство по физике. М. 1989.
4. А.А. Яблонский Курс теоретической механики. 2ч. М.1966.
5. В.С. Волькенштейн Сборник задач по общему курсу физики. М.1990.

Лабораторная работа № 4 (8)

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Измерение углового ускорения и момента инерции вращающегося тела, проверка закономерностей вращательного движения.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Вращательным называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Характеристиками кинематики вращательного движения тела являются угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение.

Угловой скоростью называется вектор

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

численно равный производной от угла поворота по времени и направленный вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта. Если правый винт (например, буравчик) вращать так же как вращается тело, то он будет завинчиваться в направлении угловой скорости. Единицей угловой скорости в СИ является 1 рад/с.

Угловым ускорением называется вектор, равный производной по времени от угловой скорости:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Вектор $\vec{\beta}$ направлен вдоль оси вращения в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ при ускоренном вращении и в противоположную сторону – при замедленном вращении. Единицей углового ускорения в СИ является 1 рад/с².

В зависимости от характера изменения углового ускорения во времени вращательное движение подразделяется на равномерное ($\vec{\beta} = 0$), равнопеременное ($\vec{\beta} = const \neq 0$) и неравномерное ($\vec{\beta} \neq const$).

Основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид:

$$\vec{M} = J\vec{\beta}$$

где \vec{M} – результирующий момент всех действующих на тело внешних сил, J – момент инерции тела.

Момент силы определяется относительно точки и оси.

Моментом силы \vec{F} относительно точки O называется векторное произведение радиуса - вектора \vec{r} , проведенного из точки O в точку приложения силы, на вектор силы:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

Модуль момента силы относительно точки равен произведению силы \vec{F} на плечо l (длина перпендикуляра, опущенного из точки O на прямую, вдоль которой действует сила):

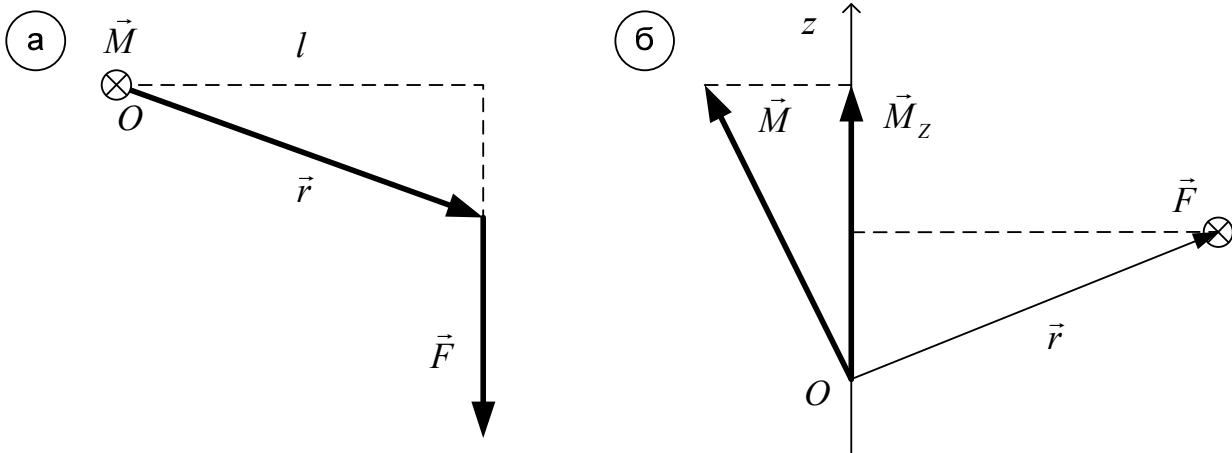


Рис.1

Направлен вектор \vec{M} перпендикулярно векторам \vec{r} и \vec{F} в сторону, определяемую правилом правого винта. На рис.1 а) векторы \vec{r} и \vec{F} лежат в плоскости рисунка. Чтобы определить направление вектора \vec{M} , необходимо мысленно совместить начала векторов \vec{r} и \vec{F} , а затем рукоятку буравчика поворачивать от первого вектора \vec{r} ко второму вектору \vec{F} по кратчайшему пути. Буравчик будет закручиваться в направлении вектора \vec{M} . на рис.1 а) вектор момента силы направлен от нас, перпендикулярно к плоскости рисунка, и изображен кружком с крестиком.

Моментом силы \vec{F} относительно оси называется составляющая на эту ось вектора момента силы \vec{M} относительно произвольной точки O этой же оси (рис.1 б)

$$\vec{M}_z = [\vec{r}, \vec{F}]_z$$

Модуль момента силы относительно оси равен произведению модуля силы F на плечо l – кратчайшее расстояние между осью и прямой, вдоль которой действует сила (на рис.1 б вектор силы \vec{F} направлен от нас, перпендикулярно к плоскости рисунка). Направлен вектор \vec{M}_z вдоль оси z в сторону, определяемую правилом правого винта. Единицей момента силы в СИ является 1 Н·м.

Реально при вращательном движении на тело действует несколько сил. Результирующий момент всех действующих сил относительно оси равен векторной сумме моментов отдельных сил относительно той же оси. Его направление всегда совпадает с направлением углового ускорения.

Моментом инерции материальной точки относительно оси называется произведение массы m_i материальной точки на квадрат расстояния r_i от оси вращения

$$J = m_i r_i^2.$$

Момент инерции системы n материальных точек относительно оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

Момент инерции твердого тела относительно оси

$$J = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV$$

где r – расстояние от оси до элементарной массы dm . dV – элементарный объем, занимаемый dm . Интеграл берется по всему объему тела. Единицей момента инерции в СИ является $1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ

Основными узлами установки является маятник 1, блок 2, груз 3, линейка 4 и секундомер.

Маятник состоит из крестовины и четырех одинаковых грузов. Крестовина выполнена в виде четырех взаимно перпендикулярных одинаковых стержней, закрепленных на шкиве. Грузы могут быть укреплены в любых точках стержней. К шкиву маятника привязана нить. К свободному концу нити подвешивается груз, состоящий из держателя и гирек.

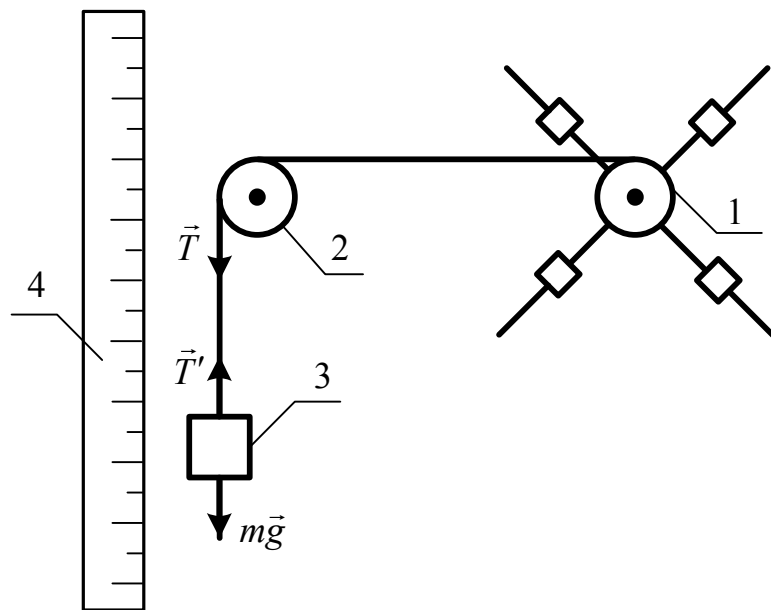


Рис. 2

Перед пуском установки грузы на стержнях закрепляются на равных расстояниях от оси вращения, нить обматывается вокруг шкива и перебрасывается через блок, груз на нити занимает верхнее положение. Если привязанный к нити груз отпустить, то он будет падать вниз, натягивая нить и приводя маятник в равноускоренное вращательное движение. Высота падения груза на нити отсчитывается по вертикальной линейке, время падения – по секундомеру.

При движении вниз груза на нити его ускорение одинаково с касательным ускорением точек обода шкива маятника. Из уравнения для равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью оно равно

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

где h – высота, с которой опускается груз, t – время движения груза.

Угловое ускорение всех точек шкива (и всего маятника) можно определить по формуле

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{2h}{t^2 R} \quad (1)$$

где R – радиус шкива маятника.

Движение маятника подчиняется основному уравнению динамики вращательного движения, которое в проекции на ось вращения имеет вид

$$M - M_{\text{тр}} = J\beta$$

где M – момент вращающей силы, $M_{\text{тр}}$ – момент силы трения, J – суммарный момент инерции маятника и блока. Трение при вращении маятника и блока вокруг оси пренебрежимо мало. Пренебрегая трением и учитывая, что согласно второму и третьему законам Ньютона вращающая сила $T = m(g - a)$, где m – масса груза, g – ускорение свободного падения, получим выражение для суммарного момента инерции маятника

$$J = \frac{TR}{\beta} = mR^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (2)$$

Поскольку момент инерции блока намного меньше момента инерции маятника, последняя формула может применяться для вычисления с достаточно высокой точностью момента инерции маятника.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Укрепить грузы маятника на одинаковых максимальных расстояниях от оси вращения. Намотать нить на шкив маятника так, чтобы держатель гирек занял самое верхнее положение. Зафиксировать маятник ключом. Положить на держатель несколько (2 и более) гирек. Включить в сеть секундомер. Установить секундомер на нуль, нажав кнопку «Сброс». Замкнуть конечный выключатель секундомера, переводя рукой металлический лепесток на конце вертикальной линейки в горизонтальное положение до фиксации.

2. Произвести пробный пуск установки. Для этого перевести ключ в ближнее положение, освободив тем самым маятник и включив секундомер. Секундомер должен выключиться автоматически в момент удара груза на нити о лепесток конеч-

ного выключателя. Убедившись, что секундомер работает, а масса груза достаточно для срабатывания конечного выключателя, приступить к измерениям. Вращающийся маятник ключом не останавливать. После достижения грузом на нити крайнего нижнего положения нить будет наматываться на вращающийся шкив маятника. В результате маятник остановится сам.

3. Линейкой измерить расстояние r между осью вращения и центром масс грузов на стержнях. Намотав нить на шкив маятника, поднять груз на нити в самое верхнее положение. Зафиксировать маятник ключом. Измерить высоту h поднятого груза на нити (расстояние от нижнего основания держателя гирек до конца вертикальной линейки). Определить массу m груза на нити, сложив указанные на держателе и гирьках массы. Установить секундомер на нуль, нажав кнопку «Сброс». Переводя ключ в ближнее положение, измерить время t спуска груза на нити. Секундомер включится и выключится автоматически.

4. Результаты измерений занести в таблицу.

| № опыта | r | h | m | t | β | J | M |
|---------|-----|-----|-----|-----|---------|-----|-----|
| | | | | | | | |

Повторить измерения времени еще два раза, не изменяя массу и высоту падения груза на нити. Вычислить среднее значение времени падения $\langle t \rangle$.

5. Для оценки влияния момента инерции на угловое ускорение вращающегося тела грузы маятника передвинуть на одинаковые не максимальные расстояния от оси вращения. Не меняя массу груза на нити, снова проделать все опыты по п.3.

6. Для определения влияния момента силы, вращающей маятник, на его угловое ускорение изменить массу груза на нити. Не меняя расстояния от оси вращения маятника до грузов на стержнях еще раз проделать все опыты по п.3. по окончании третьей серии опытов секундомер выключить из сети.

7. Для каждой серии опытов по формулам (1), (2) вычислить угловое ускорение и момент инерции маятника. По результатам измерения углового ускорения и момента инерции маятника с помощью формулы основного уравнения динамики вращательного движения оценить момент силы, вращающей маятник. Взять радиус шкива $R = 17$ мм. Вычисления производить в единицах СИ.

8. Получить выражение для относительной ошибки измерений углового ускорения, исходя из расчетной формулы (1). Оценить абсолютную $\Delta\beta$ и относительную $\delta\beta$ ошибки измерения углового ускорения в одной из серии опытов (см. методическую разработку к лабораторным работам по физике «Обработка результатов измерений»).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение.
2. Виды вращательного движения. Уравнения кинематики вращательного движения.
3. Моменты силы относительно точки и оси. Момент инерции.
4. Основное уравнение динамики вращательного движения.
5. Показать, что вращательное движение маятника в данной работе является равноускоренным.

ЛИТЕРАТУРА

1. И.В. Савельев, Курс общей физики, т. I. – М., «Наука», 1993.
2. Б.М. Яворский и др., Курс общей физики, т. I. – М., «Высшая школа», 1987.

Лабораторная работа № 5 (58)

**ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ И ПРОВЕРКА ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ**

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Измерение углового ускорения и момента инерции вращающегося тела, проверка закономерностей вращательного движения.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Вращательным называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Характеристиками кинематики вращательного движения тела являются угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение.

Угловой скоростью называется вектор

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

численно равный производной от угла поворота по времени и направленный вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта. Если правый винт (например, буравчик) вращается также, как вращается тело, то он будет завинчиваться в направлении угловой скорости. Единицей угловой скорости в СИ является радиан в секунду:

$$[\omega] = 1 \text{ рад/с}$$

Угловым ускорением называется вектор, численно равный производной по времени от угловой скорости:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Вектор $\vec{\beta}$ направлен вдоль оси вращения в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ при ускоренном вращении и в противоположную сторону – при замедленном вращении. В данный момент времени угловые ускорения всех точек тела одинаковы. Единицей углового ускорения в СИ является радиан на секунду в квадрате:

$$[\beta] = 1 \text{ рад/с}^2$$

В зависимости от характера изменения углового ускорения во времени вращательное движение подразделяется на равномерное ($\vec{\beta} = 0$), равнопеременное ($\vec{\beta} = \text{const} \neq 0$) и неравномерное ($\vec{\beta} \neq \text{const}$).

Основное уравнение динамики вращательного движения имеет вид:

$$\vec{M} = J\vec{\beta}$$

где \vec{M} – результирующий момент всех действующих на тело внешних сил, J – момент инерции тела.

Момент силы определяется относительно точки и оси.

Моментом силы \vec{F} относительно точки O называется векторное произведение радиуса - вектора \vec{r} , проведенного из точки O в точку приложения силы, на вектор силы:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

Модуль момента силы относительно точки равен произведению силы F на плечо l (длина перпендикуляра, опущенного из точки O на прямую, вдоль которой действует сила):

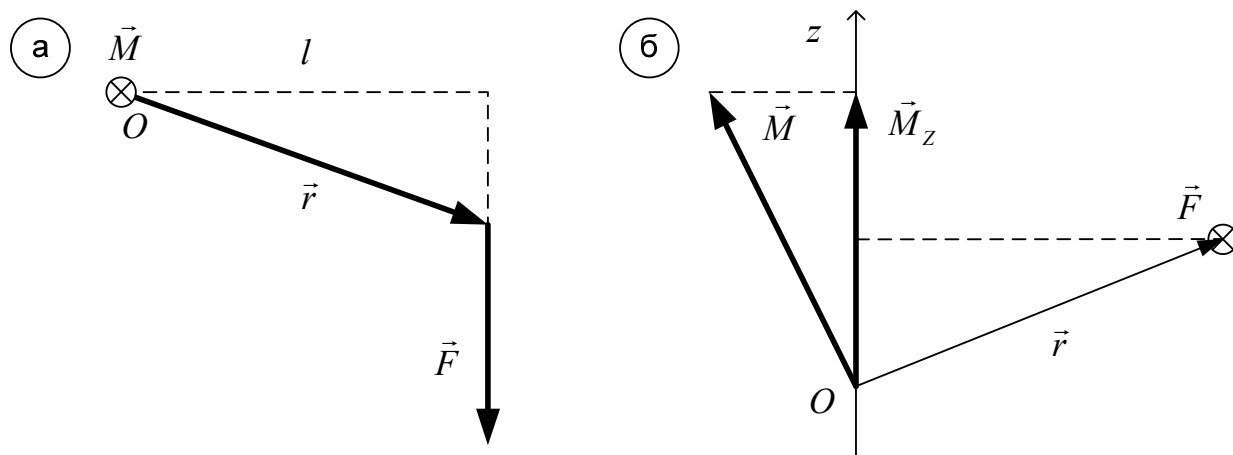


Рис.1

Направлен вектор \vec{M} перпендикулярно векторам \vec{r} и \vec{F} в сторону, определяемую правилом правого винта. На рис.1 а) векторы \vec{r} и \vec{F} лежат в плоскости рисунка. Чтобы определить направление вектора \vec{M} , необходимо мысленно совместить начала векторов \vec{r} и \vec{F} , а затем рукоятку буравчика поворачивать от первого вектора \vec{r} ко второму вектору \vec{F} по кратчайшему пути. Буравчик будет завинчиваться в направлении вектора \vec{M} . на рис.1 а) вектор момента силы направлен от нас, перпендикулярно к плоскости рисунка, и изображен кружком с крестиком.

Моментом силы \vec{F} относительно оси называется составляющая на эту ось вектора момента силы \vec{M} относительно произвольной точки O этой же оси (рис.1 б)

$$\vec{M}_z = [\vec{r}, \vec{F}]_z$$

Модуль момента силы относительно оси равен произведению модуля силы \vec{F} на плечо l – кратчайшее расстояние между осью и прямой, вдоль которой действует сила (на рис.1 б вектор силы \vec{F} направлен от нас, перпендикулярно к плоскости рисунка). Направлен вектор \vec{M}_z вдоль оси z в сторону, определяемую правилом правого винта. Единицей момента силы в СИ является 1 Н·м.

Реально при вращательном движении на тело действует несколько сил. Результирующий момент всех действующих сил относительно оси равен векторной сумме моментов отдельных сил относительно той же оси. Его направление всегда совпадает с направлением углового ускорения.

Моментом инерции материальной точки относительно оси называется произведение массы m_i материальной точки на квадрат расстояния r_i от оси вращения

$$J = m_i r_i^2.$$

Момент инерции системы n материальных точек относительно оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

Момент инерции твердого тела относительно оси

$$J = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV$$

где r – расстояние от оси до элементарной массы dm . dV – элементарный объем, занимаемый dm . Интеграл берется по всему объему тела. Единицей момента инерции в СИ является 1 кг · м².

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ

Основными узлами установки являются маятник, грузы, линейка и электронный секундомер с фотоэлектрическими датчиками. Общий вид установки показан на рис.2.

На вертикальной стойке 3, установленной на основании 1, закреплены нижний неподвижный кронштейн 2 и верхний неподвижный кронштейн 6, а также две неподвижные втулки 4 и 7. Основание снабжено регулируемыми ножками. На верхней втулке 7 крепится подшипниковый узел с блоком 8. На нижний втулке 4 смонтирован маятник 12 с электромагнитным тормозом.

Маятник 12 состоит из крестовины, четырех одинаковых грузиков и двухступенчатого шкива. Крестовина выполнена в виде четырех взаимно перпендикулярных одинаковых стержней с делениями, завинченных во втулку. Грузики могут быть укреплены винтами в любых точках стержней. Шкив и втулка смонтированы на оси. К шкиву маятника привязана нить 5. Нить перекинута через блок 8. К сво-

бодному концу нити подвешен груз 9. На кронштейне 6 закреплен фотоэлектрический датчик 10, на кронштейне 2 установлены фотоэлектрический датчик 13 и резиновый амортизатор 14. На стойке нанесена миллиметровая шкала 11. Электронный секундомер помещается на основании установки.

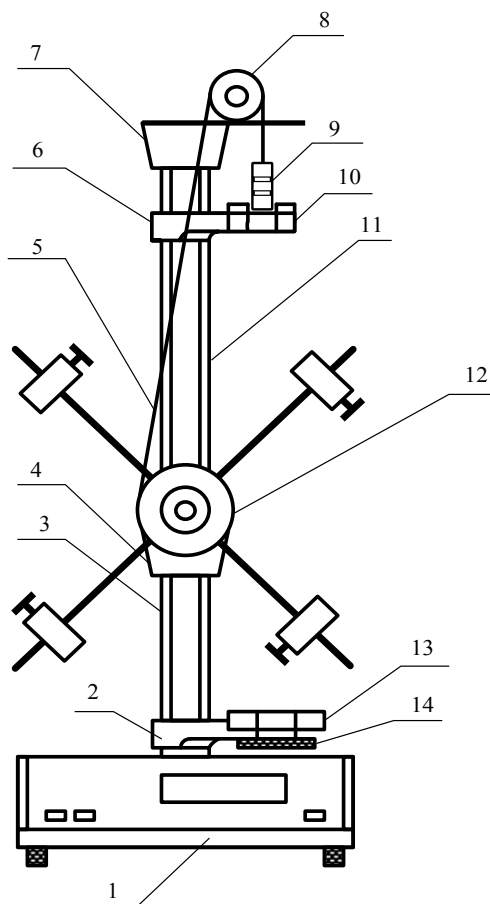


Рис.2

Перед пуском установки грузики на стрелках закрепляются на равных расстояниях от оси вращения, нить обматывается вокруг шкива и перебрасывается через блок, груз на нити занимает верхнее положение. Если привязанный к нити груз отпустить, то он будет падать вниз, натягивая нить и приводя маятник в равноускоренное вращательное движение. Высота падения груза на нити отсчитывается по вертикальной линейке, время падения – по секундомеру.

При движении вниз груза на нити его ускорение одинаково с касательным ускорением точек обода шкива маятника. Из уравнения для равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью оно равно

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

где h – высота, с которой опускается груз, t – время движения груза.

Угловое ускорение всех точек шкива (и всего маятника) можно определить по формуле

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{2h}{t^2 R} \quad (1)$$

где R – радиус шкива маятника.

Движение маятника подчиняется основному уравнению динамики вращательного движения, которое в проекции на ось вращения имеет вид

$$M - M_{\text{тр}} = J\beta$$

где M – момент вращающей силы, $M_{\text{тр}}$ – момент силы трения, J – суммарный момент инерции маятника и блока. Трение при вращении маятника и блока вокруг оси пренебрежимо мало. Пренебрегая трением и учитывая, что согласно второму и третьему законам Ньютона вращающая сила $T = m(g - a)$, где m – масса груза, g – ускорение свободного падения, получим выражение для суммарного момента инерции маятника

$$J = \frac{TR}{\beta} = mR^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (2)$$

Поскольку момент инерции блока намного меньше момента инерции маятника, последняя формула может применяться для вычисления с достаточно высокой точностью момента инерции маятника.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Установить стойку установки строго вертикально. Закрепить грузики маятника на одинаковых не максимальных расстояниях от оси маятника, используя деления на стержнях маятника. Убедиться, что грузы на нити, перекинутой через блок, проходят через середины окон фотодатчиков. Подобрать необходимое число грузов на нити. Включить установку в сеть.
2. Произвести пробный пуск установки. Намотать нить на шкив маятника так, чтобы основание груза на нити располагалось несколько выше горизонтальной линии на корпусе верхнего фотодатчика. Нажать кнопку «Сеть». Грузы должны удерживаться электромагнитом маятника. Установить секундомер на нуль, нажав кнопку «Сброс». Нажать кнопку «Пуск», освободив тем самым маятник и включив секундомер. Секундомер начнет отсчитывать время падения груза в момент прохождения основанием груза горизонтальной линии на верхнем фотодатчике. Секундомер выключится, а электромагнитный тормоз маятника включится в момент прохождения основанием груза горизонтальной линии на нижнем фотодатчике. После достижения грузом амортизатора маятник остановится сам. Убедившись, что секундомер работает, а масса груза на нити достаточна, приступить к измерениям.

3. По делениям на стержнях маятника определить расстояние r между осью вращения и серединой грузиков на стержнях (расстояние от первого деления стержня до оси вращения 40 мм, цена деления стержня 10 мм). Линейкой на стойке установки измерить высоту h падения груза на нити (расстояние между верхними поверхностями кронштейнов). Определить массу m груза на нити, сложив указанные на гирьках массы.

4. Измерить время t падения груза на нити, придерживаясь следующей последовательности действий.

а) Нажать кнопку «Сброс» (отпускается тормоз, освобождается маятник, секундомер устанавливается на нуль).

б) Наматывая нить на шкив маятника, поднять груз на нити в начальное положение так, чтобы основание груза располагалось в плоскости верхней поверхности верхнего фотодатчика (радиусы малого и большого шкивов маятника равны соответственно 21 мм и 42 мм).

в) Отпустить кнопку «Пуск» (включается тормоз, маятник удерживается в состоянии покоя).

г) Нажать кнопку «Пуск» (отключается тормоз, освобождается маятник, включается секундомер). Груз на нити будет падать, приводя маятник во вращательное движение. После достижения грузом амортизатора маятник остановится тормозом.

д) Записать показания секундомера.

Измерения времени падения груза произвести пять раз. Результаты измерения по п.3 занести в таблицу.

| № опыта | R | r | h | m | t | β | I | I' |
|---------|---|---|---|---|---|---------|---|----|
| | | | | | | | | |

5. Провести измерения по п. 3 и 4 еще трижды при других значениях момента инерции маятника. Сначала сместить грузики маятника на максимальное расстояние от оси вращения. Затем установить их на минимальном расстоянии от оси вращения. После этого снять грузики со стержней маятника и провести измерения для маятника без грузов.

6. При постоянном моменте инерции маятника измерения по п. 3 и 4 провести при двух различных значениях момента вращающей силы, используя различные шкивы маятника. Сначала нить намотать на малый шкив, а затем на большой шкив.

Для каждой серии опытов по формуле (1) и (2) вычислить экспериментальные значения углового ускорения β и момента инерции маятника I . Построить график β ($1/I$).

7. Рассчитать моменты инерции маятника по формуле

$$J = J_0 + 4m_1r^2 + 4\frac{m_2l^2}{3}$$

где J_0 – суммарный момент инерции шкивов, втулки и оси маятника, m_1 – масса одного грузика маятника, r – расстояние от оси вращения до середины грузиков на стержнях, $m_2 = 54\text{г}$ – масса одного стержня маятника, $l=25\text{см}$ – длина стержня.

8. Получить выражение для относительной ошибки измерений углового ускорения, исходя из расчетной формулы (1). Оценить абсолютную $\Delta\beta$ и относительную $\delta\beta$ ошибки измерения углового ускорения в одной из серии опытов (см. методическую разработку к лабораторным работам по физике «Обработка результатов измерений»).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение.
2. Виды вращательного движения. Уравнения кинематики вращательного движения.
3. Моменты силы относительно точки и оси. Момент инерции.
4. Основное уравнение динамики вращательного движения.
5. Показать, что вращательное движение маятника в данной работе является равноускоренным.

ЛИТЕРАТУРА

1. И.В. Савельев, Курс общей физики, т. I. – М., «Наука», 1993.
2. Б.М. Яворский и др., Курс общей физики, т. I. – М., «Высшая школа», 1987.

Лабораторная работа № 6 (5)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЛИНЕЙНОГО РАСШИРЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: экспериментальное определение коэффициента линейного расширения твердого тела на примере латунной трубки.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Все металлы обладают *мелкокристаллической* структурой, или, как принято говорить, структурой *поликристаллической*. При этом отдельные зерна удерживаются друг около друга молекулярными силами, так что весь их агрегат, образующий кусок металла, при непосредственном просмотре представляется сплошным. Правильная форма кристаллов обусловлена упорядоченным расположением составляющих их частиц – атомов, молекул и ионов. Данное расположение может быть представлено в виде так называемой *кристаллической решетки* – пространственного каркаса, образованного пересекающимися друг с другом прямыми линиями. В точках пересечения – *узлах решетки* – лежат центры частиц, образующих кристалл. Кристаллические решетки принято подразделять на несколько типов в зависимости от вида частиц находящихся в узлах и от характера связи между ними. Так решетки образуемые металлами, принято называть *металлическими*. В их узлах находятся положительные ионы, а валентные электроны могут передвигаться в различных направлениях. Совокупность свободных электронов иногда называют *электронным газом*. Такое строение обуславливает высокую электропроводность, теплопроводность и пластичность металлов - при механическом деформировании не происходит разрыва связей и разрушения, поскольку составляющие ионы как бы плавают в облаке электронного газа.

Для правильного понимания механизма теплового расширения, рассмотрим более подробно особенности взаимодействия ионов находящихся в узлах кристаллической решетки. При температуре близкой к абсолютному нулю, частицы располагаются на определенных расстояниях, соответствующих минимуму энергии взаимодействия U_0 (или, как принято говорить, находятся на дне потенциальной «ямы»). Эти расстояния определяют размер тела при абсолютном нуле. С повышением температуры частицы начинают колебаться около положения равновесия. Ради определенности, будем принимать во внимание поведение только двух соседних частиц, которые при абсолютном нуле находятся одна от другой на расстоянии r_0 , (т.е., находятся на дне «ямы» *abc*) и полагать, что частица *l* закреплена неподвиж-

но, а следовательно, при повышении температуры перемещается только частица 2, которая совершает колебательное движение около своего положения равновесия O (см. рис. 1).

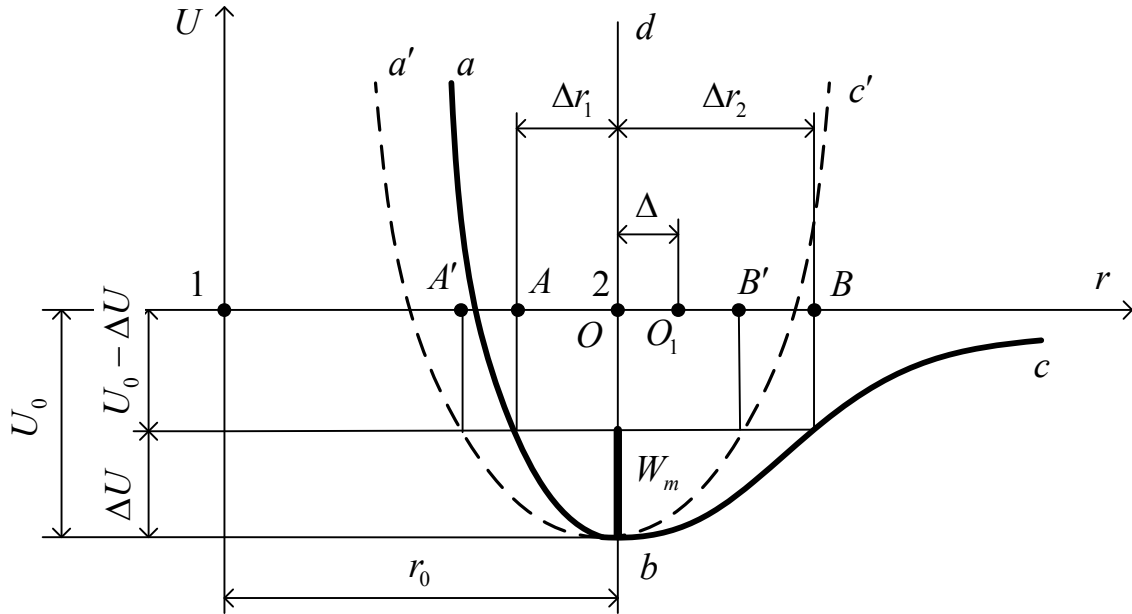


Рис. 1

Колеблущаяся частица обладает кинетической энергией, достигающей наибольшего значения W_m (на рисунке отложена вверх от потенциальной ямы) в момент прохождения ею положения равновесия O . Предположим, что частица 2 движется влево от положения равновесия. При этом её кинетическая энергия расходуется на преодоление сил отталкивания от частицы 1 и переходит в потенциальную энергию взаимодействия частиц. Отклонение влево происходит до тех пор, пока вся кинетическая энергия частицы W_m не перейдет в потенциальную. Последняя увеличится на $\Delta U = W_m$ и станет равной $-(U_0 - \Delta U)$, а частица 2 сместится предельно влево на расстояние Δr_1 . Если предположить, что частица 2 движется вправо от положения равновесия, то её кинетическая энергия расходуется на преодоления сил притяжения её к частице 1 и также переходит в потенциальную энергию их взаимодействия. В точке B , отстоящей от положения равновесия на расстоянии Δr_2 , вся кинетическая энергия W_m переходит в потенциальную, вследствие чего последняя увеличится на $\Delta U = W_m$ и также станет равной $-(U_0 - \Delta U)$.

В том случае, если бы частица 2 совершала чисто гармонические колебания (т.е. колебания, описываемые синусоидальной функцией), то сила F , возникающая при отклонении её от положения равновесия Δr , была бы строго пропорциональной величине этого отклонения и направлена к положению равновесия: $F = -C\Delta r$ (C — коэффициент пропорциональности). При этом изменение потенциальной энергии

частицы ΔU описывалось бы параболой $a'b'c'$, уравнение которой имеет следующий вид:

$$\Delta U = (1/2) C \Delta r^2 \quad (1)$$

При этом отклонения Δr_1 и Δr_2 были бы одинаковыми по величине и середина размаха $A'B'$ совпадала бы с положением равновесия O , поскольку $a'b'c'$ симметрична относительно прямой bd , параллельной оси ординат и отстоящей от неё на расстоянии r_0 . Нагревание тела в этом случае не могло бы вызвать его расширения, так как с увеличением температуры происходило бы только увеличение амплитуды колебаний частиц, а среднее расстояние между ними осталось бы неизменным.

В действительности, потенциальная кривая abc не является симметричной относительно прямой bd : её левая ветвь ba поднимается значительно круче правой ветви bc . Это означает, что колебания частиц в твердом теле не являются гармоническими. Для учета асимметрии потенциальной кривой необходимо в уравнение (1) ввести дополнительное слагаемое $-(1/3)g\Delta r^3$, выражающее эту асимметрию (g – коэффициент пропорциональности). Тогда уравнение (1) примет следующий вид:

$$\Delta U = (1/2) C \Delta r^2 - (1/3)g\Delta r^3 \quad (2)$$

При отклонении частицы вправо ($\Delta r > 0$) значение $(1/3)g\Delta r^3$ (в уравнении (2)) вычитается из $(1/2) C \Delta r^2$ и ветвь bc идет положе ветви bc' ; при отклонении влево ($\Delta r < 0$), указанная величина прибавляется к $(1/2) C \Delta r^2$ и ветвь ba будет идти круче ветви ba' .

Несимметричный характер кривой потенциальной энергии приводит к тому, что отклонение частицы вправо и влево оказываются неодинаковыми: вправо частица отклоняется сильнее (см. рис. 1). В результате, среднее положение этой частицы (точка O_1) уже не совпадает с положением равновесия O , а смещается вправо от него на расстояние $\Delta = (\Delta r_2 - \Delta r_1)/2$. Это соответствует увеличению среднего расстояния между частицами 1 и 2 на величину Δ .

Таким образом, с нагреванием тела средние расстояния между частицами должны увеличиваться и тело должно расширяться. Причиной этому является агармонический характер колебаний частиц, приводящий к несимметричной кривой зависимости энергии взаимодействия частиц от расстояния между ними.

Согласно результатам проведенных расчетов, при изменении температуры тела на величину ΔT в результате нагревания, средние расстояния между частицами увеличиваются на величину $\bar{\Delta}$, равную:

$\bar{\Delta} = (g/C^2)k\Delta T$, где k – постоянная Больцмана. Относительное линейное расширение тела, представляющее собой отношение изменения среднего расстояния между частицами $\bar{\Delta}$ к нормальному расстоянию между ними r_0 , равно:

$$\bar{\Delta}/r_0 = (g/(C^2 r_0))k\Delta T = \alpha\Delta T.$$

Оно оказывается пропорциональным изменению абсолютной температуры тела. Коэффициент пропорциональности $\alpha = kg/(C^2 r_0)$ - представляет собой *коэффициент линейного расширения* тела. Для твердых тел данные коэффициенты малы и представляют собой величины порядка $10^{-5} - 10^{-6}$ (1/град). При достаточно высоких температурах, расширение тела пропорционально его абсолютной температуре и коэффициент расширения α от температуры не зависит. Однако в области низких температур, α несколько зависит от температуры: с ее уменьшением он также уменьшается и при приближении к абсолютному нулю стремится к нулю. С целью иллюстрации последнего, ниже в таблице 1 приводятся значения коэффициентов линейного расширения для некоторых металлов при различных температурах.

Таблица 1

($\alpha, 10^{-6}$ град $^{-1}$)

| Материал | Температура, $^{\circ}K$ | | | | |
|-----------------------------|--------------------------|------|-----|------|------|
| | 0 | 40 | 100 | 200 | 300 |
| Алюминий..... | 0 | 1 | 11 | 19,5 | 23 |
| Медь..... | 0 | 1 | 9,5 | 15 | 17,5 |
| Сталь малоуглеродистая..... | 0 | 0,5 | 5 | 10 | 11,5 |
| Сталь нержавеющая..... | 0 | -0,2 | 8 | 13,5 | 16 |
| Титан..... | 0 | 0,5 | 4 | 7 | 8,5 |

СХЕМА ОПЫТА И ВЫВОД РАСЧЕТНОЙ ФОРМУЛЫ

Учитывая тот факт, что в небольшом интервале температур относительное изменение линейного размера твердого тела пропорционально изменению температуры

$$\Delta L/L_0 = \alpha\Delta T, \quad (3)$$

где ΔT - изменение температуры при нагревании и α - относительное изменение рассматриваемого линейного размера, приходящееся на один градус, т.е. коэффициент линейного расширения. Полагая $\Delta L = L_t - L_0$, где L_0 - линейный размер тела

при начальной температуре t_0 , а $\Delta T = t - t_0 = \Delta t$ - разница температур, измеренных по шкале Цельсия, из уравнения (3) получим следующее выражение:

$$L_t = L_0(1 + \alpha\Delta t), \quad (4)$$

Согласно (4), длина твердого тела будет возрастать линейно с увеличением температуры. На самом деле это соотношение выполняется не вполне точно, поскольку коэффициент теплового расширения α , как уже отмечалось выше, несколько зависит от температуры. Однако для большинства практических целей, α можно считать постоянным. В результате линейного расширения возрастает и объем тела. Так например, если для линейных размеров используемой в работе металлической трубки принять следующие символы: L_0 , D_1 , D_2 обозначающие, соответственно, её длину, внутренний и наружный диаметр, и обозначить её первоначальный объем (при температуре t_0), равный $(\pi/4)L_0(D_2^2 - D_1^2)$, через V_0 , то объем при температуре окажется равным:

$$V_t = (\pi/4)L_0(D_2^2 - D_1^2)(1 + \alpha\Delta t)^3.$$

Поскольку для всех твердых тел коэффициент линейного расширения очень мал (по порядку величины $10^{-5} - 10^{-6}$ на 1°C), то при малом интервале температур ($t \leq 100^\circ\text{C}$), в последнем соотношении при возведении выражения в скобках в куб, можно пренебречь слагаемыми, содержащими α^2 и α^3 , и получить новое выражение следующего вида:

$$V_t = (\pi/4)L_0(D_2^2 - D_1^2)(1 + 3\alpha\Delta t)$$

Или, обозначая 3α через β :

$$V = (\pi/4)L_0(D_2^2 - D_1^2)(1 + \beta\Delta t)$$

Величину β принято называть *коэффициентом объемного теплового расширения твердого тела*, который представляет собой относительное изменение объема, приходящееся на один градус. Из приведенных рассуждений следует, что приближенно коэффициент β равен утроенному коэффициенту линейного расширения.

Итак, если длина трубы при комнатной температуре равна L_1 , а при температуре t_2 (в результате нагрева проходящим паром) - L_2 , то на основании формулы (4) можно записать

$$L_1 = L_0(1 + \alpha\Delta t_1); L_2 = L_0(1 + \alpha\Delta t_2),$$

где $\Delta t_1 = t_1 - t_0$, а $\Delta t_2 = t_2 - t_0$. Или, учитывая, что $t_0 = 0^\circ\text{C}$:

$$L_1 = L_0(1 + \alpha t_1); L_2 = L_0(1 + \alpha t_2).$$

Далее, используя последние соотношения, можно получить выражение для α

$$\alpha = (L_2 - L_1)/(L_1 t_2 - L_2 t_1).$$

Если учесть, что длина трубки после нагревания очень мало отличается от начальной длины, то расчетная формула для определения коэффициента линейного расширения примет следующий вид:

$$\alpha = (b_2 - b_1)/L(t_2 - t_1) \quad (5)$$

где b_1 и b_2 - показания индикатора до и после нагревания, L - длина трубки до нагревания, t_1 и t_2 - температура трубки до и после нагревания.

ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.

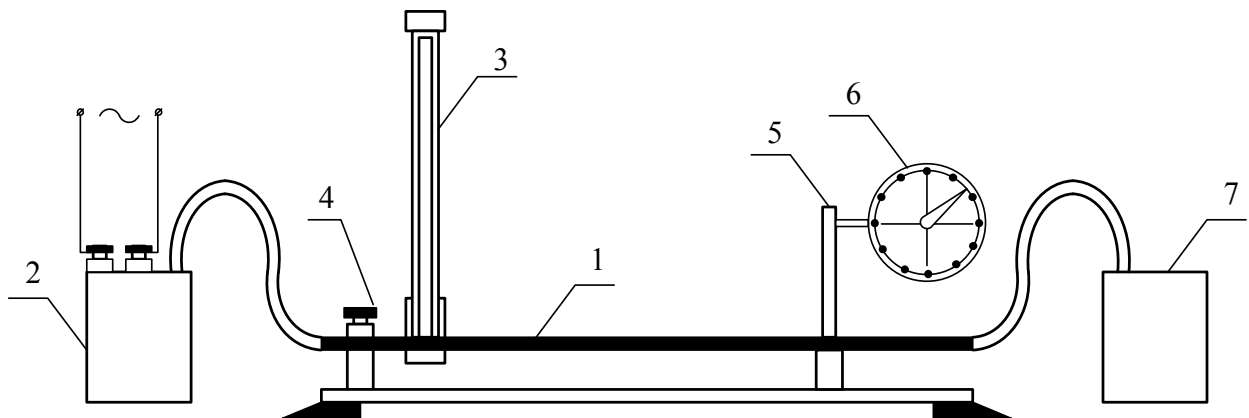


Рис. 2

Исследуемый лабораторный образец в виде латунной трубки 1, нагревается водяным паром, поступающим из сосуда 2, оснащенного электрическим кипятильником. При этом контроль его температуры осуществляется при помощи термометра 3, который также как и трубка, с целью безопасности эксплуатации, помещен в контейнер (на рисунке не показан) закрытый сверху пластинами из органического стекла. Один конец трубки прикреплен неподвижно к основанию контейнера с помощью винта 4. Другой, свободный конец, снабжен упором 5, контактирующим с измерительным стержнем индикатора 6 часового типа с ценой деления $0,01$ мм. Пар и вода, получающаяся при его конденсации, отводят в сосуд 7.

Поскольку один конец трубки во время опыта остается свободным, он будет перемещаться при удлинении трубки в результате нагревания. При этом индикатор позволяет измерить абсолютное приращение длины $\Delta L \approx b_2 - b_1$, подставляя которое в расчетную формулу (5) можно оценить коэффициент линейного расшире-

ния образца, с учетом того, что его начальная длина составляет приблизительно 95 см.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

- 1) Не включая кипятильник, с помощью термометра 3, определить температуру t_1 трубки нагревания и соответствующее ей показание индикатора 6 (обозначаемое символом b_1).
- 2) Включить кипятильник и внимательно наблюдать за показаниями индикатора с целью отслеживания начала процесса теплового расширения в результате нагревания. После начала процесса и увеличения длины \sim на 0,1 мм (что соответствует отклонению стрелки индикатора на десять делений) следует записать это показание (b_2), а также соответствующее ему значение температуры.
- 3) Провести не менее десяти аналогичных измерений величины b_2 , регистрируя каждый раз значения температуры соответствующие линейному приращению длины трубки на 0,1 мм (т.е. через каждые 10 делений отклонения стрелки индикатора) по мере её нагревания.
- 4) Пользуясь формулой (5), определить коэффициент линейного расширения латунной трубки α , принимая в качестве t_2 ее конечную температуру и используя для расчета наибольшее значение b_2 . Полученные результаты занести в таблицу.

Таблица 2

| N опыта | $t_1, ^\circ\text{C}$ | $t_2, ^\circ\text{C}$ | $b_1, \text{мм}$ | $b_2, \text{мм}$ | α |
|---------|-----------------------|-----------------------|------------------|------------------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

- 5) Получить выражение для относительной ошибки измерения коэффициента линейного расширения (см. § 7.1 методические разработки «Обработка результатов измерений»). Оценить абсолютную $\Delta\alpha$ и относительную $\delta\alpha$ ошибки измерения α .

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объяснить механизм теплового расширения твердых тел. Зависимость энергии взаимодействия частиц твердого тела от расстояния между ними.

2. Коэффициент линейного и объемного расширения твердых тел. Связь между ними.
3. Привести примеры использования или учета теплового расширения в технике.
4. На медный цилиндр плотно надето железное кольцо. Как надо поступить, чтобы его снять?
5. Железная цистерна высотой 4м и диаметром 8м при 0°C заполнена нефтью так, что не доходит до краев цистерны на 10см. При какой температуре нефть заполнит весь объем цистерны, если коэффициент объемного расширения нефти $\beta = 10^{-3}\text{K}^{-1}$?
(Ответ: $T = 300\text{ K}$)
6. Полностью заполненная стеклянная колба содержит 330 г ртути при 237 К. Определить коэффициент объемного расширения ртути.
(Ответ: $\beta = 1,8 \cdot 10^{-4}\text{K}^{-1}$)
7. При нагревании объем сосуда из латуни увеличился на 0,6 %. Найти изменение его температуры.
(Ответ: 100°K)
8. Железный стержень при 237°K имеет длину 40 см. Определить температуру при которой он удлинится на 4 мм.
(Ответ: 1106°K).

Лабораторная работа № 7(4)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: экспериментальное определение показателя адиабатического процесса $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ для воздуха, где c_p , c_v — соответственно молярные теплоемкости идеального газа при постоянном давлении P и постоянном объеме V .

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

В результате многочисленных экспериментов установлено, что свойства большинства веществ, находящихся в газообразном состоянии, могут быть описаны уравнением Менделеева — Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (1)$$

где $\frac{m}{\mu}$ — число молей газа, заключенного в объеме V при давлении P , а величина μ — масса одного моля. Модем (моль) называется количество вещества, масса которого, выраженная в граммах, численно равна его весу в атомных единицах массы, см. периодическую таблицу Д. И. Менделеева. Например, для азота N_2 $\mu = 0,028 \text{ кг/моль}$, кислорода O_2 $\mu = 0,032 \text{ кг/моль}$, паров воды H_2O $\mu = 0,018 \text{ кг/моль}$. Воздух — смесь газов, $\mu = 0,029 \text{ кг/моль}$, он состоит из азота (78% по объему), кислорода (21%) и остальная доля (порядка 1%) образована аргоном, гелием, неоном, углекислым газом, парами воды.

В одном моле вещества содержится одинаковое число молекул, это число называется числом Авогадро $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$. Согласно закону Авогадро, 1 моль идеального газа при нормальных условиях: температуре $t = 0^\circ \text{C}$, т.е. $T = t + 273 = 273 \text{ K}$, давлении $p = 1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт.ст.} = 1.013 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 101.3 \text{ кПа}$, занимает объем $V_{\text{мол}} = 0.0224 \frac{\text{м}^3}{\text{моль}} = 22.4 \frac{\text{литра}}{\text{моль}}$. Отсюда, подставляя эти данные в (1)

при $\frac{m}{\mu} = 1 \text{ моль}$, получим значение универсальной газовой постоянной

$$R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Уравнение Менделеева—Клапейрона хорошо описывает свойства разреженных газов, плотность которых $\rho = \frac{m}{V}$ примерно в 10^3 раз меньше плотности жидкости $\rho_{ж}$. В жидкости молекулы расположены очень близко друг к другу. Отсюда следует, что в разреженных газах среднее расстояние r_{cp} между молекулами в десятки раз больше их собственных размеров d , т.е. $r_{cp} \geq 10d$. Молекулы разреженного газа, находящегося при температуре T , совершают хаотическое тепловое движение, свободно пробегая путь между двумя последовательными столкновениями друг с другом или со стенками сосуда. Соударения молекул друг с другом или со стенками сосуда происходят без потери энергии, по законам соударения упругих тел.

Таким образом, мы подошли к представлениям молекулярно-кинетической теории идеального газа, которая позволяет объяснить свойства идеальных газов. Согласно этой теории, молекулы-«шарики» (аргон, гелий, неон) движутся между упругими столкновениями поступательно. Такому движению соответствует число степеней свободы, равное

$$i = i_{\text{пост}} = 3 \quad (2)$$

Напомним, что числом степеней свободы называется число независимых координат, которое надо задать для определения положения тела в пространстве. Для поступательного движения тела в пространстве это координаты x, y, z . Следовательно, $i = 3$. Молекулы-«гантельки» двухатомных газов (водород, азот, кислород) могут двигаться как поступательно (поступательное движение центра массы молекулы, $i_{\text{пост}} = 3$), так и вращаться вокруг осей, проходящих через центр массы молекулы: $i_{\text{вр}} = 2$. Вращением молекулы вокруг продольной оси пренебрегаем, так как такому движению соответствует малое значение момента инерции по сравнению с другими осями.

В результате для молекул-«гантелек» получим:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} = 3 + 2 = 5 \quad (3)$$

Такая упрощенная механическая модель молекул позволяет объяснить основные свойства идеальных газов.

Согласно молекулярно-кинетической теории идеального газа средняя кинетическая энергия одной молекулы пропорциональна абсолютной температуре T газа:

$$\langle W \rangle = \frac{i}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{i}{2} kT, \quad k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}, \quad (4)$$

где k — постоянная Больцмана, i — число степеней свободы молекул газа, см. (2), (3).

Полный запас внутренней энергии газа, заключенного в сосуд объемом V при температуре T , получим умножением $\langle W \rangle$ на число молекул N газа:

$$U = N \langle W \rangle = \frac{N}{N_A} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT, \quad (5)$$

где $R = kN_A$ — универсальная газовая постоянная.

Значение внутренней энергии газа U , заключенного в закрытый сосуд объемом V при давлении P и температуре T (см. рис. 1), можно изменить в результате внешних воздействий — передавая газу тепло ΔQ (нагрев $\Delta Q > 0$, охлаждение $\Delta Q < 0$) и совершая над газом работу $\Delta A = F\Delta h$ под действием внешней силы $F = PS$, Δh — смещение поршня. Очевидно, что $\Delta A' = PS\Delta h = P\Delta V$.

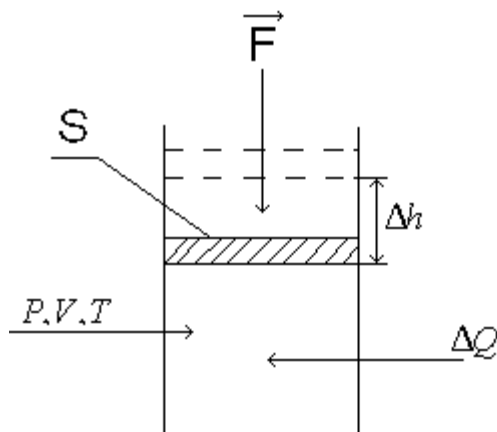


Рис. 1

Переданное тепло ΔQ и работа внешних сил $\Delta A'$ изменяют внутреннюю энергию на некоторое значение ΔU . Эти величины связаны между собой законом сохранения энергии, который для систем многих частиц называется первым законом термодинамики:

$$\Delta Q = \Delta U - \Delta A',$$

или, поскольку $\Delta A' = -\Delta A$, где ΔA — работа газа против внешних сил,

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A. \quad (6)$$

Количество теплоты, переданное системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы против внешних сил.

Согласно (6), энергия хаотического теплового движения молекул ΔU может быть преобразована в механическую работу $\Delta A = P\Delta V$.

Рассмотрим вопрос о молярных теплоемкостях газов. Молярная теплоемкость C численно равна количеству тепла ΔQ , которое надо сообщить одному молю этого вещества (масса $m = \mu$), чтобы нагреть его на $\Delta T = 1^\circ$. Т.е. $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$. Для газов надо различать, при каких условиях происходит нагрев — например, при постоянном объеме $V = const$, либо при постоянном давлении $P = const$.

Для процесса $V = const$ имеем $\Delta V = 0$ и $\Delta A = P\Delta V = 0$, так что согласно первому закону термодинамики (6) все сообщенное газу тепло ΔQ идет на увеличение внутренней энергии ΔU газа.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta Q = \Delta U = U(T + \Delta T) - U(T) = \frac{i}{2} R \Delta T \\ C_V = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{i}{2} R \end{array} \right. \quad (7)$$

Для процесса $P = const$ газ расширяется, и сообщаемое тепло ΔQ идет на увеличение внутренней энергии ΔU и на работу $\Delta A = P\Delta V$ против внешних сил: $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$, см. (6). Увеличение объема ΔV найдем из уравнения состояния идеального газа (1). При $P = const$ имеем $\Delta V = \frac{R}{P} \Delta T$. Подставляя это ΔV в выражение для работы, получим $\Delta A = P\Delta V = R\Delta T$. Отсюда, используя (6), (7), получим выражение для теплоемкости одного моля идеального газа при $P = const$:

$$C_p = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + \Delta A}{\Delta T} = C_V + R = \frac{i+2}{i} R. \quad (8)$$

Согласно (7), (8), теплоемкости C_p и C_V зависят от R и числа степеней свободы i молекул идеального газа. Для одноатомного газа (молекулы-«шарики») $i = 3$, для двухатомного газа (молекулы-«гантельки») $i = 5$ (см. формулу (3)). Отношение теплоемкостей $\frac{C_p}{C_V}$ равно:

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma = \frac{i+2}{i} \quad (9)$$

Согласно (2), для одноатомных газов, когда $i=3$, отношение $\frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} \approx 1.67$;

для двухатомных газов, когда $i=5$, имеем $\frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1.4$. Напомним, что воздух образован смесью двухатомных газов — азота N_2 и кислорода O_2 (99% состава воздуха).

В заключение рассмотрим основные газовые процессы при $\frac{m}{\mu} = 1$ и их графики (см. рис. 2).

Изохорический процесс: $V = const$, $\Delta V = 0$.

Согласно (1), (5), (7)

$$\frac{P}{T} = const, \Delta Q = \Delta U = C_v \Delta T, \Delta A = 0. \quad (10.1)$$

Изобарический процесс:

$$P = const, \Delta P = 0, \frac{V}{T} = const, \Delta Q = C_p \Delta T, C_p = C_v + R. \quad (10.2)$$

Изотермический процесс:

$$T = const, PV = const, \Delta U = 0, \Delta Q = P \Delta V. \quad (10.3)$$

Адиабатный процесс: $\Delta Q = 0$ — имеет место либо при идеальной теплоизоляции, либо в случае очень быстрого процесса, при котором теплообмен между термодинамической системой и окружающей средой просто не успевает произойти. В этом случае $\Delta Q = C_v \Delta T + P \Delta V = 0$, т.е. расширение газа $\Delta V > 0$ возможно только за счет внутренней энергии. При таком расширении газ охлаждается: $\Delta T < 0$.

В данном приближении получим уравнение адиабатного процесса при $\frac{m}{\mu} = 1$:

$\Delta Q = C_v \Delta T + P \Delta V = 0$. Согласно (1), (8) $P = R \frac{T}{V} = (C_p - C_v) \frac{T}{V}$. Поделим уравнение

$C_v \Delta T + P \Delta V = 0$ на T и C_v . В итоге: $\frac{\Delta T}{T} + \frac{C_p - C_v}{C_v} \frac{\Delta V}{V} = 0$, или, переходя к бесконечно

малым величинам, $\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, см. (9). После несложных преобразований приходим к соотношению $d(\ln(TV^{(\gamma-1)})) = 0$, интегрируя которое, получаем

$TV^{(\gamma-1)} = const$ — уравнение адиабаты на плоскости переменных (T, V) . Используя (1), на плоскости (P, V) запишем уравнение адиабаты в форме

$$PV^\gamma = \text{const} \quad (10.4)$$

На рис. 2 представлены основные газовые процессы на плоскости (P, V) . Рисунок выполнен так, что все процессы проходят через одну точку A , в которой они пересекаются; $\gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1$.

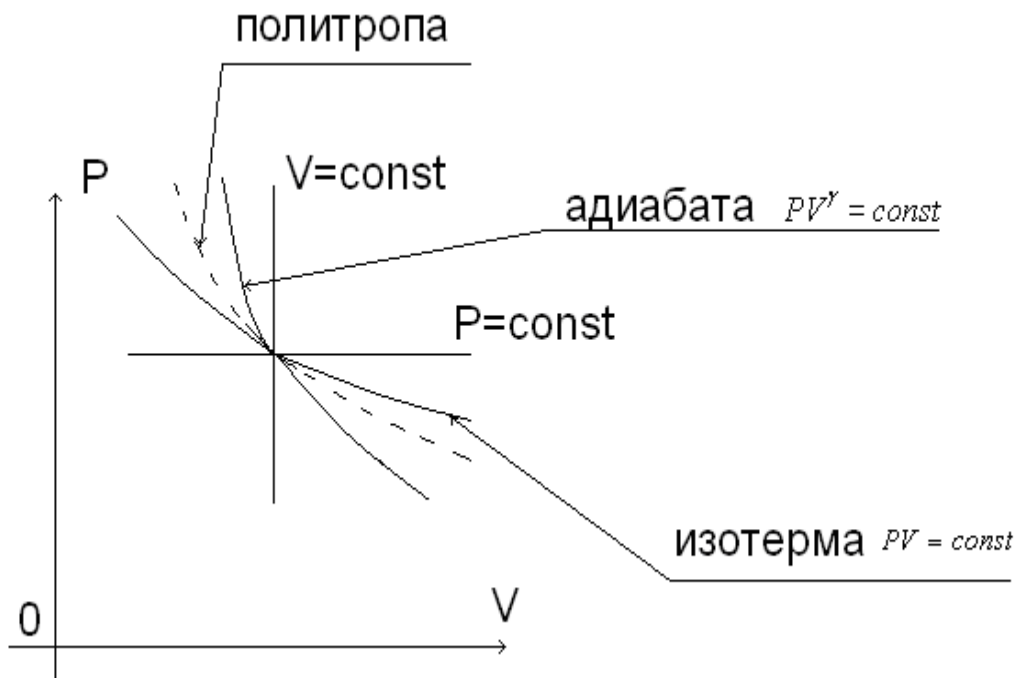


Рис. 2. Основные газовые процессы в идеальных газах

Из графиков на рис. 2 видно, что адиабата спадает круче изотермы, т. е. значение $\gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1$. Например, для двухатомных газов $i=5$ и значение $\gamma=1.4$ (см. (3), (9)).

Обсудим условия, при которых протекают изотермический и адиабатический процессы. Процессы с $T = \text{const}$, т. е. с нулевым изменением температуры газа, возможны только при беспрепятственном теплообмене с окружающей средой. Адиабатический процесс с $\Delta Q = 0$ возможен только при полной теплоизоляции от окружающей среды. Полная теплоизоляция на практике не реализуется. Только для очень быстрых процессов это условие приближенно выполнимо.

Процессы, занимающие промежуточное положение между двумя этими крайними случаями, осуществимыми на практике, называются политропными. Это процессы, при которых происходит частичный теплообмен со средой.

Политропные процессы. На плоскости (P, V) политропа занимает промежуточное положение между изотермой и адиабатой.

$$PV^n = const, \quad 1 < n < \gamma \quad (11)$$

Изотермический и адиабатный процессы можно рассматривать как частные случаи политропного процесса (для которых $n=1$ и $n=\gamma$). Численные значения n определяются экспериментально. На рис. 2 политропный процесс вида (11) качественно представлен пунктирной линией.

Представления об основных газовых процессах (см. рис. 2) используются в различных областях науки и техники. Например, процесс сжатия газов в звуковой волне акустических частот f диапазона $16 \div 20000$ Гц в атмосфере Земли является адиабатическим процессом, так как рассматриваемый процесс достаточно быстрый. Максимальный период $\tau = \frac{1}{f}$ соответствует частоте $f \approx 20$ Гц и составляет $\tau \approx \frac{1}{20} = 5 \cdot 10^{-2}$ секунд. При распространении волны образуются области повышенного и пониженного давления относительно давления атмосферного. Однако чередование процессов сжатия и разряжения в этих областях происходит настолько быстро, что теплообмен между такими областями не успевает произойти. Соответственно, различие между экспериментальными скоростями распространения звука и теоретическими значениями не превосходит 1%.

Процесс сжатия горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания происходит достаточно быстро, но, как известно, в этих двигателях используется система охлаждения. Следовательно, эти процессы не являются адиабатными. В различных автомобильных фирмах разработаны установки для экспериментального измерения показателя политропы (11). Знание значения n позволяет конструкторам согласовывать движение поршня с упругими свойствами рабочей смеси. В результате удастся повысить экономические показатели работы двигателя и снизить расход бензина.

ЛАБОРАТОРНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ

Для измерения соотношения $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ (10.4) изготовлена лабораторная установка (рис. 3), в которой в качестве рабочего тела используется воздух.

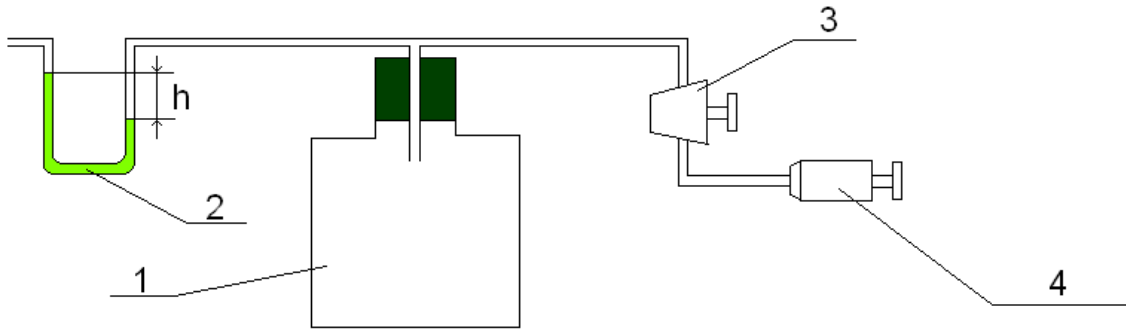


Рис. 3
Схема лабораторной установки

На рис. 3 показаны: 1 — сосуд, 2 — водяной манометр U-образной формы (для удобства измерений вода подкрашена), 3 — кран, соединяющий сосуд либо с атмосферой, либо с насосом, h — разности уровней водяного столба в манометре, 4 — насос. На этом рисунке показания манометра соответствуют давлению в сосуде $P = P_{атм} + \rho gh$, ρ — плотность воды, $g \approx 10 \text{ М/с}^2$.

В этой установке проводят два процесса: адиабатическое расширение, при котором воздух в установке охлаждается до $T_2 < T_{атм}$, и изохорический процесс нагревания воздуха от T_2 до $T_{атм}$. Соответственно на рис. 4 проведены на плоскости (P, V) графики процессов, реализуемых в лабораторной установке.

1. Исходное состояние (точка (1) на рис. 4) с $P_1 > P_{атм}$ и $T_1 = T_{ср}$ получают, предварительно накачав насосом воздух в сосуд до давления $P_1 > P_{атм}$. Для этого предварительно соединяют краном 3 сосуд 1 с насосом 4. Затем, после накачивания, закрывают. Когда показания манометра станут стабильными (газ остынет после нагрева и температура станет равной температуре среды, т. е. комнатной температуре: $T_1 = T_{ср}$), измеряют давление P_1 :

$$P_1 = P_{атм} + \rho gh_1 \quad (12)$$

и записывают значение h_1 разности высот в коленах манометра в таблицу. Рекомендованные значения h_1 составляют $15 \div 20$ сантиметров.

2. Открывают кран (3), сообщая сосуд с атмосферой. При этом часть воздуха выходит в атмосферу, и давление газа быстро выравнивается с атмосферным давлением $P_{атм}$ (точка (а) на рис. 4).

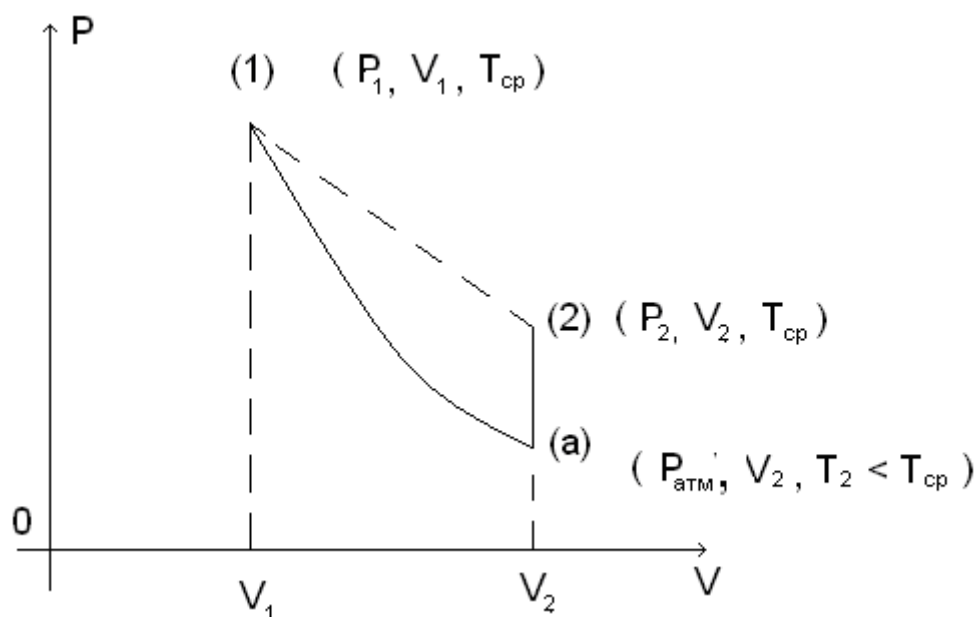


Рис. 4. Графики процессов, реализуемых в лабораторной установке

После этого кран закрывают (при показаниях манометра $h \approx 0$). Оставшаяся часть воздуха массой m_1 расширилась и заняла весь объем сосуда $V_2 = V_{\text{сосуда}}$. В первом состоянии $P_1 > P_{\text{атм}}$ эта масса воздуха m_1 занимала только часть объема $V_1 < V_{\text{сосуда}}$. Если процесс расширения происходит достаточно быстро, без теплообмена с атмосферой, то можно использовать законы адиабатического расширения для такой массы газа m_1 :

$$P_1 V_1^\gamma = P_{\text{атм}} V_2^\gamma, \text{ или } \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = \frac{P_1}{P_{\text{атм}}} \quad (13)$$

Здесь необходимо учитывать, что в точке (a) объем $V_2 = V_{\text{сосуда}}$, а давление равно $P_{\text{атм}}$. В результате этого расширения воздух в сосуде охладится до некоторой температуры $T_2 < T_{\text{атм}}$ и его давление уменьшится до $P_{\text{атм}}$.

3. Последний переход. Газ в сосуде нагревается при постоянном объеме до комнатной температуры T_{cp} (точка (2) на рис. 4). Здесь давление P_2 можно найти по показаниям манометра

$$P_2 = P_{\text{атм}} + \rho g h_2. \quad (14)$$

Показания манометра h_2 необходимо занести в таблицу.

Основное: состояния «1» и «2» имеют одинаковые температуры $T_1 = T_3 = T_{\text{cp}}$ и, следовательно, из уравнения Менделеева-Клапейрона имеем:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}. \quad (15)$$

Далее, состояния «1» и «а» связаны адиабатическим процессом, для которого выполняется формула (13).

Введем для удобства записи обозначения $P_3 = \rho gh_1, P_4 = \rho gh_2$. При этом $P_1 = P_{атм} + P_3, P_2 = P_{атм} + P_4$. Подставляя (15) в (13) и логарифмируя, находим:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\ln\left(\frac{P_1}{P_{атм}}\right)}{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{(P_{атм} + P_3)}{P_{атм}}\right)}{\ln\left(\frac{(P_{атм} + P_3)}{(P_{атм} + P_4)}\right)} = \\ &= \frac{\ln\left(1 + \frac{P_3}{P_{атм}}\right)}{\ln\left(\frac{1 + \frac{P_3}{P_{атм}}}{1 + \frac{P_4}{P_{атм}}}\right)} \approx \frac{\ln\left(1 + \frac{P_3}{P_{атм}}\right)}{\ln\left(1 + \frac{(P_3 - P_4)}{P_{атм}}\right)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь введены обозначения $P_3 = \rho gh_1, P_4 = \rho gh_2$. В последнем приближенном равенстве в (17) учтено известное в математике представление $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$, справедливое при $|x| \ll 1$, где $x = \frac{P_4}{P_{атм}}$, а также пренебрегается малым (по сравнению с остальными) слагаемым $\frac{P_3 P_4}{P_{атм}}$. Учитывая применительно к числителю и знаменателю последнего выражения в формуле (16) известное соотношение $\ln(1+\alpha) \approx \alpha$, также справедливое при условии $|\alpha| \ll 1$ (в условиях эксперимента действительно $|x| \ll 1$ и $|\alpha| \ll 1$), получим следующее расчетное выражение для определения искомого значения γ :

$$\gamma = \frac{\frac{P_3}{P_{атм}}}{\frac{(P_3 - P_4)}{P_{атм}}} = \frac{P_3}{P_3 - P_4} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

Следовательно, получаем расчетную формулу для γ :

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (17)$$

Расчет абсолютной погрешности найденного значения γ можем провести по формуле, совпадающей с формулой расчета погрешности в случае прямых измерений.

Это связано с тем, что число проведенных экспериментов (а именно 10) много больше единицы.

$$\Delta\gamma = \sqrt{\frac{(\gamma_1 - \langle \gamma \rangle)^2 + (\gamma_2 - \langle \gamma \rangle)^2 + \dots + (\gamma_n - \langle \gamma \rangle)^2}{n(n-1)}} t_\alpha. \quad \text{Здесь } n=10, \text{ среднее значение}$$

$\langle \gamma \rangle = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_n}{n}$, t_α - коэффициент Стьюдента, соответствующий $n=10$ и выбранному значению доверительной вероятности, которое принимаем равным $\alpha = 0.90$ или $\alpha = 0.95$ (см. Приложение «Обработка результатов физического эксперимента»). Относительная погрешность равна $\delta\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\langle \gamma \rangle} \cdot 100\%$.

Вместе с тем полезно провести этот же расчет и по методу, отвечающему косвенным измерениям:

$$\Delta\gamma = \left| \frac{\partial\gamma}{\partial h_1} \right| \Delta h + \left| \frac{\partial\gamma}{\partial(h_1 - h_2)} \right| (\Delta h_1 + \Delta h_2) \quad (18)$$

и далее сравнить полученные результаты.

На основе изложенных рассуждений в работе определяется коэффициент адиабаты γ (см. задание I). Однако трудность состоит в том, что адиабатный процесс занимает малые доли секунды, а момент его завершения, когда требуется закрыть клапан, неизвестен.

Поэтому P'' определяется следующим косвенным методом. При одинаковом начальном давлении P' , но разной длительности t открытия крана (3), соединяющего сосуд с атмосферой, измеряют конечное давление $P_{4к}(t)$. Закономерности теплообмена между газом и окружающей средой таковы, что зависимость $P_{4к}(t)$ можно приближенно описать экспоненциальной функцией вида

$$P_{4к}(t) = P_{4к}(0) \exp\left(-\frac{t-\tau}{a}\right),$$

где τ — длительность адиабатного процесса, a — постоянный коэффициент, характеризующий скорость теплообмена. Пренебрегая τ по сравнению с t и логарифмируя обе части (2.20), приходим к выражению:

$$\ln(P_{4к}(t)) = \ln(P_{4к}(0)) - \frac{t}{a} \quad (19)$$

Поскольку $P_{4к}(t) = h_2(t)\rho_{\text{воды}}g$, $P_{4к}(0) = h_2(0)\rho_{\text{воды}}g$, то с учетом свойств логарифма получаем:

$$\ln h_2(t) = \ln h_2(0) - \frac{t}{\alpha}$$

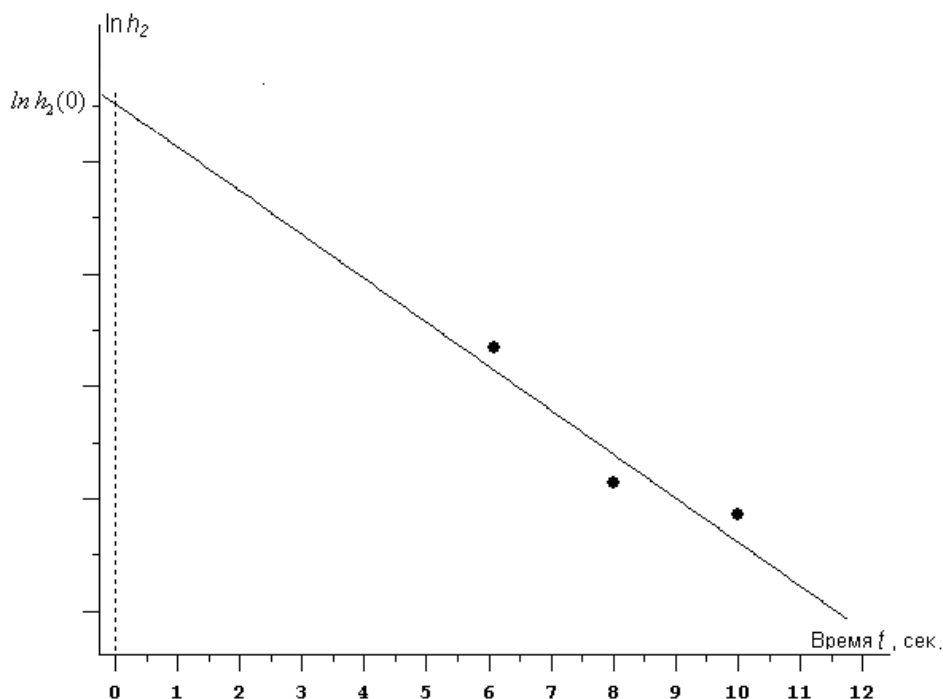


Рис. 5

Поскольку $\ln h_2(t)$ линейно зависит от времени, и при $t \rightarrow 0$ стремится к $\ln h_2(0)$, то точка пересечения экспериментально найденного линейного графика с вертикальной линией при $t=0$ позволяет найти $\ln h_2(0)$ и определить $h_2(0)$ (рис. 5).

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

I. Первый способ измерения

1. Открыть кран и накачать воздух в сосуд так, чтобы разность уровней в коленах манометра достигла $15 \div 20$ см.
2. Закрыть кран и после того, как давление в сосуде установится, произвести отсчет разности уровней высот h_1 уровней жидкости в коленах манометра.
3. Открыть кран, на короткое время соединяя сосуд с атмосферой. Как только уровни в коленах манометра сравняются, кран быстро закрыть.
4. Когда произойдет теплообмен с окружающей средой и давление установится, измерить разность значений h_2 в коленах манометра.

5. Измерения по пп. 1 повторить **10 раз**, беря разные значения h_1 . Результаты измерений значений h_1 и h_2 занести в таблицу.

| № опыта | h_1 | h_2 | γ | $\langle \gamma \rangle$ |
|---------|-------|-------|----------|--------------------------|
| | | | | |
| | | | | |

6. Вычислить по формуле (17) значения γ для каждого измерения, найти среднее арифметическое значение $\langle \gamma \rangle$.

7. Определить абсолютную $\Delta\gamma$ и относительную $\delta\gamma$ ошибку значений γ (см. методическое пособие «Ошибка результатов измерений»).

8. По формуле (10.4) подсчитать значения γ для основных газов, из которых состоит воздух (азот, кислород, аргон, углекислый газ, пары воды).

9. Сравнить $\langle \gamma \rangle$ со значением n для политропного процесса (11).

II. Второй способ измерения.

1. Открыть кран и накачать воздух в сосуд так, чтобы разность уровней h_1 в коленах манометра достигла уровня 21 см. Затем кран закрыть.

2. Дождаться, когда температура в сосуде станет равна комнатной, признаком чего станет прекращение изменения положения уровней жидкости в коленах манометра. При всех опытах стремиться к тому, чтобы соответствующая разность уровней в коленах манометра была бы одинаковой. Если это не выполняется, необходимо немного подкачать воздух или, напротив, слегка его выпустить с тем, чтобы величина h_1 во всех опытах была бы одинаковой.

3. Открыть кран соединения с атмосферой и закрыть его через требуемое время. Рекомендуемые значения t : 6 сек; 8 сек; 10 сек. Прошедшее время измеряется секундомером. Занести реальное время t , в течение которого был открыт клапан, в таблицу.

| № опыта | h_1 | t | $\ln h_2(t)$ |
|---------|-------|-----|--------------|
| | | | |
| | | | |
| | | | |

4. Дождаться, когда температура в баллоне сравняется с температурой в лаборатории. Занести в таблицу значение $\ln h_2(t)$.

5. По полученным данным построить график зависимости $\ln h_2(t)$ и графически вычислить значение $\ln(h_2(0))$ (см. рис. 5). После чего, полагая в формуле (17) $h_2 = h_2(0)$, найти искомое значение γ .

6. Сравните найденные способами (I) и (II) значения γ . Сделайте вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Физическая модель идеального газа. Уравнение состояния идеального газа.
2. Молярная, удельная и полная теплоемкости.
3. В каких единицах измеряются в системе СИ давление, объем, температура, молярные теплоемкости?
4. Что такое молярные теплоемкости C_p и C_v ?
5. Что такое адиабатный процесс?
6. Что такое изотермический процесс?
7. Что такое изобарный процесс?
8. Что такое изохорный процесс?
9. Понятие политропного процесса.
10. Вывод расчетной формулы для определения γ .
11. Изобразите в координатах $p-V$ изохорное охлаждение, изобарное нагревание, изотермическое и адиабатическое расширение, начинающиеся из одного начального состояния.
12. Как найти бесконечно малое изменение внутренней энергии и бесконечно малую работу, совершаемую идеальным газом в некотором термодинамическом процессе?
13. Как связаны молярные теплоемкости C_p и C_v с числом степеней свободы молекулы i ? Каково теоретическое значение γ ?
14. Что такое уравнение Пуассона?

15. Как изменяется давление некоторого количества воздуха при адиабатном увеличении его объема в два раза?
16. Выведите итоговое выражение для расчета Δh согласно формуле (18).

Задачи, рекомендуемые для подготовки к отчету по работе:

Сборник задач по общему курсу физики. В. С. Волькенштейн, 2003.

№ 5. 187, 5.158, 5.160.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т. I. М.: Наука, 1982. 432 с.
2. Яворский Б.М., Пинский А. А. Основы физики, т. I. М.: Наука, 1974. 496 с.
3. Яворский Б.М., Детлаф А. А. Справочник по физике, М.: Наука, 1964. 847с.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 2003. 220 с.

Лабораторная работа № 8 (21)

ИЗМЕРЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: определение емкости конденсатора двумя способами, экспериментальная проверка формул расчета емкости параллельного и последовательного соединения конденсаторов.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

1. Любое заряженное тело создает в окружающем пространстве поле, характеризующееся напряженностью и потенциалом (или разностью потенциалов). На проводящем теле электрический заряд располагается в очень тонком слое вдоль поверхности. Поверхность хорошего проводника является эквипотенциальной (потенциал во всех точках одинаков), причем заряд проводника и потенциал его поверхности пропорциональны.

$$Q = C \cdot \varphi \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности C , зависящий от размеров, формы проводника и диэлектрической проницаемости среды, называется его электрической емкостью. Единицей измерения емкости в СИ является Фарад:

$$1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / \text{В}$$

(фарад – емкость такого проводника, который, получив заряд 1 кулон, изменит потенциал на 1 вольт). Фарад – довольно большая единица измерения, поэтому чаще используются меньшие единицы:

$$1 \text{ микрофарад} = 1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф},$$

$$1 \text{ нанофарад} = 1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф},$$

$$1 \text{ пикофарад} = 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}.$$

2. Емкости уединенных проводников довольно малы: для получения больших емкостей при достаточно малых габаритах системы используют конденсаторы. Конденсатор – это система двух близко расположенных и изолированных друг от друга проводников (обкладок). Конденсаторы широко применяются в электротехнических и радиоэлектронных схемах. Их применение обусловлено способностью конденсаторов сохранять заряд, а также “избирательно” пропускать переменные токи (лучше пропускать токи большей частоты). Конденсаторы большой емкости обычно изготавливаются на основе ленты двухсторонней металлической фольги, которая сворачивается в трубку. Чем больше площадь пла-

стин, тем больше емкость конденсатора. Для конденсатора формула (1) принимает вид

$$Q = C \cdot U \quad (2)$$

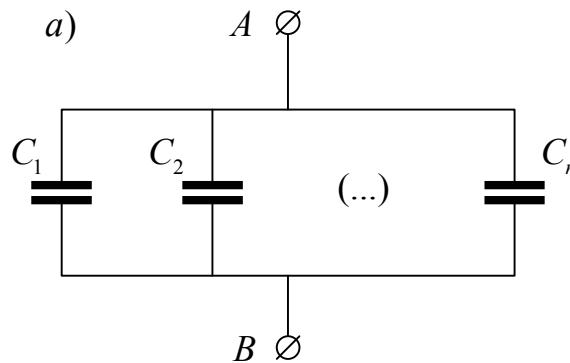
где U – разность потенциалов между его обкладками. Емкость плоского конденсатора определяется формулой

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad (3)$$

где S – площадь пластин, d – расстояние между ними, ε – диэлектрическая проницаемость вещества, изолирующего пластины, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая постоянная.

3. Для получения необходимой емкости иногда приходится соединять конденсаторы друг с другом. Любое сложное соединение можно разбить на совокупность параллельно или последовательно включенных конденсаторов.

Параллельное соединение конденсаторов показано на схеме “а”



последовательное на схеме “б”:



Получим формулы расчета емкости таких соединений.

Представим себе, что к клеммам А и В подключен источник, создающий разность потенциалов U между ними. Рассмотрим сначала схему “а”. Полный заряд системы Q , очевидно, равен сумме зарядов

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

используя формулу (2), запишем

$$C_{\text{пар}}U = C_1U + C_2U + \dots + C_nU$$

где $C_{\text{пар}}$ – емкость между клеммами А и В. Отсюда

$$C_{\text{пар}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (4)$$

Если все конденсаторы одинаковы, т.е. $C_1 = C_2 = \dots = C_n$, то

$$C_{\text{пар}} = nC_1$$

Для последовательного соединения (схема “б”) будут складываться разности потенциалов, а именно,

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

где U_i – разность потенциалов на каждом конденсаторе. Поскольку теперь заряд на каждом конденсаторе одинаков, на основании (2) запишем

$$\frac{Q}{C_{\text{посл}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n}$$

откуда получим формулу последовательного соединения

$$\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (5)$$

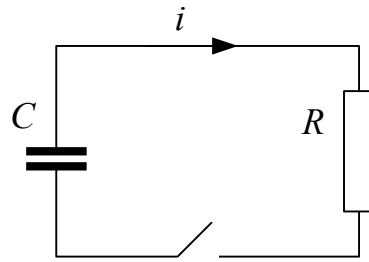
Если все конденсаторы одинаковы, то из (5) следует

$$C_{\text{посл}} = \frac{C_1}{n}$$

Для двух конденсаторов имеем

$$C_{\text{посл}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} \quad (5a)$$

3. Конденсатор не проводит постоянный электрический ток, так как обкладки изолированы, но проводит переменный, причем тем лучше, чем выше частота последнего. Чтобы понять, как это происходит, рассмотрим процессы зарядки и разрядки конденсатора. Начнем с разрядки. Предположим, что конденсатор C с начальным зарядом Q_0 в момент $t = 0$ подключен к сопротивлению R .



Запишем закон Ома для замкнутой цепи:

$$U_c + iR = 0$$

где U_c – напряжение на конденсаторе, i – ток в цепи.

Поскольку

$$U_c = \frac{Q}{C}, \quad i = \frac{dQ}{dt} = Q'(t)$$

мы приходим к следующему дифференциальному уравнению, описывающему процесс разрядки конденсатора

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

или, поделив на R и обозначив $\tau = R \cdot C$,

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{\tau} = 0$$

Разделяя дифференциалы, запишем

$$-\frac{dQ}{Q} = \frac{dt}{\tau}$$

Интегрируя, найдем зависимость заряда от времени

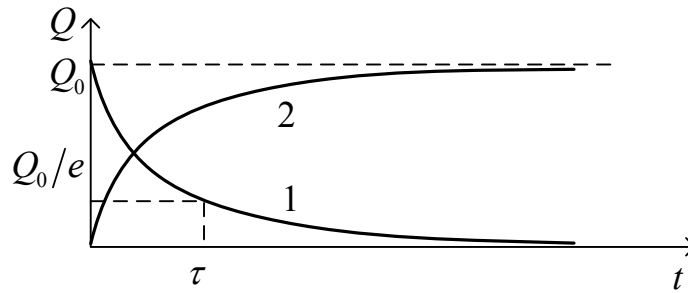
$$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau} \quad (6)$$

Эта зависимость показана на рисунке (кривая 1).

Аналогично можно показать, что процесс зарядки конденсатора описывается функцией

$$Q(t) = Q_0(1 - e^{-t/\tau})$$

(см. кривую (2))



Величина $\tau = RC$ называется постоянной времени цепочки, она характеризует время разряда конденсатора.

В цепи переменного тока процессы зарядки-разрядки конденсатора идут непрерывно с частотой, равной частоте тока. Поэтому конденсатор, являясь изолятором для постоянного тока, проводит переменный. Сопротивление конденсатора переменному току обратно пропорционально его емкости и частоте

$$R_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C}, \quad (7)$$

где ω - циклическая частота, а ν - частота, измеряемая в герцах. Это сопротивление носит реактивный характер, на нем не происходит выделение энергии в форме тепла.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

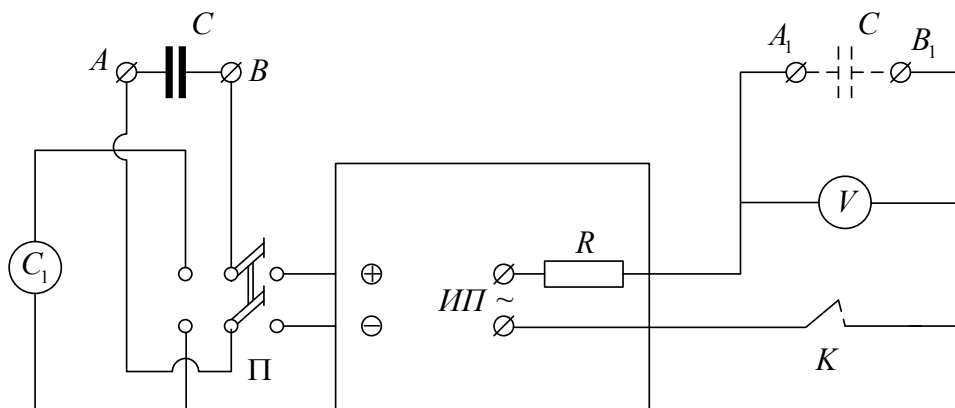


Схема установки

ИП – источник питания; G - гальванометр; V - вольтметр переменного тока; П – переключатель.

Установка состоит из источника питания ИП, гальванометра G , вольтметра переменного напряжения V , переключателя П, клемм и соединительных проводов. Источник питания дает постоянное напряжение, используемое при выполнении первого задания и переменное, используемое для второго задания. Гальванометр G служит для измерения зарядов конденсаторов (используется в 1-ом задании), вольтметр – для измерения переменного напряжения в конденсаторах (используется во 2-м задании). Измерение емкости производится двумя способами.

Первый способ – измерение емкости на постоянном напряжении. К клеммам АВ подключается измеряемый конденсатор. Включается источник питания ИП, переключатель П переводится в правое (по схеме) положение. При этом конденсатор заряжается (для зарядки достаточно нескольких секунд). Затем переключатель П переводится в левое (по схеме) положение, при этом конденсатор разряжается через гальванометр, максимальное отклонение стрелки которого пропорционально заряду на конденсаторе.

$$n = k \cdot Q$$

n – число делений, Q – заряд, k – коэффициент пропорциональности.

Пусть n_0 – показания гальванометра при подключении к клеммам АВ конденсатора известной емкости C_0 , n_x , - показания при подключении конденсатора известной емкости C_x . Тогда

$$n_0 = kQ_0 = kC_0U$$

$$n_x = kQ_x = kC_xU$$

где U – напряжение между клеммами А и В.

Отсюда находим

$$\frac{n_x}{n_0} = \frac{C_x}{C_0} \quad , \quad C_x = C_0 \frac{n_x}{n_0} \quad (8)$$

Второй способ измерения емкости – на переменном напряжении. Изменяемый конденсатор подключается к клеммам A_1B_1 . По цепи идет переменный ток, вольтметром измеряется напряжение на конденсаторе. Сопротивление R выбрано достаточно большим ($R \gg \frac{1}{\omega C}$), так что можно считать, что ток, текущий через подключаемые конденсаторы, не зависит от величин их емкостей.

Пусть U – показания вольтметра, i – ток через конденсатор. R_c – емкостное сопротивление конденсатора. По закону Ома

$$U = i \cdot R_c$$

| | | | | | | | | |
|----|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 2. | | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | | |

Емкости C_x , $C_{\text{пар}}$, $C_{\text{посл}}$ рассчитываются по формуле (8).

Задание 2

Измерить 2-м способом емкость конденсатора C_x , емкость параллельного и последовательного соединения конденсаторов.

1. Подключить к клеммам A_1B_1 конденсатор C_0 и выполнить измерение величины U_0 (напряжение на C_0).
2. Подключить конденсатор C_x вместо C_0 и измерить напряжение U_x (напряжение на конденсаторе C_x).
3. Те же измерения провести для параллельного и последовательного соединения конденсаторов. Каждый опыт выполняется один раз, данные заносятся в таблицу 2. Искомые емкости находятся по формуле (9).

Таблица 2

| U_0 (В) | U_x (В) | C_0 (мкФ) | C_x (мкФ) | $C_{\text{пар}}$ | | $C_{\text{посл}}$ | |
|--------------|--------------|----------------|----------------|------------------|-------|-------------------|-------|
| | | | | U_x | C_x | U_x | C_x |
| | | | | | | | |

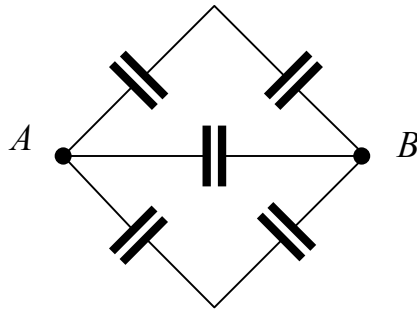
ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Найти среднее значение емкости $\langle C_x \rangle$ по результатам 1-го задания, $\langle C_x \rangle$ сравнить с результатом, полученным во втором задании.
2. Рассчитать емкость параллельного и последовательного соединений (по формулам (4), (5)), взяв в качестве емкости конденсатора значения $\langle C_x \rangle$. Записать полученные результаты и сравнить их с экспериментальными значениями из таблиц 1 и 2.

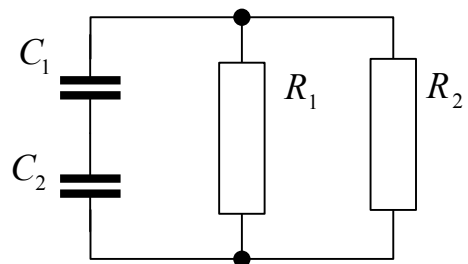
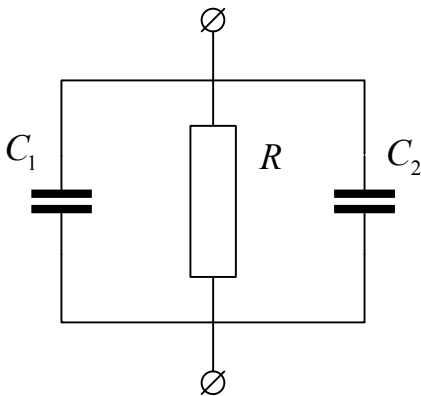
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как изменяется при раздвижении пластин плоского конденсатора его емкость, разность потенциалов на обкладках, энергия. Рассмотреть два случая: а) конденсатор отключен от источника, б) конденсатор подключен к источнику.

- Конденсатор емкостью 10 мкФ заряжен до разности потенциалов 100 В и подключен к другому конденсатору, емкостью 20 мкФ . Какое напряжение установится на обкладках конденсаторов? Найти энергию системы до и после подключения. Куда “исчезла” часть энергии?
- Найти емкость между точками AB ; AC если емкость каждого конденсатора 1 мкФ



- Найти постоянную времени следующих цепочек:



- Имеется несколько конденсаторов по 1 мкФ каждый. Нарисовать схемы их соединения для получения следующих емкостей: 3 мкФ ; $0,5 \text{ мкФ}$; $0,33 \text{ мкФ}$; $1,5 \text{ мкФ}$; $1,33 \text{ мкФ}$.

ЛИТЕРАТУРА

- Савельев И.В. Курс общей физики, 1978, т.2, стр. 79-86.
- Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики, 1974, т.2, стр. 73-80.

Лев Петрович Коган

Андрей Борисович Колпаков

Юрий Петрович Комаров

Виктор Геннадьевич Лапин

Георгий Анатольевич Маковкин

Валерия Борисовна Штенберг

Лабораторные работы по физике. Выпуск 1. Механика. Сборник методических указаний для выполнения лабораторных работ по физике для студентов специальностей 270800.62, 271101.65, 280700.62, 221700.62, 20303.65, 140100.62

Подписано к печати ____ Бумага газетная. Формат 60x90 1/16

Печать офсетная. Уч. изд. л. 0,8. Усл. печ. л. Тираж 150 экз.

Заказ № _____

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, 603600, Н. Новгород, Ильинская, 65

Полиграфцентр ННГАСУ, 603950, Н. Новгород, Ильинская, 65