Министерство образования и науки Российской Федерации

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (ННГАСУ)

**Кафедра теоретической механики**

# ИНТЕРНЕТ-ТЕСТИРОВАНИЕ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

## Выпуск 5. Количество движения и кинетический момент

Методические указания для подготовки к интернет - тестированию

по теоретической механике

Нижний Новгород – 2011

УДК 531.1

Интернет-тестирование по теоретической механике. Выпуск 5. Количество движения и кинетический момент. Методические указания для подготовки к интернет - тестированию по теоретической механике, Нижний Новгород, ННГАСУ, 2011 г..

Настоящие методические указания предназначены для студентов ННГАСУ, обучающихся по специальностям «Строительство» и «Теплоэнергетика». Методические указания содержат основные теоретические положения и примеры решения типовых задач по рассматриваемым темам, предлагавшихся для решения в процессе интернет - тестирования.

Составители: Г.А. Маковкин, А.С. Аистов, А.С. Баранова, Т.Е. Круглова, И.С. Куликов, Е.А. Никитина, О.И. Орехова, С.Г. Юдников, Г.А. Лупанова.

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

## ТЕОРЕМА О ДВИЖЕНИИ ЦЕНТРА МАСС МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

**Произведение массы системы на ускорение центра масс равно главному вектору внешних сил, действующих на точки системы:**

$$m\vec{a}_C = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k^e \tag{1}$$

**или в проекциях на оси**

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = \sum_{k=1}^{n} F_{kx}^e \\ m\ddot{y}_C = \sum_{k=1}^{n} F_{ky}^e \\ m\ddot{z}_C = \sum_{k=1}^{n} F_{kz}^e \end{cases} \tag{2}$$

Другими словами, **центр масс механической системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена вся масса системы и к которой приложены все внешние силы, действующие на систему.**

**Внутренние силы не могут изменить движение центра масс.**

### СЛЕДСТВИЕ 1

Если главный вектор внешних сил механической системы все время равен нулю, то центр масс системы находится в покое или движется равномерно и прямолинейно.

Действительно, если $\sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k^e = 0$, то из (1) получаем, что $\vec{a}_C = 0$, откуда $\vec{v}_C = const$.

### СЛЕДСТВИЕ 2

Если сумма проекций всех внешних сил на какую-либо ось все время равна нулю, то проекция скорости центра масс на эту ось постоянна.

Действительно, если $\sum_{k=1}^{n} F_{kx}^e = 0$, то из (2) получаем, что $\ddot{x}_C = 0$.

Отсюда следует, что $\dot{x}_C = const$ ( центр масс движется по оси $x$ равномерно или **покоится:** $v_{Cx} = const$**).**

## Теорема об изменении количества движения в дифференциальной форме

**Количеством движения материальной точки** называется векторная величина, равная произведению массы точки на ее скорость: $\vec{Q} = m\vec{v}$. Её также называют импульсом материальной точки.

**Количеством движения материальной системы** называется геометрическая сумма количеств движения всех точек системы:

$$\vec{Q} = \sum_{r=1}^{n} m_r \vec{v}_r \ .$$

Поскольку $\sum_{k=1}^{n} m_k \vec{v}_k = m\vec{v}_C$, то $\vec{Q} = m\vec{v}_C$.

Количество движения характеризует только поступательную часть движения и никакого отношения не имеет к его вращательной составляющей.

**ТЕОРЕМА**

**Производная по времени от количества движения механической системы равна главному вектору внешних сил, действующих на систему:**

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k^e$$

или в проекциях на оси:

$$\begin{cases} \dfrac{dQ_x}{dt} = \sum\limits_{k=1}^{n} F_{kx}^e \\ \dfrac{dQ_y}{dt} = \sum\limits_{k=1}^{n} F_{ky}^e . \\ \dfrac{dQ_z}{dt} = \sum\limits_{k=1}^{n} F_{kz}^e \end{cases} \qquad (3)$$

## Теорема об изменении количества движения в интегральной форме

Импульсом силы за некоторый промежуток времени $(0,t)$ называется величина равная интегралу от силы по времени, взятому за этот промежуток

$$\vec{S} = \int_0^t \vec{F}\,dt$$

Если $\vec{F} = const$, то естественно, что $\vec{S} = \vec{F} \cdot \Delta t$, где $\Delta t$ – промежуток времени.

**ТЕОРЕМА**

**Изменение количества движения механической системы за некоторый промежуток времени равно сумме импульсов действующих на систему внешних сил за этот промежуток времени:**

$$\Delta\vec{Q} = \sum_{k=1}^{n} \vec{S}_k^e$$

**или в проекциях на координатные оси**

$$\begin{cases} \Delta Q_x = \sum_{k=1}^{n} S_{kx}^e \\ \Delta Q_y = \sum_{k=1}^{n} S_{ky}^e \\ \Delta Q_z = \sum_{k=1}^{n} S_{kz}^e \end{cases}.$$

Для одной материальной точки теорема приобретает вид:

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{S},$$

где $\vec{S}$ - импульс равнодействующей всех сил, приложенных к точке.

**СЛЕДСТВИЕ 1**

**Если главный вектор внешних сил механической системы все время равен нулю, то вектор количества движения системы постоянен.**

То есть, если, $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^e \equiv 0$ то $\frac{d\vec{Q}}{dt} \equiv 0$ и, следовательно, $\vec{Q} \equiv const$ или $m\vec{v}_C \equiv const$.

**СЛЕДСТВИЕ 2**

**Если сумма проекций всех внешних сил механической системы на какую-либо ось все время равна нулю, то проекция количества движения на эту ось постоянна.**

То есть, если $\sum_{i=1}^{n} F_{ix}^{e} \equiv 0,$ то из (3) следует, что $\frac{dQ_x}{dt} \equiv 0$ и $Q_x \equiv const$ .

## <u>МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ТЕЛА И МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ</u>

- Мерой инертности материального тела для поступательного движения является его масса.
- Для вращательного движения мерой инертности является величина, которая называется моментом инерции.

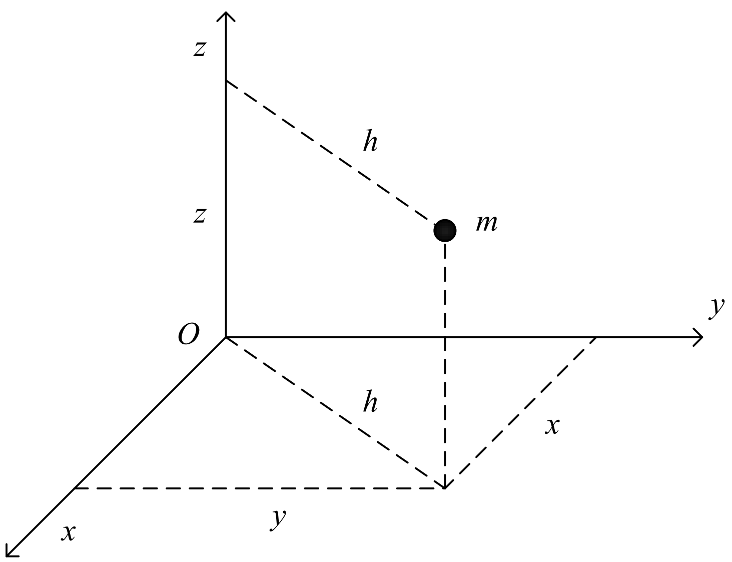
### 1. МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ТОЧКИ

**Моментом инерции материальной точки относительно некоторой оси (осевым моментом инерции) называется величина, равная произведению массы точки на квадрат ее расстояния до этой оси.**

$$J_z = m\,h^2$$

или

$$J_z = m\left(x^2 + y^2\right)$$




### 2. МЕХАНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ИЗ *n* МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК

Рассмотрим теперь механическую систему, состоящую из *n* точек.

Пусть $k$-я точка имеет массу $m_k$ и координаты $x_k, y_k, z_k$.

Моменты инерции механической системы относительно оси можно вычислить путем суммирования моментов инерции входящих в нее точек:

$$J_z = \sum_{k=1}^{n} m_k \left( x_k^2 + y_k^2 \right).$$

## 3. Моменты инерции точки материального тела

Рассмотрим твердое тело, в котором масса распределена непрерывно.

В этом случае момент инерции вычисляется путем интегрирования:

$$J_z = \int_V \left( x^2 + y^2 \right) dm$$

## 4. Радиус инерции

Момент инерции твердого тела можно представить в виде:

$$J_z = m i_z^2,$$

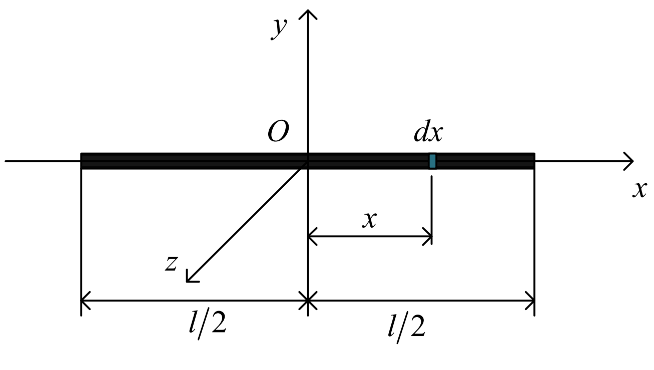
где $m$ - масса тела, $i_z$ - радиус инерции тела относительно оси $z$.

## 5. Моменты инерции некоторых однородных тел

Ось, проходящая через центр массы твердого тела, называется центральной. Приведем значения моментов инерции некоторых простейших материальных тел относительно центральных осей.

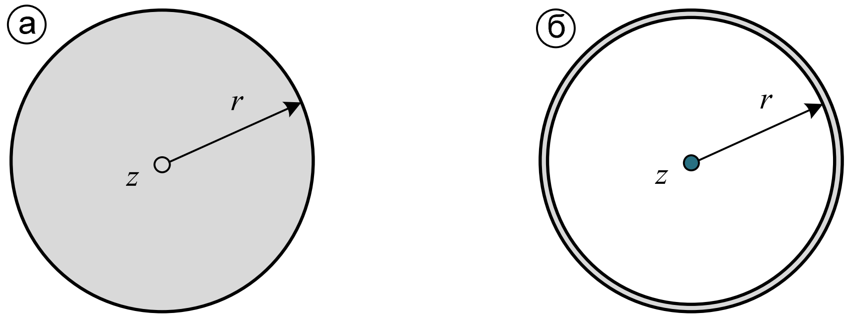
Момент инерции однородного тонкого стержня массой $m$ и длиной $l$ относительно оси z можно определить по формуле:

$$J_z == ml^2/12$$




- Момент инерции однородного круглого диска массой $m$ и радиуса $r$ относительно оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости, будет равен

$$J_z = \frac{mr^2}{2}$$




- Момент инерции круглого кольца (цилиндра, трубы) массой $m$ , которая равномерно распределена вдоль окружности радиуса $r$, относительно оси, совпадающей с осью цилиндра, будет равен

$$J_z = mr^2.$$

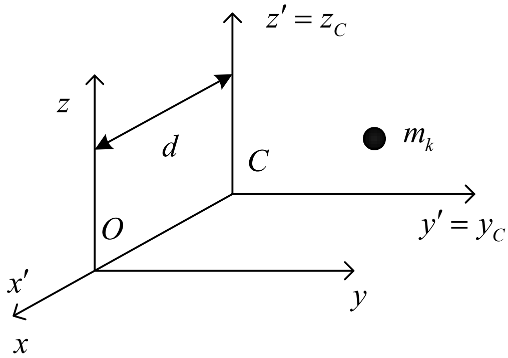
## 6. Моменты инерции относительно параллельных осей

Если необходимо вычислить момент инерции относительно оси, не проходящей через центр тяжести, применяют теорему Гюйгенса.

**ТЕОРЕМА Гюйгенса**

**Момент инерции механической системы (тела) относительно некоторой оси равен сумме момента инерции относительно параллельной ей оси, проходящей через центр масс, и величины равной произведению массы системы на квадрат расстояния между осями:**

$$I_z = I_{zC} + md^2$$



# ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОГО МОМЕНТА

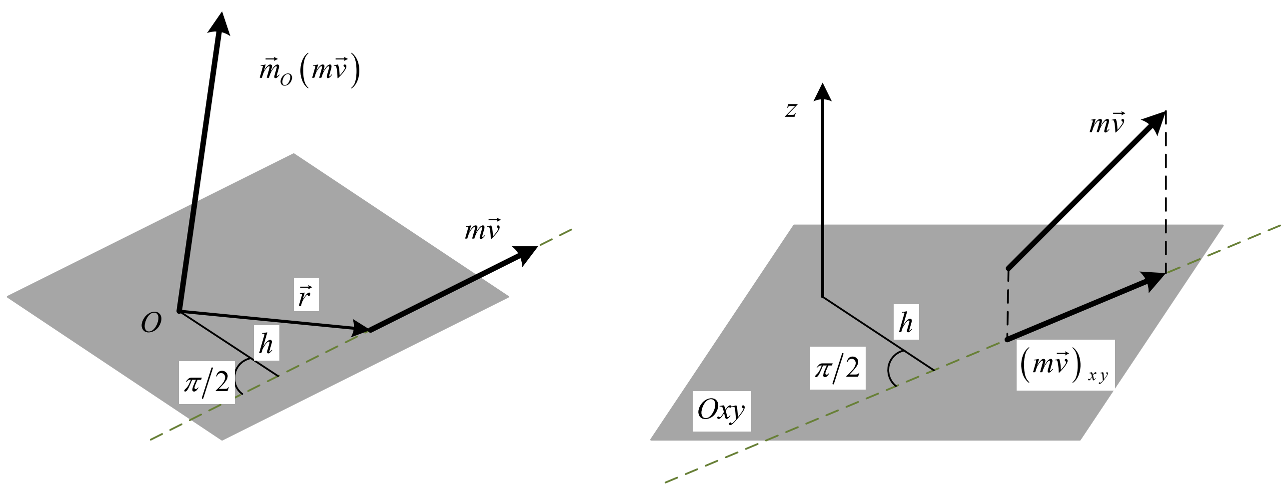
## 1. Кинетический момент

Теоремы о движении центра масс и об изменении количества движения описывают только поступательную часть движения твердого тела. Вращательную часть движения описывает теорема об изменении кинетического момента.

Введем новые понятия: момент количества движения и кинетический момент.

**Моментом количества движения материальной точки относительно некоторого центра называется векторное произведение**

$$\vec{m}_O\left(m\vec{v}\right)=\vec{r}\times m\vec{v}.$$




- Направление вектора момента количества движения определяется по правилу правого винта.
- Его модуль равен произведению количества движения на плечо :

  $$m_O\left(m\vec{v}\right)=mv\cdot h,$$

  где $h$ – плечо вектора количества движения относительно точки О.

**Кинетическим моментом механической системы относительно некоторого центра О называется сумма моментов количеств движения всех точек данной системы относительного этого центра:**

$$\vec{K}_O=\sum_{i=1}^{n}\vec{m}_O\left(m_i\vec{v}_i\right)$$

или
$$\vec{K}_O = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i .$$

**Примечание**

Если механическая система представляет собой твердое тело, то кинетический момент должен определяться не суммированием, а путем интегрирования по объему.

Если точка O является началом системы координат, то проекции кинетического момента на оси будут являться кинетическими моментами механической системы относительно осей:

$$\begin{cases} \left(K_O\right)_x = K_x \\ \left(K_O\right)_y = K_y \\ \left(K_O\right)_z = K_z \end{cases}$$

Чтобы вычислить момент количества движения относительно оси надо:

- спроектировать вектор $m\vec{v}$ на плоскость перпендикулярную оси,
- величину этой проекции умножить на ее плечо относительно точки пересечения оси с плоскостью,
- добавить знак в зависимости от направления вектора.

В результате получим:
$$m_z\left(m\vec{v}\right) = \pm\left(mv\right)_{xy} \cdot h,$$

## 2. КИНЕТИЧЕСКИЙ МОМЕНТ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

**Кинетический момент вращающегося тела относительно оси вращения равен произведению осевого момента инерции на угловую скорость:**

$$K_z = I_z \,\omega. \tag{4}$$

## 3. ТЕОРЕМА об изменении кинетического момента

**Производная по времени от кинетического момента механической системы относительного некоторого центра или оси равна главному моменту внешних сил относительно этого же центра или момента:**

$$\frac{d\vec{K}_O}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \vec{m}_O\left(\vec{F}_k^e\right)$$

**или в проекциях на оси:**

$$\begin{cases} \dfrac{dK_x}{dt} = \sum\limits_{k=1}^{n} m_x\left(\vec{F}_k^e\right) \\ \dfrac{dK_y}{dt} = \sum\limits_{k=1}^{n} m_y\left(\vec{F}_k^e\right). \\ \dfrac{dK_z}{dt} = \sum\limits_{k=1}^{n} m_z\left(\vec{F}_k^e\right) \end{cases}$$

**Внутренние силы не могут изменить кинетический момент механической системы.**

**Следствие 1**

Если главный момент внешних сил механической системы относительно некоторого центра все время равен нулю, то кинетический момент системы относительно этого центра остается неизменным.

**Следствие 2**

Если главный момент внешних сил относительно какой-либо оси все время равен нулю, то кинетический момент системы относительно этой оси остается неизменным.

## 4. Дифференциальное уравнение вращательного движения

Предположим, что материальное тело вращается относительно оси $z$. По формуле (4) его кинетический момент будет равен $K_z = I_z\omega$ и тогда в соответствии с теоремой об изменении кинетического момента

$$\frac{d\left[I_z\omega\right]}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \vec{m}_z\left(\vec{F}_k^e\right).$$

Если тело в процессе вращения не изменяется, то $I_z = const$ и мы получаем **<u>дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела:</u>**

$$I_z\frac{d\omega}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \vec{m}_z\left(\vec{F}_k^e\right), \tag{5}$$

Если учесть, что $\dfrac{d\omega}{dt} = \varepsilon = \ddot{\varphi}$, уравнение (5) можно записать в виде

$$I_z\varepsilon = \sum_{k=1}^{n} \vec{m}_z\left(\vec{F}_k^e\right), \quad \text{или} \quad I_z\ddot{\varphi} = \sum_{k=1}^{n} \vec{m}_z\left(\vec{F}_k^e\right).$$

**При поступательном движении мерой инертности тела является его масса, а при вращательном − его момент инерции.**

**ЗАДАЧА 1.**

Механическая система состоит из двух материальных точек с массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$кг, движущимися с взаимно перпендикулярными скоростями $v_1 = 4\frac{\text{м}}{\text{с}}$ и $v_2 = 2\frac{\text{м}}{\text{с}}$.
Чему равно количество движения этой механической системы?

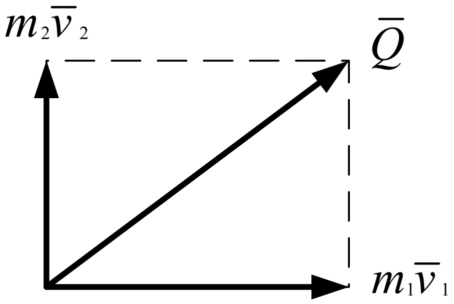
**Варианты ответов.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. 10 | 2. 16 | 3. 2 | 4. 14 |

**Решение.**

Количество движения механической системы определяется по формуле:

$$\overline{Q} = \sum_{k=1}^{n} m_k \overline{v}_k.$$




Для двух материальных точек оно равно сумме двух векторов

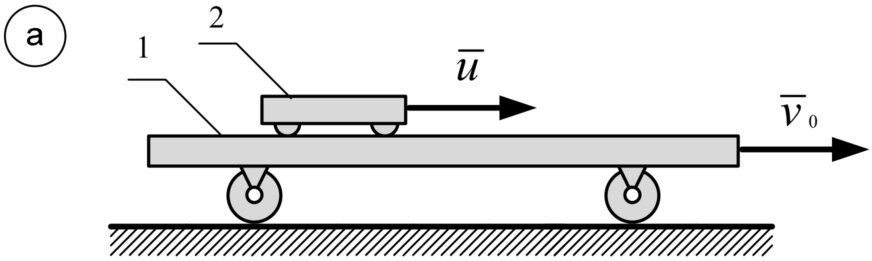
$\overline{Q} = m_1\overline{v}_1 + m_2\overline{v}_2$ , которые можно сложить по правилу параллелограмма:

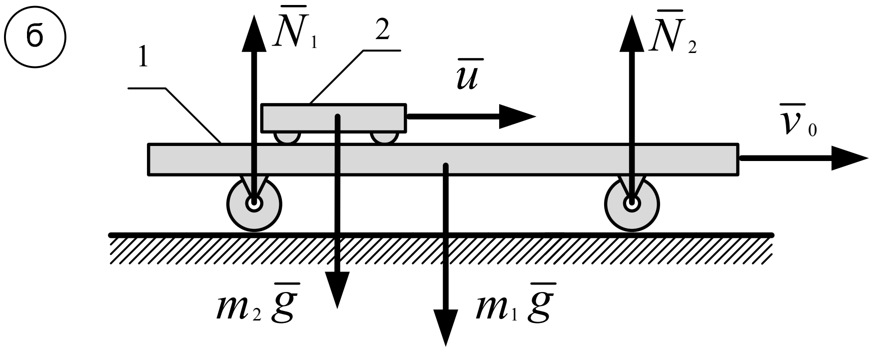
$$Q = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2} = \sqrt{(2 \cdot 4)^2 + (3 \cdot 2)^2} = 10\left(\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}\right).$$

**Ответ:** 1. $Q$=10 кг·м/с.

**ЗАДАЧА 2.**

Платформа массой $m_1 = 160$ кг движется по гладкой горизонтальной плоскости с постоянной скоростью $v_0 = 2.0\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. По платформе движется тележка массой $m_2 = 40$ кг с относительной скоростью $u = 2.5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.
В некоторый момент времени тележка была заторможена.
Чему равна общая скорость платформы вместе с тележкой после остановки тележки?




**Варианты ответов.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. 1.5 | 2. 2.2 | 3. 2.5 | 4. 4.5 |

**Решение.**

Применим теорему об изменении главного вектора количества движения системы: $d\overline{Q}/dt = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k^e$, (1)

где $\sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k^e$ - геометрическая сумма внешних сил, которая в случае данной задачи определяется как

$$\sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k^e = \overline{N}_1 + \overline{N}_2 + m_1\overline{g} + m_2\overline{g}.$$

Проектируем равенство (1) на ось $x$:

$$dQ_X/dt = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_{kX}^e = 0. \quad (2)$$

Отсюда следует, что $Q_X = const.$

Если обозначить количество движения системы в начальный момент времени как $Q_{X0}$, а количество движения системы в момент остановки тележки как $Q_{X1}$, то из (2) следует, что $Q_{X0} = Q_{X1}$. (3)

Выразим величины $Q_{X0}$ и $Q_{X1}$ и составим соответствующее уравнение.

Таким образом, в начальный момент времени количество движения системы равно

$$Q_{X0} = m_1 v_0 + m_2 v_2$$

где $v_0$ - скорость платформы,

$v_2$ - абсолютная скорость тележки, которая равна

$$v_2 = v_0 + u = 2 + 2.5 = 4.5\ (\frac{\text{м}}{\text{с}}).$$

Тогда $$Q_{X0} = 160 \cdot 2 + 40 \cdot 4.5 = 500\ (\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}).$$

В момент остановки тележки количество движения системы равно

$$Q_{X1} = (m_1 + m_2)v = (160 + 40)v = 200v,$$

где $v$ - общая скорость.

Формируем уравнение (3):

$$500 = 200v,$$

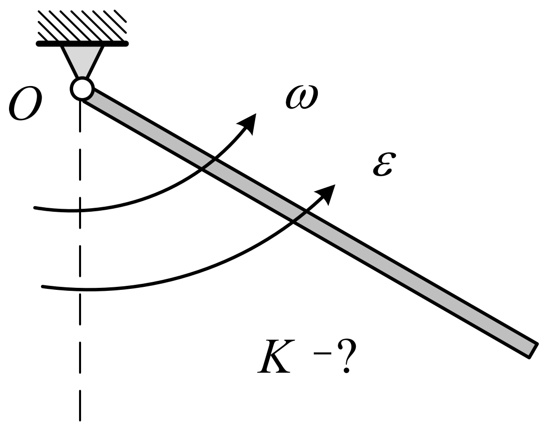
решая которое определяем, что скорость платформы после остановки тележки равна $v = 2.5\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

**Ответ:** 3. $v = 2.5\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

## ЗАДАЧА 3.

Однородный стержень длиной $\boldsymbol{l}$ и массой $m$ вращается относительно оси, проходящей через его конец О перпендикулярно ему с угловой скоростью $\omega$ и с угловым ускорением $\varepsilon$.

Найти кинетический момент стержня относительно оси вращения.




**Варианты ответов.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. $\frac{1}{3}m\omega l^2$ | 2. $\frac{1}{2}m\omega l^2$ | 3. $\frac{1}{6}m\omega l^2$ | 4. $m\omega l^2$ |

**<u>Решение.</u>**

Кинетический момент твердого вращающегося тела вычисляется по формуле:

$K_z = I_z\omega,$ где $I_z$ − момент инерции относительно оси вращения,
$\omega$ − угловая скорость вращения.

Ось вращения для стержня не является центральной осью, поэтому момент инерции $I_z$ находим по теореме Гюйгенса:

$$I_z = I_{zC} + m(\frac{l}{2})^2,$$

где $I_{zC} = ml^2/12$ − момент инерции однородного тонкого стержня относительно оси, проходящей через его середину.

Тогда $I_z = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2.$

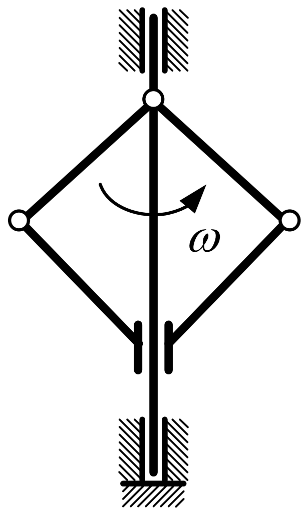
Находим кинетический момент:

$$K_z = I_z\omega = \frac{1}{3}ml^2 \cdot \omega.$$

**<u>Ответ:</u>** 1. $\boldsymbol{K_z} = \frac{1}{3}m\omega l^2.$

## <u>ЗАДАЧА 4.</u>

Регулятор Уатта в установившемся движении при угловой скорости вращения $\omega = 12$ с$^{-1}$ имеет момент инерции $I = 40$ кгм$^2$.
Сопротивлением вращению пренебрегаем.
Найти момент инерции $I_1$ при новом значении угловой скорости $\omega_1 = 3$ с$^{-1}$ при условии сохранения кинетического момента.




**<u>Варианты ответов.</u>**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. 10 | 2. 120 | 3. 160 | 4. 240 |

**Решение.**

Кинетический момент твердого вращающегося тела вычисляется по формуле:

$$K_z = I_z \omega,$$

где $I_z$ − момент инерции относительно оси вращения,
$\omega$ − угловая скорость вращения.

При сохранении кинетического момента справедливо равенство

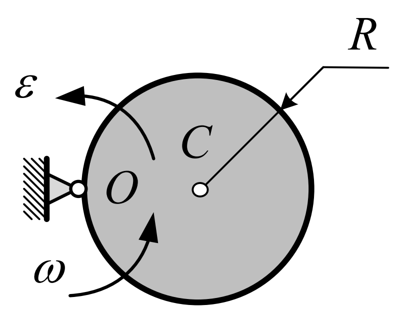
$$I \cdot \omega = I_1 \cdot \omega_1,$$

откуда следует, что $I_1 = I \cdot \omega / \omega_1 = 40 \cdot 12/3 = 160(\text{ кг} \cdot \text{м}^2)$.

**Ответ:** 3. $I_1 = 160$кг $\cdot$м$^2$ .

**ЗАДАЧА 5.**

Однородный диск радиуса $R$ и массой $m$ вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через точку О и перпендикулярной плоскости диска, с угловой скоростью $\omega$ и угловым ускорением $\varepsilon$.
Определить, чему равен кинетический момент диска относительно оси вращения.




**Варианты ответов.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. $\frac{1}{2} m\omega R^2$ | 2. $\frac{3}{4} m\omega R^2$ | 3. $\frac{3}{2} m\omega R^2$ | 4. $m\omega R^2$ |

**Решение.**

Кинетический момент твердого вращающегося тела вычисляется по формуле:

$$K_z = I_z \omega,$$

где $I_z$ − момент инерции относительно оси вращения,
$\omega$ − угловая скорость вращения.

Ось вращения для диска не является центральной осью, поэтому момент инерции $I_z$ находим по теореме Гюйгенса:

$$I_z = I_{z\text{C}} + mR^2,$$

где $I_{z\text{C}} = mR^2/2$ – момент инерции круглого однородного диска относительно центральной оси.

Тогда $I_z = I_{z\text{C}} + mR^2 = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2.$

Находим кинетический момент:

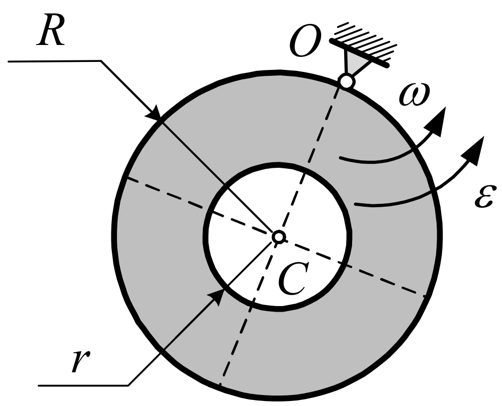
$$K_z = I_z\omega = \frac{3}{2}mR^2 \cdot \omega.$$

**Ответ:** 3. $K_z = \frac{3}{2}m\omega R^2$.

## ЗАДАЧА 6.

Диск радиуса $R$ и массой $m$, которая распределена по окружности радиуса $r = R/2$, вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через точку О и перпендикулярной плоскости диска, с угловой скоростью $\omega$ и угловым ускорением $\varepsilon$.

Определить, чему равен кинетический момент диска относительно оси вращения.




**Варианты ответов.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. $\frac{3}{2}m\omega R^2$ | 2. $\frac{5}{2}m\omega R^2$ | 3. $\frac{5}{4}m\omega R^2$ | 4. $\frac{3}{4}m\omega R^2$ |

**Решение.**

Кинетический момент твердого вращающегося тела вычисляется по формуле:

$$K_z = I_z\omega,$$

где $I_z$ – момент инерции относительно оси вращения,
$\omega$ – угловая скорость вращения.

Ось вращения для диска не является центральной осью, поэтому момент инерции $I_z$ находим по теореме Гюйгенса:

$$I_z = I_{zC} + mR^2,$$

где $I_{zC} = mr^2$– момент инерции круглого кольца радиуса $r$ относительно центральной оси.

Тогда $I_z = I_{zC} + mR^2 = mr^2 + mR^2 = m(r^2 + 4r^2) = 5mr^2.$

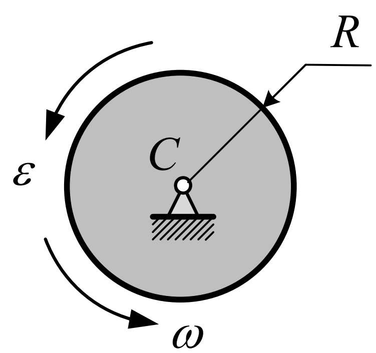
Находим кинетический момент:

$$K_z = I_z\omega = 5mr^2 \cdot \omega = \frac{5}{4}mR^2\omega.$$

**Ответ:** 3. $K_z = \frac{5}{4}m\omega R^2$.

**ЗАДАЧА 7.**

Однородный диск радиуса $R$ и массой $m$ вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через точку С и перпендикулярной плоскости диска, с угловой скоростью $\omega$ и угловым ускорением $\varepsilon$.




Определить, чему равен кинетический момент диска относительно оси вращения.

**Варианты ответов:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. $\frac{1}{2}m\omega R^2$ | 2. 0 | 3. $m\omega R^2$ | 4. $2m\omega R^2$ |

**<u>Решение</u>.**

Кинетический момент твердого вращающегося тела вычисляется по формуле: $K_z = I_z\omega$,

где $I_z$ − момент инерции относительно оси вращения,
$\omega$ − угловая скорость вращения.

Момент инерции диска относительно центральной оси равен:

$$I_{z\mathrm{C}} = \frac{1}{2}mR^2.$$

Находим кинетический момент: $K_z = I_z\omega = I_{zC}\omega = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \omega = \frac{1}{2}mR^2\omega.$

**<u>Ответ:</u>** 1. $K_z = \frac{1}{2}m\omega R^2$.

Маковкин Георгий Анатольевич
Аистов Анатолий Сергеевич
Куликов Игорь Сергеевич
Юдников Сергей Георгиевич
Баранова Алла Сергеевна
Никитина Елена Александровна
Круглова Татьяна Евгеньевна
Орехова Ольга Ивановна
Лупанова Галия Алексеевна

**ИНТЕРНЕТ-ТЕСТИРОВАНИЕ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ**

**Выпуск 5. Количество движения и кинетический момент**

Методические указания для подготовки к интернет - тестированию

по теоретической механике

Подписано к печати . Формат 60х90 1\16 Бумага газетная. Печать трафаретная
Уч.изд.л.1,0. Усл.печ.л.1,2 Тираж 200 экз. Заказ №

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.
Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.