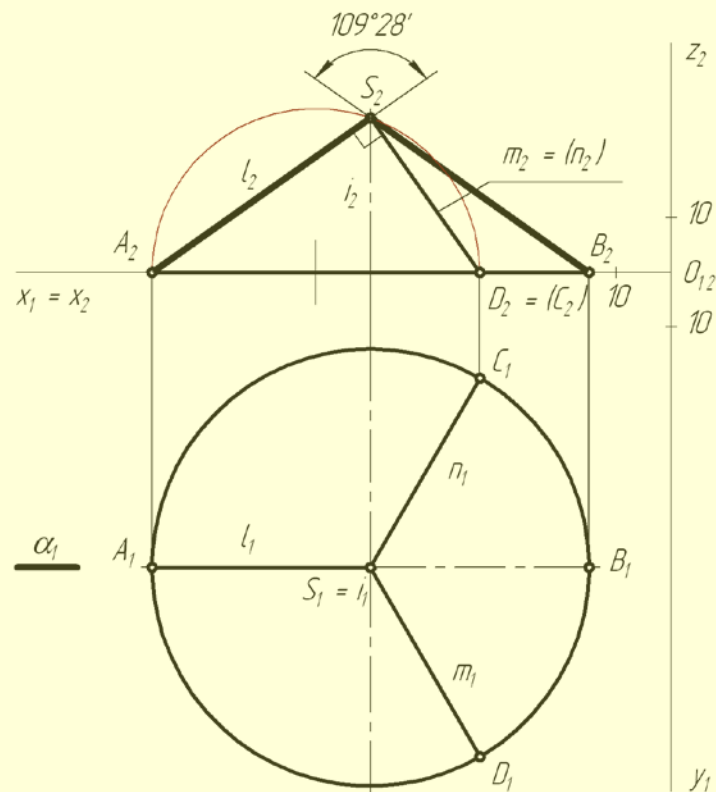


Мошкова Т.В. Тюрина В.А.

Сборник задач по начертательной геометрии (часть II)



НИЖНИЙ НОВГОРОД

2011

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

Т. В. Мошкова, В. А. Тюрина

**СБОРНИК ЗАДАЧ
по начертательной геометрии
(часть II)**

Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

Нижний Новгород
ННГАСУ
2011

ББК 22.151.3
М87
Т 98

Рецензенты:

Толок А.В. – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой инженерной графики Московского государственного технологического университета «Станкин»

Вышнепольский В.И. – кандидат педагогических наук, доцент, зав. кафедрой начертательной геометрии и инженерной графики Московской государственной академии тонкой химической технологии

Мошкова Т. В. Сборник задач по начертательной геометрии [Текст]: учеб. пособие для вузов. Ч. II / Т. В. Мошкова, В. А. Тюрина; Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Н.Новгород: ННГАСУ, 2011. - 54 с. ISBN 978-5-87941-742-5

Сборник задач является частью учебно-методического комплекса по начертательной геометрии. Включает олимпиадные задачи.

Пособие предназначено для студентов технических вузов различного профиля; также может быть интересно преподавателям графических дисциплин высшей школы и аспирантам.

ББК 22.151.3

ISBN 978-5-87941-742-5

© Мошкова Т.В., 2011
© Тюрина В.А., 2011
© ННГАСУ, 2011

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ	6
ЗАДАЧА 1*	6
ЗАДАЧА 2*	8
ЗАДАЧА 3*	10
ЗАДАЧА 4	12
ЗАДАЧА 5	14
ЗАДАЧА 6*	18
ЗАДАЧА 7	20
ЗАДАЧА 8	22
ЗАДАЧА 9	24
ЗАДАЧА 10	26
ЗАДАЧА 11	28
ЗАДАЧА 12	30
ЗАДАЧА 13	31
ЗАДАЧА 14	32
ЗАДАЧА 15	34
ЗАДАЧА 16	36
ЗАДАЧА 17	38
ЗАДАЧА 18	40
ЗАДАЧА 19	42
ЗАДАЧА 20	43
ЗАДАЧА 21	45
ЗАДАЧА 22	46
ЗАДАЧА 23	47
ЗАДАЧА 24	50
ЗАДАЧА 25	52
ЛИТЕРАТУРА	54

ВВЕДЕНИЕ

Во второй части учебного пособия разобраны решения задач, которые предлагались студентам ННГАСУ разных специальностей на внутривузовских турах олимпиады по начертательной геометрии в течение ряда последних лет.

Традиционно считается, что олимпиадные задачи бывают «очень трудными», поэтому нередко возникает психологический барьер, мешающий удачному выступлению на олимпиаде. Студентам, которые сталкиваются с такой проблемой, хочется посоветовать следующее: следует отнестись к олимпиадным задачам как к обычным, но «более интересным» задачам! Общая методика решения задач, подробно описанная в первой части данного учебного пособия, подходит и в этом случае. Но при рассмотрении олимпиадных задач целесообразно учитывать некоторые особенности, все-таки отличающие их от стандартных заданий. Олимпиадные задания, как правило, сконструированы таким образом, что исходные условия кажутся неполными, хотя на самом деле таковыми не являются. Главное творческое усилие как раз и будет состоять в том, чтобы понять суть этой «неполноты» условий и суметь грамотно воспользоваться имеющейся информацией.

Ниже приводятся некоторые советы и рекомендации при решении задач повышенной трудности (с учетом критериев оценки решения задач, используемых на кафедре начертательной геометрии, машинной графики и теоретических основ САПР ННГАСУ).

Условия олимпиадных задач часто бывают сформулированы в текстовом виде (с целью проверки понимания геометрической сути задания). Очень важно правильно выделить исходные данные задачи и те элементы, которые необходимо найти – то есть сформулировать и

грамотно записать так называемые «дано» и «найти/построить». От правильного прохождения этого этапа напрямую зависит успех в решении задачи. ***За отсутствие записи условий задачи в символическом виде снимаются баллы при проверке решения задачи.***

Решений любой задачи может быть несколько. Необходимо продумать рациональность каждого из возможных решений и изложить свои рассуждения в письменном виде. ***За несколько предложенных решений начисляются дополнительные баллы.***

Чертеж к задаче желательно выполнять параллельно ведению записи решения задачи, так как это позволяет максимально избежать ошибок и недочетов как графического, так и текстового решения задачи.

В данном пособии разобраны 25 олимпиадных задач разной степени сложности. Некоторые задачи задавались также на олимпиадах по компьютерной графике, поэтому решения были получены в виде трехмерных моделей с помощью системы геометрического моделирования КОМПАС-3D. Такие задачи помечены «звездочкой» и проиллюстрированы соответствующим образом.

Авторы надеются, что приведенные решения увлекут читателей и вызовут у них желание попробовать свои силы в решении подобных и более сложных задач. Желаем творческих успехов!

ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ

Задача 1*

Условие: три образующие прямого кругового конуса с вершиной S являются взаимно перпендикулярными прямыми. Найдите угол при вершине S осевого сечения конуса.

Дано: l, m, n – образующие конуса Φ с вершиной S и осью $i \perp \Pi_1$,

$l \perp m, l \perp n, m \perp n$; α – секущая плоскость, $\alpha \subset i, \alpha \cap \Phi = \Delta ASB$

Найти: $\angle ASB$

Графическое решение: рис.1

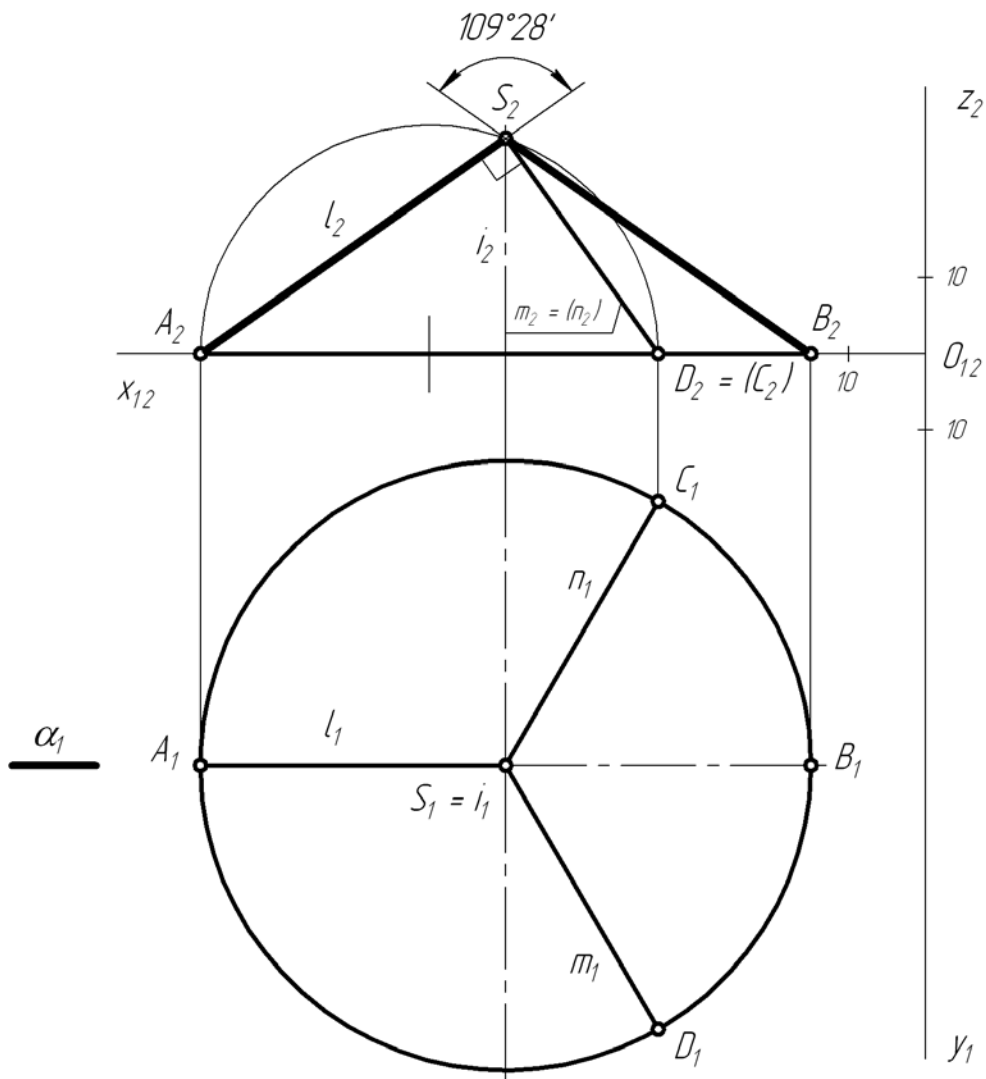


Рис.1

Один из вариантов решения

1. Высота конуса не связана с величиной угла при вершине S осевого сечения конуса, поэтому длину образующей можно выбрать произвольно. Пусть основание конуса $\in \Pi_1$. С учетом условия взаимной перпендикулярности 3-х образующих можно построить горизонтальную проекцию данного конуса и исходных образующих l, m, n . Угол между ними на $\Pi_1 = 120^\circ$.

2. Расположим одну из образующих $l (A, S) \parallel \Pi_2$, чтобы прямой угол между ней и образующими m и n проецировался на Π_2 без искажения.

3. Чтобы построить фронтальные проекции образующих, нужно построить проекцию S_2 вершины конуса. Наметим ось конуса, зная S_1 . Затем построим вспомогательную окружность на отрезке (A_2, D_2) как на диаметре. Пересечение окружности с осью даст вершину S_2 (так как $\angle l_2 \wedge m_2 = 90^\circ$). *Напоминание из школьного курса геометрии: вписанный в окружность угол, опирающийся на диаметр, всегда равен 90° .*

4. Секущая плоскость $\alpha (\alpha_1)$ расположена параллельно Π_2 и проходит через ось i конуса. Осевое сечение конуса представляет собой треугольник: $\alpha \cap \Phi = \Delta ASB$. Угол между очерковыми образующими AS и SB на Π_2 и является истинной величиной угла при осевом сечении конуса.

5. Достроим очерк конуса на Π_2 (очерковые образующие AS и SB на Π_2 выделены утолщенной линией). Графическое решение задачи: $\angle A_2 S_2 B_2$. Измерение угла между очерковыми образующими с помощью транспортира дает приближенное значение искомого угла: $\angle ASB \approx 110^\circ$.

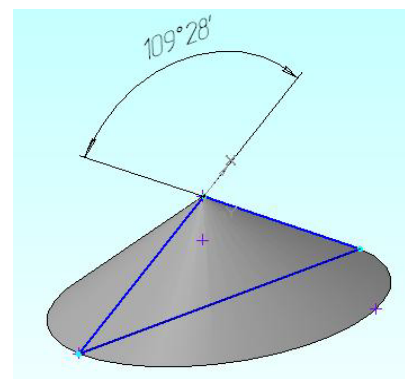


Рис.2

Решение задачи с помощью компьютера (например, используя систему геометрического моделирования КОМПАС-3D, рис.2) позволяет получить более точное значение угла: $\angle ASB = 109^\circ 28'$.

Задача 2*

Условие: проведите через данную точку M прямую k , пересекающую данные скрещивающиеся прямые t (A, B) и p (C, D). Координаты точек задайте по своему усмотрению.

Дано: т. M (80, 30, 50), t (A, B) и p (C, D) – скрещивающиеся прямые, где A (65, 10, 20), B (40, 25, 65), C (20, 10, 60), D (5, 60, 20).

Построить: прямую $k \subset M$: $k \cap t = K$, $k \cap p = L$.

Графическое решение: рис.3.

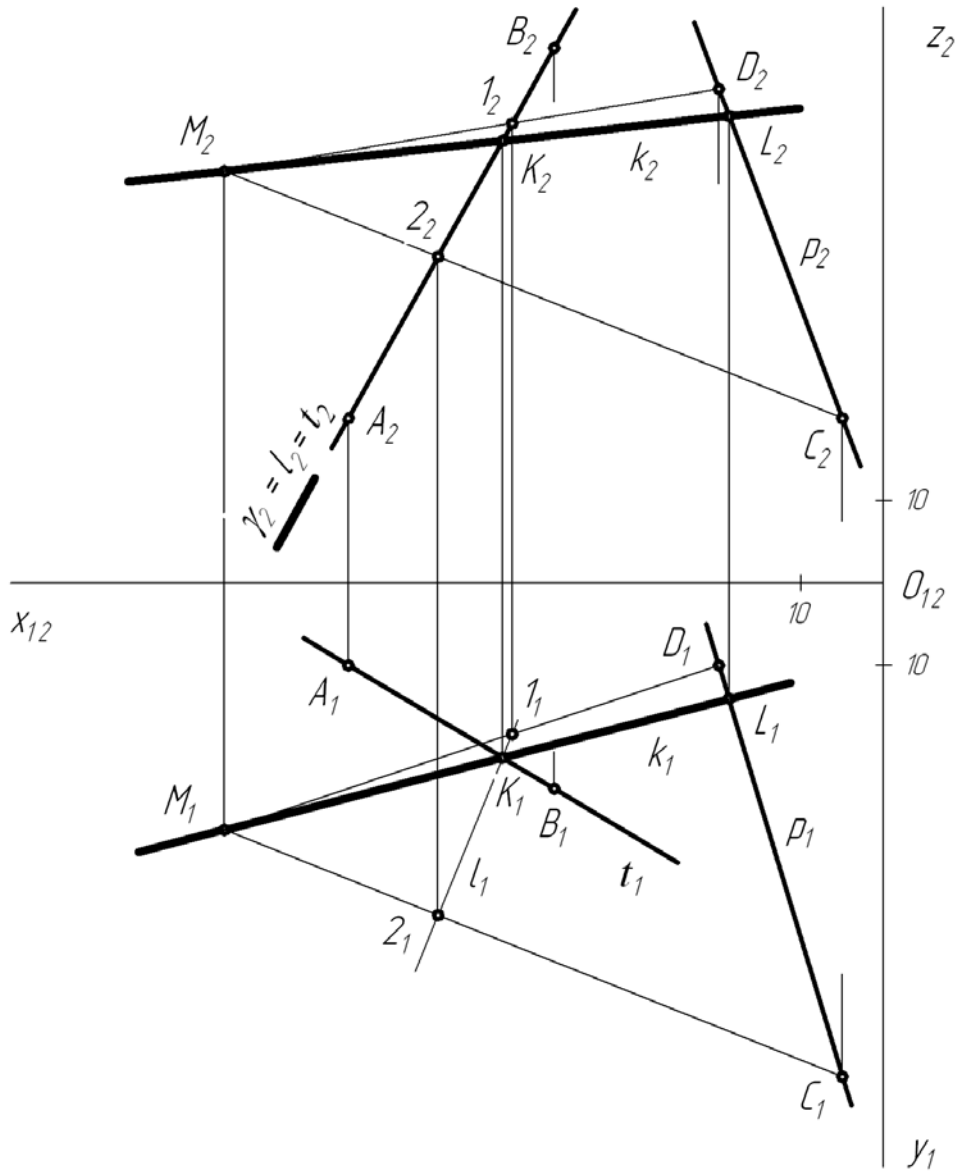


Рис.3

Один из вариантов решения

1. Введём плоскость $\alpha (M, p) \equiv \alpha (\Delta MDC)$

2. $\alpha \cap t = K$

Точка K построена методом введения «плоскости-посредника» γ :

а) $\gamma (\gamma_2) \subset t (A, B)$;

б) $\gamma \cap \alpha (\Delta MDC) = l (1, 2)$, где т.1 $\subset MD$, а т.2 $\subset MC$;

в) $l \cap t = K$.

3. Так как $K \subset t$, а прямая $MK \subset \alpha$ и, значит, $MK \cap p = L$, то искомая прямая – $k (M, K)$.

Можно решить эту задачу, используя методы преобразования чертежа, преобразовав одну из скрещивающихся прямых t или p в проецирующую прямую.

На рис.4 показано взаимное расположение прямых t , p и k в пространстве (изображение выполнено с помощью системы геометрического моделирования КОМПАС-3D).

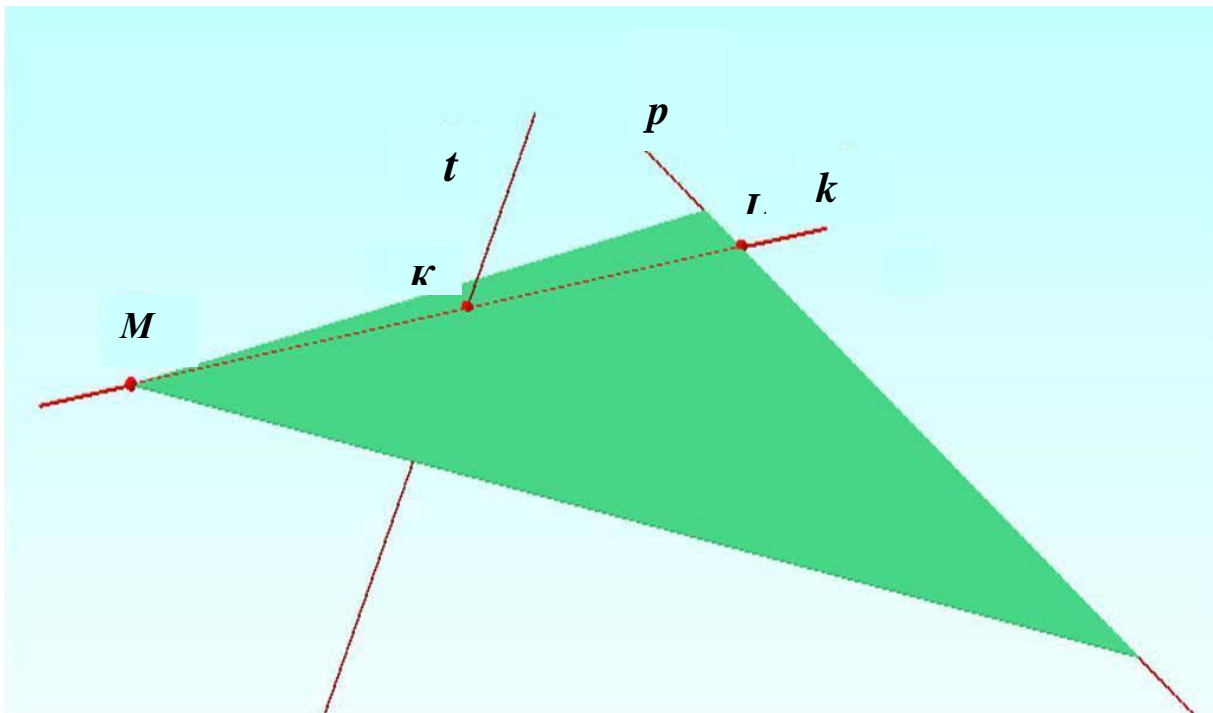


Рис.4

Задача 3*

Условие: найдите точки на поверхности конуса Φ с вершиной S , равноудаленные от точек A и B , не лежащих на поверхности конуса. Проанализируйте расположение найденных точек, запишите выводы. Точки A и B , а также параметры конуса Φ задайте по своему усмотрению.

Дано: $A(60, 15, 20)$, $B(10, 40, 5)$, $S(30, 20, 45)$, основание $\Phi \subset \Pi_1$ радиус основания $R = 15$.

Найти: множество точек $\{V_i, i = 1, \dots, N\}$: $\rho(V_i, A) = \rho(V_i, B)$.

Графическое решение: рис.5.

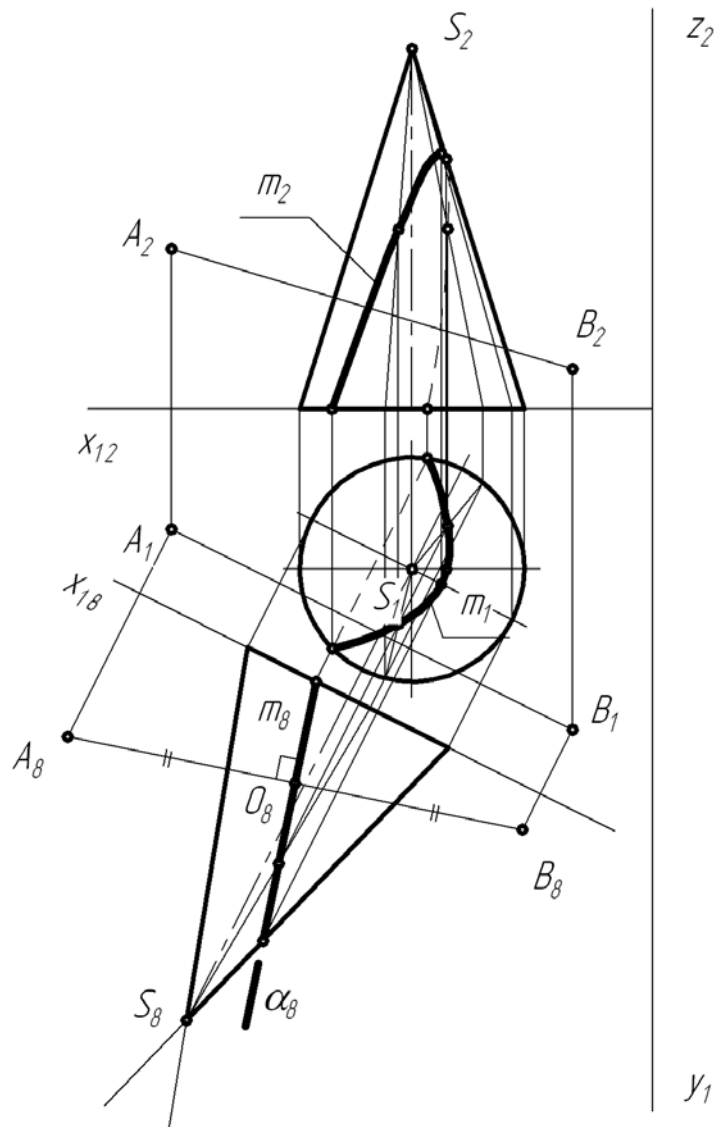


Рис.5

Один из вариантов решения

1. Зададим плоскость α , равноудаленную от точек A и B , и построим сечение конуса этой плоскостью.

2. Чтобы построить плоскость α , проведем замену плоскости Π_2 на Π_8 , расположив Π_8 параллельно AB , чтобы прямая AB стала линией уровня по отношению к Π_8 . Это необходимо для того, чтобы перпендикулярные к AB фигуры можно было задавать на плоскости проекций Π_8 , используя неискаженность в этом случае прямого угла. Что мы и сделаем, задав на Π_8 секущую плоскость $\alpha \perp AB$ через точку O , середину AB .

3. Построим сечение конуса плоскостью α : $\Phi \cap \alpha = m$.

Кривая m содержит искомые равноудаленные точки:

$m = \{V_i, i = 1, \dots, N\}: \rho(V_i, A) = \rho(V_i, B)$, где $\rho(V_i, V_j)$ – расстояние между точками V_i и V_j .

4. Измерив угол между следом α на Π_8 и очерковой образующей конуса, делаем вывод, что секущая плоскость пересечет обе полости конуса (действительную и мнимую), следовательно, полученная кривая - гипербола. Данный результат зависит от расположения относительно конуса точек A и B . При другом выборе точек (а он по условию задачи – произвольный) характер кривой m может оказаться иным.

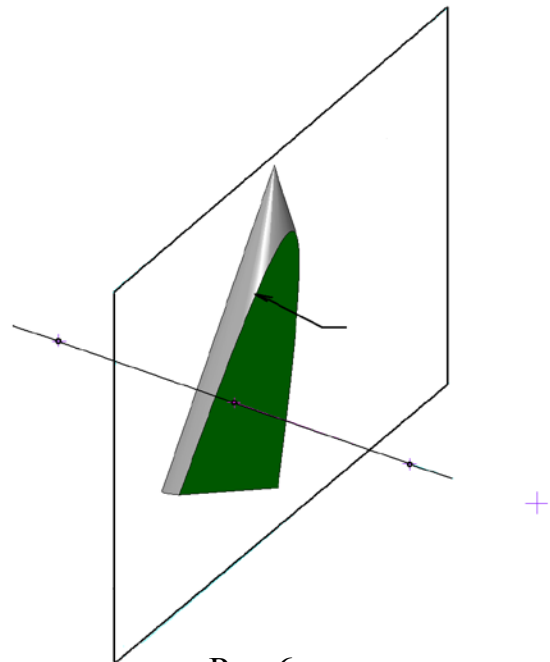


Рис.6

Зная теорию конических сечений, мы можем ожидать в качестве кривой m : гиперболу, параболу, эллипс, окружность, пару пересекающихся прямых.

На рис.6 наглядно показано геометрическое место точек (кривая m) на поверхности конуса, равноудаленных от точек A и B .

Задача 4

Условие: даны плоскость $\alpha \perp \Pi_2$ и горизонтальные следы P, Q, R, S сторон AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$, лежащего в этой плоскости. Постройте проекции квадрата.

Дано: $\alpha (\alpha_2) \perp \Pi_2$, квадрат $ABCD \in \alpha$, $AB \cap \Pi_1 = R$, $BC \cap \Pi_1 = S$, $CD \cap \Pi_1 = P$, $AD \cap \Pi_1 = Q$; $P, Q, R, S \in \alpha_{\Pi_1}$.

Построить: квадрат $ABCD$.

Исходный чертёж к задаче: рис.7.

Графическое решение: рис.8.

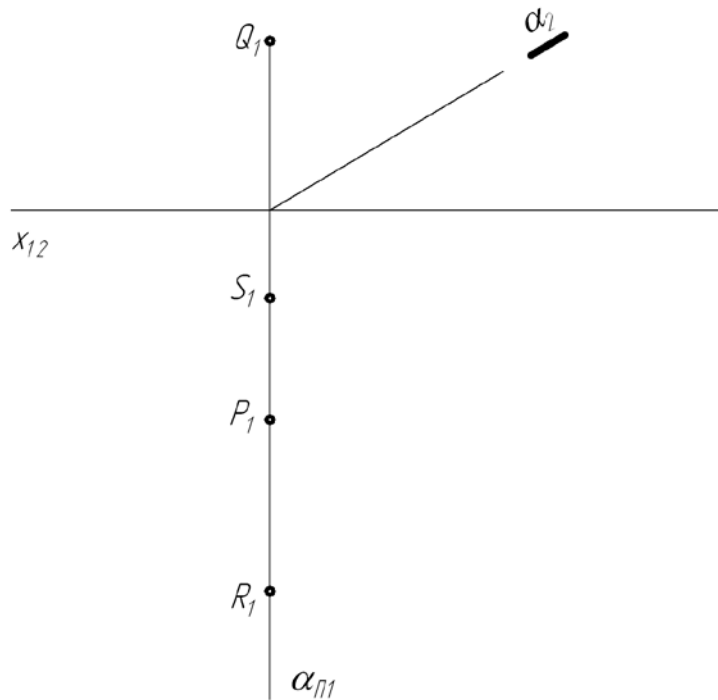


Рис.7

Один из вариантов решения

1. Повернем плоскость α вокруг её горизонтального следа до совмещения с горизонтальной плоскостью проекций Π_1 . Горизонтальные следы сторон квадрата при таком преобразовании останутся неподвижными, а квадрат будет отображаться в истинную величину (рис.8).

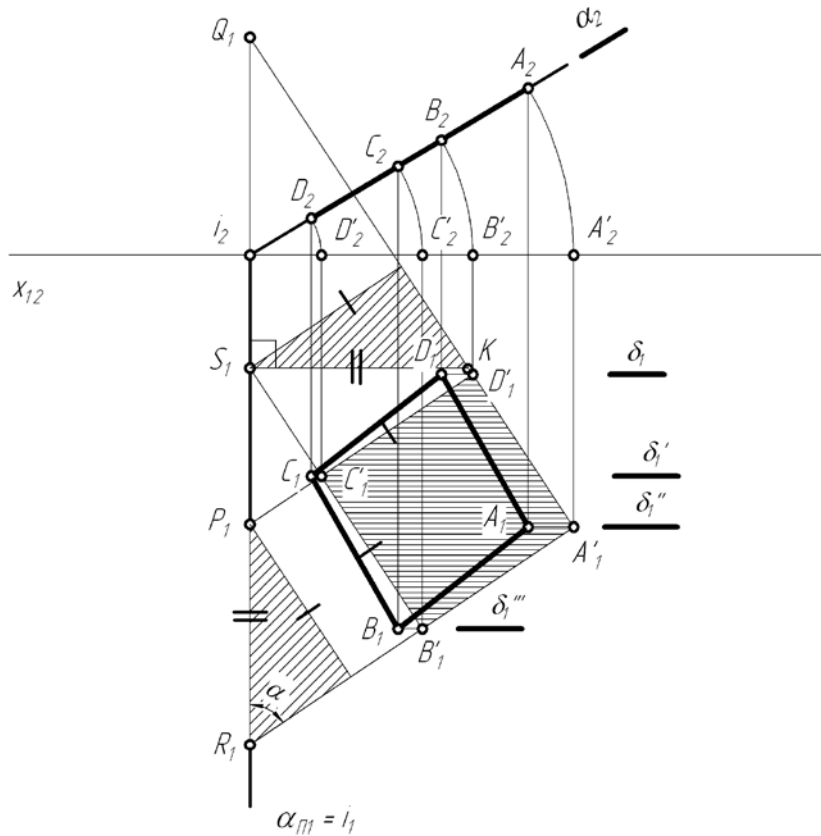


Рис.8

2. При построении квадрата используем наблюдение о равенстве (по катету и углу) двух прямоугольных треугольников, заштрихованных наклонной штриховкой (это можно выявить, предположив, что квадрат уже построен). Поэтому достаточно отложить от точки S_1 отрезок $S_1K \perp \alpha_{\Pi 1}$, равный по величине отрезку P_1R_1 . Тем самым будет получено направление Q_1K стороны AD квадрата.

Остальные направления сторон находятся из условия перпендикулярности сторон квадрата: из точек P_1 и R_1 проводим перпендикуляры к направлению Q_1K и получаем точки A'_1 и D'_1 , а из точки S_1 проводим перпендикуляр к $R_1A'_1$ и получаем точки C'_1 и B'_1 . Квадрат в положении совмещенном с плоскостью Π_1 на чертеже показан горизонтальной штриховкой.

3. Затем строится фронтальная проекция квадрата в повернутой плоскости α : $A'_2B'_2C'_2D'_2$.

4. Далее осуществляется обратный поворот плоскости вместе с квадратом $ABCD$ вокруг оси i (совпадающей с горизонтальным следом плоскости α). Плоскости, в которых происходило вращение точек, показаны на чертеже и обозначены $\delta, \delta', \delta'', \delta'''$.

Проекции квадрата на Π_1 и Π_2 выделены утолщенной линией.

Задача 5

Условие: дана пирамида $ABCD$ с вершинами $A (20, 80, 0)$, $B (70, 80, 0)$, $C (20, 40, 0)$, $D (60, 50, 50)$. Построить сферу, вписанную в пирамиду. Построить развертку поверхности пирамиды $ABCD$. Построить стандартную аксонометрию пирамиды.

Дано: $ABCD$ – пирамида, где $A (20, 80, 0)$, $B (70, 80, 0)$, $C (20, 40, 0)$, $D (60, 50, 50)$, основание $ABC \in \Pi_1$.

Построить: 1. Сферу Φ , вписанную в пирамиду $ABCD$.

2. Развертку поверхности пирамиды $ABCD$.

3. Стандартную аксонометрию пирамиды $ABCD$.

Исходный чертёж к задаче: рис.9.

Графическое решение: рис.10.

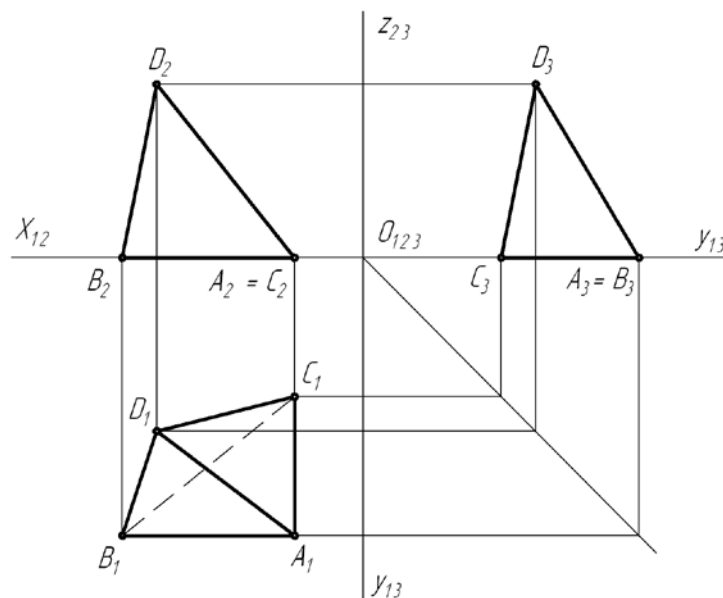


Рис.9

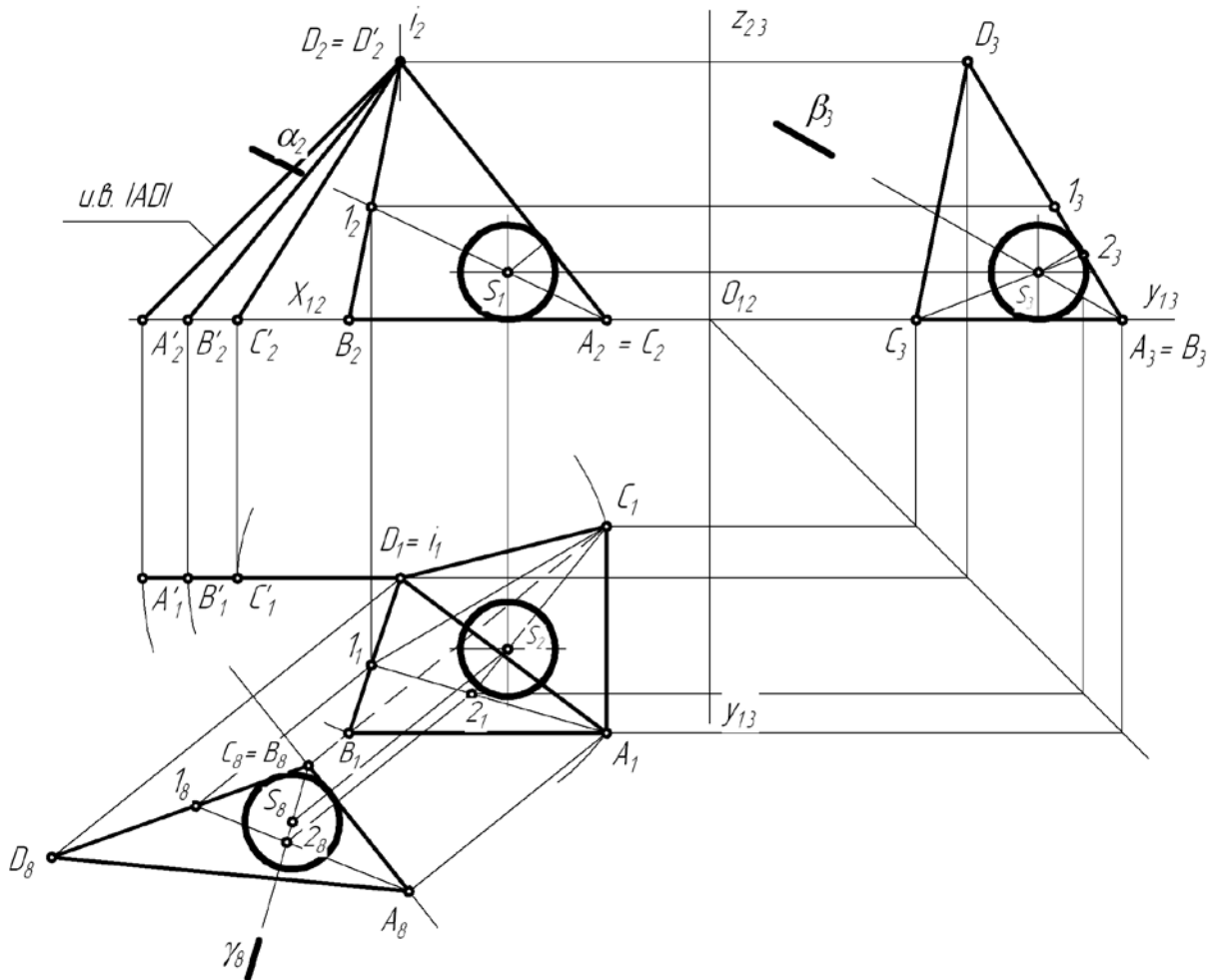


Рис.10

Один из вариантов решения

1. Чтобы вписать сферу в треугольную пирамиду, нужно найти точку, равноудаленную от всех четырех ее граней. Это и будет центр сферы.

2. Рассмотрим три двугранных угла (между основанием ABC и каждой из боковых граней). Построим три биссекторные плоскости этих двугранных углов (т.е. равноудаленные от плоскостей, составляющих угол).

3. Плоскость α равноудалена от граней ABC и ACD . Так как $AC \perp \Pi_2$, то α задана на Π_2 : $\alpha (\alpha_2) \subset AC$. След α_2 построен как биссектриса $\angle BAD$.

Аналогично построена плоскость β для двугранного угла $CABD$ (но на Π_3 , так как $AB \perp \Pi_3$).

Для построения плоскости γ , равноудаленной от граней ABC и CBD , потребовалось произвести замену Π_2 на $\Pi_8 \perp BC$.

4. Далее построено пересечение плоскостей α , β и γ между собой:

а) сначала $\alpha (\Delta IAC) \cap \gamma (\gamma_8) = (2, C)$;

б) затем $(2, C) \cap \beta (\beta_3) = S$ (на Π_3 , а затем на других проекциях).

S - центр искомой сферы.

Опустив перпендикуляры из т. S на грани, находим радиус сферы и точки её касания с гранями. Затем строим очерк сферы на всех проекциях.

5. Для построения развертки пирамиды, определяем истинную величину боковых ребер методом вращения вокруг горизонтально-проецирующей прямой $i \subset D$ (см. рис.10).

Основание ABC отображается на Π_1 в истинную величину, так как $ABC \subset \Pi_1$.

Развертка показана на рис.11.

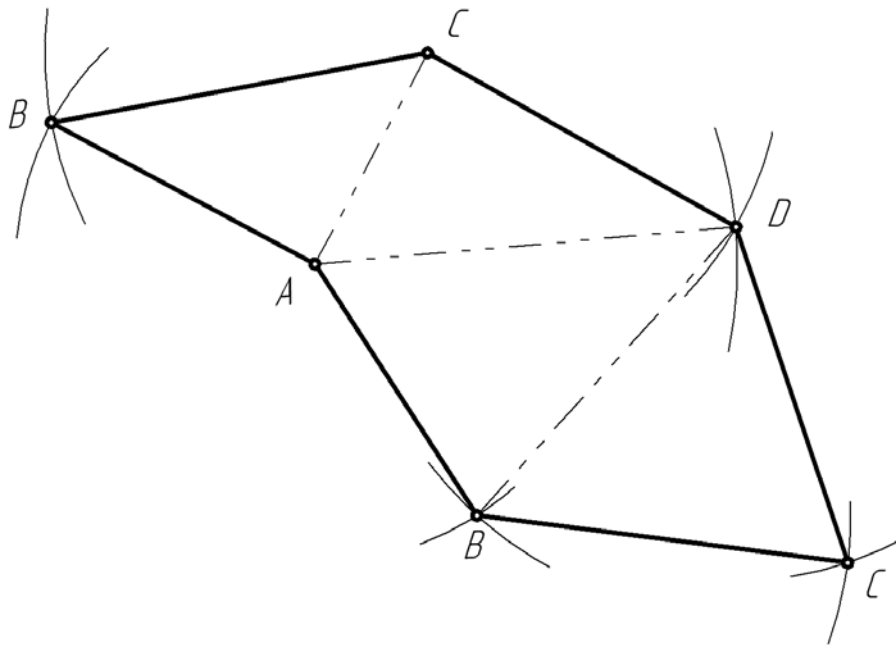


Рис.11

6. Так как в задаче требуется построить стандартную аксонометрию без указания конкретного вида, то можно выбрать любой из пяти видов, рекомендуемых государственными стандартами, например, горизонтальную косоугольную изометрию. Выбирая вид аксонометрии, нужно учитывать, что важнее в каждом конкретном случае: простота построений, наглядность или и то и другое в совокупности. В данном случае удобно использовать для построения вторичной проекции горизонтальную проекцию, так как вторичная проекция основания будет совпадать с его аксонометрической проекцией. Использование горизонтальной косоугольной изометрии позволит быстро построить вторичную горизонтальную проекцию, так как она в этом случае изображается без искажения (рис.12).

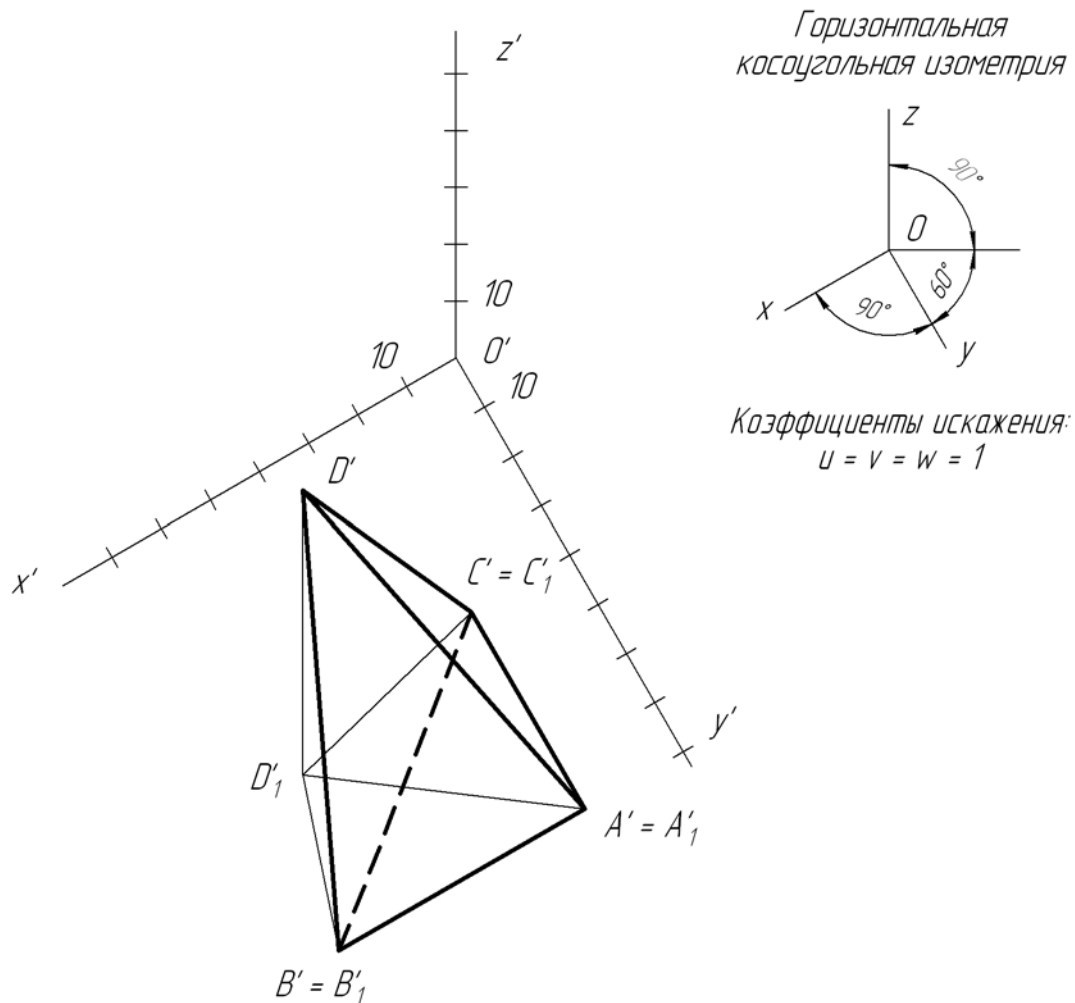


Рис.12

Задача 6*

Условие: даны точка $N(100, 65, 65)$ и $\alpha(h \cap f)$ - плоскость общего положения, где $h(A, B)$, $f(A, D)$, $A(80, 25, 30)$, $B(35, 45, 30)$, $D(60, 25, 45)$. Построить перпендикуляр p из точки N к горизонтальному следу плоскости α и найти его истинную величину.

Дано: т. $N(100, 65, 65)$, $\alpha(h \cap f)$ - плоскость о.п., где $h(A, B) \parallel \Pi_1$, $f(A, D) \parallel \Pi_2$: $A(80, 25, 30)$, $B(35, 45, 30)$, $D(60, 25, 45)$.

Построить: $p(N, K) \perp \alpha_{\Pi_1}$, $K \in \alpha_{\Pi_1}$.

Найти: и.в. $|NK|$.

Графическое решение: рис.13.

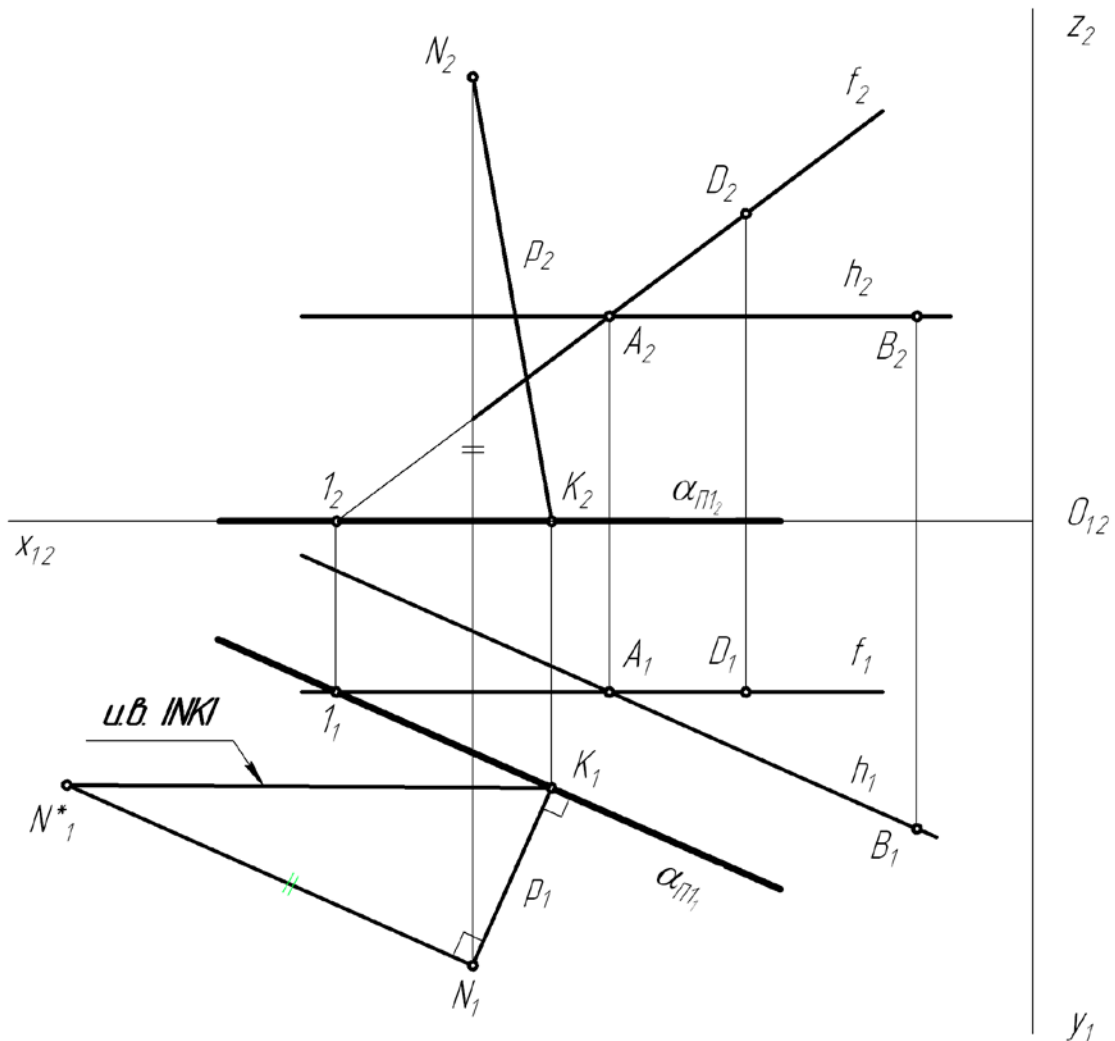


Рис.13

Один из вариантов решения

1. Построим горизонтальный след плоскости α : $\alpha_{\Pi_1} = \alpha \cap \Pi_1$:

а) $f \cap \Pi_1 = l$;

б) $\alpha_{\Pi_1} \subset l$, $\alpha_{\Pi_1} \parallel h$.

На чертеже горизонтальный след выделен утолщенной линией.

2. Опустим перпендикуляр p из т. N на след α_{Π_1} . Так как $\alpha_{\Pi_1} \subset \Pi_1$, то на Π_1 прямой угол между p и α_{Π_1} проецируется без искажения, т.е. $p \perp \alpha_{\Pi_1}$. Причем $p \cap \Pi_1 = K$.

3. Истинную величину отрезка NK найдем методом прямоугольного треугольника.

На рис.14 показано взаимное расположение в пространстве перпендикуляра p (N , K), плоскостей Π_1 , α и горизонтального следа плоскости α (изображение выполнено с помощью системы геометрического моделирования КОМПАС-3D).

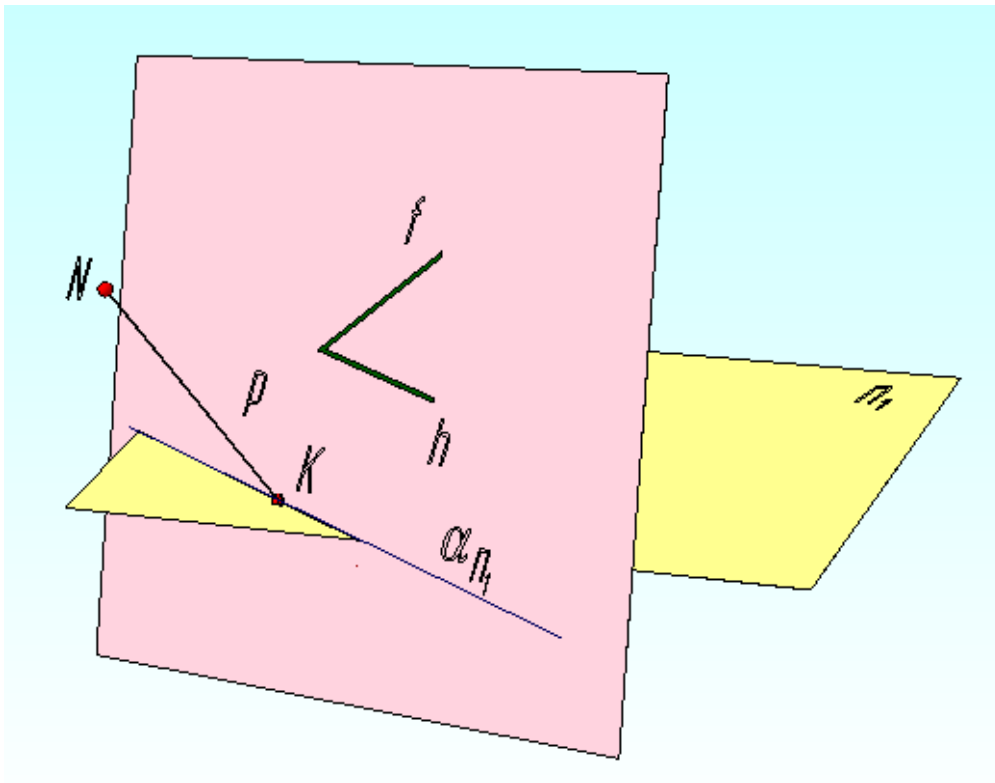


Рис.14

Задача 7

Условие: плоскость α задана горизонтальным и фронтальным следами h и f , где $h(N, K)$, $f(N, M)$, $N(80, 0, 0)$, $M(10, 0, 45)$, $K(10, 70, 0)$. Плоскость β задана треугольной пластиной ABD , где $A(100, 20, 45)$, $B(50, 45, 5)$, $D(20, 5, 25)$. Плоскости непрозрачны. Найти истинную величину видимой на Π_2 части пластины ABD .

Дано: $\alpha(h \cap f)$ – плоскость о.п., где $h(N, K) \subset \Pi_1$, $f(N, M) \subset \Pi_2$, $N(80, 0, 0)$, $M(10, 0, 45)$, $K(10, 70, 0)$; $\beta(\Delta ABD)$ – плоскость о.п., где $A(100, 20, 45)$, $B(50, 45, 5)$, $D(20, 5, 25)$.

Найти: и.в. видимой на Π_2 части ΔABD .

Графическое решение: рис.15.

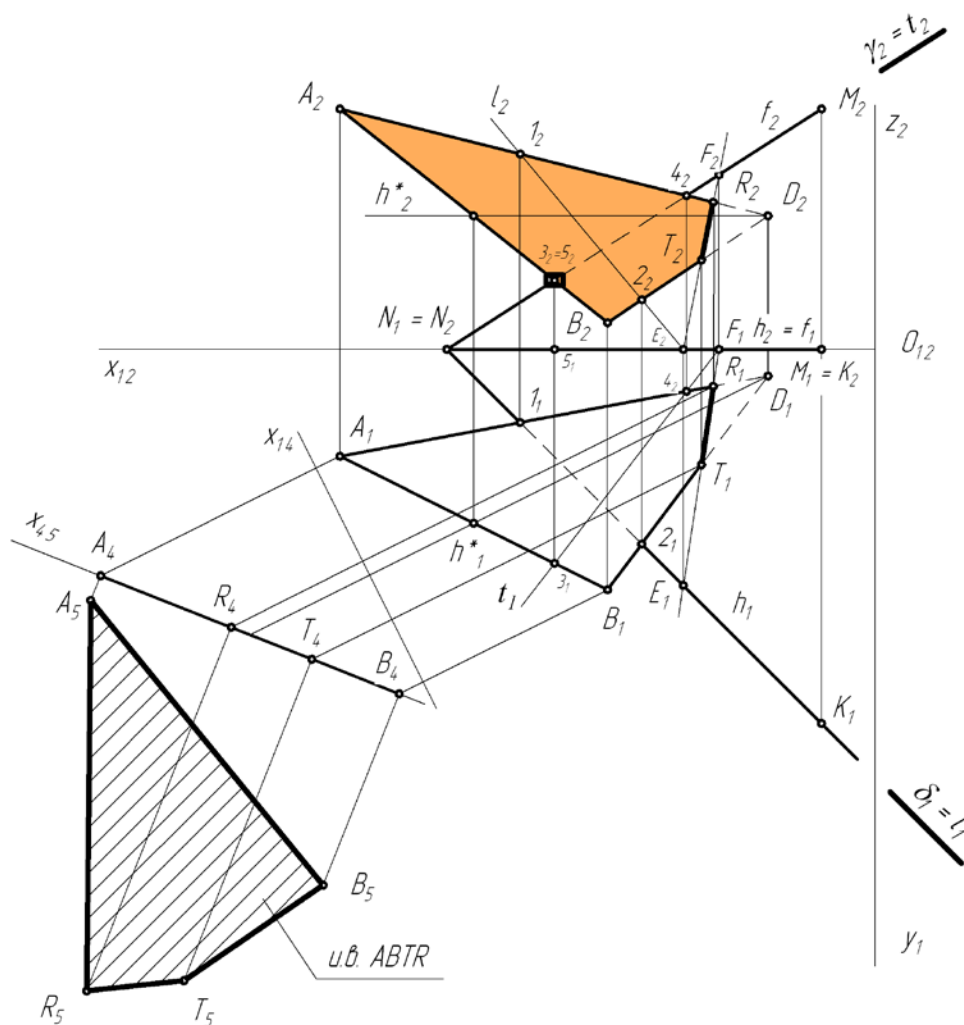


Рис.15

Один из вариантов решения

1. Построим пересечение заданных плоскостей:

$$\alpha (h \cap f) \cap (\Delta ABD) = m (E, F), \text{ где: } E = h \cap \beta, \text{ а } F = f \cap \beta.$$

Задачи нахождения точки пересечения прямой и плоскости решены методом введения проецирующих плоскостей-посредников γ (γ_2) и δ (δ_1).

Рассмотрим например, нахождение точки E с помощью плоскости δ :

$$1) \delta (\delta_1) \subset h ;$$

$$2) \delta (\delta_1) \cap \Delta ABD = l (1, 2), \text{ где т. } 1 \in AD, \text{ а т. } 2 \in BD ;$$

$$3) l \cap h = E .$$

Аналогично находится точка F с помощью плоскости γ .

2. Пересечением треугольной пластины ABD и плоскости β является отрезок $RT \subset EF$.

3. Методом конкурирующих точек определим видимость пластины на фронтальной плоскости проекций. На чертеже показаны конкурирующие на Π_2 точки 3 и 5 (выделены квадратным маркером). Анализ горизонтальной проекции этих точек показывает, что ближе к наблюдателю находится точка $3 \in AB$, а не $5 \in f$ (ордината т.3 больше ординаты т.5), следовательно, AB видима на фронтальной проекции.

Последующий анализ проекций показывает, что видима на фронтальной плоскости проекций часть пластины $ABTR \subset ABD$.

Видимая часть пластины на Π_2 закрашена.

4. Методом двойной замены плоскостей проекций определена истинная величина видимой на Π_2 части пластины. Сначала проведена замена плоскости Π_2 на Π_4 (так, чтобы $ABTR \perp \Pi_4$), а затем Π_1 на Π_5 (так, чтобы $ABTR \parallel \Pi_5$). Таким образом, $A_5B_5T_5R_5$ – истинная величина $ABTR$.

На чертеже истинная величина $ABTR$ подписана и выделена наклонной штриховкой (рис.15).

Задача 8

Условие: построить правильную треугольную пирамиду с основанием на плоскости $I-2-3-4$ и центром основания в точке A . Угол наклона боковых ребер к основанию равен 60° .

Дано: $\alpha (I-2-3-4)$ – плоскость о.п., т. $A \in \alpha$.

Построить: $SBCD$ – правильную пирамиду с вершиной S , такую, что основание $\Delta BCD \subset \alpha$, а $\angle SB (SD, SC) \wedge \alpha = 60^\circ$.

Исходный чертёж к задаче: рис.16.

Графическое решение: рис.17.

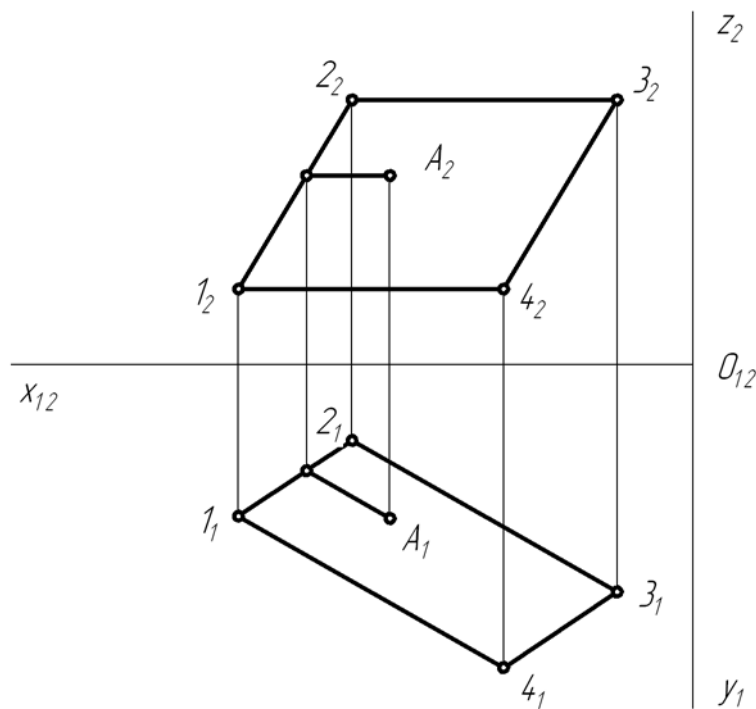


Рис.16

Один из вариантов решения

1. Преобразуем плоскость $I-2-3-4$ в плоскость уровня (для этого прибегнем к двойной замене плоскостей проекций). Построения показаны на рис.17.

На плоскости Π_5 плоскость $I-2-3-4$ показана в истинную величину.

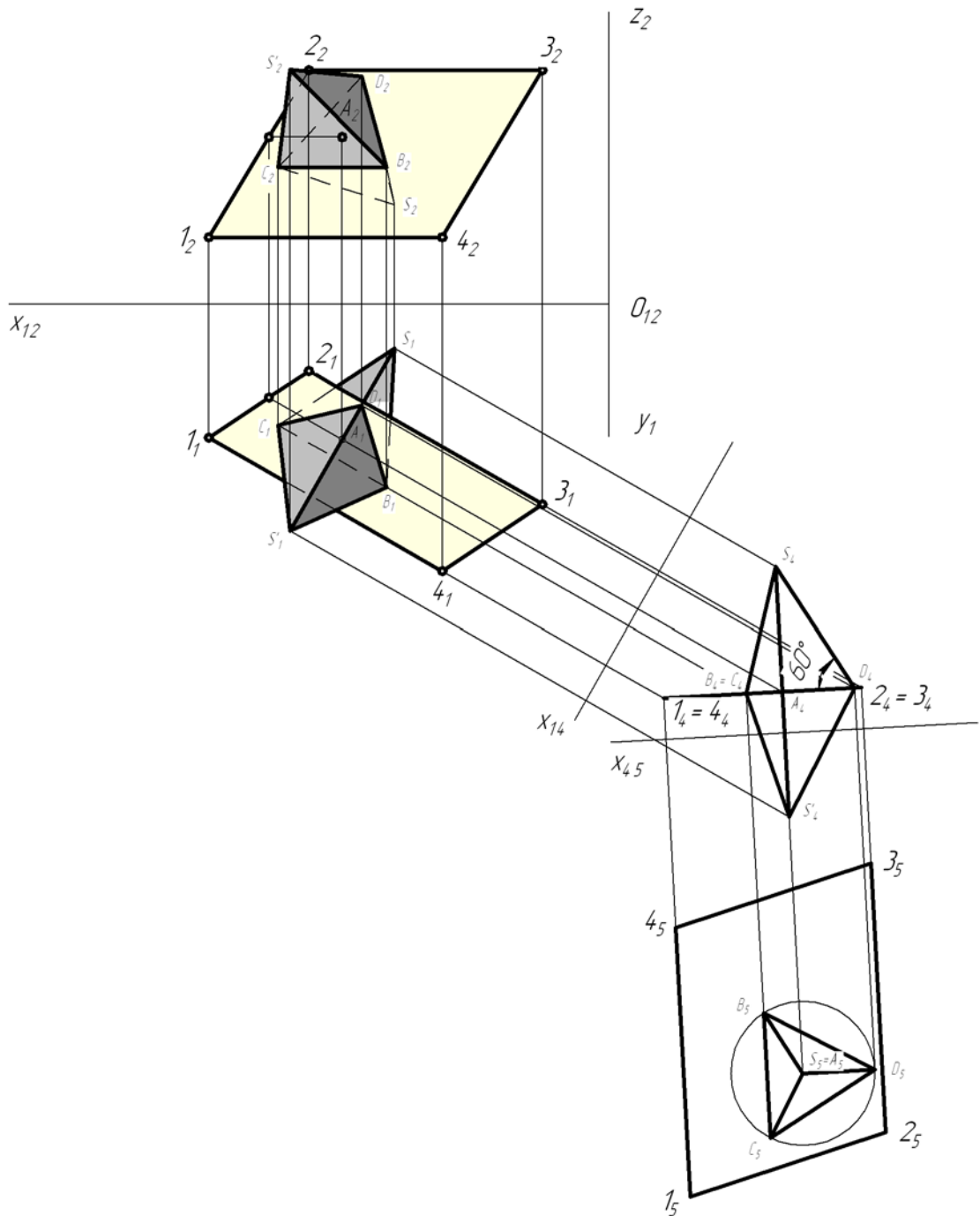


Рис.17

2. Вокруг проекции A_5 опишем вспомогательную окружность произвольного радиуса и впишем в нее равносторонний треугольник BCD .

Расположим его так, чтобы радиус SD был параллелен плоскости Π_4 (для того, чтобы боковое ребро пирамиды и угол наклона этого ребра к основанию отображались на Π_4 в истинную величину).

3. Построим на Π_4 очерк пирамиды, используя линии связи с Π_5 и тот факт, что ребро SD наклонено к основанию под углом 60° . Построим две возможные при таких условиях равносторонние пирамиды (вершины расположены по обе стороны от плоскости $I-2-3-4$).

4. Построим проекции пирамиды на исходных плоскостях Π_1 и Π_2 .

Заметим, что размеры пирамиды зависят от выбранного радиуса вспомогательной окружности на Π_5 , а расположение обусловлено необходимостью задать на чертеже требуемый наклон боковых ребер.

Задача 9

Условие: дана плоскость γ (γ_2) и точки A (70, 25, 10), B (60, 45, 35), C (20, 35, 20); $\gamma_2(N, M)$, где N (70, 0, 0), M (30, 0, 35). Построить точку в плоскости γ , равноудаленную от точек A , B и C .

Дано: γ (γ_2), где $\gamma_2(N_2, M_2)$: N (70, 0, 0), M (30, 0, 35); A (70, 25, 10), B (60, 45, 35), C (20, 35, 20).

Построить: т. $O \in \gamma$: $OA = OB = OC$.

Исходный чертёж к задаче: рис.18.

Графическое решение: рис.19.

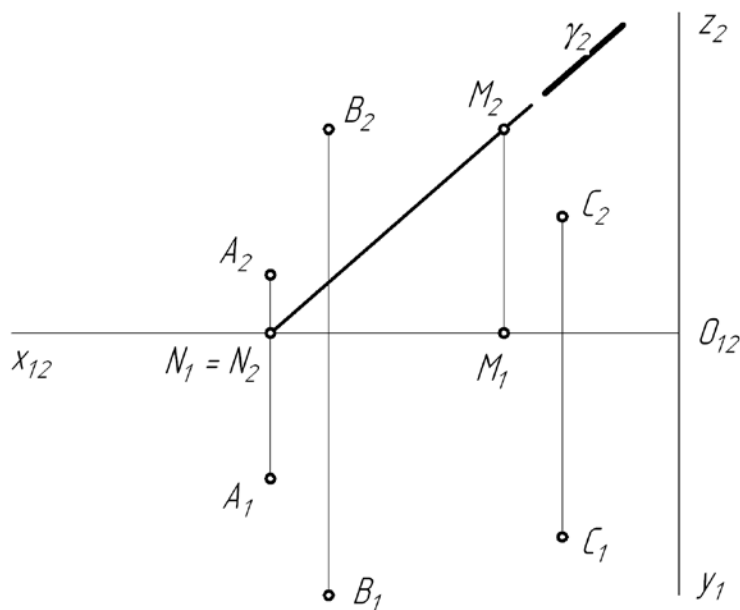


Рис.18

Один из вариантов решения

1. Геометрическим местом точек, равноудаленных от точек A, B, C , является прямая k , проходящая через центр окружности, описанной вокруг ΔABC , и перпендикулярная плоскости этого треугольника.

2. Пересечение прямой k с плоскостью γ даст искомое решение задачи (либо точка, либо пустое множество, либо вся прямая).

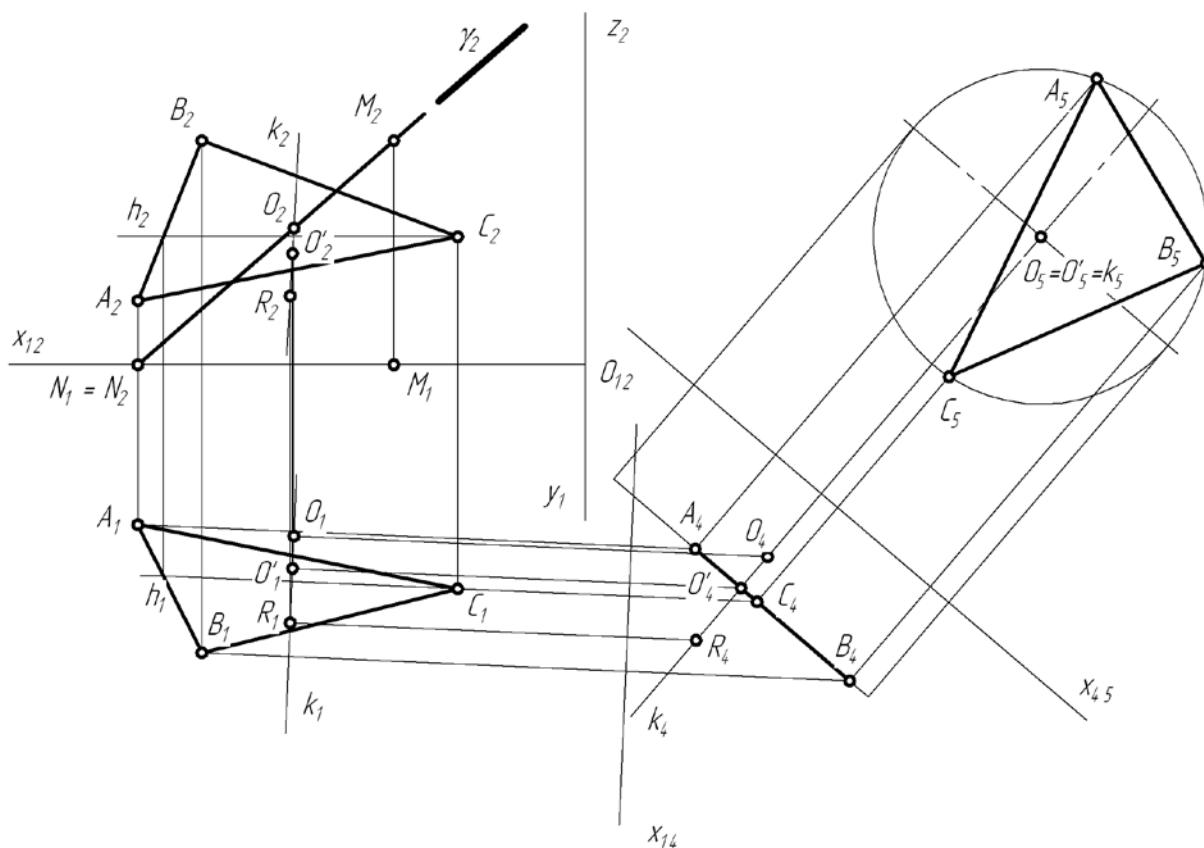


Рис.19

3. Построим проекцию ΔABC в истинную величину (для этого проведем две замены плоскостей проекций: сначала Π_2 на Π_4 , а затем Π_1 на Π_5). Опишем вокруг $\Delta A_5B_5C_5$ (это истинная величина ΔABC) окружность a , значит, и найдем её центр - т. O' (проекции т. O' покажем на всех проекциях). Искомая прямая $k \subset O'$ является проецирующей прямой по отношению к Π_5 и прямой уровня по отношению к Π_4 (поэтому $k_1 \parallel x_{14}$).

4. Чтобы построить фронтальную проекцию k_2 , воспользуемся произвольно выбранной точкой $R \in k$: сначала зададим $R_4 \in k_4$, а затем построим R_1 и R_2 . Через R_2 и O'_2 проведем k_2 .

5. Последним действием является построение т. O на исходных проекциях Π_2 и Π_1 : т. $O = k \cap \gamma$ (сначала $O_2 = k_2 \cap \gamma_2$, а затем $O_1 \in k_1$).

Задача 10

Условие: дана плоскость общего положения α и точка M , не лежащая в этой плоскости. Постройте сферу Φ с центром в т. M , касающуюся плоскости α . Плоскость и точку задайте самостоятельно.

Дано: точка $M(65, 50, 25)$, α (ΔABC) - пл. общего положения, где $A(70, 25, 45)$, $B(45, 60, 65)$, $C(15, 30, 10)$.

Построить: сферу Φ с центром в т. M , касающуюся пл. α .

Графическое решение: 1 способ - рис.20, 2 способ - рис.21.

1 вариант решения

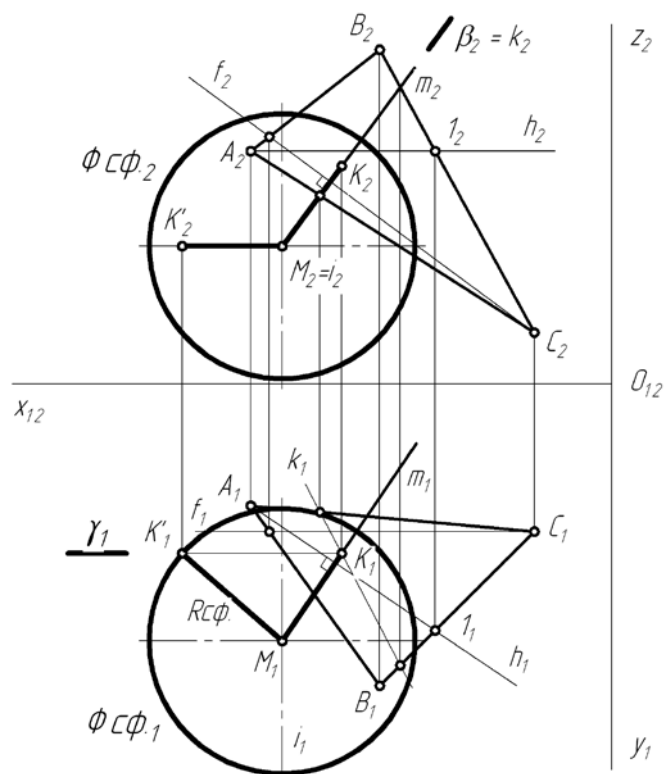


Рис.20

1. $m \subset M$, $m \perp \alpha$:

а) $m \perp h$ ($m_1 \perp h_1$), $h \subset \alpha$, $h \parallel \Pi_1$;

б) $m \perp f$ ($m_1 \perp f_2$), $f \subset \alpha$, $f \parallel \Pi_2$.

2. $m \cap \alpha = K$ - точка касания. Точка K найдена методом введения плоскости-посредника, где: β (β_2) $\subset m$, $\beta \perp \Pi_2$.

3. K_1M_1 - и.в. KM (найдена методом вращения вокруг $i \subset M$, $i \perp \Pi_2$)
 $R_{сф.} = KM$ - радиус искомой сферы. Очерк сферы показан утолщенной линией.

2 вариант решения

1. Преобразуем плоскость α в проецирующую методом замены плоскостей проекций:

$\Pi_1 \setminus \Pi_2$ на $\Pi_1 \setminus \Pi_8$, где $\Pi_8 \perp \Pi_1$ и $\alpha \perp \Pi_8$.

2. $MK \perp \alpha$ (на чертеже: $R_{сф.} = M_8K_8$) - радиус искомой сферы, K - точка касания.

3. Остаётся построить точку K и очерк искомой сферы $\Phi_{сф}$ на исходных плоскостях проекций $\Pi_1 \setminus \Pi_2$.

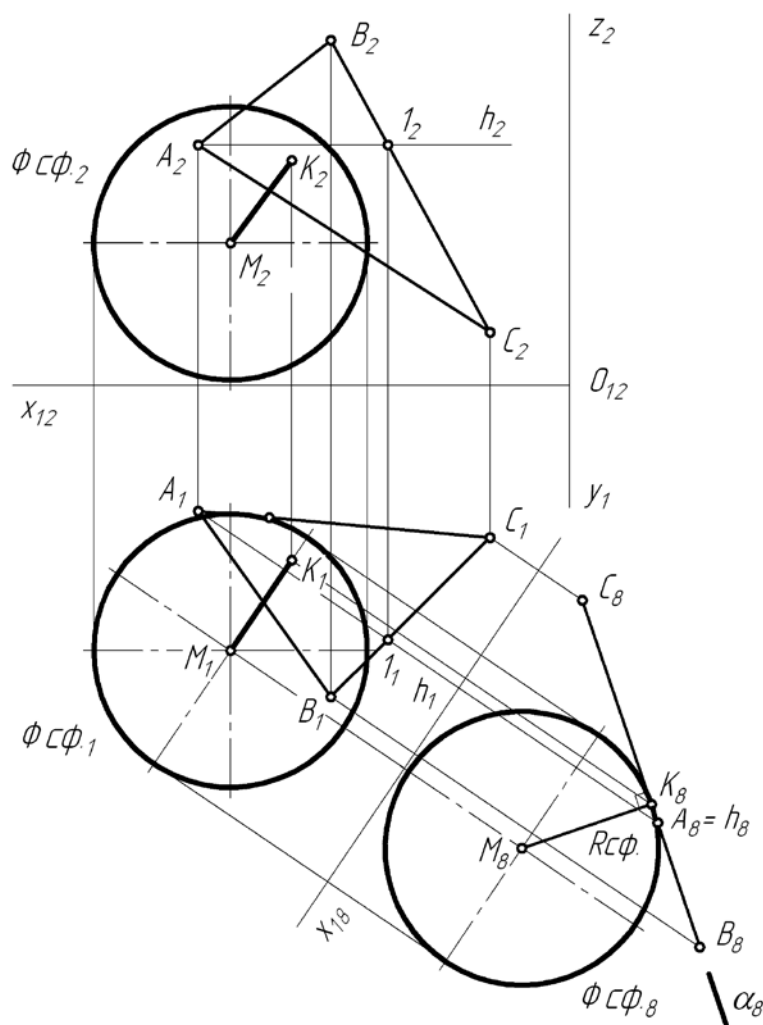


Рис.21

Задача 11

Условие: дана прямая общего положения m (M, N), где M (20, 95, 5), N (80, 70, 30). Достроить отрезок AB : A (25, 60, 15), B (50, 105, 35) до прямоугольника, у которого вершина C лежит на прямой m .

Дано: m (M, N) - прямая о.п., где M (20, 95, 5), N (80, 70, 30), $ABCD$ - прямоугольник, $[AB] \subset ABCD$, A (25, 60, 15), B (50, 105, 35), $C \subset ABCD$, $C \subset m$.

Построить: прямоугольник $ABCD$.

Графическое решение: 1 способ - рис.22, 2 способ - рис.23.

1 вариант решения

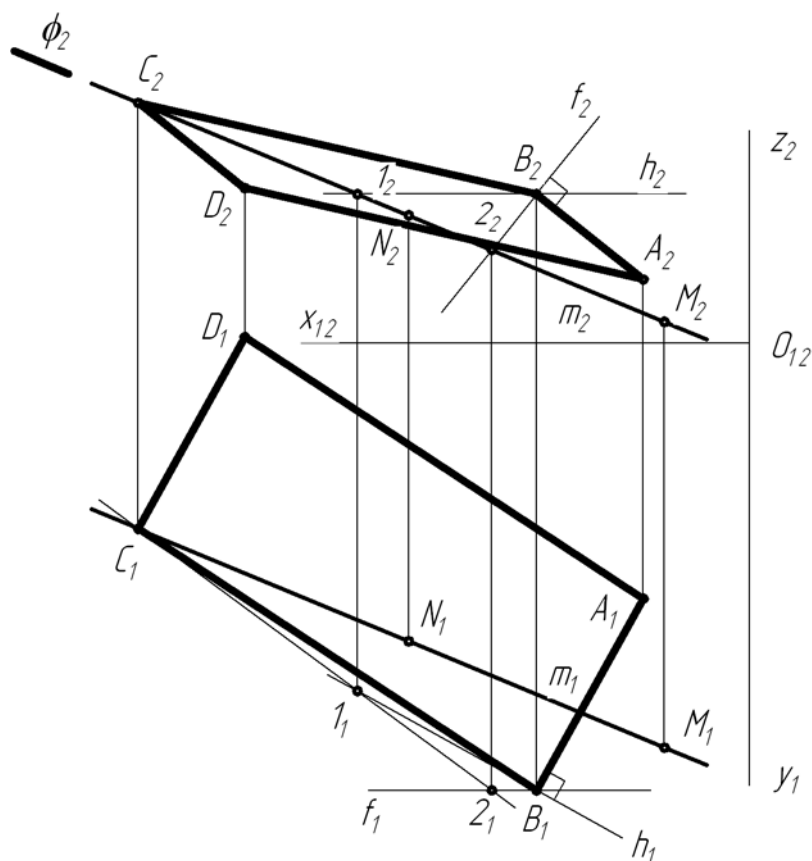


Рис.22

1. β ($f \cap h$) $\subset B$, $\beta \perp [AB]$, $f \cap h = B$: $f_2 \perp [A_2, B_2]$, $h_1 \perp [A_1, B_1]$.

2. $\beta \cap m = C$ - третья вершина искомого прямоугольника $ABCD$ (находится методом введения плоскости-посредника, где $\phi(\phi_2) \subset m$).
3. Вершина D находится из условий: $AB \parallel CD, CB \parallel AD$.

2 вариант решения

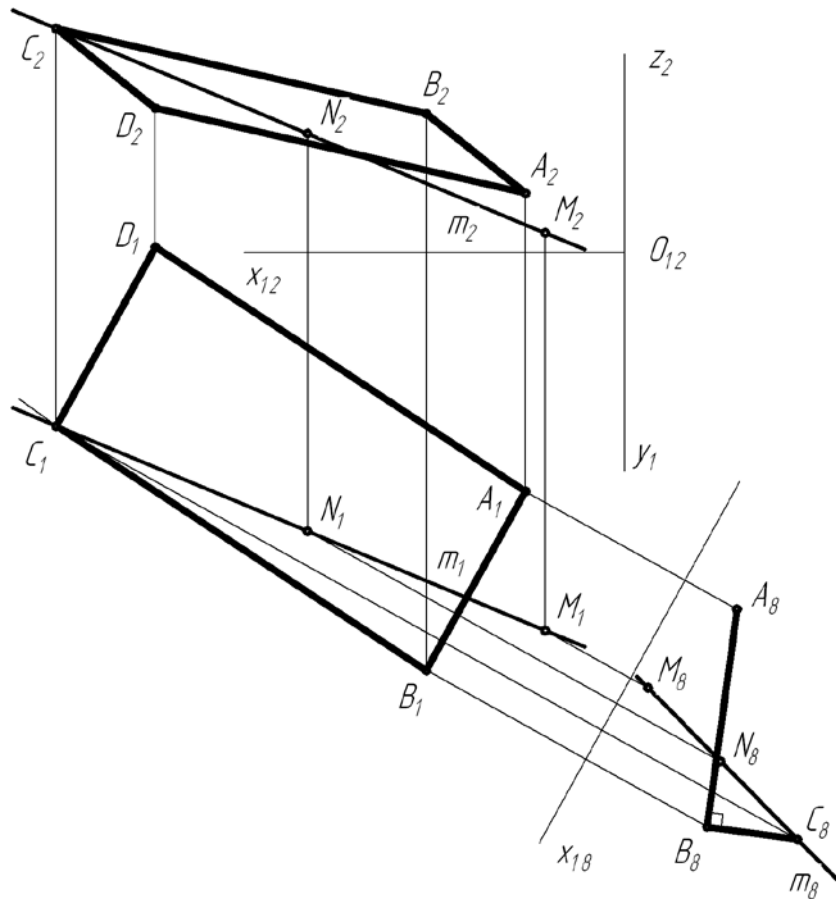


Рис.23

1. Преобразуем отрезок $[AB]$ в отрезок уровня. Выполним замену плоскостей проекций: $\Pi_1 \setminus \Pi_2$ на $\Pi_1 \setminus \Pi_8$, где $[AB] \parallel \Pi_8$ ($x_{18} \parallel A_1B_1$).
2. По теореме о проецировании прямого угла $\angle ABC = 90^\circ$ искомого прямоугольника на Π_8 проецируется без искажения, поэтому, проведя перпендикуляр из т. B_8 к A_8B_8 , получим 3-ю вершину прямоугольника C_8 .
3. Строим вершину C на исходном чертеже, а также вершину D из условий: $AB \parallel CD, CB \parallel AD$.

Задача 12

Условие: плоскость общего положения α задана прямой m и не лежащей на ней точкой B . Построить горизонтальный, фронтальный и профильный следы плоскости α . Плоскость задать самостоятельно.

Дано: $\alpha (B; m)$ - плоскость о.п., где $B (50, 25, 25)$, $m (N, M)$:
 $N (45, 15, 0)$, $M (25, 35, 10)$.

Построить: следы α на плоскостях проекций Π_1, Π_2, Π_3 .

Графическое решение: рис.24.

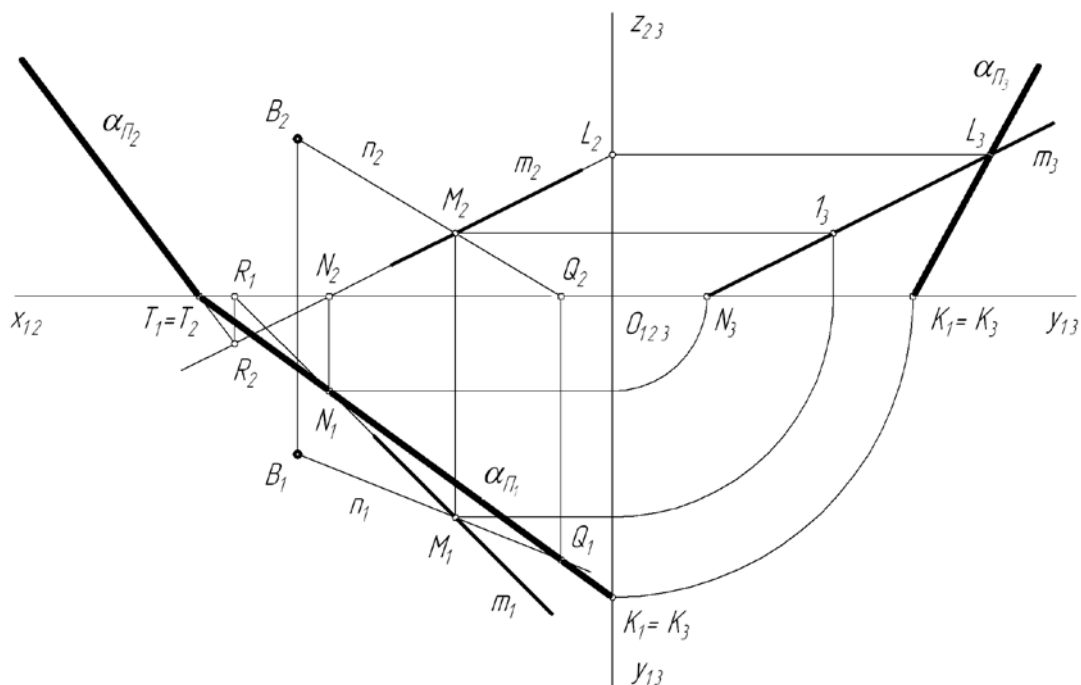


Рис.24

Один из вариантов решения

1. Строим горизонтальный след α_{Π_1} : $\alpha \cap \Pi_1 = \alpha_{\Pi_1} (N, Q)$, где $N = m \cap \Pi_1$, $m \subset \alpha$; а $Q = n \cap \Pi_1$, где $n (B, M) \subset \alpha$, так как $M \subset m$.
2. Аналогично строим фронтальный след α_{Π_2} : $\alpha \cap \Pi_2 = \alpha_{\Pi_2} (T, R)$, где $T \subset \Pi_2$ и $T \subset \alpha_{\Pi_1}$, а $R = m \cap \Pi_2$.
3. Аналогично строим профильный след α_{Π_3} : $\alpha \cap \Pi_3 = \alpha_{\Pi_3} (K, L)$, где $K \subset \Pi_3$ и $K \subset \alpha_{\Pi_1}$, а $L = m \cap \Pi_3$.

Задача 13

Условие: найти кратчайший путь из точки $A(70, 50, 10)$ в точку $B(10, 30, 60)$ с заходом на плоскость Π_1 .

Дано: $A(70, 50, 10)$, $B(10, 30, 60)$.

Построить: $\min \{ |AM| + |MB| \}$, где т. $M \in \Pi_1$.

Графическое решение: рис.25.

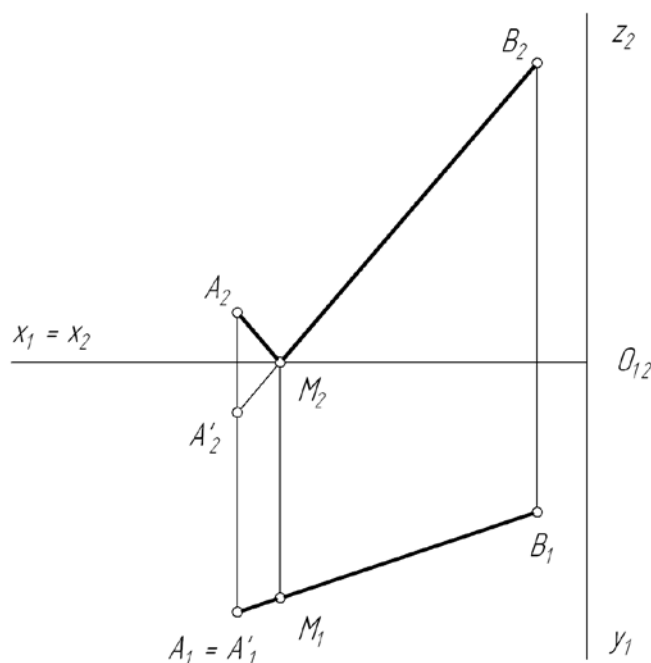


Рис.25

Один из вариантов решения

1. Построим точку A' , симметричную точке A относительно Π_1 .
2. Расстояния от точки A и от точки A' до любой точки плоскости Π_1 равны (это легко доказать на основе школьного курса геометрии).
3. От точки A' до точки B самое короткое расстояние вычисляется по прямой линии, значит, точку M для захода на плоскость Π_1 надо выбрать следующим образом: $M = A'B \cap \Pi_1$.
4. На рис.25 показано построение кратчайшего пути из точки A в точку B с заходом на горизонтальную плоскость проекций Π_1 (через точку M).

Задача 14

Условие: известно, что плоскость общего положения γ задана двумя параллельными прямыми m и n , а прямая общего положения k не лежит в плоскости γ . Построить точки K и N , симметричные относительно плоскости γ и удаленные от нее на 30 мм, с условием, чтобы точка K принадлежала прямой k . Плоскость γ и прямую k задать самостоятельно.

Дано: $\gamma (m \parallel n)$ - плоскость общего положения, где $M(55, 35, 35) \in m$, $T(40, 50, 30) \in m$, $P(25, 40, 10) \in n$; $k(A, B)$ - прямая общего п., где $A(70, 45, 5)$, $B(10, 10, 30)$.

Построить: симметричные относительно γ точки K и N , где $K \in k$, удаленные от γ на 30 мм.

Графическое решение: рис.26.

Один из вариантов решения

1. Преобразуем чертеж так, чтобы плоскость γ стала проецирующей. Для этого произведем замену плоскостей проекций:

$\Pi_1 \setminus \Pi_2$ на $\Pi_2 \setminus \Pi_7$, где $\Pi_7 \perp \gamma$, для этого: $x_{17} \perp f$, где $f \subset \gamma$, $f \parallel \Pi_2$.

2. Проведем следы вспомогательных плоскостей на Π_7 :

$\beta_7 \parallel \gamma_7$ и $\alpha_7 \parallel \gamma_7$ на расстоянии 30 мм (так как все три плоскости $\perp \Pi_7$, то расстояние между ними мы видим в истинную величину, как расстояние между следами этих плоскостей β_7 , γ_7 и α_7).

3. $\beta_7 \cap A_7B_7 = K_7$;

$K_7N_7 \perp \gamma_7$, $K_7Q_7 = Q_7N_7$, где $Q_7 = K_7N_7 \cap \gamma_7$.

4. Строим искомые точки K и N на Π_1 и Π_2 , пользуясь тем, что $K \in k$, а $KN \parallel \Pi_7$.

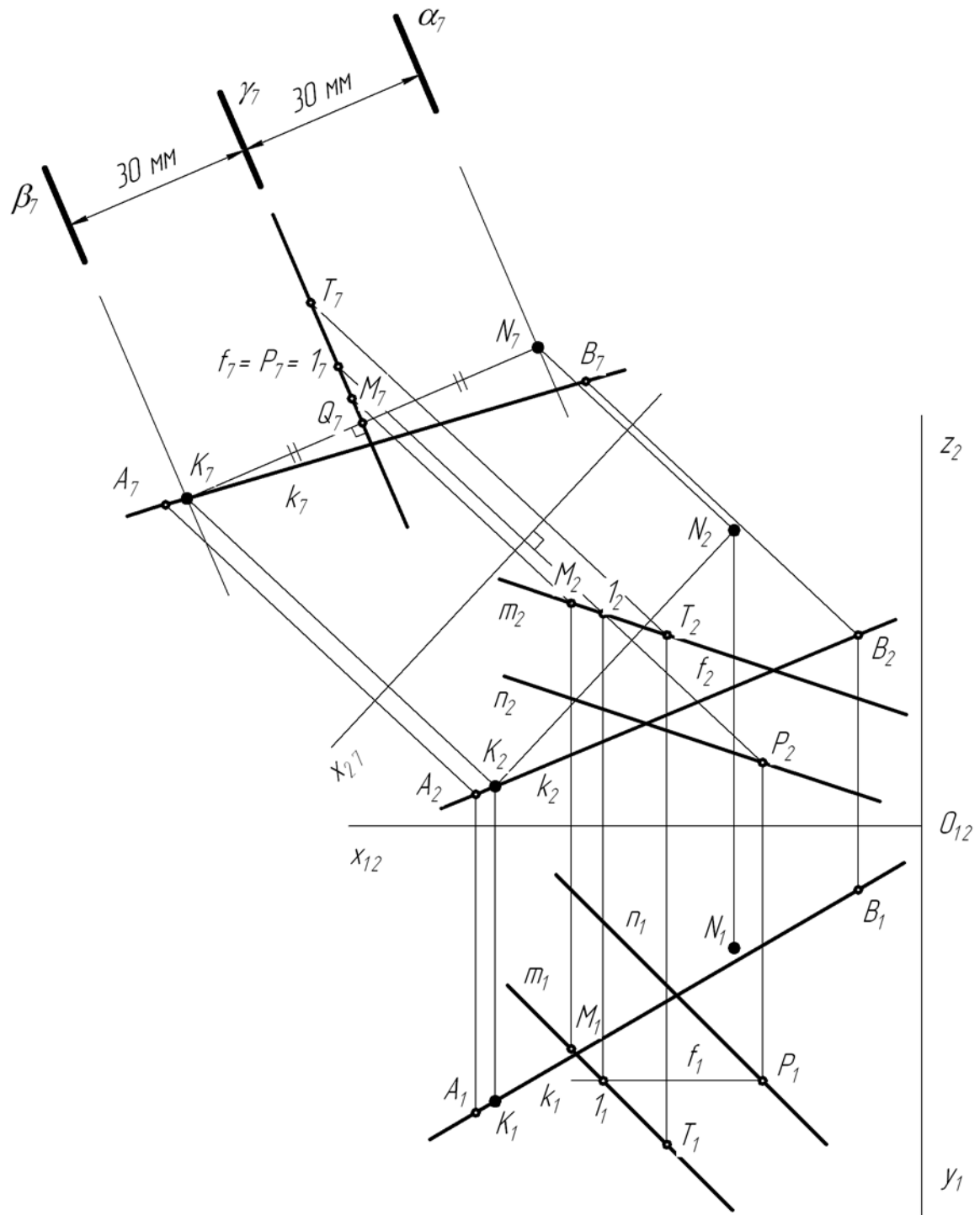


Рис.26

Задача 15

Условие: дана пирамида $ABCS$ с вершиной S и основанием ABC , где $A(60, 20, 15)$, $B(0, 30, 30)$, $C(20, 55, 0)$, $S(40, 30, 60)$. Построить пирамиду $ABCS^*$, у которой двугранный угол между гранями ABC и ASC увеличен на 30° , а остальные двугранные углы при основании оставлены без изменений.

Дано: $ABCS$ - пирамида, ABC - основание, где $A(60, 20, 15)$, $B(0, 30, 30)$, $C(20, 55, 0)$, $S(40, 30, 60)$.

Построить: пирамиду $A^*B^*C^*S^*$ такую, что:

$$\angle(A^*B^*C^* \wedge A^*C^*S^*) = \angle(ABC \wedge ACS) + 30^\circ$$

$$\angle(A^*B^*C^* \wedge B^*C^*S^*) = \angle(ABC \wedge BCS)$$

$$\angle(A^*B^*C^* \wedge A^*B^*S^*) = \angle(ABC \wedge ABS).$$

Графическое решение: рис.27.

Один из вариантов решения

1. Преобразуем чертеж так, чтобы ребро двугранного угла между гранями ABC и ASC заняло проецирующее положение. Проведем для этого 2 замены плоскостей проекций:

а) $\Pi_1 \setminus \Pi_2$ на $\Pi_1 \setminus \Pi_8$, где $\Pi_8 \parallel AC$;

б) $\Pi_1 \setminus \Pi_8$ на $\Pi_8 \setminus \Pi_7$, где $\Pi_7 \perp AC$.

2. Угол α на Π_7 – отображается в натур. величину, поэтому увеличиваем угол между основанием ABC и гранью ACS на 30° вращением плоскости грани ACS (обозначим ее β).

Теперь нужно определить новое положение вершины пирамиды S^* .

3. Направление ребра S^*B не изменилось (так как угол между гранями ABS и ABC должен быть сохранен), поэтому чтобы найти положение S^* достаточно найти $SB \cap \beta$, поэтому $S_7B_7 \cap \beta_7 = S^*_7$.

4. Строим S^* на других проекциях, достраиваем ребра новой пирамиды.

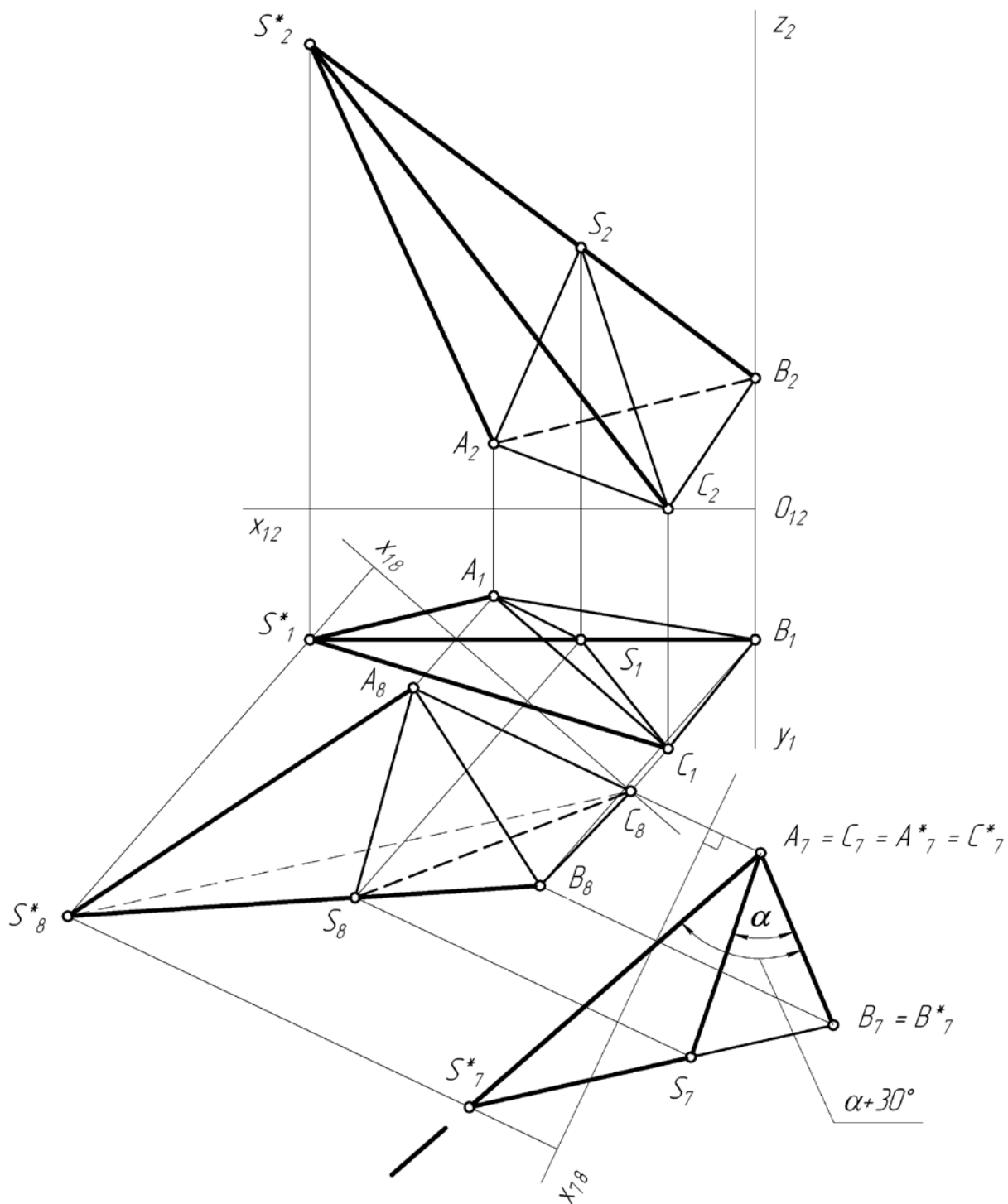


Рис.27

Задача 16

Условие: основанием пирамиды $SABCD$ является прямоугольник $ABCD$, высота пирамиды SQ проходит через центр основания Q . Известна только горизонтальная проекция фигуры. Требуется определить истинную величину основания $ABCD$.

Дано: основание пирамиды $SABCD$ - прямоугольник $ABCD$, SQ – высота, где Q - центр основания. Дана проекция $S_1A_1B_1C_1D_1$.

Найти: истинную величину $ABCD$.

Исходный чертёж к задаче: рис.28.

Графическое решение: рис.29.

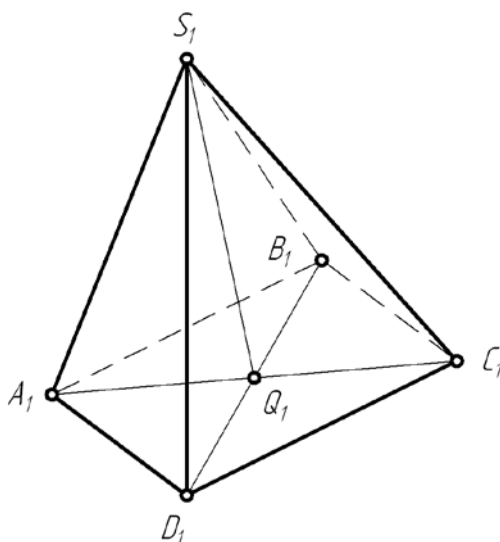


Рис.28

Один из вариантов решения

1. Построим горизонталь $h \subset ABCD$: $h_1 \perp S_1Q_1$, $h \subset D$. Построение основано на том, что SQ – высота пирамиды, а значит $SQ \perp ABCD$, и по теореме о проецировании прямого угла: $S_1Q_1 \perp h_1$.

2. Для того, чтобы определить истинную величину основания $ABCD$ (на чертеже и.в. обозначена как $A^*B^*C^*D^*$), повернем плоскость основания вокруг h в положение $\parallel \Pi_1$.

Для этого будем вращать $\triangle MBN$ вокруг $MN \equiv h$, где $M = BC \cap h$, а $N = AB \cap h$. Точки D , M и N останутся неподвижными, т.е. $D = D^*$, $M = M^*$, $N = N^*$.

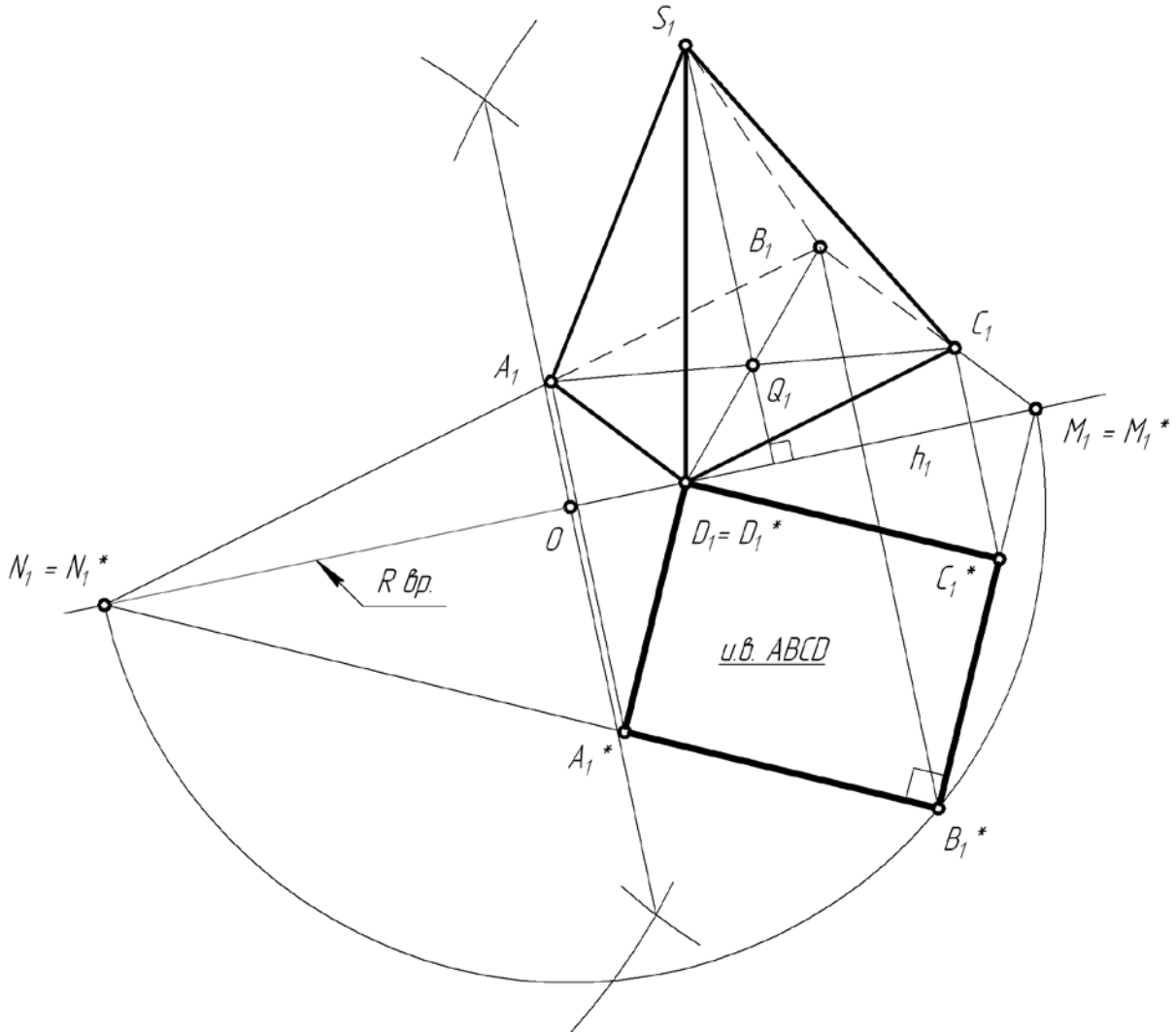


Рис.29

3. $\angle MBN = 90^\circ$, в новом положении он будет наблюдаться в истинную величину, поэтому MN является диаметром окружности, на которой лежит т. B^* , а ON - радиус этой окружности. Для нахождения точки O , на чертеже построен серединный перпендикуляр отрезка MN .

4. Зная, что траектории движения точек при вращении вокруг h - линии $\perp h$, а также, что $ABCD$ - прямоугольник, строим вершины C^* и A^* .

Итак, $A^*B^*C^*D^*$ - истинная величина основания пирамиды $SABCD$.

Задача 17

Условие: плоскость α задана горизонтальным и фронтальным следами. Точка A принадлежит плоскости α . Построить окружность, касающуюся следов и проходящую через т. A .

Дано: $\alpha (\alpha_1, \alpha_2)$ – пл. о.п., где α_1 и α_2 - следы плоскости, т. $A \in \alpha$.

Построить: окружность c , касающуюся следов α_1 и α_2 : $m \subset A$.

Исходный чертёж к задаче: рис.30.

Графическое решение: рис.31.

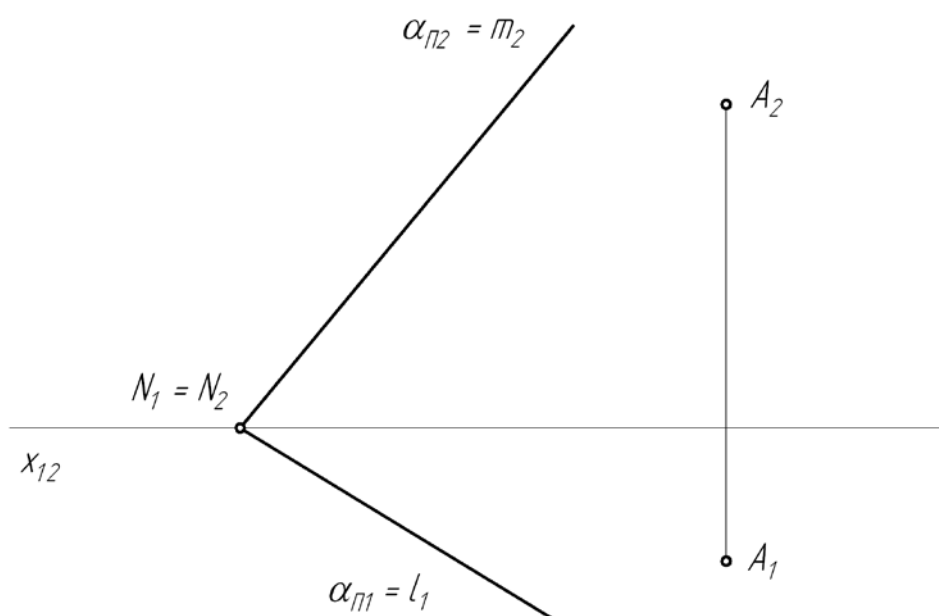


Рис.30

Один из вариантов решения

1. Преобразуем плоскость α в проецирующее положение методом двойной замены плоскостей.

2. На плоскости Π_9 , где угол между прямыми l и m , совпадающими со следами плоскости на Π_1 и Π_2 , отображается в натуральную величину, строим искомую окружность с центром в точке C .

Для нахождения точки C воспользуемся подобием $\Delta N_9 C' T'$ и $\Delta N_9 C_9 A_9$ (для построения точки C_9 необходимо провести прямую из точки $A_9 \parallel$ отрезку $C' T'$ до пересечения с биссектрисой угла между l_9 и m_9).

3. Остается выполнить построение проекций окружности c на исходных проекциях.

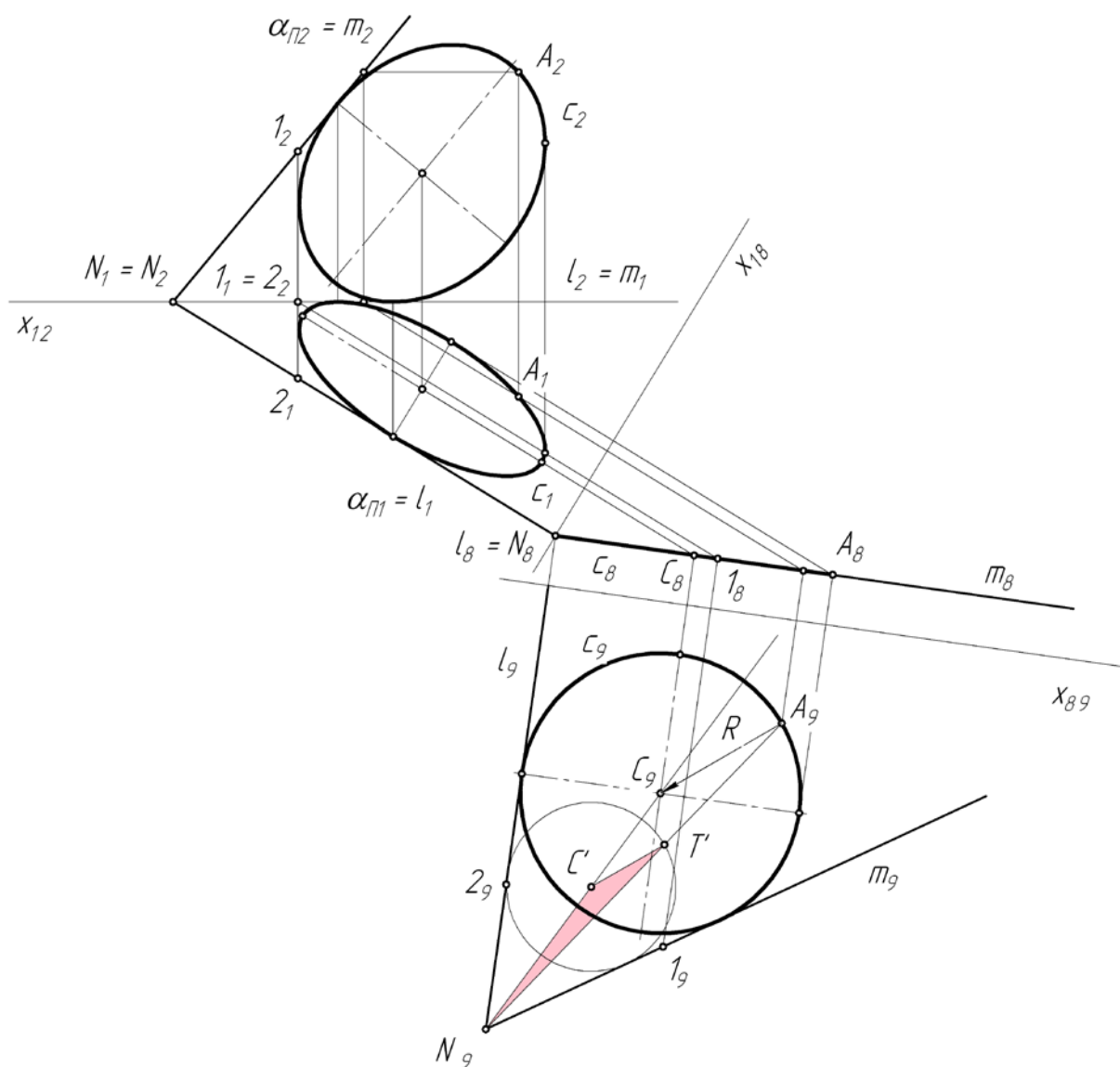


Рис.31

Задача 18

Условие: отрезок AB общего положения задан в произвольной изометрии, коэффициенты искажения равны 1. Необходимо построить конус вращения с вершиной A , высотой AB и диаметром основания, равным высоте конуса. Отрезок задать самостоятельно.

Дано: произвольная изометрия: $u = v = w = 1$; AB – о.п., где $A(20, 30, 50)$, $B(-10, 60, 100)$.

Построить: конус вращения с вершиной A , высотой AB и диаметром основания $|AB|$.

Исходный чертёж к задаче: рис.32.

Графическое решение: рис.33.

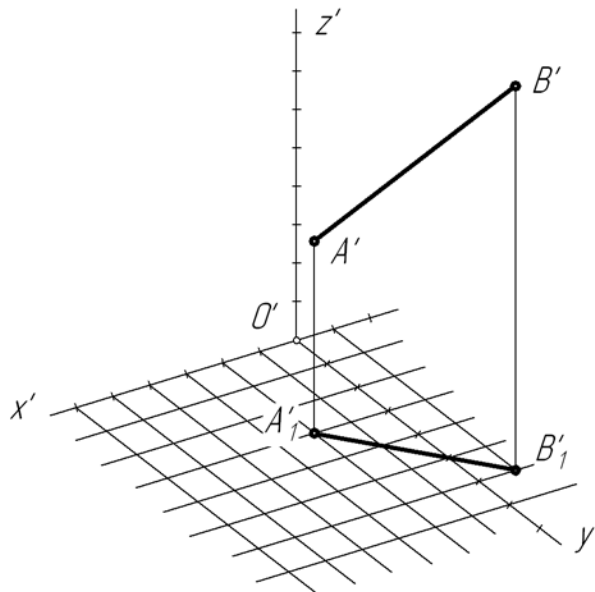


Рис.32

Один из вариантов решения

1. На ортогональном чертеже зададим AB по условию.
2. С помощью метода замены плоскостей преобразуем отрезок общего положения в отрезок уровня (расположенный $\parallel \Pi_8$), а затем в проецирующий (расположенный $\perp \Pi_9$).

3. В системе Π_8/Π_9 построим нужный конус.
4. Затем построим проекции конуса в системе плоскостей Π_1/Π_2 .

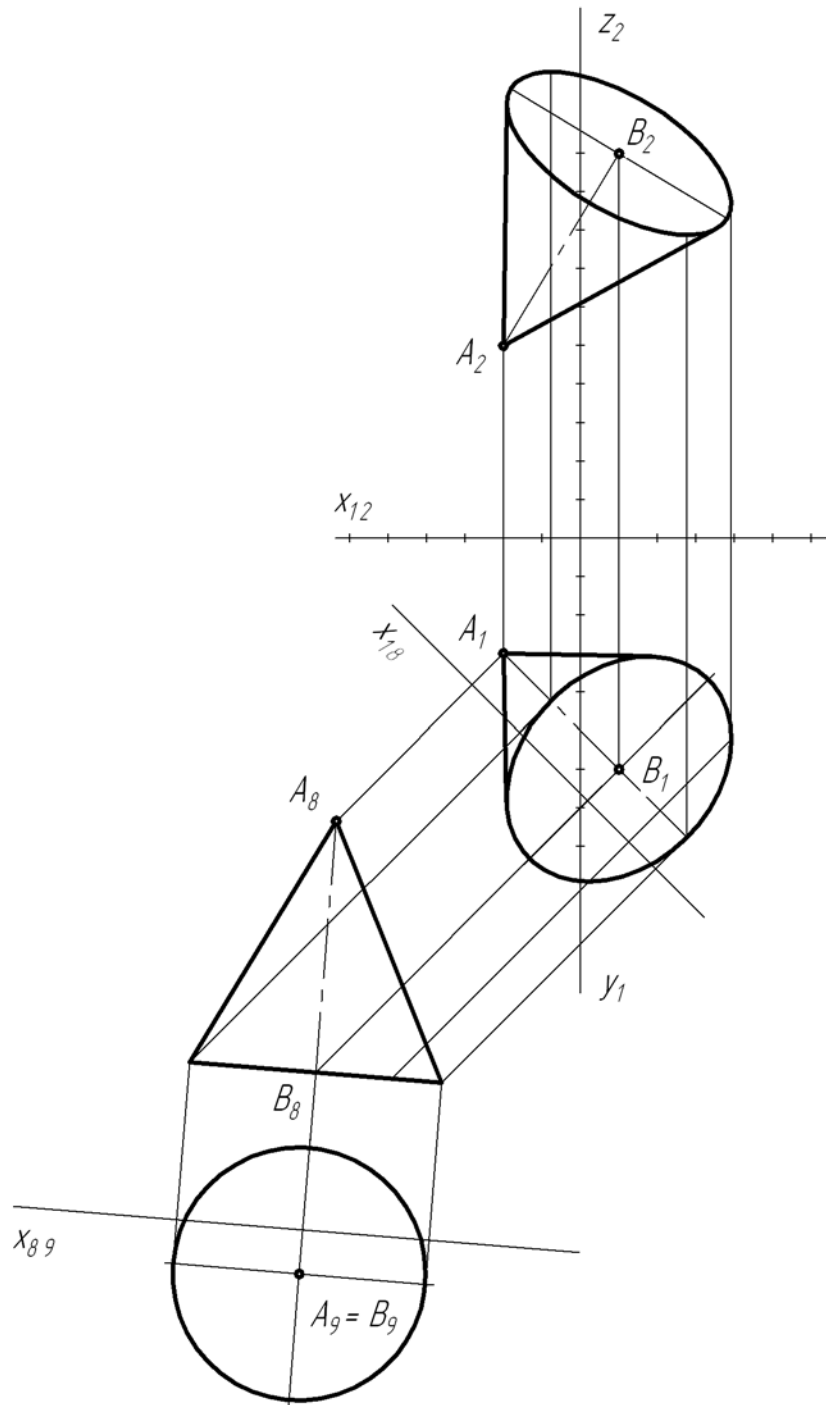


Рис.33

Задача 19

Условие: дан треугольник $ABC \perp \Pi_1$. Вписать в него квадрат $KLMN$, у которого $K \in AB$, $L \in AB$, $M \in BC$, $N \in CA$.

Дано: $\triangle ABC \perp \Pi_1$, $K \in AB$, $L \in AB$, $M \in BC$, $N \in CA$.

Построить: квадрат $KLMN$.

Графическое решение: рис.34.

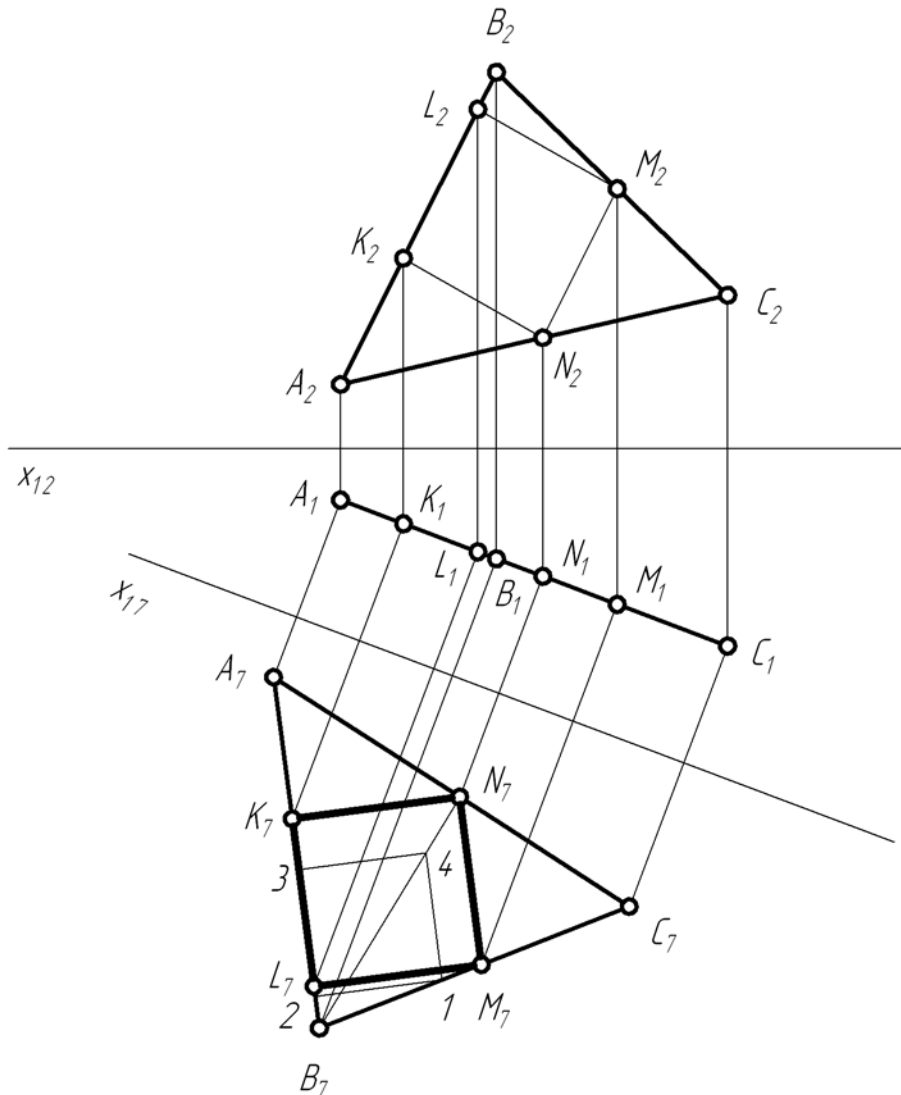


Рис.34

Один из вариантов решения

1. Проведем замену Π_2 на Π_7 , где $\Pi_7 \parallel \triangle ABC$, для построения $\triangle ABC$ в истинную величину.

2. На Π_7 строим искомый квадрат следующим образом:

а). На B_7C_7 выбираем точку I так, чтобы построить квадрат со стороной $(2, 3) \subset A_7B_7$.

б). Через вершину B_7 и угол квадрата 4 строим прямую до пересечения с A_7C_7 в т. N_7 . Через N_7 параллельно сторонам квадрата $(4, 1)$ и $(4, 3)$ проводим отрезки до пересечения с B_7C_7 и A_7C_7 .

В силу подобия: $\Delta(B_7, 4, I)$ и $\Delta(B_7, N_7, M_7)$, а также $\Delta(B_7, 3, 4)$ и $\Delta(B_7, K_7, N_7)$ полученный квадрат - искомый.

3. Остается построить квадрат $KLMN$ на исходных проекциях.

Задача 20

Условие: даны точка A , горизонтально-проецирующая прямая m , и фронталь n . На прямой m найти точки, равноудаленные от т. A и пр. n .

Дано: т. A , $m \perp \Pi_1$, $n \parallel \Pi_2$.

Найти: $\{T_i, T_i \subset m, i = N\}$: $\rho(T_i, A) = \rho(T_i, n)$, где $\rho(V, W)$ – расстояние между V и W .

Исходный чертёж к задаче: рис.35.

Графическое решение: рис.36.

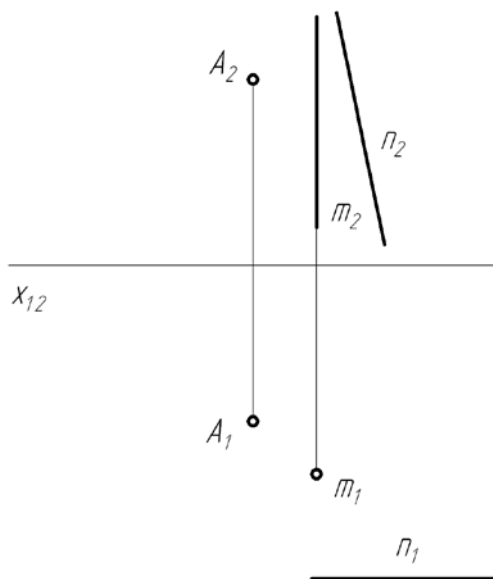


Рис.35

Один из вариантов решения

Искомые точки являются центрами сфер, проходящих через точку A и касающихся прямой n . Построим все такие сферы.

1. Все проходящие через точку A сферы с центрами на прямой m содержат проходящую через A и лежащую в плоскости $\alpha \perp m$ окружность a с центром на прямой m (m_1R_1 – радиус окружности a).

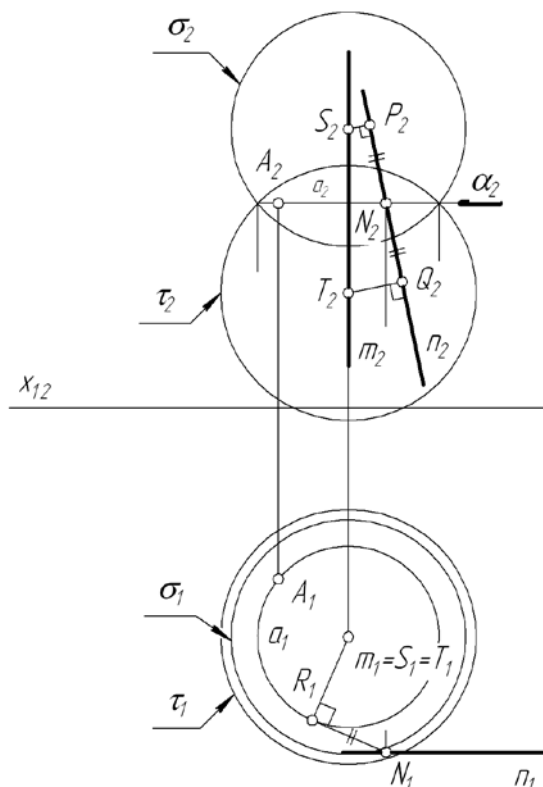


Рис.36

2. Построим точку $N = n \cap \alpha$ и касательную NR к окружности a , где R – точка касания.

3. Прямая NR касается в точке R и искомых сфер. А поскольку все касательные отрезки к сфере, выходящие из общей точки, равны, то построим на касательной n отрезки NP и NQ , равные NR , и получим точки P и Q её касания с искомыми сферами σ и τ .

4. Поскольку далее $SP \perp n$ и $TQ \perp n$ и поскольку $n \parallel \Pi_2$, то проводим $P_2S_2 \perp n_2$ и $Q_2T_2 \perp n_2$ и получаем на m_2 проекции S_2 и T_2 центров S и T сфер σ и τ . Точки S и T – искомые точки.

Задача 21

Условие: дана точка A и прямой круговой конус $\Phi_{\text{ПКК}}$. Построить точку $B \in \Phi_{\text{ПКК}}$, ближайшую к точке A .

Дано: т. A , $\Phi_{\text{ПКК}}$.

Найти: т. B : $\rho(A, B) = \min$.

Графическое решение: рис.37.

Один из вариантов решения

1. Построим α (α_1): $\alpha \subset A$ и $\alpha \subset S$; $\alpha \cap \Phi_{\text{ПКК}} = SC$ – образующая конуса.

2. Повернем α вокруг оси $i \perp \Pi_1$ ($i \subset S$) в положение $// \Pi_2$, где увидим все плоскости в истинную величину. Образующая SC общего положения перейдет во фронтальную очерковую образующую \overline{CS} , а т. A в т. \overline{A} .

3. Построим перпендикуляр \overline{AB} к \overline{SC} . Получим точку \overline{B} – ближайшую к т. A на поверхности конуса.

4. Затем возвратим плоскость α вместе со всеми её элементами в исходное положение. Получим проекции искомой точки B на Π_1 и Π_2 .

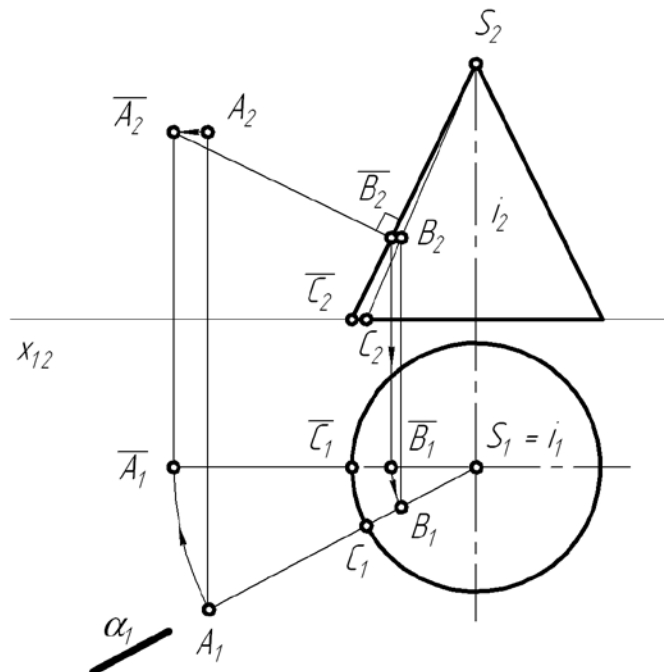


Рис.37

Задача 22

Условие: дана параллельная проекция треугольной пирамиды $ABCS$ и точек K, L, M , лежащих в трех её видимых гранях. Построить сечение пирамиды плоскостью KLM .

Пирамида $ABCS$: $A(105, 0)$, $B(70, 20)$, $C(85, 45)$, $S(5, 10)$.

Плоскость KLM : $K(80, 20)$, $L(35, 20)$, $M(55, 10)$.

Дано: $A_1B_1C_1S_1$ - параллельная проекция пирамиды $ABCS$, $K \subset ABC$, $M \subset ABS$, $L \subset CBS$.

Найти: $ABCS \cap \alpha(K, L, M) = p$.

Исходный чертёж к задаче: рис.38.

Графическое решение: рис.39.

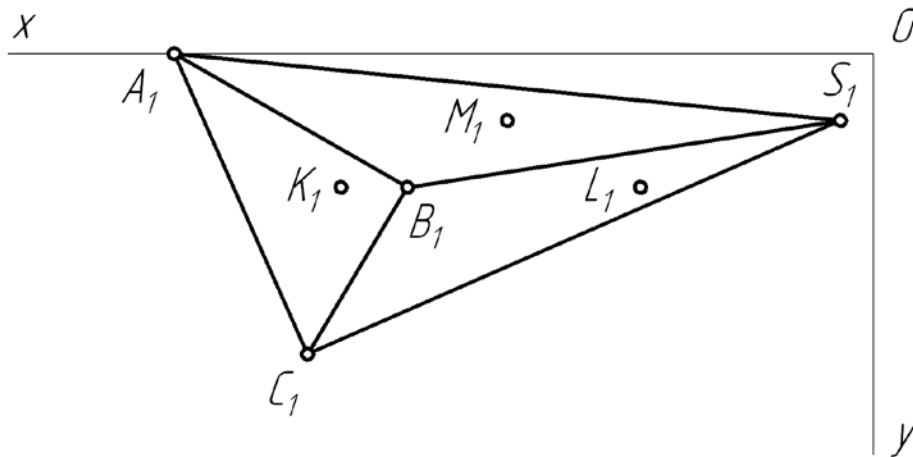


Рис.38

Один из вариантов решения

1. Проведем прямую ML и построим точку пересечения $D = ML \cap \Delta ABC$. Для этого применим метод введения посредника:

а). Зададим вспомогательную плоскость о.п. $\alpha (m \parallel l) \subset ML$, причем $m \subset M$ и $m \subset \Delta ABS$ ($m \parallel BS$), а $l \subset L$ и $l \subset \Delta CBS$ ($l \parallel BS$).

б). $\alpha \cap \Delta ABC = d(1, 2)$, где $t.1 = m \cap AB$, а $t.2 = l \cap BC$.

в). $d \cap ML = D$.

2. Используя точку D , построим сечение $EFGN$:

а). $DK \subset \Delta ABC: DK \cap AB = E, DK \cap BC = F$;

б). $FL \subset \Delta BCS: FL \cap CS = G$;

в). $EM \subset \Delta ABS: EM \cap AS = N$.

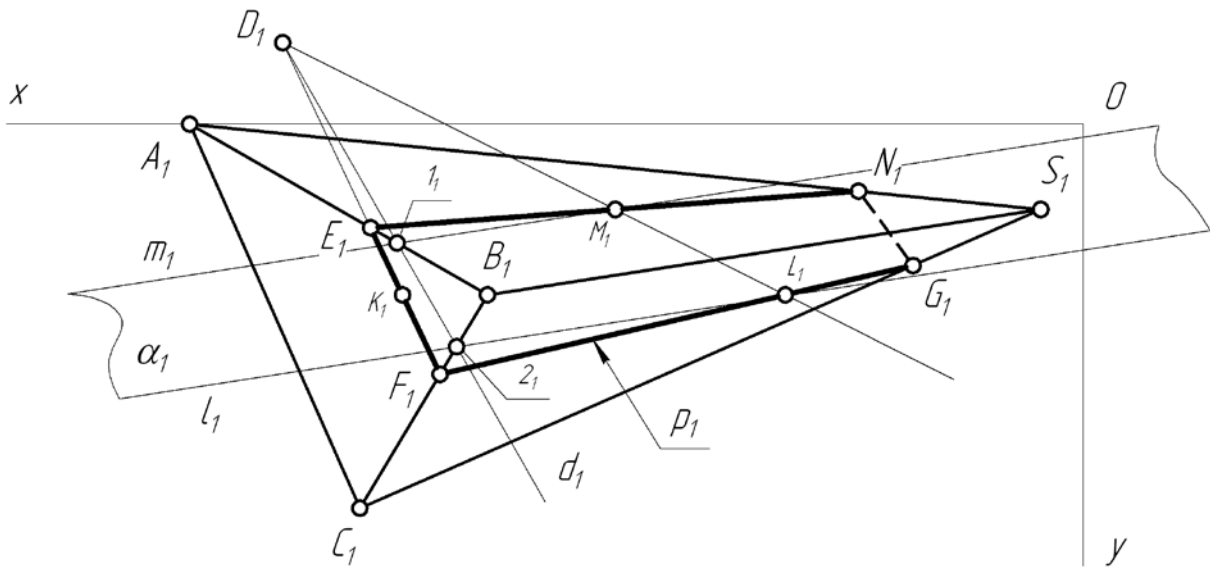


Рис.39

3. Определим видимость сечения, используя видимость граней.

EF, EN, FG – видимые отрезки, NG – невидимый.

Задача 23

Условие: даны следы плоскостей α и β . Найти углы наклона данных плоскостей к плоскостям Π_1 и Π_2 .

Дано: $\alpha_{\Pi_1}, \alpha_{\Pi_2}$ - следы плоскости α ; $\beta_{\Pi_1}, \beta_{\Pi_2}$ - следы плоскости β .

Найти: $\angle \alpha \wedge \Pi_1, \angle \alpha \wedge \Pi_2, \angle \beta \wedge \Pi_1, \angle \beta \wedge \Pi_2$.

Исходный чертёж к задаче: рис.40.

Графическое решение: рис.41 и рис.42.

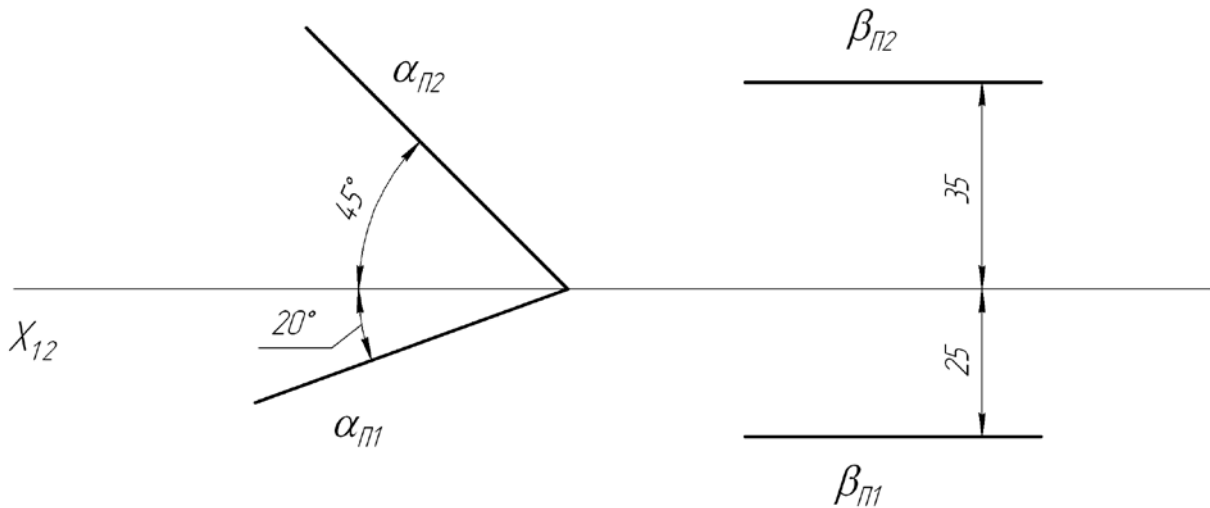


Рис.40

Один из вариантов решения

1. Найдем углы наклона плоскости α (рис.41).

а). Построим в плоскости α $\Delta I23$ такой, что т. $I \in \alpha_{П2}$, т. $2 \in \alpha_{П1}$, а т. $3 = \alpha_{П2} \cap \alpha_{П1}$.

б). Сторона $(I, 3)$ является фронталью плоскости α , а сторона $(2, 3)$ - горизонталью плоскости α .

в). Методом вращения преобразуем $\Delta I23$ во фронтально-проецирующее положение. Ось вращения $j \perp \Pi_1$, $j \in 3$.

На фронтальной проекции наблюдаем истинную величину $\angle \alpha \wedge \Pi_1$.

г). Методом вращения преобразуем $\Delta I23$ в горизонтально-проецирующее положение. Ось вращения $i \perp \Pi_2$, $i \in 3$.

На горизонтальной проекции наблюдаем ист. величину $\angle \alpha \wedge \Pi_2$.

2. Для построения углов наклона β (см. рис.42) к горизонтальной и фронтальной плоскостям, достаточно построить профильный след этой плоскости, так как анализ исходного чертежа позволяет сделать вывод, что β - профильно-проецирующая плоскость (то есть $\beta \perp \Pi_3$).

Углы наклона β к Π_1 и к Π_2 будут видны на Π_3 без искажения.

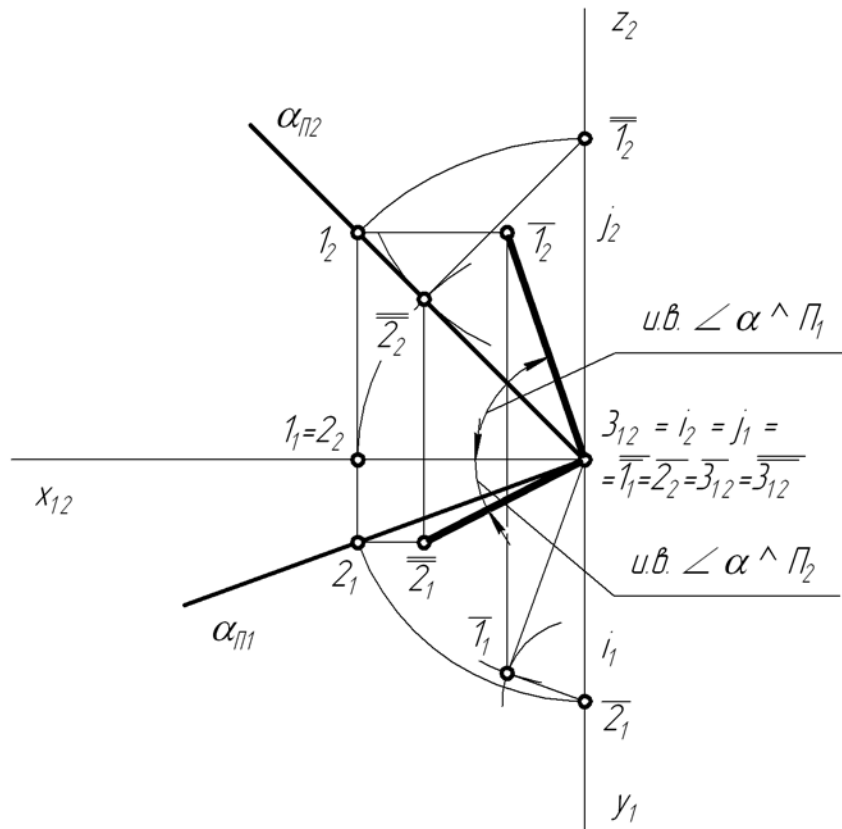


Рис.41

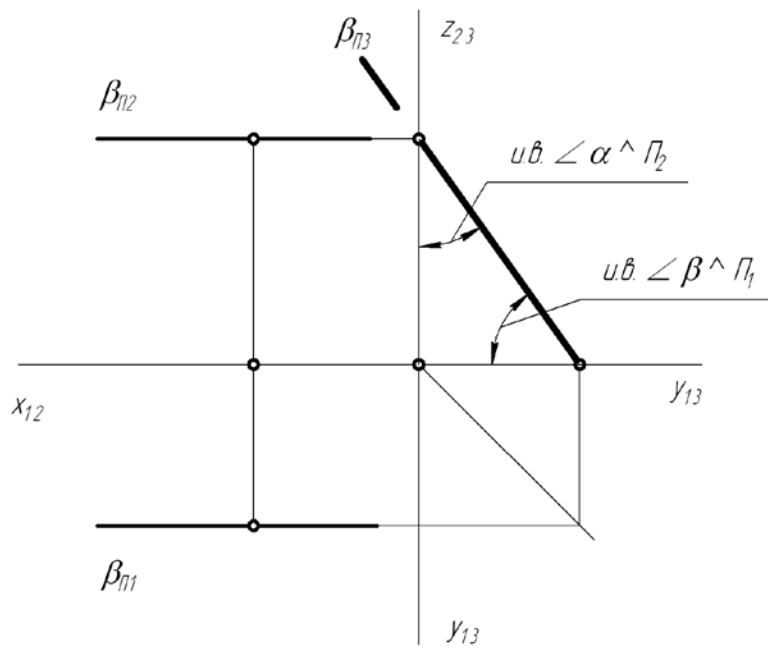


Рис.42

3. Другими способами задачу можно решить, используя следующие методы: замены плоскостей проекций и плоско-параллельного переноса.

Задача 24

Условие: построить прямую треугольную призму с основанием ABC и боковым ребром $AA' = AB$, где $A(25, 10, 50)$, $B(50, 45, 50)$, $C(75, 45, 10)$.

Дано: $\triangle ABC$ - о.п., $AB \parallel \Pi_1$, $BC \parallel \Pi_2$.

Построить: призму $ABCA'B'C'$: $AA' \perp \triangle ABC$.

Исходный чертёж к задаче: рис.43.

Графическое решение: рис.44.

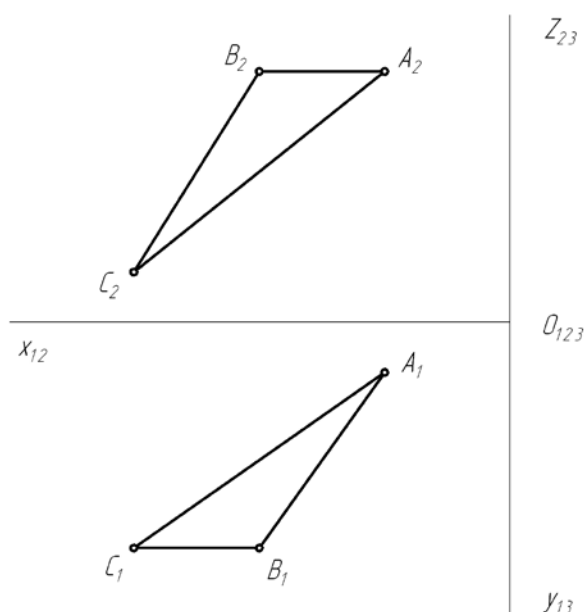


Рис.43

Один из вариантов решения

Построим боковые ребра призмы. По условию $AA' \perp \triangle ABC$

1. Определим направление боковых ребер:

а). так как AB - горизонталь ($AB \parallel \Pi_1$), то на Π_1 прямой угол между AA' и AB проецируется без искажения, т.е. $A_1A'_1 \perp A_1B_1$;

б). так как BC - фронталь ($BC \parallel \Pi_2$), то на Π_2 прямой угол между AA' и BC проецируется без искажения, т.е. $A_2A'_2 \perp B_2C_2$.

2. Так как прямая k , содержащая AA' , является прямой общего положения, то для откладывания на ней истинной величины ребра AA'

необходимо преобразовать ее в прямую уровня. Для этого зададим т. $K \subset k$ и повернем AK вокруг оси $i \perp \Pi_2$, $i \subset A$ до положения $AK \parallel \Pi_1$. На прямой k можно отложить $AA' = AB$. Затем точку A' поворотом вокруг i необходимо вернуть на прямую k .

Таким образом, построена горизонтальная проекция ребра AA' .

Остается построить $A_2A'_2 \subset k_2$.

3. Так как $AA' = BB' = CC'$, то построим точки B' и C' на соответствующих прямых. Затем построим второе основание $A'B'C'$.

Затем определим видимость ребер призмы.

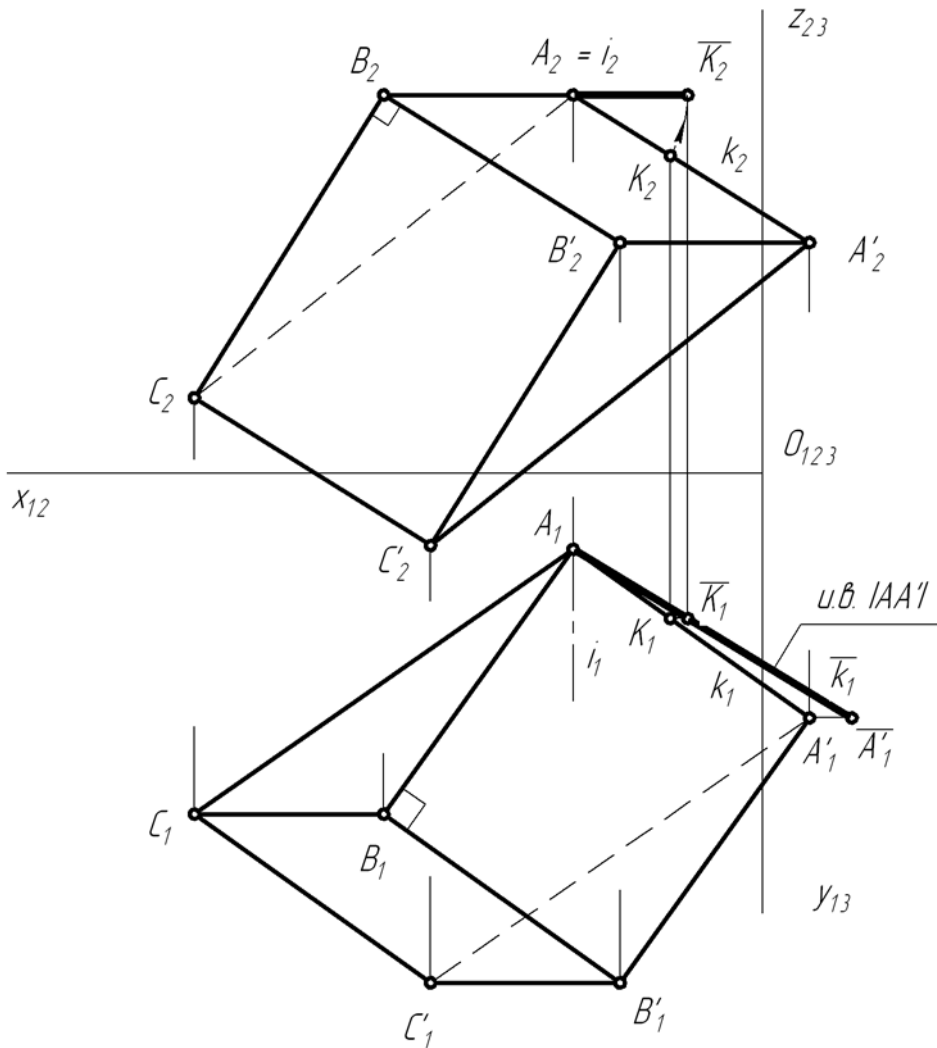


Рис.44

Задача 25

Условие: дан прямой круговой конус $\Phi_{ПКК}$ и точка $A \in \Phi_{ПКК}$.

1. Построить эллиптическое сечение конуса, проходящее через т.А, так, чтобы большая ось эллипса была равна диаметру основания конуса.
2. Найти истинную величину сечения.
3. Построить точки, принадлежащие построенному сечению и равноудаленные от вершины конуса и центра основания.

Основание конуса $\subset \Pi_1$, $R_{осн.} = 30$ мм, высота конуса = 90 мм.

Абсцисса т. А = 25 мм, ордината т. А = 65 мм.

Дано: $\Phi_{ПКК}$, т. А $\in \Phi_{ПКК}$.

Построить:

1. $\Phi_{ПКК} \cap \alpha = m$, где $\alpha \subset A$, m - эллипс, с большой осью = 60 мм.
2. И.в. сечения m .
3. Точки $R_k \in m$, такие, что $\rho(R_k, S) = \rho(R_k, C)$.

Графическое решение: рис.45.

Один из вариантов решения

1. Построим точку $A \in \Phi_{ПКК}$.
2. Построим образующую конуса $l \subset A$.
3. Так как l - о.п., то повернем конус вокруг своей оси i так, чтобы $l \parallel \Pi_2$. Тогда т.А попадет на фронтальную очерковую образующую конуса.
4. Построим эллиптическое сечение конуса плоскостью $\alpha \subset A$, $\alpha \perp \Pi_2$

Все образующие конуса должны быть пересечены плоскостью α . Большая ось эллипса совпадет на Π_2 с проекцией сечения $m_2 = \alpha_2$, причем $|m_2| = 60$ мм.

5. И.в. эллипса найдем методом замены плоскости Π_1 на плоскость Π_4 , выбранной так, что $\Pi_4 \parallel \alpha$.

6. Чтобы найти точки $R_k \subset m$, равноудаленные от точек S и C , (т.е. такие, что расстояния $\rho(R_k, S) = \rho(R_k, C)$), надо построить сечение конуса плоскостью $\delta \parallel \Pi_1$, $\delta \subset K$, где $KS = KC$.

$\alpha \cap \delta = [5, 6]$, Отрезок $[5, 6]$ и содержит искомое множество точек R_k .

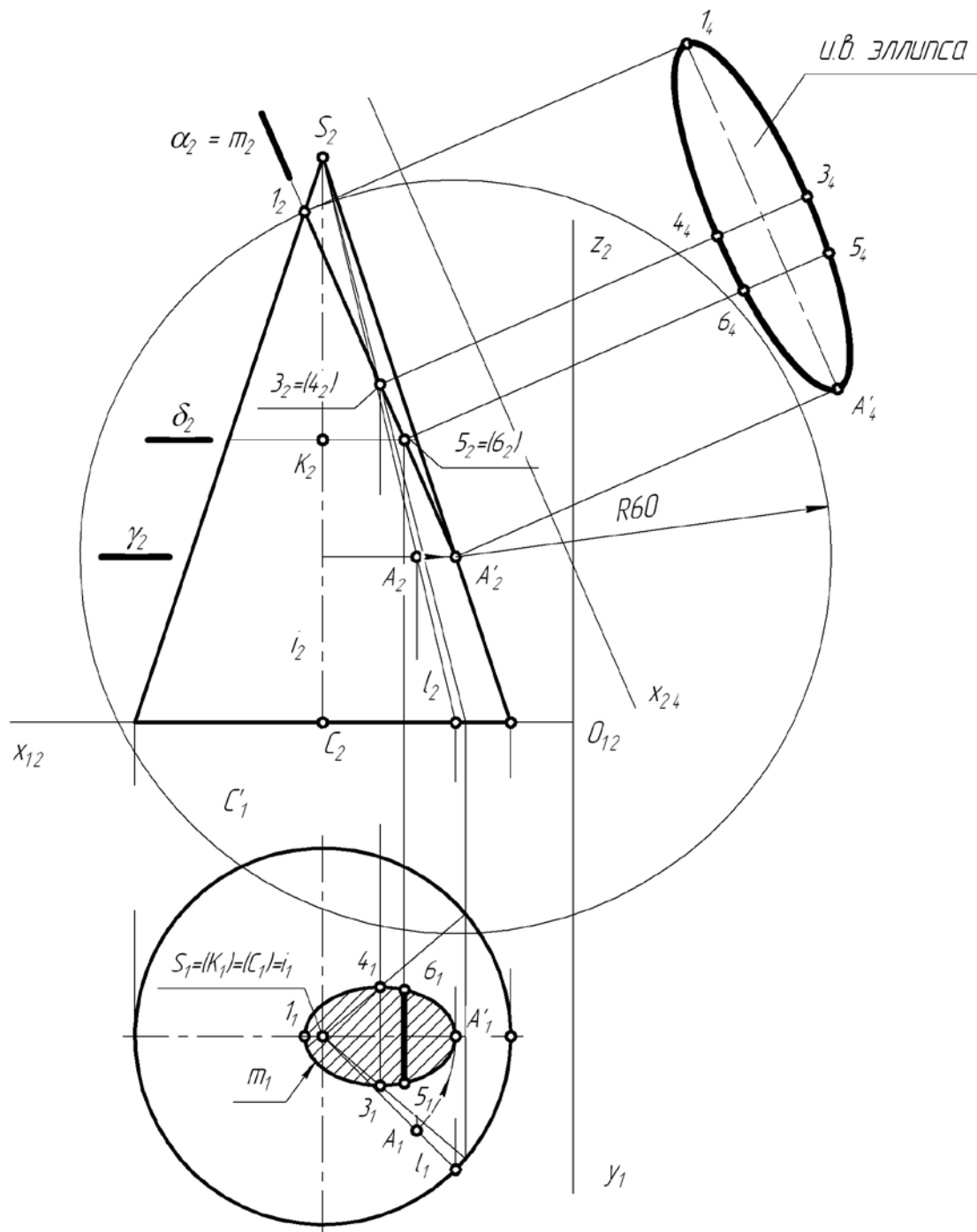


Рис.45

ЛИТЕРАТУРА

1. Полозов, В. С. Базисный курс начертательной геометрии [Текст] : учеб. пособие / В. С. Полозов, С. И. Ротков, В. И. Дергунов ; под общ. ред. С. И. Роткова ; Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – М. : АСВ, 2006. – 180 с.
2. Крылов, Н. Н. Начертательная геометрия [Текст] / Н. Н. Крылов, Г. С. Иконникова, В. Л. Николаев, В. Е. Васильев. – М. : Высш. шк., 2009. – 224 с.
3. Нартова, Л. Г. Курс начертательной геометрии с алгоритмами для ЭВМ [Текст] / Л. Г. Нартова, А. М. Тевлин, В. С. Полозов, В. И. Якунин. – М. : Изд. МАИ, 1994. – 256 с.
4. Павлова, А. А. Начертательная геометрия [Текст] / А. А. Павлова. – М. : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2005. – 301 с.
5. Кузнецов, Н. С. Начертательная геометрия [Текст] / Н. С. Кузнецов. – М. : Высш. шк., 1969. – 496 с.
6. Короев, Ю. И. Сборник задач и заданий по начертательной геометрии [Текст] : учеб. пособие для вузов по спец. «Архитектура»/ Ю. И. Короев, Ю. Н. Орса. – М.: Архитектура – С, 2003. – 168 с.
7. Монж, Г. Начертательная геометрия [Текст] / Г. Монж ; перевод под ред. Д. И. Каргина. – М. : Изд. АН СССР, 1947. – 273 с.
8. Пеклич, В. А. Упражнения и задачи по начертательной геометрии [Текст] / В. А. Пеклич. – М. : АСВ, 2002. – 328 с.
9. Посвянский, А. Д. Сборник задач по начертательной геометрии [Текст] / А. Д. Посвянский, Н. Н. Рыжов. – М. : Высш. шк., 1966. – 280 с.

Мошкова Татьяна Владимировна
Тюрина Валерия Александровна

СБОРНИК ЗАДАЧ
по начертательной геометрии
(часть II)

Учебное пособие

Редактор
С. А. Елизарова

Подписано в печать _____ Формат 60x90 1/8. Бумага газетная. Печать трафаретная.
Уч. изд. л. 6,1 Усл. печ. л. 6,8 Тираж 100 экз. Заказ № 130
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»
603950, Н.Новгород, Ильинская, 65.
Полиграфцентр ННГАСУ, 603950, Н.Новгород, Ильинская, 65