Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

Н.Е. Демидова

МЕХАНИКА

Кинематика поступательного движения тела
Динамика поступательного движения тела

Часть I

Утверждено редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия
для слушателей, обучающихся по программам подготовки к поступлению в вуз

Нижний Новгород
ННГАСУ
2014

ББК 22.21(я7)
УДК 531(075)
Д 30

Рецензенты:

Демин И.Ю. – к.ф.-м. наук, доцент кафедры акустики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского
Г.А. Малиновская – к. т. наук, доцент кафедры математики и системного анализа Нижегородского института управления (филиал РАНХиГС)

МЕХАНИКА. Кинематика поступательного движения тела. Динамика поступательного движения тела. Часть I: учебн. пос. для вузов. / Н.Е. Демидова; Нижегород. гос. архит.-строит. ун-т;– Н.Новгород: ННГАСУ, 2014. – 79 с.
ISBN

Кратко, доступно и систематизировано изложен теоретический материал, приведены примеры решений типовых задач, дан список задач с ответами для самостоятельного решения по разделам «Кинематика» и «Динамика».

Рекомендуется для использования на курсах по подготовке к поступлению в вуз и для самостоятельной подготовки учащихся к сдаче экзамена по физике.

Пособие будет полезно не только учащимся, но и преподавателям, работающим со слушателями подготовительных курсов.

ББК 22.21(я7)

ISBN

Введение

Учебное пособие предназначено, прежде всего, учащимся выпускных классов общеобразовательных школ и призвано помочь им эффективно подготовиться к успешному выполнению заданий единого государственного экзамена по физике (ЕГЭ). Издание также может быть полезно абитуриентам, готовящимся к вступительному экзамену по физике в вуз, проводимому по традиционной методике.

Учебное пособие состоит из двух глав, которые охватывают вопросы кинематики и динамики поступательного движения материальной точки. Их тематика соответствует обязательному минимуму содержания полного общего образования.

Учебный материал, представленный в каждой главе, содержит достаточно подробный теоретический материал, типовые задачи с решениями и задания для самостоятельной работы. Задачи для самостоятельного решения содержат ответы и по своей структуре соответствуют заданиям из частей А и В вариантов ЕГЭ.

В конце публикации предложены справочные материалы, необходимые при решении задач, список использованной для подготовки издания литературы.

Пособие может быть использовано как преподавателями физики, работающими с выпускниками и абитуриентами, так и учащимися, самостоятельно готовящимися к сдаче ЕГЭ или традиционного вступительного экзамена по физике.

МЕХАНИКА

В разделе *механика* изучается наиболее простая форма движения – *механическое движение*.

Механическое движение тела – изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

В *механике Ньютона* рассматривается механическое движение тел со скоростями много меньшими скорости света в вакууме.

1. КИНЕМАТИКА

Кинематика – раздел механики, в котором изучаются законы движения безотносительно к причинам этого движения.

Различают два типа движения:

– *поступательное* движение тела;

– *вращательное* движение тела.

Изучаемые в кинематике величины:

– перемещение $(\Delta\vec{r})$, скорость $(\vec{V})$, ускорение $(\vec{a})$;

– угловое перемещение $(\Delta\vec{\varphi})$, угловая скорость $(\vec{\omega})$, угловое ускорение $(\vec{\alpha})$ – являются величинами векторными, но записываются в векторной форме только в том случае, когда важно направление этих векторов.

1.1. Поступательное движение тела

Поступательное движение тела – движение тела, при котором все его точки движутся одинаково.

Материальная точка – физическое тело, размерами и формой которого можно пренебречь в данной задаче.

Тело отсчёта – тело, которое принимают за неподвижное и относительно которого определяют механическое состояние всех остальных тел данной системы.

Система отсчёта – совокупность тела отсчёта, системы координат и прибора для измерения времени.

Радиус-вектор $(\vec{r})$ – это вектор, проведённый из начала координат до данной точки в пространстве, задающий положение данной точки в пространстве (рис. 1).

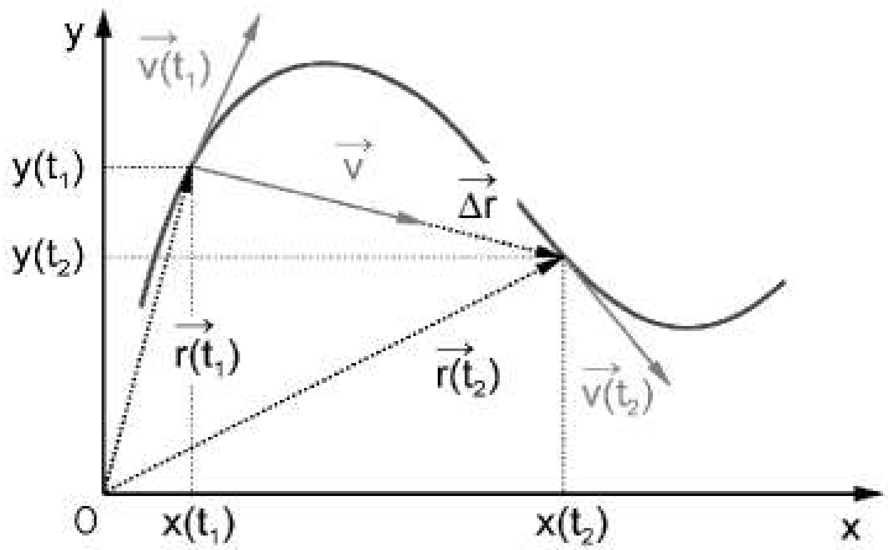


Рис. 1. Система координат *Oxy*; $\vec{r}(t_1)$ – радиус-вектор, задающий положение точки в момент времени t_1; $\vec{r}(t_2)$ – радиус-вектор, задающий положение точки в момент времени t_2; $\Delta\vec{r}$ – перемещение тела; $\vec{V}$ – средняя скорость тела; $\vec{V}(t_1)$ – мгновенная скорость тела в момент времени t_1; $\vec{V}(t_2)$ – мгновенная скорость тела в момент времени t_2

Траектория – это воображаемая линия, вдоль которой движется тело. По форме траектории классифицируются на криволинейные и прямолинейные.

Путь (S) – физическая скалярная величина, равная длине траектории.

Перемещение тела $(\Delta\vec{r})$– это вектор, соединяющий начальное и конечное положения тела (рис. 1). Перемещение не зависит от формы траектории.

Перемещение является вектором-разностью радиус-векторов конечного и начального положений тела:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 . \qquad (1)$$

В проекциях на координатные оси перемещение определяется как:

$$\Delta r_x = x(t_2) - x(t_1) \text{ и } \Delta r_y = y(t_2) - y(t_1). \qquad (2)$$

Путь и модуль перемещения совпадают при прямолинейном движении тела в одном направлении.

Средняя скорость перемещения тела $(\vec{V})$ – физическая векторная величина, равная отношению вектора перемещения тела $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt, в течение которого это перемещение произошло (рис. 1):

$$\vec{V} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} . \qquad (3)$$

Единица измерения скорости в системе единиц СИ [V]=1 м/с.

Средняя путевая скорость тела $(V_{\text{ср}})$ – физическая **скалярная** величина, равная отношению пути S ко времени t, за которое этот путь пройден:

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t} . \qquad (4)$$

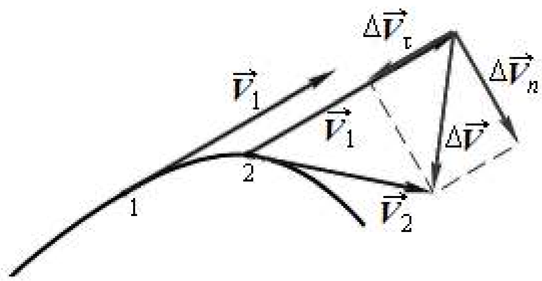
Мгновенная скорость тела $(\vec{V}_t)$– это скорость тела в данный момент времени. Мгновенная скорость направлена по касательной к траектории тела (рис. 1):

$$\vec{V}_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}\,. \tag{5}$$

Вектор изменения скорости – это вектор-разность векторов мгновенных скоростей в конечный и начальный моменты времени (рис. 2):

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1\,. \tag{6}$$

Рис. 2. Построение вектора изменения скорости $\Delta \vec{V}$



Ускорение тела $(\vec{a})$ – физическая векторная величина, равная отношению изменения скорости тела $\Delta \vec{V}$ к промежутку времени Δt, в течение которого произошло это изменение:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}\,. \tag{7}$$

Единица измерения ускорения в системе единиц СИ [a]=1 м/с^2. Из (7) видно, что вектор ускорения $\vec{a}$ сонаправлен с вектором изменения скорости $\Delta \vec{V}$.

Мгновенное ускорение тела $(\vec{a}_t)$ – ускорение тела в данный момент времени:

$$\vec{a}_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \dot{\vec{V}}\,. \tag{8}$$

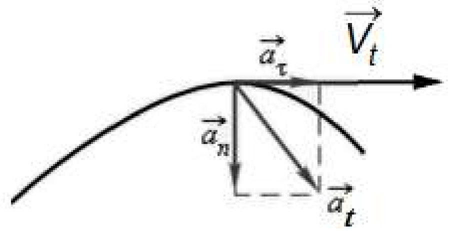
Вектор ускорения в любой момент времени можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие (рис. 3):

$$\vec{a}_t = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \tag{9}$$

где $\vec{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение, направлено по касательной к траектории и характеризует изменение скорости по модулю; $\vec{a}_n$ – нормальное ускорение, направлено перпендикулярно тангенциальному ускорению от вогнутости траектории, характеризует изменение скорости по направлению. При движении по окружности с постоянной скоростью нормальное ускорение является центростремительным. На рисунке 3 представлено разложение вектора ускорения $\vec{a}_t$ на его составляющие $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$. Скорость тела увеличивается, если $\vec{a}_\tau \uparrow\uparrow \vec{V}_t$. При уменьшении скорости тела вектор $\vec{a}_\tau$ направлен противоположно вектору мгновенной скорости $\vec{V}_t$. Модуль полного ускорения тела равен:

$$a_t = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \tag{10}$$

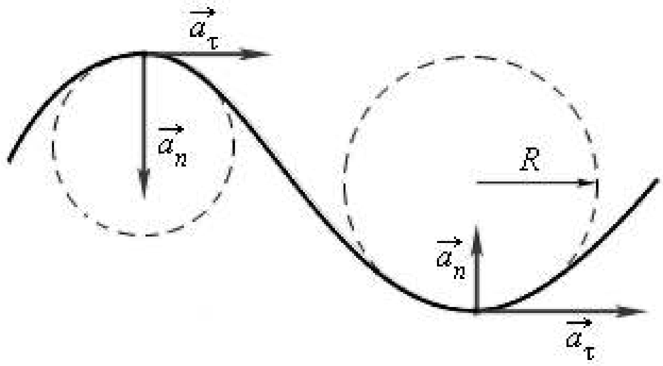
Рис. 3. Разложение вектора ускорения $\vec{a}_t$ на составляющие



Криволинейное движение можно представить как движение по дугам окружностей (рис. 4). Нормальное ускорение зависит от модуля скорости V_t и от радиуса R окружности, по дуге которой движется тело в данный момент:

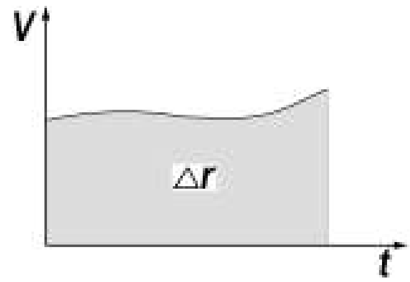
$$a_n = \frac{V_t^2}{R}. \tag{11}$$

Рис. 4. Представление криволинейного движения как движения по дугам окружностей



Соотношение между скоростью, перемещением и временем для всех видов поступательного движения можно определить, используя график скорости или зависимость скорости от времени (рис. 5). График позволяет определить величину скорости в любой момент времени, и перемещение тела к этому моменту равно площади фигуры под кривой.

Рис. 5. Пример графика скорости



1.1.1. Равномерное поступательное движение

Равномерное поступательное движение – движение, при котором тело за равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. Это движение с постоянной скоростью.

На рис. 6 и 7 представлены графики скорости и перемещения для равномерного движения тела. На графике скорости видно, что перемещение определяется площадью прямоугольника под прямой, и $\Delta\vec{r} = \vec{V}t$, то есть зависимость перемещения от времени – линейная.

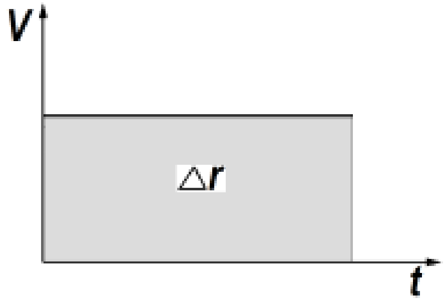


Рис. 6. График скорости при равномерном движении

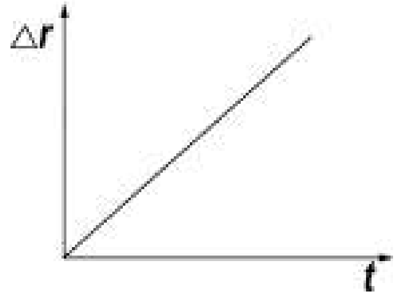


Рис. 7. График перемещения (пути) при равномерном движении $\Delta r \sim t$

Уравнения, описывающие равномерное движение:

$$\left|\vec{V}\right| = \text{const}\,;\ \vec{a} = \vec{0}\,;\ \Delta\vec{r} = \vec{V}t\,,\ \left|\Delta\vec{r}\right| = S = Vt\,. \tag{12}$$

1.1.2. Равнопеременное поступательное движение

Равнопеременное движение – движение тела, при котором его скорость за любые равные промежутки времени изменяется одинаково. Согласно выражению (7), – это движение с постоянным ускорением (рис.8). Из (7) следует, что зависимость скорости от времени при равнопеременном движении – линейная (рис. 9).

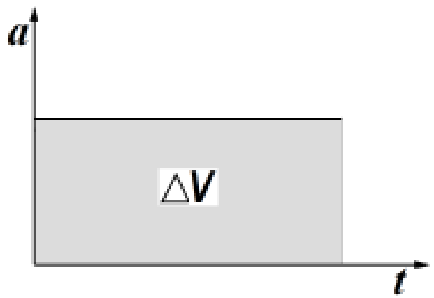


Рис. 8. График вектора ускорения при равнопеременном движении

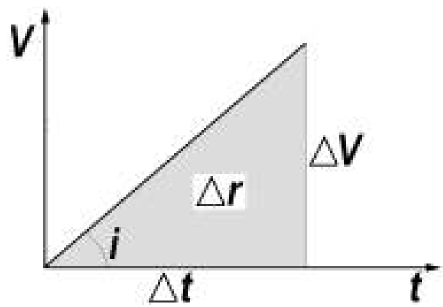


Рис. 9. График вектора скорости при равнопеременном движении ($V \sim t\,, V_0 = 0$)

Ускорение характеризуется тангенсом угла наклона зависимости $V(t)$: $\{a\} = \mathrm{tg}i$ и $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$. На графике скорости перемещение равно площади прямоугольного треугольника: $\Delta\vec{r} = \dfrac{\Delta\vec{V}\cdot\Delta t}{2}$. Заменим Δt на t, используем выражение (7), получим: $\Delta\vec{r} = \dfrac{\vec{a}t\cdot t}{2} = \dfrac{\vec{a}t^2}{2}$.

При равнопеременном движении тела с начальной скоростью (рис. 10) перемещение определяется площадью трапеции или суммой площадей прямоугольника и прямоугольного треугольника:

$$\Delta r = \frac{V_0 + V}{2}t = V_0 t + \frac{V - V_0}{2}t = V_0 t + \frac{at^2}{2}. \qquad (13)$$

Зависимость перемещения от времени для равнопеременного движения – квадратичная (рис. 11).

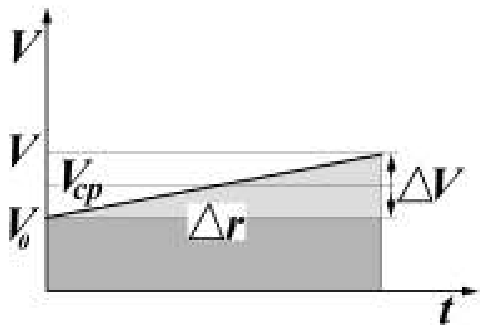


Рис. 10. Графики скорости и средней скорости при равнопеременном движении тела

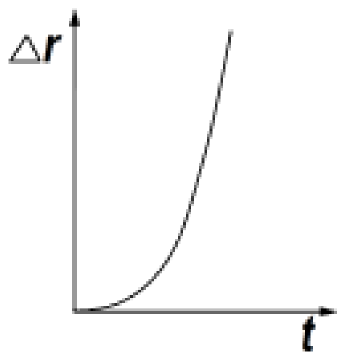


Рис. 11. График перемещения при равнопеременном движении тела

На графике скорости (рис. 10) видно, что $V = V_0 + \Delta V$. Из (7) получаем:

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t. \qquad (14)$$

Средняя скорость $V_{\text{ср}}$ равнопеременного движения равна среднему арифметическому начальной и конечной мгновенных скоростей:

$$V_{\text{ср}} = \frac{V_0 + V}{2}. \tag{15}$$

На рисунке 10 видно, что

$$V_{\text{ср}} = \frac{V_0 + V}{2} = \frac{V_0 + V_0 + at}{2} = V_0 + \frac{at}{2} = \frac{\Delta r}{t}. \tag{16}$$

С учётом определения равнопеременного движения, выражений (13) и (14), уравнения, описывающие равнопеременное движение, имеют вид:

$$|\vec{a}| = \text{const}; \; \vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t; \; \Delta\vec{r} = \vec{V}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \tag{17}$$

Исключим время из уравнений (17), получим следующее выражение:

$$\Delta\vec{r} = \frac{\vec{V}^2 - \vec{V}_0^2}{2\vec{a}}. \tag{18}$$

Зависимости перемещения от времени для равноускоренного и равнозамедленного движений различаются (рис. 12). При равнозамедленном движении ускорение направлено против движения. Для равнозамедленного прямолинейного движения до остановки $(V_{\text{ост}} = 0)$ в момент времени $t_{\text{ост}}$, согласно (17), справедливы выражения:

$$V_0 - at_{\text{ост}} = 0;\ \Delta r_{\text{ост}} = V_0 t_{\text{ост}} - \frac{at_{\text{ост}}^2}{2}. \qquad (19)$$

Для момента времени остановки тела получим выражение:

$$t_{\text{ост}} = \frac{V_0}{a};\ \Delta r_{\text{ост}} = \frac{V_0^{\ 2}}{2a}. \qquad (20)$$

При равнозамедленном движении скорость линейно уменьшается (рис. 13). Тело останавливается в момент времени $t_{ост}$.

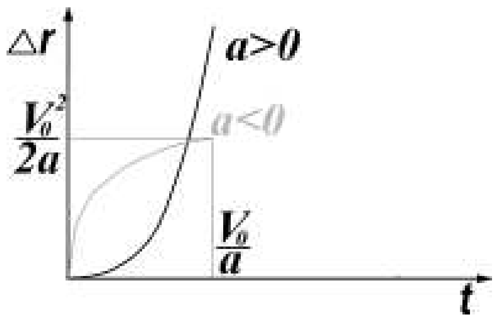


Рис. 12. Зависимости перемещения от времени при равноускоренном $(a > 0)$ и равнозамедленном $(a < 0)$ движении. Ускорение проецировалось на направление движения

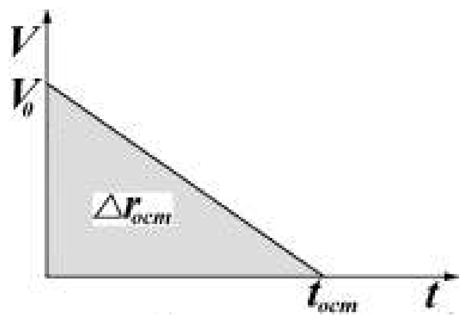


Рис. 13. Зависимость скорости от времени при равнозамедленном движении до остановки

1.1.3. Свободное падение тел

Свободное падение тел – движение под действием только силы тяжести без учёта сопротивления воздуха. В гравитационном поле Земли это движение с ускорением свободного падения $\vec{g}$, направленным вертикально вниз к поверхности. Вблизи поверхности на высоте $h \ll R_З$, где $R_З$ – радиус Земли, $g \approx 10$ м/с^2.

Движение тела, брошенного вертикально вниз из состояния покоя

Это равноускоренное движение из состояния покоя с высоты h. Из формул (17) следует:

$$h = \frac{gt^2}{2};\ V = gt. \qquad (21)$$

Движение тела, брошенного вертикально вниз

Это равноускоренное движение с начальной скоростью с высоты h. Из формул (17) следует:

$$h = V_0 t + \frac{gt^2}{2};\ V = V_0 + gt. \qquad (22)$$

Движение тела, брошенного вертикально вверх

Это равнозамедленное движение тела с начальной скоростью V_0 и ускорением свободного падения g, направленным против движения. Если h – высота подъёма тела за время t, то из формул (17) следует:

$$h = V_0 t - \frac{gt^2}{2};\ V = V_0 - gt. \qquad (23)$$

Тело, брошенное вертикально вверх, достигает максимальной высоты $h_{\max}$ в момент остановки тела:

$$V_0 - gt_{\max} = 0 \Leftrightarrow t_{\max} = \frac{V_0}{g};\ h_{\max} = \frac{V_0^2}{2g}, \qquad (24)$$

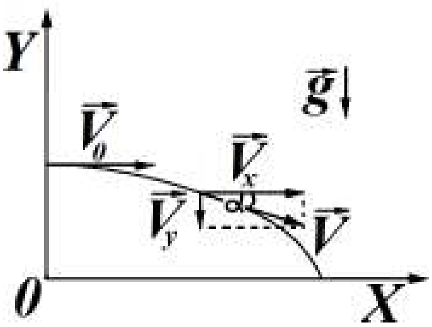
где время подъёма обозначено $t_{\max}$.

Если тело, брошенное вертикально вверх, возвращается в точку броска, то время его движения вверх $t_{\max}$ равно времени его падения $t_{пад}$: $t_{\max} = t_{пад}$.

Движение тела, брошенного горизонтально

Траектория движения тела, брошенного горизонтально – парабола (на тело действует ускорение свободного падения $\vec{g}$, и оно находится у поверхности Земли на высоте $h << R_{земли}$). Движение вдоль оси OX – равномерное, т.к. $g_x = 0$, а вдоль OY – равноускоренное, $g_y = -g$ (рис. 14).

Рис. 14. Схематическое представление движения тела, брошенного горизонтально. Пример разложения вектора мгновенной скорости на взаимно перпендикулярные составляющие



Этот вид движения описывается системой из четырёх уравнений. Два уравнения для координаты и скорости в проекциях на ось OX и два подобных уравнения в проекциях на ось OY (см. формулы 17):

$$\begin{cases} V_x(t) = V_{0x} + g_x t, \\ x(t) = x_0 + V_{0x}t + \dfrac{g_x t^2}{2}, \\ V_y(t) = V_{0y} + g_y t, \\ y(t) = y_0 + V_{0y}t + \dfrac{g_y t^2}{2}. \end{cases} \tag{25}$$

В (25) использованы равенства $\Delta r_x = x - x_0$ и $\Delta r_y = y - y_0$.

В выбранной системе координат $g_x = 0$, $g_y = -g$ и система уравнений (25) упрощается:

$$\begin{cases} V_x(t) = V_0, \\ x(t) = V_0 t, \\ V_y(t) = -gt, \\ y(t) = y_0 - \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases} \tag{26}$$

Вектор мгновенной скорости тела $\vec{V}$ в любой точке траектории направлен по касательной к ней (рис. 21) и может быть разложен на две взаимно перпендикулярные составляющие:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y. \tag{27}$$

По теореме Пифагора из прямоугольного треугольника с гипотенузой V и катетами V_x и V_y с учетом (26) получим:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 = V_0^2 + (gt)^2. \tag{28}$$

Из того же треугольника и выражений для компонент скорости в (26) получим:

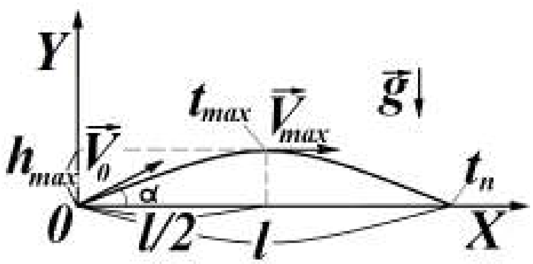
$$\text{tg}\alpha = \left|\frac{V_y}{V_x}\right| = \frac{gt}{V_0}, \quad (29)$$

где α – угол между вектором мгновенной скорости тела $\vec{V}$ и осью OX.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту, – парабола (тело движется с ускорением свободного падения $\vec{g}$, тело находится на высоте $h << R_{\text{земли}}$). Движение вдоль оси OX – равномерное, т.к. $g_x = 0$, а вдоль OY – равнопеременное, $g_y = -g$ (рис. 15).

Рис. 15. Схематическое представление движения тела, брошенного под углом к горизонту



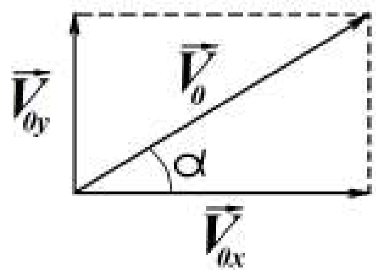
Этот вид движения, как и предыдущий, также описывается системой из четырёх уравнений:

$$\begin{cases} V_x(t) = V_{0x} + g_x t, \\ x(t) = x_0 + V_{0x}t + \dfrac{g_x t^2}{2}, \\ V_y(t) = V_{0y} + g_y t, \\ y(t) = y_0 + V_{0y}t + \dfrac{g_y t^2}{2}. \end{cases} \quad (30)$$

Вектор начальной скорости $\vec{V}_0$ представляется векторной суммой его составляющих вдоль направлений *OX* и *OY*: $\vec{V}_0 = \vec{V}_{0x} + \vec{V}_{0y}$ (рис. 16). Значения проекций вектора $\vec{V}_0$ на оси, определяемые из прямоугольного треугольника с гипотенузой V_0, катетами V_{0x} и V_{0y}, острым углом α:

$$V_{0x} = V_0 \cos\alpha \,, \; V_{0y} = V_0 \sin\alpha \,. \tag{31}$$

Рис. 16. Пример разложения вектора начальной скорости $\vec{V}_0$ на его составляющие $\vec{V}_{0x}$ и $\vec{V}_{0y}$ вдоль координатных осей



С учётом того, что $g_x = 0$, $g_y = -g$ и выражений для начальной скорости (31), система (30) примет вид:

$$\begin{cases} V_x(t) = V_0 \cos\alpha, \\ x(t) = V_0 \cos\alpha \cdot t, \\ V_y(t) = V_0 \sin\alpha - gt, \\ y(t) = y_0 + V_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases} \tag{32}$$

Для этого вида движения выражения (28) и (29), с учётом (31), примут вид:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 = (V_0 \cos\alpha)^2 + (V_0 \sin\alpha - gt)^2 , \tag{33}$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \left| \frac{V_y}{V_x} \right| = \frac{V_0 \sin\alpha - gt}{V_0 \cos\alpha} \,. \tag{34}$$

1.2. Кинематика движения тела по окружности

Законы, описывающие движение тела по окружности, аналогичны законам поступательного движения тела. Уравнения, описывающие вращательное движение, можно получить из уравнений поступательного движения (17), заменив соответствующие величины:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\alpha} t;\ \Delta\vec{\varphi} = \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\alpha} t^2}{2}, \tag{35}$$

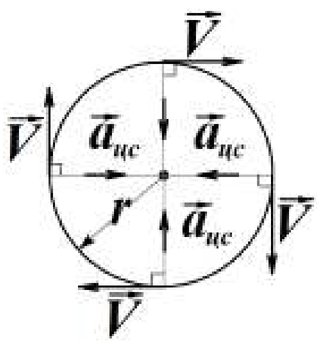
где $\vec{\alpha}$ – угловое ускорение, $\vec{\omega}$ – угловая скорость, $\Delta\vec{\varphi}$ – угловое перемещение.

1.2.1. Кинематика движения тела по окружности с постоянной скоростью

Движение тела по окружности с постоянной по модулю скоростью $V = \text{const}$ схематически представлено на рисунке 17. Скорость в любой момент времени направлена по касательной к окружности. Ускорение – *центростремительное*, направлено вдоль радиуса окружности к центру, является нормальной составляющей ускорения тела (см. формулу 11):

$$a_{\text{цс}} = \frac{V^2}{r},\ \vec{V} \perp \vec{a}_{\text{цс}}. \tag{36}$$

Рис. 17. Схематическое представление равномерного движение тела по окружности радиуса *r*



Тангенциальное ускорение тела для равномерного движения по окружности равно нулю, так как скорость не меняется по модулю (см. определение a_τ под формулой 9).

Период обращения тела (T) – время одного полного оборота:

$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{t}{N}, \tag{37}$$

где N – число оборотов за время вращения t.

Частота обращения тела (ν) – число оборотов в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T},\ [\nu] = 1\ \text{с}^{-1} = 1\ \text{Гц}. \tag{38}$$

Циклическая (угловая) частота обращения тела (ω) – число оборотов в 2π секунд:

$$\omega = \frac{2\pi}{T},\ [\omega] = 1\ \text{рад/с}. \tag{39}$$

При равномерном движении тела по окружности тело за равные промежутки времени совершает одинаковые угловые перемещения $\Delta\varphi$, то есть поворачивается на один и тот же угол $\Delta\varphi$. Его *угловая скорость* ω определяется отношением:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \text{const}. \tag{40}$$

Угловая и линейная скорости тела связаны равенством:

$$V = \omega r. \tag{41}$$

С учётом зависимостей (36) – (39) и (41) центростремительное ускорение тела определяют по следующим формулам:

$$a_{цс} = \frac{V^2}{r} = \omega^2 r = 4\pi^2 \nu^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r\,. \qquad (42)$$

1.3. Преобразования Галилея

При переходе от одной системы отсчёта к другой необходимо преобразовать кинематические характеристики тела.

Если две системы отсчёта покоятся относительно друг друга, то при переходе от одной системы отсчёта к другой изменяются лишь координаты тела.

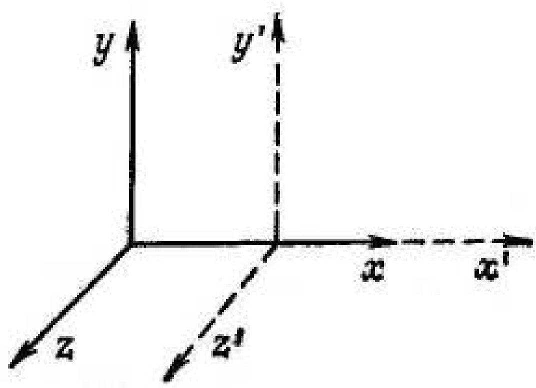
Если две системы отсчёта движутся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, то такие системы называются *инерциальными*.

Различают движение систем с малой относительной скоростью $V \ll c$, где $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме. В этом случае справедливы законы **классической механики**. Если условие малости относительной скорости систем не выполняется, то тогда справедливы законы **релятивистской механики**. Классическая механика является предельным случаем релятивистской механики.

Преобразования Галилея связывают движение в двух инерциальных системах, движущихся с малой относительной скоростью $V \ll c$.

Пусть система отсчёта S' движется относительно системы отсчёта S как показано на рисунке 18.

Рис. 18. Система отсчета *S* и система отсчета *S*', движущаяся относительно *S* с малой постоянной скоростью *V* вдоль оси абсцисс



Обозначим:

x, y, z – координаты тела относительно системы S;

x', y', z' – координаты тела относительно системы S';

t – время, измеренное в системе S;

t' – время, измеренное в системе S';

V – скорость системы S' относительно системы S;

$\vec{u}$ – скорость тела в системе S;

$\vec{u}'$ – скорость тела в системе S';

$\vec{a}$ – ускорение тела в системе S;

$\vec{a}'$ – ускорение тела в системе S'.

Преобразование времени

В обеих системах время течет одинаково:

$$t'=t. \tag{43}$$

Преобразования пространственных координат

Координаты точки в обеих системах различаются на величину пути Vt, пройденного системой S' в направлении оси Ox за время t:

$$x' = x - Vt\,,\;\; y' = y\,,\;\; z' = z\,. \tag{44}$$

Преобразования скоростей

Скорости тела в обеих системах координат различаются на величину скорости *V* системы *S*’ относительно системы *S* в направлении оси *Ox*:

$$u'_x = \frac{x'}{t} = \frac{x - Vt}{t} = u_x - V\,,\; u'_y = u_y\,,\; u'_z = u_z\,, \qquad (45)$$

где $u_x,\ u_y,\ u_z$ – проекции на оси скорости $\vec{u}$; $u'_x,\ u'_y,\ u'_z$ – проекции на оси скорости $\vec{u}'$.

Преобразования ускорений

Ускорения тела в направлении оси *Ox* в обеих системах координат одинаковы, так как *V*=const и, следовательно, $\Delta V = 0$:

$$a'_x = \frac{\Delta u'_x}{\Delta t'} = \frac{\Delta(u_x - V)}{\Delta t} = \frac{\Delta u_x}{\Delta t} - \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta u_x}{\Delta t} = a_x\,,\; a'_y = a_y\,,\; a'_z = a_z\,, \qquad (46)$$

где $a_x,\ a_y,\ a_z$ – проекции на оси ускорения $\vec{a}$; $a'_x,\ a'_y,\ a'_z$ – проекции на оси ускорения $\vec{a}'$.

При переходе к инерциальной системе отсчёта, движущейся с малой скоростью относительно другой системы, *инвариантными* (неизменными) остаются **длины**, **времена** и **ускорения** тела.

Примеры задач с решениями

Задача 1. Тело двигалось первую половину пути со скоростью V_1, вторую половину пути – со скоростью V_2. Определите среднюю скорость тела на всём пути.

<table>
<tr><td>Дано:</td><td>Решение:</td></tr>
<tr><td>V_1, V_2,

$S_1 = S_2 = \dfrac{S}{2}$</td><td rowspan="2">Средняя скорость тела на всём пути S за время движения t, согласно формуле (4):

$$V_{\text{ср}} = \frac{S}{t}.$$

Время пути t складывается из двух времён:

$$t = t_1 + t_2,$$

где $t_1 = \dfrac{S_1}{V_1}$ – время движения со скоростью V_1,

$t_2 = \dfrac{S_2}{V_2}$ – со скоростью V_2. Преобразуем выражение для времени:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{S_1}{V_1} + \frac{S_2}{V_2} = \frac{S}{2}\left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right) = \frac{S}{2} \cdot \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2}.$$

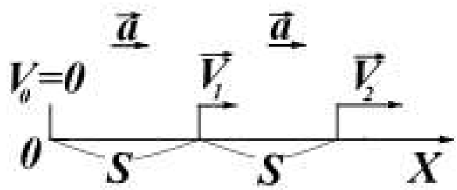
Подставим полученный результат в формулу для средней скорости:

$$V_{\text{ср}} = S \cdot \left(\frac{S}{2} \cdot \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2}\right)^{-1} = \frac{S \cdot 2V_1 V_2}{S(V_1 + V_2)} = \frac{2V_1 V_2}{V_1 + V_2}.$$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">V_{cp} – ?</td></tr>
<tr><td>Ответ: $V_{\text{ср}} = \dfrac{2V_1 V_2}{V_1 + V_2}$.</td></tr>
</table>

Задача 2. Тело начинает двигаться равноускоренно из состояния покоя. Найдите скорость тела в конце пути, если в середине пути его скорость была 10 м/с.

Дано:	*Решение:*
V_0=0 м/с V_1=10 м/с $S_1 = S_2 = S$	Сделаем чертёж (рис. 19). Используем формулу (18) для участков S: $S = \dfrac{V_1^2 - V_0^2}{2a} = \dfrac{V_2^2 - V_1^2}{2a}$. Числители обеих дробей равны: $V_1^2 - V_0^2 = V_2^2 - V_1^2$. Выразим и вычислим V_2: $$V_2 = \sqrt{2V_1^2 - V_0^2} = \sqrt{2 \cdot 100 - 0} = 10\sqrt{2} \approx 14 \text{ (м/с)}$$
$V_2 - ?$	*Ответ*: $V_2 \approx 14$ м/с.

Рис. 19. Чертёж к задаче 2. Равноускоренное движение из состояния покоя



Задача 3. За пятую секунду равнозамедленного движения тело проходит 5 м и останавливается. Определите ускорение тела.

Дано:	*Решение:*
V_5=0 м/с $S_{4-5} = 5$ м	Сделаем чертёж (рис. 20). Используем формулу (19) для перемещений S_4 и S_5: $$S_4 = V_0 t_4 + \frac{a t_4^2}{2}; \quad S_5 = V_0 t_5 + \frac{a t_5^2}{2}.$$ Вычтем из второго первое выражение: $$S_{4-5} = S_5 - S_4 = V_0 (t_5 - t_4) - \frac{a}{2}\left(t_5^2 - t_4^2\right).$$
$a - ?$	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

С учётом (20) и того, что в момент времени 5 с тело остановилось:

$$V_5 = V_0 - at_5 = 0 \text{ (м/с)}.$$

Выразим V_0 из последнего равенства: $V_0 = at_5$.

Подставим V_0 в выражение для S_{4-5}:

$$S_{4-5} = at_5 \cdot (t_5 - t_4) - \frac{a}{2}\left(t_5^2 - t_4^2\right).$$

Выразим a из последнего равенства:

$$a = \frac{S_{4-5}}{(t_5 - t_4)\cdot[t_5 - (t_4 + t_5)/2]}.$$

Вычислим ускорение тела:

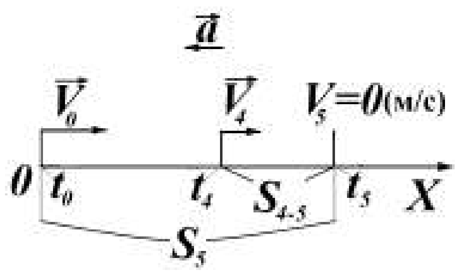
$$a = \frac{5}{(5-4)\cdot[5-(4+5)/2]} = 10 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

Ответ: $a = 10$ м/ с^2.

</td>
</tr>
</table>

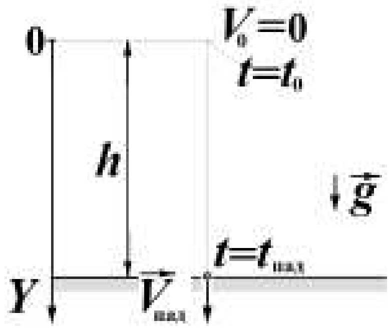
Рис. 20. Чертёж к задаче 3. Равнозамедленное движение тела до остановки



Задача 4. Найдите время свободного падения тела, если начальная его скорость равна нулю, а высота падения – 20 м.

Дано:	*Решение:*
$V_0 = 0$ м/с $h = 20$ м	Сделаем чертёж (рис. 21). Используем формулу (21): $$h = \frac{gt_{\text{пад}}^2}{2}.$$
$t_{\text{пад}} - ?$	Выразим и вычислим время падения $t_{\text{пад}}$ тела: $$t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = 2\,(\text{с}).$$
	Ответ: $t_{\text{пад}} \approx 2$ с.

Рис. 21. Чертёж к задаче 4. Движение тела при свободном падении из состояния покоя



Задача 5. Тело бросили вертикально вниз с начальной скоростью 10 м/с. Оно упало на землю через 5 с. Определите высоту падения тела. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Дано:	*Решение:*
$V_0 = 10$ м/с, $t_{пад} = 5$ с	Сделаем чертёж. Направим ось OY вертикально вниз (рис. 22). Используем выражение (22): $$h = V_0 t_{\text{пад}} + \frac{gt_{\text{пад}}^2}{2}.$$
$h - ?$	

	Вычислим высоту падения h: $$h \approx 10 \cdot 5 + \frac{10 \cdot 5^2}{2} = 175 \text{ (м)}.$$
	Ответ: $h \approx 175$ (м).

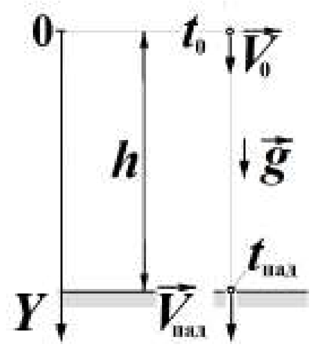


Рис. 22. Чертёж к задаче 5. Движение тела, брошенного вертикально вниз с начальной скоростью V_0 с высоты h. Тело движется с ускорением свободного падения

Задача 6. Тело бросили вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с. Найдите скорости тела в моменты времени 1,5 с и 3,2 с от начала движения.

Дано:	*Решение:*
$V_0 = 20$ м/с $t_1 = 1{,}5$ с $t_2 = 3{,}2$ с	Направим ось Oy вертикально вверх. Используем выражение для скорости (23) в проекциях на ось Oy: $$V_y = V_0 - gt.$$
$V_1 - ?$ $V_2 - ?$	Значения проекций скоростей V_{1y} и V_{2y}: $$V_{1y} = V_0 - gt_1 \approx 20 - 10 \cdot 1{,}5 = 5 \text{ (м/с)},$$ $$V_{2y} = V_0 - gt_2 \approx 20 - 10 \cdot 3{,}2 = -12 \text{ (м/с)}.$$ Знаки проекций V_{1y} и V_{2y} на ось OY говорят о разном направлении векторов скоростей V_1 и V_2. В момент времени t_1

	тело не достигло максимальной высоты подъёма и вектор V_1 направлен вертикально вверх (рис. 23). Вектор V_2 направлен вертикально вниз, в момент времени t_2 тело движется вертикально вниз (рис. 24).
	Ответ: $V_1 \approx 5$ м/с, $V_2 \approx 12$ м/с.

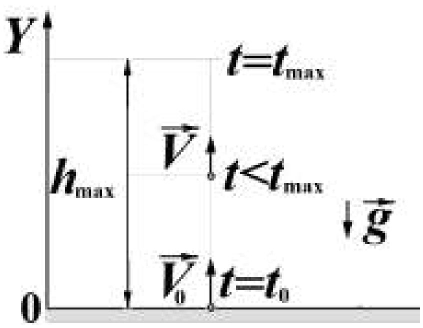


Рис. 23. Чертёж к задаче 1.5. Движение тела, брошенного вертикально вверх с ускорением свободного падения. Тело не прошло точку максимального подъёма

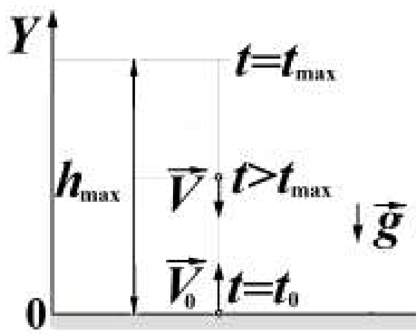


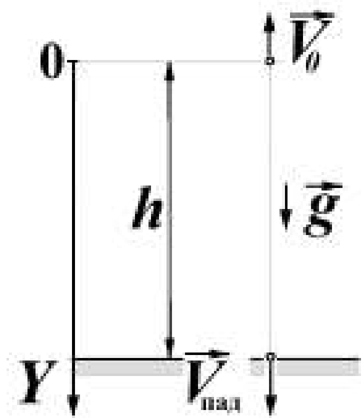
Рис. 24. Чертёж к задаче 1.5. Движение тела, брошенного вертикально вверх с ускорением свободного падения. Тело прошло точку максимального подъёма

Задача 7. Тело бросили с высоты 28 м вертикально вверх с начальной скоростью 8 м/с. Определите скорость тела в момент падения на землю.

Дано:	*Решение:*
$V_0 = 8$ м/с $h = 28$м	Сделаем чертёж. Направим ось OY вертикально вниз (рис. 25). Используем выражение для перемещения (18) в проекциях на ось Oy, делая соответствующие замены обозначений, получим: $h = \dfrac{V_{пад}^2 - \left(-V_0\right)^2}{2g}.$ Выразим и вычислим скорость падения $V_{пад}$:
$V_{пад} - ?$	

	$$V_{\text{пад}} = \sqrt{V_0^2 + 2gh} \approx \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 28 + 8^2} \approx 25 \text{ (м/с)}.$$
	Ответ: $V_{\text{пад}} \approx 25$ м/с.

Рис. 25. Чертёж к задаче 7. Движение тела, брошенного вертикально вверх с высоты h. Тело движется с ускорением свободного падения

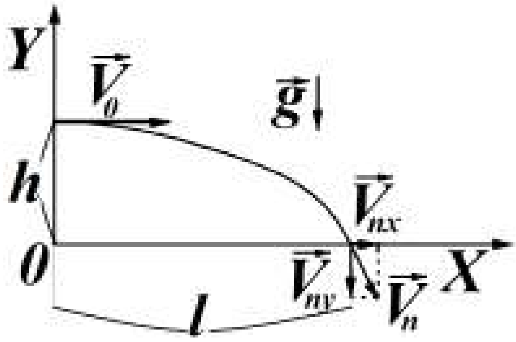


Задача 8. Тело бросили горизонтально с некоторой высоты с начальной скоростью 10 м/с. Оно упало на расстоянии 12 м от места броска. Найдите высоту и скорость падения тела.

Дано:	*Решение:*
$V_0 = 10$ м/с $l = 12$ м	Сделаем чертёж (рис. 26). Запишем систему (26) для момента времени падения $t = t_n$:
$V_n - ?$ $h - ?$	$$\begin{cases} V_{nx} = V_0, \\ l = V_0 t_n, \\ V_{ny} = -g t_n, \\ 0 = h - \dfrac{g t_n^2}{2}. \end{cases}$$ Выразим из 2-го уравнения системы время падения t_n:

	$$t_n = \frac{l}{V_0}.$$ Выразим из 3-го уравнения системы высоту падения h, получим, с учётом выражения для t_n: $$h = \frac{gt_n^2}{2} = \frac{gl^2}{2V_0^2}.$$ Вычислим высоту падения h: $$h \approx \frac{10 \cdot 12^2}{2 \cdot 10^2} = 7{,}2 \text{ (м)}$$ С учётом (1.26) и уравнений системы для проекций скоростей, получим: $$V_n^2 = V_{nx}^2 + V_{ny}^2 = V_0^2 + (gt_n)^2$$ Выражение для скорости падения: $$V_n = \sqrt{V_0^2 + (gt_n)^2} = \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{gl}{V_0}\right)^2}.$$ Вычислим скорость падения: $$V_n = \sqrt{V_0^2 + (gt_n)^2} \approx \sqrt{10^2 + \left(\frac{10 \cdot 12}{10}\right)^2} = \sqrt{244} \approx 15{,}6 \text{ (м/с)}$$
	Ответ: $h \approx 7{,}2$ м, $V_n \approx 15{,}6$ м/с.

Рис. 26. Чертёж к задаче 8.
Движение тела, брошенного горизонтально. Разложение вектора скорости падения на его взаимно перпендикулярные составляющие

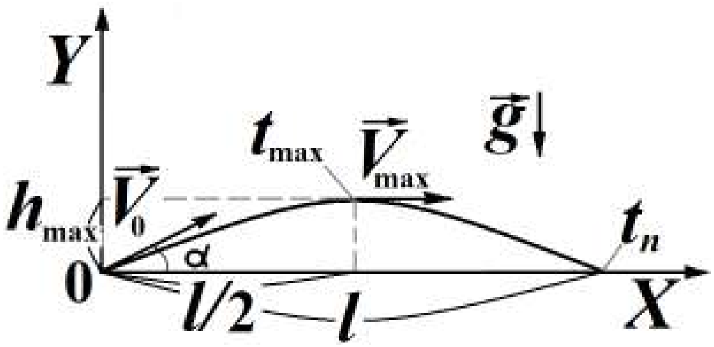


Задача 9. Тело бросили под углом 30º к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. Найдите высоту максимального подъёма, время и дальность полёта тела.

Дано:	*Решение:*
$V_0 = 10$ м/с $\alpha = 30^{\circ}$ $h_{\max} - ?$ $t_n - ?$ $l - ?$	Сделаем чертёж (рис. 27). Запишем 3 последних уравнения системы (32) для момента времени максимального подъёма $t = t_{max}$: $$\begin{cases} \frac{l}{2} = V_0 \cos\alpha \cdot t_{\max}, \\ 0 = V_0 \sin\alpha - g t_{\max}, \\ h_{\max} = V_0 \sin\alpha \cdot t_{\max} - \frac{g t_{\max}^2}{2}. \end{cases}$$ Выразим из 2-го уравнения системы время максимального подъёма $t_{\max}$: $$t_{\max} = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}. \quad (47)$$ Подставляя выражение для времени $t_{\max}$ в первое и второе уравнения системы, получим формулы для максимальной высоты подъёма и дальности полёта тела: $$h_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}, \; l = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (48)$$

	Вычислим искомые величины: $$h_{\max} \approx \frac{10^2 \cdot \sin^2 30°}{2 \cdot 10} = 1{,}25 \text{ (м)},\ l \approx \frac{10^2 \cdot \sin(2 \cdot 30°)}{10} \approx 8{,}5 \text{ (м)}.$$ Время полёта тела в два раза больше времени максимального подъёма, то есть тело будет подниматься из точки броска до максимальной высоты столько же времени, сколько оно будет падать из точки максимального подъёма на землю: $$t_n = 2t_{\max} = \frac{2V_0 \sin\alpha}{g}. \quad (49)$$ Найдём время полёта тела: $$t_n \approx \frac{2 \cdot 10 \cdot \sin 30^{\circ}}{10} = 1 \text{ (с)}.$$
	Ответ: $h_{\max} \approx 1{,}25$ м, $l \approx 8{,}5$ м, $t_n \approx 1$ с.

Рис. 27. Чертёж к задаче 9. Движение тела, брошенного под углом к горизонту



Полученные в ходе решения задачи 9 выражения (47 – 49) будут полезны для решения подобных задач.

Задача 10. Тело, равномерно двигаясь по окружности, совершило 300 оборотов за 3 мин. Радиус окружности 10 см. Определите период обращения тела, его линейную и угловую скорости движения.

Дано:	*Решение:*
$N = 300$, $t = 180$ с.	С учётом (37) найдём период обращения тела: $$T = \frac{t}{N} = \frac{180}{300} = 0{,}6\ \text{(с)}.$$
$T - ?$ $V - ?$ $\omega - ?$	Найдём линейную и угловую скорости по формулам (39) и (41): $$\omega = \frac{2\pi}{T} \approx \frac{2 \cdot 3{,}14}{0{,}6} \approx 10{,}5\ \text{(рад/с)},\ V = \omega r = 10{,}5 \cdot 0{,}1 = 1{,}05\ \text{(м/с)}.$$
	Ответ: $T = 0{,}6$ с, $\omega \approx 10{,}5$ рад/с, $V = 1{,}05$ м/с.

Задача 11. Один автомобиль приближается к перекрёстку со скоростью $\vec{V}_1$, другой автомобиль удаляется от перекрёстка со скоростью $\vec{V}_2$ (рис. 28). Какой из векторов, представленных на рисунке справа, является вектором скорости движения первого автомобиля относительно второго?

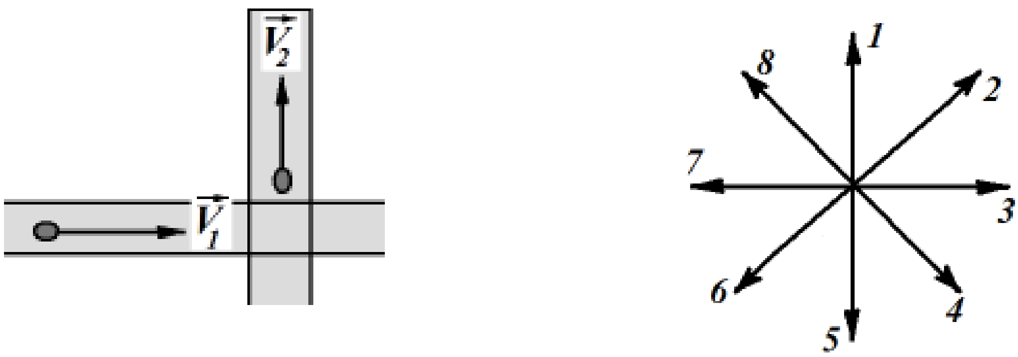
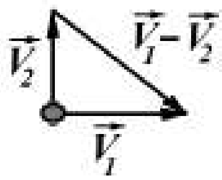


Рис. 28. Чертёж к задаче 11. Схематическое представление движения двух автомобилей по взаимно перпендикулярным направлениям (слева) и предположительные направления векторов их относительных скоростей (справа)

<table>
<tr><td colspan="2">Решение:</td></tr>
<tr><td>Построим вектор-разность векторов скоростей первого и второго автомобилей. При равенстве катетов полученного прямоугольного треугольника направление вектора скорости движения первого автомобиля относительно второго совпадёт с направление вектора 4 на рисунке 29.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Ответ: 4.</td></tr>
</table>

Задачи для самостоятельного решения

1. Эскалатор метро поднимается со скоростью 1 м/с. Может ли человек, находящийся на нём, быть в покое в системе отсчета, связанной с землёй?

1) Может, если движется в противоположную сторону со скоростью 1 м/с.
2) Может, если движется в ту же сторону со скоростью 1 м/с.
3) Может, если стоит на эскалаторе.
4) Не может ни при каких условиях.

2. Два автомобиля движутся по прямому шоссе. Первый со скоростью $\vec{v}$, второй – со скоростью $(-3\vec{v})$. Определите скорость второго автомобиля относительно первого.

1) $\vec{v}$ 2) $-2\vec{v}$ 3) $-4\vec{v}$ 4) $4\vec{v}$

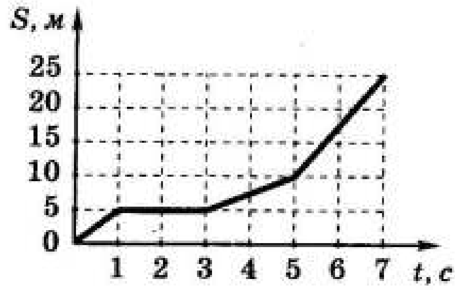
3. Два автомобиля движутся по прямому шоссе. Первый со скоростью $\vec{v}$, второй – со скоростью $(-3\vec{v})$. Определите модуль скорости второго автомобиля относительно первого.

1) v 2) $2v$ 3) $3v$ 4) $4v$

4. Лодка должна попасть на противоположный берег по кратчайшему пути в системе отсчёта, связанной с берегом. Скорость течения реки u, скорость лодки относительно воды v. Модуль скорости лодки относительно берега должен быть равен

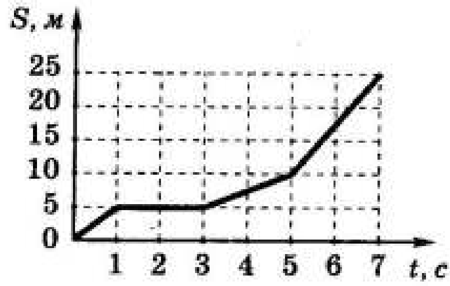
1) $\boldsymbol{v+u}$ 2) $\boldsymbol{v-u}$ 3) $\sqrt{\boldsymbol{v}^2+\boldsymbol{u}^2}$ 4) $\sqrt{\boldsymbol{v}^2-\boldsymbol{u}^2}$

5. Дана зависимость пути велосипедиста от времени (см. рисунок). Определите интервал времени, когда велосипедист двигался со скоростью 5 м/с.



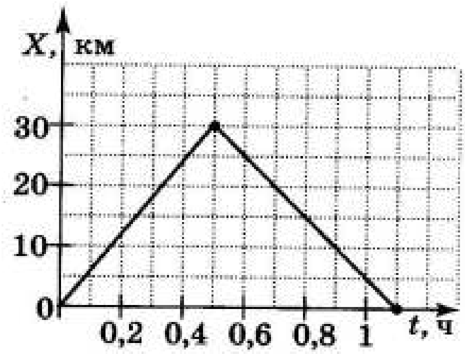
1) от 5 с до 7 с 2) от 3 с до 5 с 3) от 1 с до 3 с 4) от 0 с до 1 с

6. Дана зависимость пути велосипедиста от времени (см. рисунок). Определите интервал времени, в течение которого велосипедист не двигался.



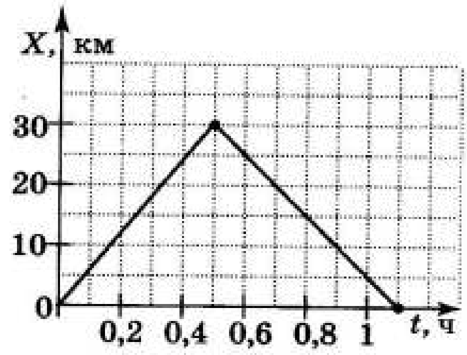
1) от 0 с до 1 с 2) от 1 с до 3 с 3) от 3 с до 5 с 4) от 5 с до 7 с

7. Дан график движения автобуса из пункта А в пункт Б и обратно (см. рисунок). Пункт А находится в точке с координатой x=0, пункт Б – в точке с координатой x=30 км. Определите скорость автобуса при движении из пункта А в пункт Б.



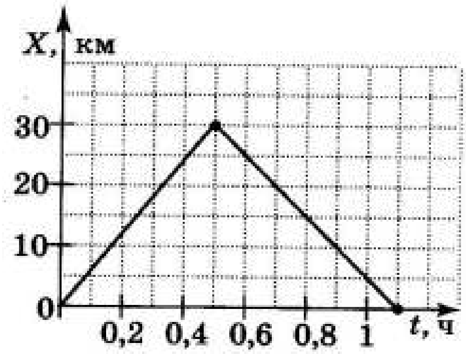
1) 40 км/ч 2) 50 км/ч 3) 60 км/ч 4) 75 км/ч

8. Дан график движения автобуса из пункта А в пункт Б и обратно (см. рисунок). Пункт А находится в точке с координатой x=0, пункт Б – в точке с координатой x=30 км. Определите скорость автобуса при движении из пункта Б в пункт А.



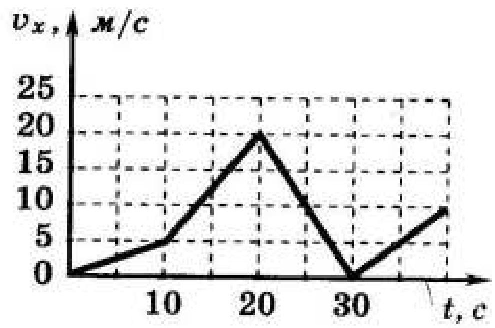
1) 40 км/ч 2) 50 км/ч 3) 60 км/ч 4) 75 км/ч

9. Дан график движения автобуса из пункта А в пункт Б и обратно (см. рисунок). Пункт А находится в точке с координатой x=0, пункт Б – в точке с координатой x=30 км. Определите максимальную скорость автобуса на всём пути следования туда и обратно.



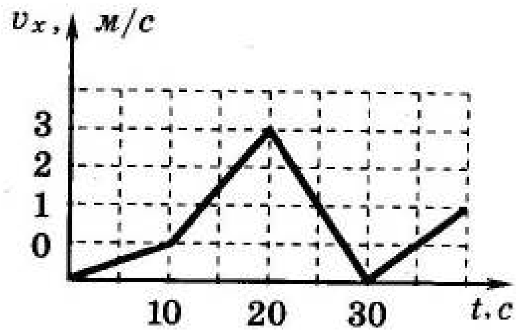
1) 40 км/ч 2) 50 км/ч 3) 60 км/ч 4) 75 км/ч

10. Дана зависимость скорости автомобиля от времени (см. рисунок). Определите интервал времени, в течение которого модуль ускорения автомобиля максимален.



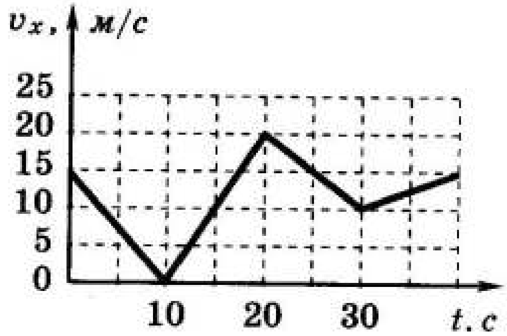
1) от 0 с до 10 с 2) от 10 с до 20 с 3) от 20 с до 30 с 4) от 30 с до 40 с

11. Дана зависимость скорости автомобиля от времени (см. рисунок). Определите интервал времени, в течение которого модуль ускорения автомобиля минимален.



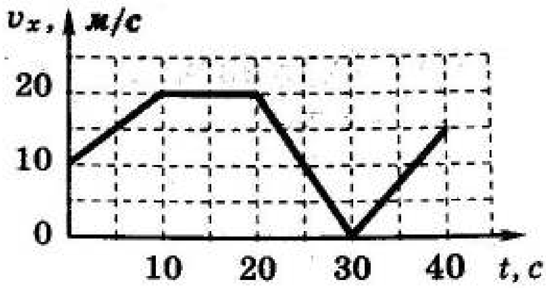
1) от 0 с до 10 с 2) от 10 с до 20 с 3) от 20 с до 30 с 4) от 30 с до 40 с

12. Дана зависимость скорости автомобиля от времени (см. рисунок). Определите интервал времени, в течение которого модуль ускорения автомобиля максимален.



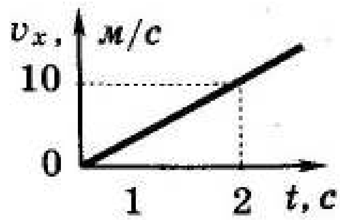
1) от 0 с до 10 с 2) от 10 с до 20 с 3) от 20 с до 30 с 4) от 30 с до 40 с

13. Дана зависимость скорости автомобиля от времени (см. рисунок). Определите интервал времени, в течение которого модуль ускорения автомобиля максимален.



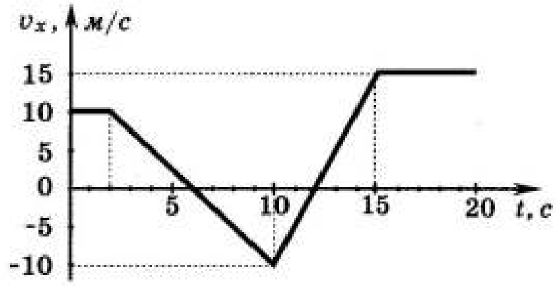
1) от 0 с до 10 с 2) от 10 с до 20 с 3) от 20 с до 30 с 4) от 30 с до 40 с

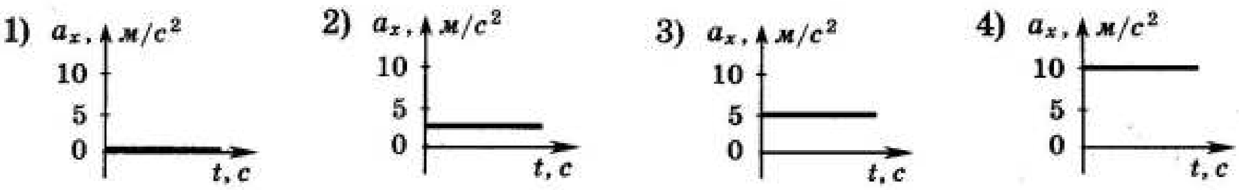
14. Дана зависимость проекции скорости тела от времени (см. рисунок). Определите ускорение тела.



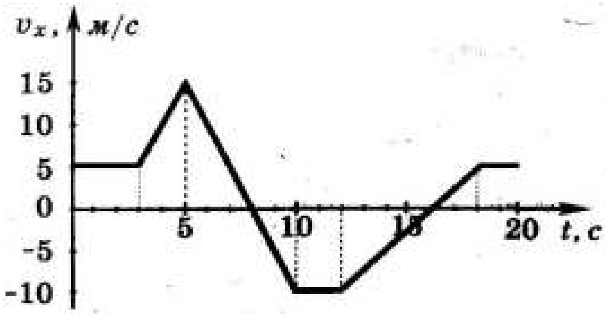
1) 0 м/с^2 2) 1 м/с^2 3) 5 м/с^2 4) 2 м/с^2

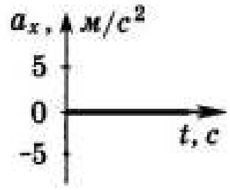
15. Дана зависимость проекции скорости тела от времени (см. рисунок). График зависимости проекции ускорения тела от времени в интервале от 10 до 15 с совпадает с зависимостью

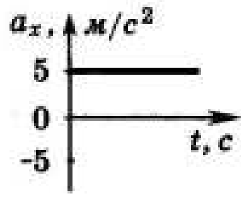


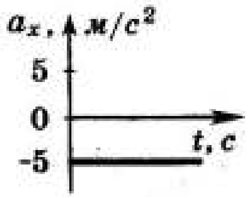


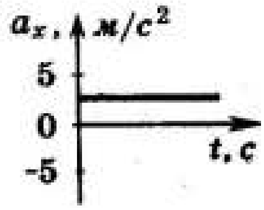
16. Дана зависимость проекции скорости тела от времени (см. рисунок). График зависимости проекции ускорения тела от времени в интервале от 12 до 16 с совпадает с зависимостью



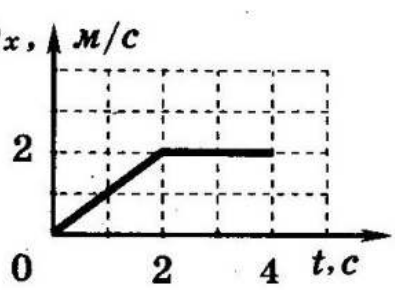
1) 

2) 

3) 

4) 

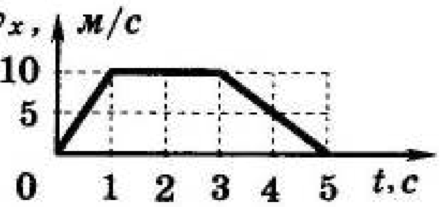
17. Дана зависимость проекции скорости тела от времени (см. рисунок). Определите путь, пройденный телом за первые 4 с.



1) 8 м 2) 5 м

3) 6 м 4) 4 м

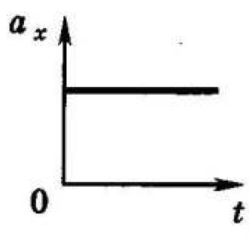
18. Дана зависимость проекции скорости тела от времени (см. рисунок). Определите путь, пройденный телом за 5 с.

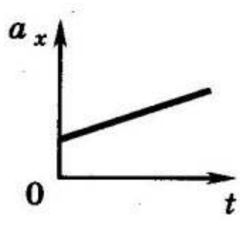


1) 0 м 3) 30 м

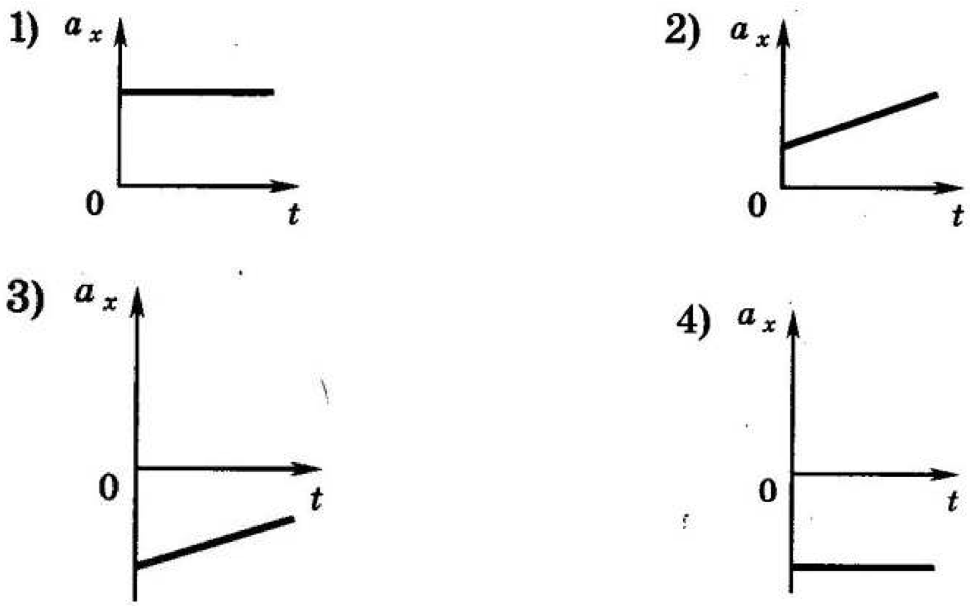
2) 20 м 4) 35 м

19. Даны зависимости проекции ускорения тела от времени для разных видов движения. Какой график соответствует равномерному движению?

1) 

2) 

20. Тело, двигаясь вдоль оси *Ox* равноускоренно, уменьшило скорость в два раза. Какой из графиков зависимости проекции ускорения от времени соответствует такому движению?



21. Автомобиль, тронувшись с места, движется с ускорением 3 м/с^2. Определите скорость автомобиля через 4 с после начала движения.

1) 12 м/с 2) 0,75 м/с 3) 48 м/с 4) 6 м/с

22. Одной из характеристик автомобиля является время *t* его разгона с места до скорости 100 км/ч. Два автомобиля имеют такие времена разгона, что $t_1=2t_2$. Ускорение первого автомобиля по отношению к ускорению второго автомобиля

1) меньше в 2 раза

2) больше в $\sqrt{2}$ раз

3) больше в 2 раза

4) больше в 4 раза

23. Мотоциклист и велосипедист одновременно начинают равноускоренное движение из состояния покоя. Ускорение мотоциклиста в 3 раза больше, чем ускорение велосипедиста. Во сколько раз больше понадобится времени велосипедисту, чтобы достичь скорости 50 км/ч.

1) в $\frac{1}{3}$ раза 2) в $\sqrt{3}$ раза 3) в 3 раза 4) в 9 раз

24. Мотоциклист и велосипедист одновременно начинают равноускоренное движение из состояния покоя. Ускорение мотоциклиста в 3 раза больше, чем ускорение велосипедиста. Во сколько раз бóльшую скорость разовьёт мотоциклист за то же время?

1) в 1,5 раза 2) в $\sqrt{3}$ раз 3) в 3 раза 4) в 9 раз

25. К.Э. Циолковский в книге «Вне Земли», описывая полёт ракеты, отмечал, что через 10 с после старта ракета находилась на расстоянии 5 км от поверхности Земли. С каким ускорением двигалась ракета?

1) 1000 м/с^2 2) 500 м/с^2 3) 100 м/с^2 4) 50 м/с^2

26. Ускорение велосипедиста на одном из спусков трассы равно 1,2 м/с^2. На этом спуске его скорость увеличивается на 18 м/с. Велосипедист заканчивает свой спуск после начала движения через

1) 0,07 с 2) 7,5 с 3) 15 с 4) 21,6 с

27. Координата тела меняется с течением времени согласно формуле $x = 5 - 3t$, где все величины выражены в СИ. Определите координату этого тела через 5 с после начала движения.

1) -15 м 2) -10 м 3) 10 м 4) 15 м

28.Координата тела меняется с течением времени согласно формуле $x = 8t - t^2$, где все величины выражены в СИ. В какой момент времени скорость тела равна 0?

1) 8 с 2) 4 с 3) 3 с 4) 0 с

29. Зависимость пути от времени для прямолинейно движущегося тела имеет вид: $S(t) = 2t + 3t^2$, где все величины выражены в СИ. Ускорение тела равно

1) 1 м/с^2 2) 2 м/с^2 3) 3 м/с^2 4) 6 м/с^2

30. При прямолинейном равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью путь, пройденный телом за две секунды от начала движения, больше пути, пройденного за первую секунду, в

1) 2 раза 2) 3 раза 3) 4 раза 4) 5 раз

31. Тело упало с некоторой высоты с нулевой начальной скоростью, при ударе о землю имело скорость 40 м/с. Определите время падения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1) 0,25 с 2) 4 с 3) 40 с 4) 400 с

32. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с. Определите модуль скорости тела через 0,5 с после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1) 10 м/с 2) 15 м/с 3) 17,5 м/с 4) 20 м/с

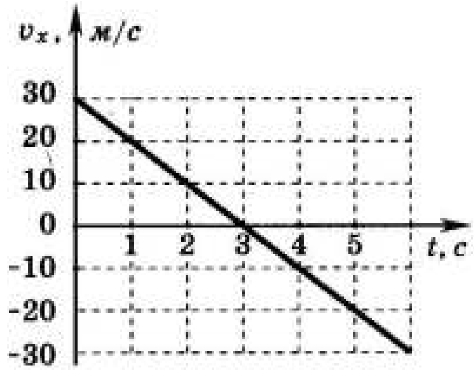
33. Тело брошено вертикально вверх. Через 0,5 с после броска его скорость была 20 м/с. Определите начальную скорость тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1) 15 м/с 2) 20,5 м/с 3) 25 м/с 4) 30 м/с

34. От высокой скалы откололся камень и стал свободно подать. Какую скорость он будет иметь через три секунды от начала падения?

1) 30 м/с 2) 10 м/с 3) 3 м/с 4) 2 м/с

35. Дана зависимость проекции скорости стрелы, пущенной вертикально вверх, от времени (см. рисунок). Определите момент времени, в который стрела достигает максимальной высоты.



1) 1,5 с 2) 3 с 3) 4,5 с 4) 6 с

36. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 30 м/с. Определите модуль скорости тела через 0,5 с после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1) 5 м/с 2) 20 м/с 3) 25 м/с 4) 35 м/с

37. Тело свободно падает с некоторой высоты с нулевой начальной скоростью. Время, за которое тело пройдёт путь L, прямо пропорционально

1) L^2 2) $\frac{1}{L}$ 3) L 4) $\sqrt{L}$

38. Тело, брошенное вертикально вверх с поверхности земли с начальной скоростью 20 м/с, упало обратно на землю. Сопротивление воздуха мало. Тело находилось в полёте примерно

1) 1 с 2) 2 с 3) 4 с 4) 8 с

39. Две материальные точки движутся по окружностям радиусами R_1 и $R_2 = 2R_1$ с одинаковыми по модулю скоростями. Их периоды обращения по окружностям связаны отношением

1) $T_1 = \frac{T_2}{2}$ 2) $T_1 = T_2$ 3) $T_1 = 2T_2$ 4) $T_1 = 4T_2$

40. Период равномерного движения материальной точки по окружности равен T, радиус окружности R. Точка пройдёт по окружности путь, равный $\pi \cdot R$, за время

1) $2T$ 2) $\frac{T}{2}$ 3) $\frac{T}{2\pi}$ 4) $\frac{T}{\pi}$

41. Материальная точка равномерно движется со скоростью v по окружности радиусом r. Если модуль скорости материальной точки будет вдвое больше, то модуль её центростремительного ускорения

1) не изменится 2) уменьшится в 2 раза

3) увеличится в 2 раза 4) увеличится в 4 раза

42. Материальная точка равномерно движется со скоростью v по окружности радиусом R. Как изменится центростремительное ускорение точки, если скорость точки уменьшить в 2 раза, а радиус окружности в два раза увеличить?

1) уменьшится в 2 раза 2) увеличится в 2 раза

3) уменьшится в 8 раз 4) не изменится

43. Материальная точка движется с постоянной по модулю скоростью v по окружности радиусом R. Как изменится центростремительное ускорение точки, если её скорость увеличить вдвое, а радиус окружности вдвое уменьшить?

1) уменьшится в 2 раза 2) увеличится в 2 раза

3) уменьшится в 4 раза 4) увеличится в 8 раз

44. Две материальные точки движутся по окружностям радиусами R_1 и R_2, причём $R_1 = 2R_2$. При условии равенства линейных скоростей точек их центростремительные ускорения связаны соотношением

1) $a_1 = 2a_2$ 2) $a_1 = a_2$ 3) $a_1 = \frac{a_2}{2}$ 4) $a_1 = 4a_2$

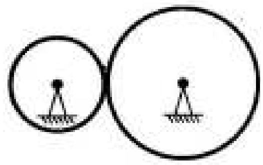
45. Диск радиусом 20 см равномерно вращается вокруг своей оси. Скорость точки, находящейся на расстоянии 15 см от центра диска, равна 1,5 м/с. Скорость крайних точек диска равна

1) 4 м/с 2) 0,2 м/с 3) 2 м/с 4) 1,5 м/с

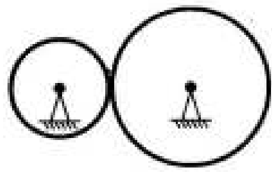
46. Автомобиль движется по закруглению дороги радиусом 20 м с центростремительным ускорением 5 м/с^2. Скорость автомобиля равна

1) 12,5 м/с 2) 10 м/с 3) 5 м/с 4) 4 м/с

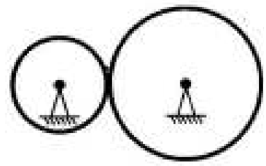
47. Две шестерни, сцепленные друг с другом, вращаются вокруг неподвижных осей (см. рисунок). Бóльшая шестерня радиусом 20 см совершает 20 оборотов за 10 с. Сколько оборотов в секунду совершает шестерня радиусом 10 см?



48. Две шестерни, сцепленные друг с другом, вращаются вокруг неподвижных осей (см. рисунок). Бóльшая шестерня радиусом 10 см совершает 20 оборотов за 10 с. Частота обращения меньшей шестерни 5 с$^{-1}$. Определите радиус меньшей шестерни. Ответ укажите в сантиметрах.



49. Две шестерни, сцепленные друг с другом, вращаются вокруг неподвижных осей (см. рисунок). Отношение периодов вращения шестерён равно 3. Радиус меньшей шестерни равен 6 см. Определите радиус бóльшей шестерни. Ответ укажите в сантиметрах.



50. Мимо остановки по прямой улице проезжает грузовик со скоростью 10 м/с. Через 5 с от остановки вдогонку грузовику отъезжает мотоциклист, движущийся с ускорением 3 м/с^2. На каком расстоянии от остановки мотоциклист догонит грузовик?

51. За 2 с прямолинейного движения с постоянным ускорением тело прошло 20 м, не меняя направления движения и уменьшив свою скорость в 3 раза. Определите начальную скорость тела на этом интервале.

52. Материальная точка, двигаясь равноускоренно по прямой, за время t увеличила скорость в 3 раза, пройдя путь 20 м. Найдите t, если ускорение точки равно 5 м/с^2.

53. Небольшой камень, брошенный с ровной горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту, упал на землю в 20 м от места броска. Сколько времени прошло от броска до того момента, когда его скорость была направлена горизонтально и равна 10 м/с?

54. Автомобиль начал двигаться равноускоренно и, пройдя некоторое расстояние, достиг скорости 20 м/с. Определите скорость автомобиля на половине этого расстояния?

55. Тело, двигаясь равноускоренно, в течение пятой секунды от начала движения прошло 45 м. С каким ускорением двигалось тело?

56. Тело свободно падает из состояния покоя с высоты 100 м. Какой путь пройдет тело за последнюю секунду своего падения?

57. С какой высоты упало тело, если за последнюю секунду движения оно пролетело 30 м? Падение тела свободное.

58. Мяч, брошенный горизонтально с крыши дома со скоростью 20 м/с, падает на расстоянии 36 м от основания дома. Вычислите высоту этого дома и скорость мяча в момент падения на землю.

59. Камень, брошенный с крыши дома горизонтально с начальной скоростью 15 м/с, упал на землю под углом 60° к горизонту. Определить высоту дома и расстояние от дома до точки падения камня на землю.

60. Под углом 60° к горизонту брошено тело с начальной скоростью 20 м/с. Через сколько времени скорость тела будет направлена под углом 45° к горизонту?

61. Определите в м/с^2 центростремительное ускорение точек земной поверхности на экваторе, на широте 45° и на полюсе, вызванное суточным вращением Земли.

62. Диск диаметром 20 см делает 300 оборотов за 3 мин. Определите период обращения, угловую и линейную скорости точки на ободе диска.

63. Линейная скорость точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, в 2,5 раза больше линейной скорости точки, лежащей на 3 см ближе к оси колеса. Определите радиус колеса.

64. Автомобиль движется со скоростью 12 м/. Определите модуль линейной скорости верхней точки протектора колеса автомобиля относительно земли.

65. В безветренную погоду самолёт затрачивает на перелёт 6 часов. Если во время полёта дует боковой ветер перпендикулярно линии полёта, то самолёт затрачивает на перелёт на 9 минут больше. Найдите скорость ветра, если скорость самолёта относительно воздуха постоянна и равна 328 км/ч.

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ПО ТЕМЕ «КИНЕМАТИКА»

№	*ответ*	**№**	*ответ*	**№**	*ответ*	**№**	*ответ*	**№**	*ответ*
1	*1*	**14**	*3*	**27**	*2*	**40**	*2*	**53**	*1* с
2	*3*	**15**	*3*	**28**	*2*	**41**	*4*	**54**	*14* м/с
3	*4*	**16**	*4*	**29**	*4*	**42**	*3*	**55**	*10* м/с^2
4	*4*	**17**	*3*	**30**	*3*	**43**	*4*	**56**	*40* м
5	*4*	**18**	*4*	**31**	*2*	**44**	*3*	**57**	*61,25* м
6	*2*	**19**	*4*	**32**	*2*	**45**	*3*	**58**	*16,2* м *27* м/с
7	*3*	**20**	*4*	**33**	*3*	**46**	*2*	**59**	*33,3* м *39* м
8	*2*	**21**	*1*	**34**	*1*	**47**	*4*	**60**	*0.75* с
9	*3*	**22**	*1*	**35**	*2*	**48**	*4*	**61**	$3,4\cdot10^{-2}$ $2,4\cdot10^{-2}$ *0*
10	*3*	**23**	*3*	**36**	*3*	**49**	18	**62**	*0,6* с *10,5* рад/с *1,05* м/с
11	*1*	**24**	*3*	**37**	*4*	**50**	150 м	**63**	*0,05* м
12	*2*	**25**	*3*	**38**	*3*	**51**	15 м/с	**64**	*24* м/с
13	*3*	**26**	*3*	**39**	*1*	**52**	2 с	**65**	*20* м/с

2. ДИНАМИКА

Динамика рассматривает силы как причину ускорения тела. Различают:

– динамику *поступательного* движения (динамика материальной точки);

– динамику *вращательного* движения (динамика твёрдого тела).

2.1. Динамика поступательного движения

2.1.1. Первый закон Ньютона

I закон Ньютона (I з.Н.): если на тело не действуют внешние силы или их действие скомпенсировано, то тело покоится или движется равномерно и прямолинейно.

I з.Н. справедлив для *инерциальных систем отсчёта* – это системы, относительно которых материальная точка движется равномерно и прямолинейно или покоится при отсутствии на неё не скомпенсированных внешних воздействий.

Свойство тела двигаться равномерно и прямолинейно в отсутствии на него внешних воздействий называют *инертностью*. Масса является мерой инертности тела при поступательном движении. В системе единиц СИ масса измеряется в килограммах: $[m]=1$ кг.

Вместе с тем масса характеризует способность взаимодействовать с другими телами и, следовательно, выступает как *мера гравитации*. Инертная и гравитационная массы тела считаются равными.

Принцип относительности Галилея: для любых механических явлений все инерциальные системы отсчёта равноправны.

I з.Н. не выполняется в *неинерциальных системах отсчёта*, к ним относится любая система отсчёта, движущаяся ускоренно относительно инерциальной системы отсчёта.

Из I з.Н. следует, что любое изменение состояния движения (ускорение) обусловлено действием сил.

Сила – это векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на материальную точку или тело со стороны других тел или полей. Сила полностью определена, если заданы её модуль, направление и точка приложения. В системе единиц СИ единица измерения силы – 1 Ньютон, т.е. [F]=1 Н. *Линия действия силы* – прямая, вдоль которой направлена сила. Сила, приложенная к массивному телу, является причиной изменения скорости тела или возникновения в нём деформации.

2.1.2. Второй закон Ньютона

Связь между действующей силой и вызванным ею ускорением устанавливает II закон Ньютона.

II закон Ньютона (II з.Н.): для тела постоянной массы m ускорение $\vec{a}$, приобретаемое им в результате действия сил, равно отношению векторной суммы этих сил к массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_k}{m} = \frac{\vec{F}}{m}, \tag{50}$$

где k – число сил, действующих на тело; $\vec{F}$ – результирующая сила .

Из II з.Н. получаем *основное уравнение динамики поступательного движения*:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_k = m\vec{a}. \tag{51}$$

Импульс тела. Импульс силы

Импульс материальной точки $\vec{p}$ – векторная физическая величина, равная произведению её массы m и скорости $\vec{V}$:

$$\vec{p} = m\vec{V}\ . \tag{52}$$

Для постоянной силы II з.Н. имеет вид:

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{m\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{\Delta\left(m\vec{V}\right)}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}\ , \tag{53}$$

где Δt – промежуток времени, в течение которого на материальную точку действовала сила $\vec{F}$, $\Delta\vec{p} = \Delta\left(m\vec{V}\right)$ – изменение импульса материальной точки за промежуток времени Δt, $\vec{F}\Delta t$ – *импульс силы*. Согласно (53) на изменение скорости требуется некоторое время. Скорость тела не изменяется сама по себе, без причины, но она начинает изменяться тотчас, как на него начинает действовать сила.

2.1.3. Третий закон Ньютона

Если одно тело действует на другое с некоторой силой, то второе тело действует на первое с силой, равной по величине и противоположной по направлению. Силы действуют всегда парами. Каждой действующей на тело силе $\vec{F}_1$ соответствует противодействие $\vec{F}_2$, приложенное к другому телу.

III закон Ньютона (III з.Н.): силы взаимодействия двух материальных точек, в инерциальной системе отсчёта, равны по модулю и противоположны по направлению:

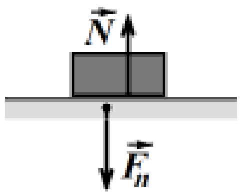
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \tag{54}$$

Или всякому действию найдётся равное противодействие той же природы, что и действие. Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ приложены к *разным* телам.

Если силы приложены к *одному* телу, то они не являются силами действия и противодействия (*силами реакции*) в смысле III з. Н.

Например, тело покоится на поверхности (рис. 29). Тело действует на поверхность с силой *нормального давления* $\vec{F}_n$, поверхность действует на тело с силой *нормальной реакции опоры* $\vec{N}$. Это силы упругой природы, они приложены к разным телам, противоположны по направлению, одинаковы по модулю. По III з.Н. $\vec{F}_n = -\vec{N}$.

Рис. 29. Взаимодействие тела и поверхности с силами $\vec{F}_n$ и $\vec{N}$, равными по III з.Н.



2.1.4. Силы, действующие на тело при поступательном движении

При решении задач на динамику поступательного движения имеем дело со следующими силами:

1. *Сила тяжести* $(m\vec{g})$. Эта сила приложена к *центру тяжести тела* (это точка, в которой сумма моментов сил тяжести всех частиц тела равна 0) и направлена вертикально вниз к поверхности Земли.

Момент силы – произведение модуля силы F, действующей на тело, и плеча этой силы l: $M = Fl$.

Плечо – перпендикуляр, восстановленный из точки вращения тела на линию действия силы.

2. *Сила нормальной реакции опоры* $(\vec{N})$. Это сила, с которой поверхность (опора) действует на тело, она перпендикулярна поверхности соприкосновения тел.

3. *Сила натяжения* $(\vec{T})$. Это сила, с которой натянутая нить действует на тело. Натянутая между двумя телами нить действует с одинаковыми по модулю силами на оба тела. Обычно нить считается невесомой и нерастяжимой.

4. *Сила трения* $(\vec{F}_{\text{тр}})$. Это сила взаимодействия поверхностей соприкосновения тел, затрудняющая их перемещение относительно друг друга. Эта сила направлена по касательной к поверхности соприкосновения тел в сторону, противоположную перемещению или предполагаемому перемещению. По модулю сила трения определяется формулой:

$$F_{\text{тр}} = \mu F_n, \tag{55}$$

где μ – *коэффициент трения*, безразмерная величина, $0 < \mu < 1$; F_n – сила нормального давления, сила, с которой тело действует на поверхность и которая приложена к поверхности. Сила трения $F_{\text{тр}}$ всегда меньше силы нормальной реакции опоры F_n. По III з.Н. $F_n = N$ (см. пример после формулировки III з.Н.), поэтому

$$F_{\text{тр}} = \mu N \tag{56}$$

2.1.5. Силы инерции, действующие на тело при поступательном движении

Сила – **причина** изменения состояния движения тела. Сила придаёт телу ускорение. Ускорение возникает в направлении действия силы.

Сила инерции $\vec{F}_И$ возникает как **следствие** ускорения. Сила инерции направлена противоположно ускорению. Сила инерции возникает только в системе, движущейся с ускорением (рис. 30). Сила инерции – кажущаяся сила.

Сила, вызывающая ускорение, и сила инерции, являющаяся следствием этого ускорения, равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_И = -\vec{F}\ ,\ \vec{F}_И = -m\vec{a}\ . \tag{57}$$

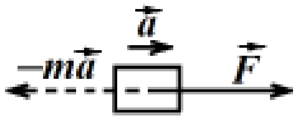


Рис. 30. Схематическое представление силы $\vec{F}$, действующей на тело и вызывающей тем самым его ускорение $\vec{a}$, и силы инерции $(-m\vec{a})$, возникающей как следствие этого ускорения

Примерный алгоритм решения задач на динамику поступательного движения

1. Записать дано, найти.
2. В разделе «Решение» сделать чертёж, расставить силы, действующие на тело или тела.
3. Определить направление ускорения $\vec{a}$ тела.
4. Выбрать систему отсчёта (инерциальную). Одну из осей направить по ускорению $\vec{a}$.
5. Записать основное уравнение динамики поступательного движения в векторной форме, затем в проекциях на ось или оси. При рассмотрении системы тел уравнение записать для каждого тела в отдельности.
6. При необходимости записать кинематические уравнения.
7. Решение лучше проводить в общем виде. Численные данные подставить в конечную формулу в системе единиц СИ. В конечной формуле можно проверить размерность искомой величины.

2.2. Динамика движения тела по окружности

При движении тела по окружности всегда существует результирующая сила, направленная к центру вращения, *центростремительная сила* $F_{\text{ЦС}}$. Центростремительная сила обеспечивает движение по окружности. Согласно II з. Н. (51) центростремительная сила определяется по формуле:

$$F_{\text{ЦС}} = ma_{\text{ЦС}} = \frac{mV^2}{R} = m\omega^2 R = p\omega, \qquad (58)$$

где m – масса тела; $a_{\text{ЦС}}$ – центростремительное ускорение; V – линейная скорость тела; ω – угловая скорость тела; R – радиус окружности, по которой движется тело; p – импульс тела.

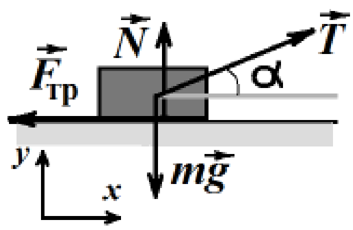
Примеры задач с решениями

1. Тело массой 10 кг равномерно тянут по горизонтальной дороге за веревку, составляющую угол 30° с горизонтом. Определите силу натяжения веревки, если коэффициент трения между телом и дорогой 0,2.

Дано:	*Решение:*
$m = 10$ кг $\alpha = 30^{\circ}$ $\mu = 0{,}2$	Сделаем чертёж, расставим силы, действующие на тело (рис. 31), выберем систему координат. Тело движется равномерно под действием 4-х сил. По I з.Н. их векторная сумма равна нулю: $\vec{F}_{\text{ТР}} + \vec{N} + \vec{T} + m\vec{g} = 0$. Найдём проекции этих сил на оси: $Ox: \ -F_{\text{ТР}} + T\cos\alpha = 0$,

$T-?$	$$Oy:\quad N+T\sin\alpha-mg=0.$$ Согласно (56) сила трения равна: $F_{\text{ТР}}=\mu N$. Выразим из уравнения проекций сил на ось Oy силу нормальной реакции опоры N: $$N=mg-T\sin\alpha.$$ Подставим полученное выражение в (56): $$F_{\text{ТР}}=\mu\left(mg-T\sin\alpha\right).$$ Полученное выражение подставим в уравнение проекций сил на ось Ox: $$-\mu\left(mg-T\sin\alpha\right)+T\cos\alpha=0.$$ Из последнего равенства выразим силу натяжения верёвки: $$T=\frac{\mu mg}{\mu\sin\alpha+\cos\alpha}.$$ Вычислим искомую величину: $$T\approx\frac{0{,}2\cdot10\cdot10}{0{,}2\cdot0{,}5+0{,}87}\approx20{,}6\ (\text{Н}).$$
	Ответ: $T\approx20{,}6$ Н.

Рис. 31. Чертёж к задаче 1.
Равномерное движение тела под действием приложенных к нему сил

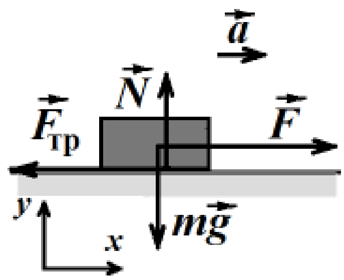


2. По горизонтальному столу движется брусок массой 5 кг под действием горизонтальной силы 40 Н. Определите ускорение бруска, если коэффициент трения между бруском и столом равен 0.2.

Дано:	*Решение:*
$m = 5$ кг $F = 40$ Н $\mu = 0{,}2$	Сделаем чертёж, расставим силы, действующие на тело (рис. 32), выберем систему координат, ось Оx направим по ускорению тела. Тело движется равноускоренно под действием 4-х сил. Из II з.Н. (51) следует, что их векторная сумма равна произведению массы и ускорения тела:
$a -$?	$$\vec{F}_{\text{ТР}} + \vec{N} + \vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}\,.$$ Проекции этих сил на оси: $Ox:\ -F_{\text{ТР}} + F = ma$, $Oy:\ N - mg = 0$. Выразим из уравнения проекций сил на ось Оy силу нормальной реакции опоры N: $$N = mg\,.$$ Согласно (56): $$F_{\text{ТР}} = \mu N = \mu mg\,.$$ Полученное выражение подставим в уравнение проекций сил на ось Оx: $$F - \mu mg = ma\,.$$ Выразим ускорение тела: $$a = \frac{F}{m} - \mu g\,.$$

	Вычислим искомую величину: $$a = \frac{40}{5} - 0{,}2 \cdot 10 = 6\ (\text{м/с}^2).$$
	Ответ: $a = 6$ м/с^2.

Рис. 32. Чертёж к задаче 2. Равноускоренное движение тела под действием приложенных к нему сил



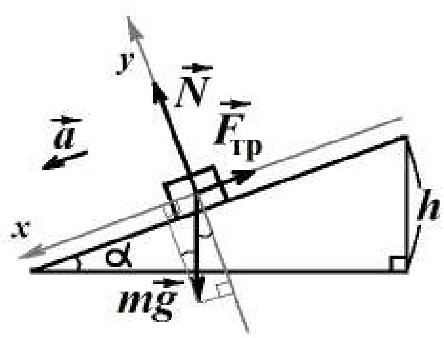
3. Наклонная плоскость образует угол 30° с плоскостью горизонта и имеет высоту 2,5 м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время 2 с. Определите коэффициент трения тела о плоскость.

Дано:	*Решение:*
$\alpha = 30^{\circ}$ $h = 2{,}5$ м $t = 2$ с $\mu - ?$	Сделаем чертёж, расставим силы, действующие на тело (рис. 33), выберем систему координат, ось Оx направим по ускорению тела. Тело движется равноускоренно под действием 3-х сил. Согласно (51) их векторная сумма равна произведению массы и ускорения тела: $$\vec{F}_{ТР} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$ Найдём проекции этих сил на оси: $$Ox:\ -F_{ТР} + mg\sin\alpha = ma,$$ $$Oy:\ N - mg\cos\alpha = 0.$$ Согласно выражению (56):

	$$\mu = \frac{F_{\text{ТР}}}{N}.$$ Выразим из уравнения проекций сил на оси силу трения и силу нормальной реакции опоры: $$F_{\text{ТР}} = m(g\sin\alpha - a),$$ $$N = mg\cos\alpha.$$ Коэффициент трения равен: $$\mu = \frac{m(g\sin\alpha - a)}{mg\cos\alpha} = \frac{g\sin\alpha - a}{g\cos\alpha} = \mathrm{tg}\alpha - \frac{a}{g\cos\alpha}.$$ Найдём ускорение тела. Из кинематики известно, что при равноускоренном движении тела из состояния покоя перемещение тела определяется выражением: $$S = \frac{at^2}{2}.$$ Кроме того, на рисунке 33 видно, что перемещение тела равно длине гипотенузы прямоугольного треугольника: $S = \frac{h}{\sin\alpha}$. Выразим ускорение тела: $\frac{at^2}{2} = \frac{h}{\sin\alpha} \Leftrightarrow a = \frac{2h}{t^2\sin\alpha}$. Окончательное выражение для коэффициента трения: $$\mu = \mathrm{tg}\alpha - \frac{4h}{gt^2\sin 2\alpha}.$$ Вычислим коэффициент трения:

	$$\mu = \mathrm{tg}30^0 - \frac{4 \cdot 2{,}5}{10 \cdot 2^2 \, sin 2 \cdot 30^0} \approx 0{,}29.$$
	Ответ: $\mu \approx 0{,}29$.

Рис. 33. Чертёж к задаче 3. Равноускоренное движение тела по наклонной плоскости под действием приложенных к нему сил

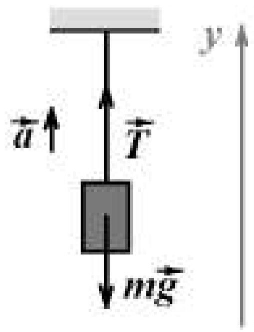


4. Груз массой 70 кг поднят равноускоренно вертикально вверх на высоту 20 м за 3 с. Определите силу натяжения каната, с помощью которого был поднят груз. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Дано:	*Решение:*
$m = 70$ кг, $V_0 = 0$ м/с, $h = 20$ м, $t = 3$ с.	Сделаем чертёж, расставим силы, действующие на тело (рис. 34), направим ось Оy вверх, по ускорению тела. Тело движется под действием 2-х сил, если не учитывать сопротивление воздуха. Из II з.Н. следует, что: $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$. Проекции этих сил на ось Oy : $T - mg = ma$.
$T -$?	Выразим натяжение каната: $$T = m(g + a).$$ Ускорение тела найдём из кинематического уравнения для перемещения тела из состояния покоя:

	$$h=\frac{at^2}{2}\Leftrightarrow a=\frac{2h}{t^2}.$$ Определим натяжение каната: $$T=m\left(g+\frac{2h}{t^2}\right)=70\cdot\left(10+\frac{2\cdot 20}{3^2}\right)\approx 1\text{ кН}.$$
	Ответ: $T\approx 1$ кН.

Рис. 34. Чертёж к задаче 4. Равноускоренное движение тела вверх под действием сил натяжения и тяжести



5. Тело покоится на краю круглой горизонтальной платформы радиусом R. Определите максимальную частоту, с которой можно вращать платформу так, чтобы тело оставалось на платформе. Коэффициент трения между телом и платформой равен μ.

Дано:	*Решение:*
R, μ ν – ?	Сделаем чертёж, расставим силы, действующие на тело (рис. 35), направим ось Оx влево, по ускорению тела. На тело действуют 3 силы, и результирующая сила – центростремительная. Из II з.Н. (51) следует, что: $$\vec{N}+m\vec{g}+\vec{F}_{\text{ТР}}=m\vec{a}_{\text{ЦС}}.$$ Проекции этих сил на оси:

$$\begin{cases} Ox: & F_{\text{ТР}} = ma_{\text{ЦС}}, \\ Oy: & N - mg = 0. \end{cases}.$$

Из этой системы, с учётом (56) и (58), получим:

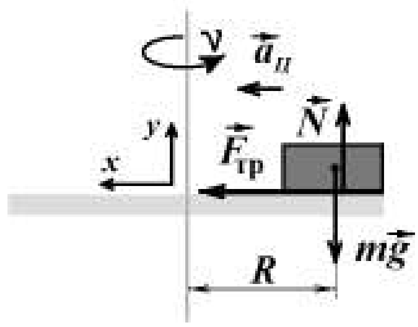
$$\mu mg = m\omega^2 R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{R}}.$$

Окончательно приходим к выражению для частоты:

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} \Rightarrow 2\pi\nu = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu g}{R}}.$$

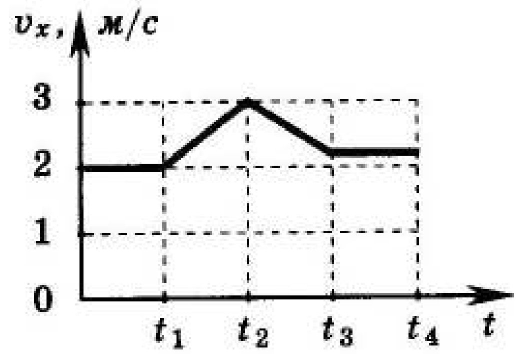
Ответ: $\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu g}{R}}$.

Рис. 35. Чертёж к задаче 5. Вращение тела по окружности под действием приложенных сил



Задачи для самостоятельного решения

1. На рисунке изображён график зависимости модуля скорости вагона от времени в инерциальной системе отсчёта. В течение каких промежутков времени суммарная сила, действующая на вагон со стороны других тел, равнялась нулю, если вагон двигался прямолинейно?



1) $0-t_1$, t_3-t_4 2) $0-t_4$ 3) t_1-t_2, t_2-t_3 4) t_1-t_3

2. Какая из характеристик движения не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой?

1) ускорение 2) траектория 3) перемещение 4) кинетическая энергия

3. Утверждение, что материальная точка покоится или движется равномерно и прямолинейно, если на неё не действуют другие тела или воздействие на неё других тел взаимно уравновешено:

1) верно при любых условиях
2) верно для инерциальных систем отсчёта
3) верно для неинерциальных систем отсчёта
4) неверно ни для каких систем отсчёта

4. Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной. Система отсчёта, связанная с автомобилем, тоже будет инерциальной, если автомобиль

1) движется равномерно по прямолинейному участку шоссе
2) разгоняется по прямолинейному участку шоссе
3) движется равномерно по извилистой дороге
4) по инерции вкатывается в гору

5. Самолёт летит по прямой с постоянной скоростью на высоте 9 000 м. Систему отсчёта, связанную с Землёй, считать инерциальной. В этом случае

1) на самолёт не действует сила тяжести
2) сумма всех сил, действующих на самолёт, равна нулю
3) на самолёт не действуют никакие силы
4) сила тяжести равна силе Архимеда, действующей на самолёт

6. Парашютист спускается по вертикали с постоянной скоростью 2 м/с. Систему отсчёта, связанную с Землёй, считать инерциальной. В этом случае

1) на парашютиста не действуют никакие силы

2) сумма всех сил, действующих на парашютиста, равна нулю

3) сила тяжести, действующая на парашютиста, равна нулю

4) сумма всех сил, действующих на парашютиста, постоянна и не равна нулю

7. Мяч, неподвижно лежащий на полу вагона движущегося поезда, покатился влево, если смотреть по ходу поезда. Как изменилось движение поезда?

1) Скорость поезда увеличилась

2) Скорость поезда уменьшилась

3) Поезд повернул вправо

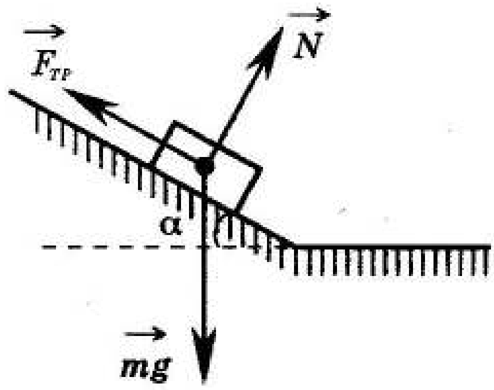
4) Поезд повернул влево

8. Систему отсчёта, связанную с лифтом, можно считать инерциальной в случае, когда лифт движется

1) замедленно вниз 2) ускоренно вверх

3) равномерно вверх 4) ускоренно вниз

9. На брусок, лежащий на шероховатой наклонной опоре (см. рисунок) действуют 3 силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{ТР}}$. Если брусок покоится, то модуль равнодействующей сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{ТР}}$ равен

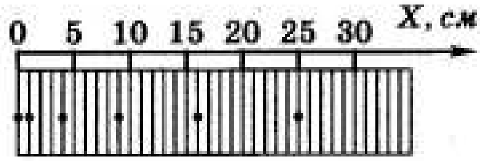


1) mg 2) $F_{\text{ТР}} + N$ 3) $N\cos\alpha$ 4) $F_{\text{ТР}}\sin\alpha$

10. Автомобиль массой 500 кг, разгоняясь с места равноускоренно, достигает скорости 20 м/с за 10 с. Равнодействующая всех сил, действующих на автомобиль, равна

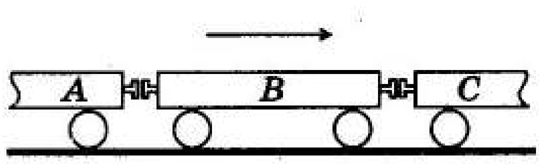
1) 0,5 кН 2) 1 кН 3) 2 кН 4) 4 кН

11. С использованием специального фотоаппарата зафиксировали положение движущегося тела через равные промежутки времени (см. рисунок). В начальный момент времени тело покоилось. Сила, действующая на тело,



1) увеличивалась со временем
2) была равна нулю
3) была постоянна и не равна нулю
4) уменьшалась со временем

12. Ускоренное движение железнодорожного вагона *B* (см. рисунок) определяется его взаимодействием с

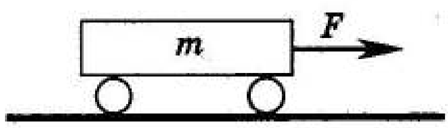


1) рельсами
2) рельсами и вагонами *A* и *C*
3) Землёй
4) тепловозом

13. Молоток массой 0,8 кг ударяет по небольшому гвоздю и забивает его в доску. Скорость молотка перед ударом 5 м/с, после удара 0 м/с. Продолжительность удара 0,02 с. Определите среднюю силу удара молотка

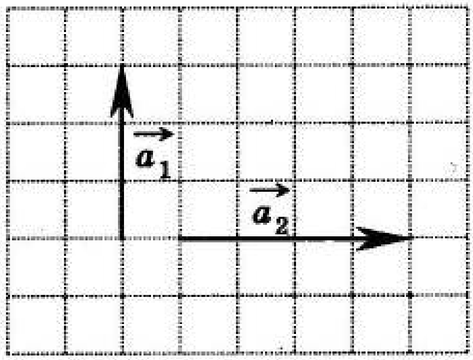
1) 400 Н 2) 200 Н 3) 800 Н 4) 80 Н

14. Легкоподвижную тележку массой m=3 кг толкают с силой F=6 Н (см. рисунок). Ускорение тележки в инерциальной системе отсчёта равно



1) 18 м/с^2 2) 2 м/с^2 3) 1,67 м/с^2 4) 0,5 м/с^2

15. Под действием силы F_1=3 Н тело движется с ускорением a_1=0,3 м/с^2. Под действием силы F_2=4 Н тело движется с ускорением a_2=0,4 м/с^2 (см. рисунок). Определите силу F_0, под действием которой тело движется с ускорением $\vec{a}_0 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$.



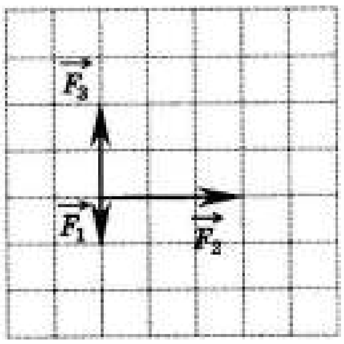
1) 3 Н 2) 4 Н 3) 5 Н 4) 7 Н

16. Определите, какая из приведённых ниже пар величин всегда совпадает по направлению?

1) сила и ускорение 2) сила и скорость

3) сила и перемещение 4) ускорение и перемещение

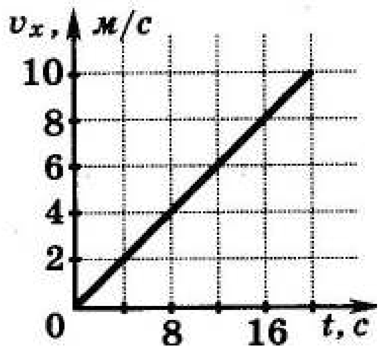
17. На тело действуют три силы (см. рисунок). Определите модуль равнодействующей этих сил, если F_1=1 Н.



1) $\sqrt{10}$ Н 2) 6 Н

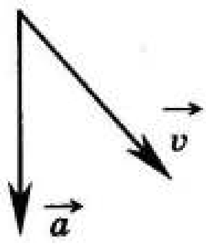
3) 4 Н 4) $\sqrt{13}$ Н

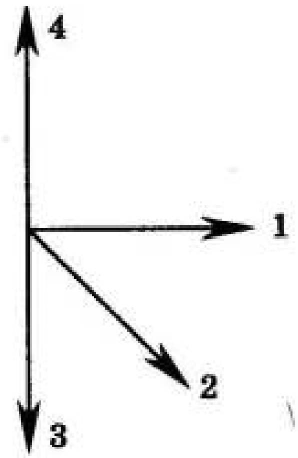
18. Скорость автомобиля массой 1000 кг, движущегося вдоль оси Оx, изменяется со временем в соответствии с графиком (см. рисунок). Систему отсчёта считать инерциальной. Равнодействующая всех сил, действующих на автомобиль, равна



1) 500 Н 2) 1000 Н 3) 10000 Н 4) 20000 Н

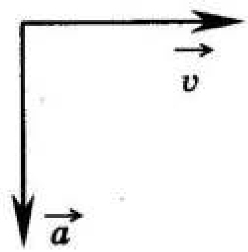
19. На левом рисунке представлены направления скорости $\vec{v}$ и ускорения $\vec{a}$ тела в инерциальной системе отсчёта. Какое из четырёх направлений на правом рисунке имеет вектор равнодействующей всех сил, действующих на тело?

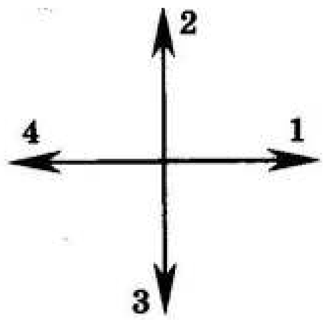




1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

20. На левом рисунке представлены направления скорости $\vec{v}$ и ускорения $\vec{a}$ тела в инерциальной системе отсчёта. Какое из четырёх направлений на правом рисунке имеет вектор равнодействующей всех сил, действующих на тело?

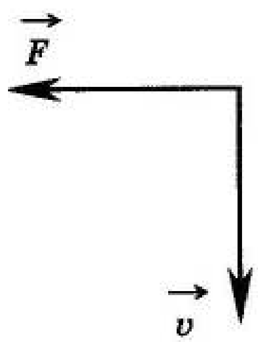


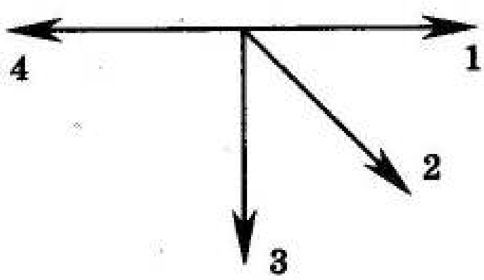


1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

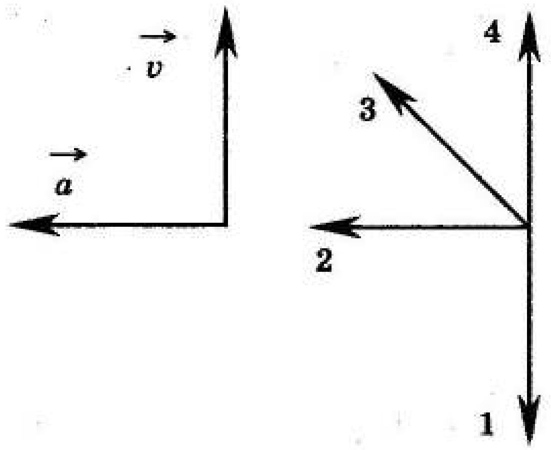
21.На левом рисунке представлены направления скорости $\vec{v}$ и равнодействующей всех сил, действующих на тело, $\vec{F}$. Какое из четырёх направлений на правом рисунке имеет вектор ускорения этого тела в инерциальной системе отсчёта?

1)1
2) 2
3) 3
4) 4



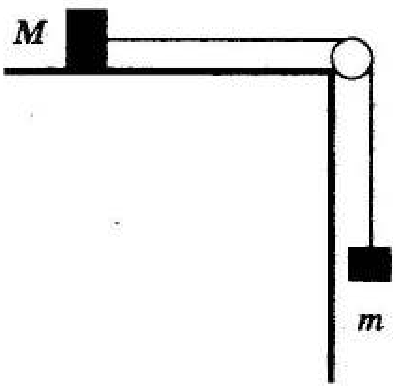


22. На левом рисунке представлены направления скорости $\vec{v}$ и ускорения $\vec{a}$ тела в инерциальной системе отсчёта. Какое из четырёх направлений на правом рисунке имеет вектор равнодействующей всех сил, действующих на тело?



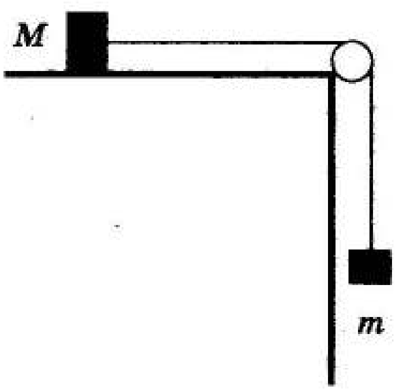
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

23. Брусок массой M=300 г соединён с грузом m=200 г невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). Брусок скользит без трения по горизонтальной поверхности. Определите силу натяжения нити.



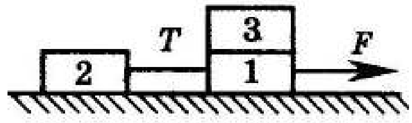
1) 4 Н 2) 1,5 Н 3) 1,2 Н 4) 1 Н

24. Груз, лежащий на столе, связан лёгкой и нерастяжимой нитью, перекинутой через идеальный блок с грузом 0,25 кг (см. рисунок). На первый груз действует постоянная горизонтальная сила F=9 Н. Второй груз начал двигаться с ускорением a=2 м/с^2, направленным вверх. Трение между грузом и поверхностью стола пренебрежимо мало. Определите массу первого груза.



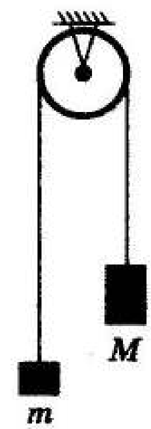
1) 1,0 кг 2) 1,5 кг 3) 2,5 кг 4) 3,0 кг

25. Одинаковые бруски, связанные нитью, движутся под действием силы F по гладкой горизонтальной поверхности (см. рисунок). Как изменится сила натяжения нити T, если третий брусок переложить с первого на второй?



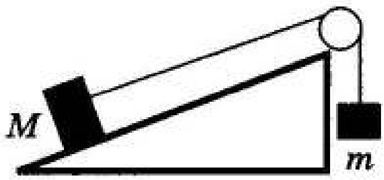
1) увеличится в 2 раза
2) увеличится в 3 раза
3) уменьшится в 1,5 раза
4) уменьшится в 2 раза

26. Брусок массой M=300 г соединён с бруском m=200 г невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). Определите модуль ускорения бруска массой 200 г.



1) 2 м/с^2 2) 3 м/с^2
3) 4 м/с^2 4) 6 м/с^2

27. Брусок массой M=300 г соединён с грузом m=200 г невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). Брусок скользит без трения по закреплённой наклонной плоскости, составляющей угол 30º с горизонтом. Определите ускорение бруска.



1) 1 м/с^2 2) 2,5 м/с^2
3) 7 м/с^2 4) 17 м/с^2

28. В инерциальной системе отсчёта сила F сообщает телу массой m ускорение a. Как изменится ускорение тела, если массу тела и действующую на него силу уменьшить в 2 раза?

1) увеличится в 4 раза 2) не изменится
3) уменьшится в 8 раз 4) уменьшится в 4 раза

29. В инерциальной системе отсчёта сила F сообщает телу массой m ускорение a. Ускорение тела массой $2m$ под действием силы $0{,}5F$ в этой системе отсчёта равно

1) a 2) $0{,}25a$ 3) $0{,}125a$ 4) $4a$

30. В инерциальной системе отсчёта сила F сообщает телу массой m ускорение a. Как надо изменить силу, чтобы при уменьшении массы тела вдвое его ускорение стало больше в 4 раза?

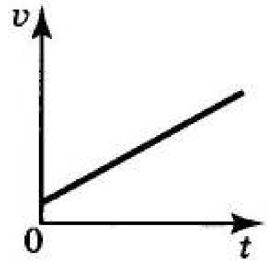
1) увеличить в 2 раза 2) увеличить в 4 раза

3) уменьшить в 2 раза 4) оставить неизменной

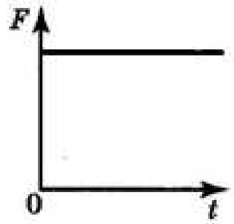
31. Полосовой магнит массой m подвесили к массивной стальной плите массой M. Сравните силу действия магнита на плиту F_1 с силой действия плиты на магнит F_2.

1) $F_1=F_2$ 2) $F_1>F_2$ 3) $F_1<F_2$ 4) $\frac{F_1}{F_2}=\frac{m}{M}$

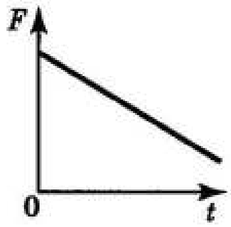
32. На рисунке справа приведён график зависимости скорости тела от времени при прямолинейном движении. Какай из четырёх графиков, приведённых ниже, выражает зависимость модуля равнодействующей всех сил, действующих на тело, от времени движения? Систему отсчёта считать инерциальной.



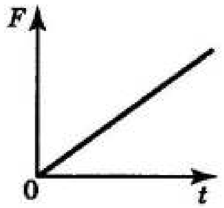
1)



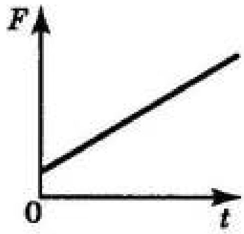
2)



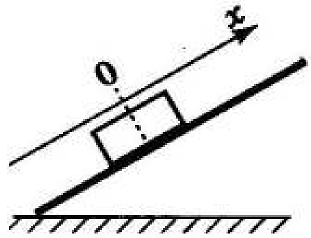
3)



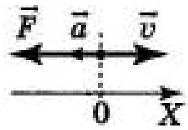
4)



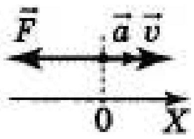
33. После толчка брусок скользит вверх по наклонной плоскости. В системе отсчёта, связанной с плоскостью, направление O*x* показано на рисунке справа. Направления векторов скорости бруска, его ускорения и равнодействующей силы правильно показаны на рисунке



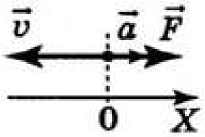
1)



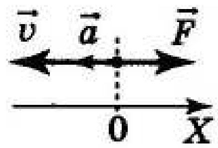
2)



3)



4)



34. С какой скоростью двигался поезд массой 1500 т, если под действием тормозящей силы в 150 кН он прошел путь 500 м с момента начала торможения до остановки?

35. Тело массой 20 кг равномерно тянут по горизонтальной дороге за веревку, составляющую угол 30º с горизонтом. Определить силу натяжения веревки, если коэффициент трения между телом и дорогой 0,2.

36. Паровоз на горизонтальном участке пути длиной 600 м развивает постоянную силу тяги, равную 150 кН. Скорость поезда возрастает при этом с 36 км/ч до 54 км/ч. Масса поезда 1000 т. Найдите коэффициент трения.

37. Тело массой 10 кг тянут по горизонтальной поверхности с силой 40 Н. Если эта сила приложена к телу под углом 60º к горизонту, то тело движется

равномерно. С каким ускорением будет двигаться тело, если данную силу приложить к телу под углом 30° к горизонту?

38. По склону горы длиной 50 м и высотой 10 м скатываются санки массой 60 кг. Определить среднюю силу трения при скатывании санок, если они достигли у основания горы скорость 8 м/с. Начальная скорость санок равна нулю.

39. Тело массой 200 кг равномерно поднимают по наклонной плоскости, образующей угол 30° с горизонтом, прикладывая силу 1500 Н вдоль линии движения. С каким ускорением тело будет соскальзывать с наклонной плоскости, если его отпустить?

40. С каким максимальным ускорением можно поднимать на веревке тело массой 200 кг, если она выдерживает неподвижный груз массой 240 кг? Какой максимальный груз можно опускать на этой же веревке с таким же ускорением?

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ПО ТЕМЕ «ДИНАМИКА»

№	*ответ*	**№**	*ответ*	**№**	*ответ*	**№**	*ответ*	**№**	*ответ*
1	*1*	**9**	*1*	**17**	*1*	**25**	*1*	**33**	*1*
2	*1*	**10**	*2*	**18**	*1*	**26**	*1*	**34**	*10* м/с
3	*2*	**11**	*3*	**19**	*3*	**27**	*1*	**35**	*41.7* Н
4	*1*	**12**	*2*	**20**	*3*	**28**	*2*	**36**	*0.005*
5	*2*	**13**	*2*	**21**	*4*	**29**	*2*	**37**	*1* м/с^2
6	*2*	**14**	*2*	**22**	*2*	**30**	*1*	**38**	*81.6* Н
7	*3*	**15**	*3*	**23**	*3*	**31**	*1*	**39**	*2,5* м/с^2
8	*3*	**16**	*1*	**24**	*4*	**32**	*1*	**40**	*2* м/с^2 *300* кг

Справочный материал

Десятичные приставки

Наименование	*Обозначение*	*Множитель*	*Наименование*	*Обозначение*	*Множитель*
гига	Г	10^9	санти	с	10^{-2}
мега	М	10^6	милли	м	10^{-3}
кило	к	10^3	микро	мк	10^{-6}
гекто	г	10^2	нано	н	10^{-9}
деци	д	10^{-1}	пико	п	10^{-12}

Константы

Число π	$\pi \approx 3{,}14$
Ускорение свободного падения у поверхности Земли	$g \approx 10$ м/с^2

Таблица значений синуса, косинуса, тангенса некоторых углов

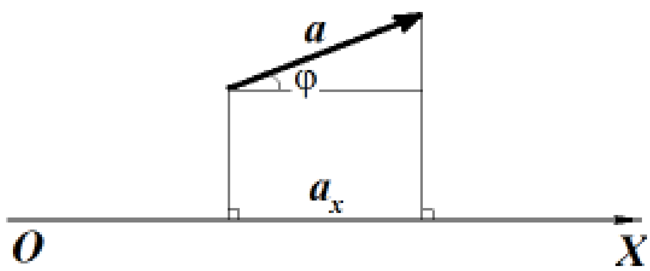
α^o	**0**	**30**	**45**	**60**	**90**
α, рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sinα	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosα	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tgα	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-

Некоторые формулы тригонометрии

Основное тригонометрическое тождество	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
Связь между тригонометрическими функциями	$\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
Синус двойного угла	$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
Косинус двойного угла	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

Проекция вектора на ось

Проекция вектора $\vec{a}$ на ось Ox:



$$a_x = |\vec{a}| \cdot \cos\varphi,$$

где φ – угол между вектором $\vec{a}$ и осью OX (см. рисунок)

Список использованной литературы

1. Демидова, М. Ю. ЕГЭ 2010. Физика: экзаменационные задания/ М. Ю. Демидова, И.И. Нурминский. – М.: Эксмо, 2010. – 304 с.

2. Самое полное издание типовых вариантов заданий ЕГЭ: 2012 : Физика / авт.-сост. В.А. Грибов. – М.: АСТ: Астрель, 2012. – 138 с.

3. Яворский, Б.М. Физика. Справочное руководство для поступающих в вузы / Б.М. Яворский, Ю.А. Селезнёв. – М.: Физматлит, 2004. – 592 с.

4. Кухлинг, Х. Справочник по физике / Х. Кухлинг. – М.: Мир, 1985. – 520 с.

5. Википедия. Кинематика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Кинематика.

6. Википедия. Динамика [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Динамика.

7. Википедия. Сила инерции [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Сила_инерции.

8. Википедия. Школьная физика для учителей и учеников [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.alsak.ru/content/view/202/1/.

Содержание

Введение 3
МЕХАНИКА 4
1. КИНЕМАТИКА 4
1.1. Поступательное движение тела 4
1.1.1. Равномерное поступательное движение 9
1.1.2. Равнопеременное поступательное движение 10
1.1.3. Свободное падение тел 13
Движение тела вертикально вниз из состояния покоя 14
Движение тела, брошенного вертикально вверх 14
Движение тела, брошенного горизонтально 15
Движение тела, брошенного под углом к горизонту 17
1.2. Кинематика движения тела по окружности 19
1.2.1. Кинематика движения тела по окружности с постоянной скоростью 19
1.3. Преобразования Галилея 21
Примеры задач с решениями 23
Задачи для самостоятельного решения 35
ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ПО ТЕМЕ «КИНЕМАТИКА» 48
2. ДИНАМИКА 49
2.1. Динамика поступательного движения 49
2.1.1. Первый закон Ньютона 49
2.1.2. Второй закон Ньютона 50
Импульс тела. Импульс силы 51
2.1.3. Третий закон Ньютона 51
2.1.4. Силы, действующие на тело при поступательном движении 52
2.1.5. Силы инерции, действующие на тело при поступательном движении 53
Примерный алгоритм решения задач на динамику поступательного движения 54
2.2. Динамика движения тела по окружности 55
Примеры задач с решениями 55
Задачи для самостоятельного решения 62

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ПО ТЕМЕ «ДИНАМИКА» 72

Справочный материал 73

Использованная литература 75

Демидова Наталия Евгениевна

МЕХАНИКА

Кинематика поступательного движения тела
Динамика поступательного движения тела

Учебное пособие

Часть I

Редактор

Н.А. Воронова

Подписано к печати_________Формат 60*90 1/16 Бумага газетная. Печать трафаретная
Уч. изд. л. 4,2 Усл. печ. л. 4,9 Тираж 300 экз. Заказ № 118
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65
Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65