

Г.А. Шеховцов, О. В. Раскаткина

**КОНТРОЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ  
И ФОРМЫ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ  
С ПОМОЩЬЮ НЕМЕТРИЧЕСКИХ ЦИФРОВЫХ КАМЕР**

Монография



Нижний Новгород  
2017

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»

Г. А. Шеховцов, О. В. Раскаткина

Контроль пространственного положения и формы  
строительных конструкций с помощью  
неметрических цифровых камер

*Монография*

Нижегород  
ННГАСУ  
2017

ББК 26.1  
Ш 54  
Р 24  
УДК 528.482:69.058.2

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

*Мазуркин П. М.* – д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой природообустройства  
Поволжского государственного технологического университета  
*Кулагин Е. П.* – д-р техн. наук, профессор кафедры геодезии и землеустройства  
Нижегородской государственной сельскохозяйственной академии

Шеховцов Г.А. Контроль пространственного положения и формы строительных конструкций с помощью неметрических цифровых камер [Текст]: монография / Г.А. Шеховцов; Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т – Н.Новгород: ННГАСУ, 2017. –118 с.: ил. ISBN 978-5-528-00232-3

Даются понятия вертикальных, горизонтальных и произвольно расположенных в пространстве референтных линий и рассмотрены различные варианты их формирования и использования для контроля вертикальности, горизонтальности, прямолинейности строительных конструкций инженерных сооружений. Показана методика использования в качестве вертикальной референтной прямой нити шнурового отвеса и способы масштабирования фотоснимка. Изложены особенности калибровки любительских неметрических цифровых камер по горизонтальному и вертикальному базисам. Детально описаны теоретические основы использования таких камер с целью: определения смещений опорных узлов ферм на оголовках колонн, наблюдения за трещинами несущих конструкций, определения радиуса сооружений круглой формы, контроля планово-высотного положения путей мостового крана, определения крена сооружений башенного типа. Приведены результаты экспериментальных исследований и оценки точности перечисленных фотографических способов контроля пространственного положения и формы строительных конструкций.

Монография рассчитана на инженерно-технических работников, занимающихся наблюдениями за деформациями конструкций зданий, сооружений и оборудования и может быть полезна студентам технических вузов.

Табл. 30, ил. 88, библиограф. назв. 22.

ББК 26.1

ISBN 978-5-528-00232-3

© Шеховцов Г. А.,  
Раскаткина О В., 2017  
© ННГАСУ, 2017

## ВВЕДЕНИЕ

Здания и сооружения, вследствие их конструктивных особенностей и постоянного влияния техногенных и природных факторов, могут претерпевать различного вида деформации, под которыми понимаются изменения в пространственном положении инженерных сооружений.

Контроль пространственного положения строительных конструкций инженерных сооружений (проверка их вертикальности, горизонтальности, прямолинейности и т. п.) предусматривает выполнение различного вида геодезических измерений с последующим сравнением полученных результатов с их истинными значениями, в качестве которых зачастую выступают так называемые референтные прямые линии.

Референтной прямой принято называть линию, которая с достаточной степенью точности совмещена (или ориентирована с известными параметрами переноса) с осями выверяемого объекта. Формирование реальных референтных прямых может осуществляться способом струнного створа, оптического створа, лучевого створа и др. Референтная прямая может быть не только реальной, но и воображаемой. Например, определение крена дымовой трубы предусматривает определение отклонения оси трубы от воображаемой вертикальной линии. Такой же воображаемой может быть горизонтальная линия при нивелировании, например, подкрановых путей мостового крана с целью проверки их горизонтальности.

Практически всем обычным способам геодезического контроля присущи недостатки, связанные с их зависимостью от застроенности территории, насыщенностью цехов технологическим оборудованием, необходимостью многократного использования мостового крана, выходом наблюдателя на крановый путь или его подъёмом к оголовку колонн, что сопряжено со значительными трудностями и небезопасно. Для их устранения на кафедре инженерной геодезии ННГАСУ были разработаны различные дистанционные, в том числе и фотографические способы, основанные на новейших технологиях.

Следует сразу оговориться, что классическая фотограмметрическая обработка снимков потребует квалифицированного исполнителя, специального оборудования и знания современных автоматизированных программ такой обработки. В настоящее время для фотограмметрических измерений снимков можно использовать компьютерный стереокомпаратор KSK-4 или одну из цифровых фотограмметрических систем ЦФС, таких, например, как ERDAS, ENVI, PHOTOMOD.

В настоящее время широкое распространение получили цифровые видеоизмерительные устройства на базе использования ПЗС-матриц в сочетании с компьютерной техникой – так называемые неметрические

цифровые фотокамеры. Такие фотокамеры в сочетании с компьютерной техникой позволяют кардинально изменить геодезические работы по контролю пространственного положения и формы строительных конструкций. Некоторые их типы представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

### Характеристики некоторых типов фотоаппаратов

Размеры снимка, пиксели		Разрешение матрицы, Мегапиксели	Примеры фотоаппаратов
Ширина	Высота		
2816	2112	5.9	Olympus Stylus 600 Digital
3008	2000	6	Nikon D40
3072	2048	6.3	Canon EOS 10D, Canon EOS 300D
3072	2304	7	Olympus FE-210, Canon PowerShot A 620
3264	2448	8	Olympus E-500, Olympus SP-350, Canon PowerShot A 720 IS
3504	2336	8.2	Canon EOS 30D, Canon EOS-1D Mark
3648	2736	10	Canon PowerShot G11, Canon PowerShot S90, Nikon CoolPix P7000
4000	3000	12	Canon PowerShot G9, Nikon CoolPix L110
4288	2848	12.2	Nikon D300, Nikon D5000
4752	3168	15.1	Canon EOS 50D, Sigma SD1
4992	3328	16.6	Canon EOS-1Ds Mark II, Canon EOS-1D Mark IV
5184	3456	17.9	Canon EOS 7D, Canon EOS 60D, Canon EOS 600D
5616	3744	21.0	Canon EOS-1Ds Mark III, Canon EOS-5D Mark II

Наличие таких камер, совместимых с персональным компьютером, и программ редактирования фотографических изображений (Paint, ArchiCAD, Adobe Photoshop CS6 и др.) позволило разработать различные варианты фотографического способа контроля пространственного положения и формы строительных конструкций. Для этого достаточно сфотографировать сооружение и вывести его изображение на экран монитора ПК.

Причём снимок должен обладать необходимой семантометрической насыщенностью, под которой будем понимать значение (смысл) результатов обработки полученной информации и выдачи этих результатов в цифровой, графической или иной форме в метрической или другой системе единиц.

Для этого необходимо решить две задачи. Во-первых, на снимке должна присутствовать референтная линия, от которой будут производиться все необходимые измерения. И, во-вторых, снимок должен быть масштабирован для получения результатов измерений в метрической системе единиц.

Кроме того, необходимо иметь в виду так называемую геометрическую aberrацию, иначе дисторсию. Известно, что дисторсия представляет собой геометрическое искажение прямых линий (рис. 1а). Если прямые стали вогнутыми – дисторсия подушкообразная (рис. 1б), если выпуклыми – дисторсия бочкообразная (рис. 1в).

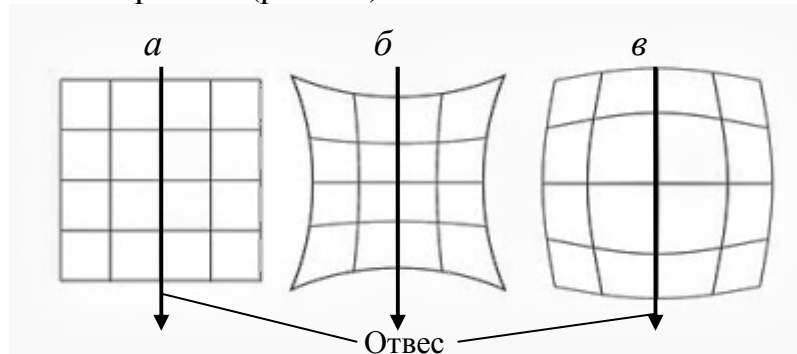


Рис. 1. Подушкообразная (б) и бочкообразная (в) дисторсии

Дисторсия целиком определяется применяемым объективом. Для уменьшения её влияния необходимо в первую очередь пользоваться качественными объективами (типа фикс-объектив SONY 20 mm F/2.8), пользоваться функцией приближения и снимать «с запасом» по краям фотографии, применять проективные методы обработки и др.

## Глава 1. СПОСОБЫ ФОРМИРОВАНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕФЕРЕНТНЫХ ПРЯМЫХ

Фотографический способ геодезического контроля вертикальности любого высокого сооружения основан на использовании вертикальной референтной прямой [1, 2, 3].

Во-первых, в качестве вертикальной референтной прямой на снимке может служить нить свободно подвешенного шнурового отвеса, от которой производят все необходимые измерения. Так, например, если рядом с колонной подвесить отвес (рис. 2а) и сфотографировать колонну вместе с нитью отвеса, то, измерив на снимке расстояния от отвеса до оси колонны вверху и внизу, можно определить её крен. Масштабировать снимок можно по известной ширине колонны.

Во-вторых, при строительстве сооружений в качестве вертикальной референтной прямой может служить трос лебёдки строительного крана (рис. 2б) с грузом на конце. С увеличением масштаба снимка этот трос чётко различим на фотографии. По команде наблюдателя трос может быть установлен в требуемое положение относительно сооружения. Масштабирование снимков может осуществляться, например, по известным размерам элементов этого сооружения.

Третьим способом формирования вертикальной референтной прямой может служить нить шнурового отвеса, расположенного перед объективом фотоаппарата (рис. 3а).

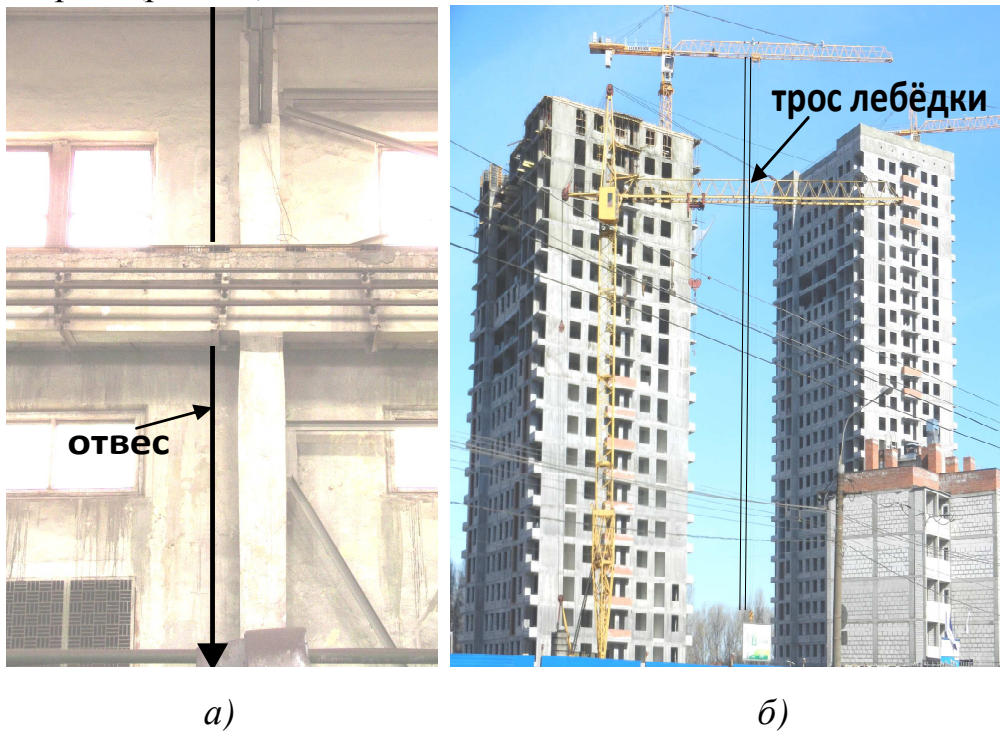


Рис. 2. Шнуровой отвес (а) и трос лебёдки (б) как референтная прямая

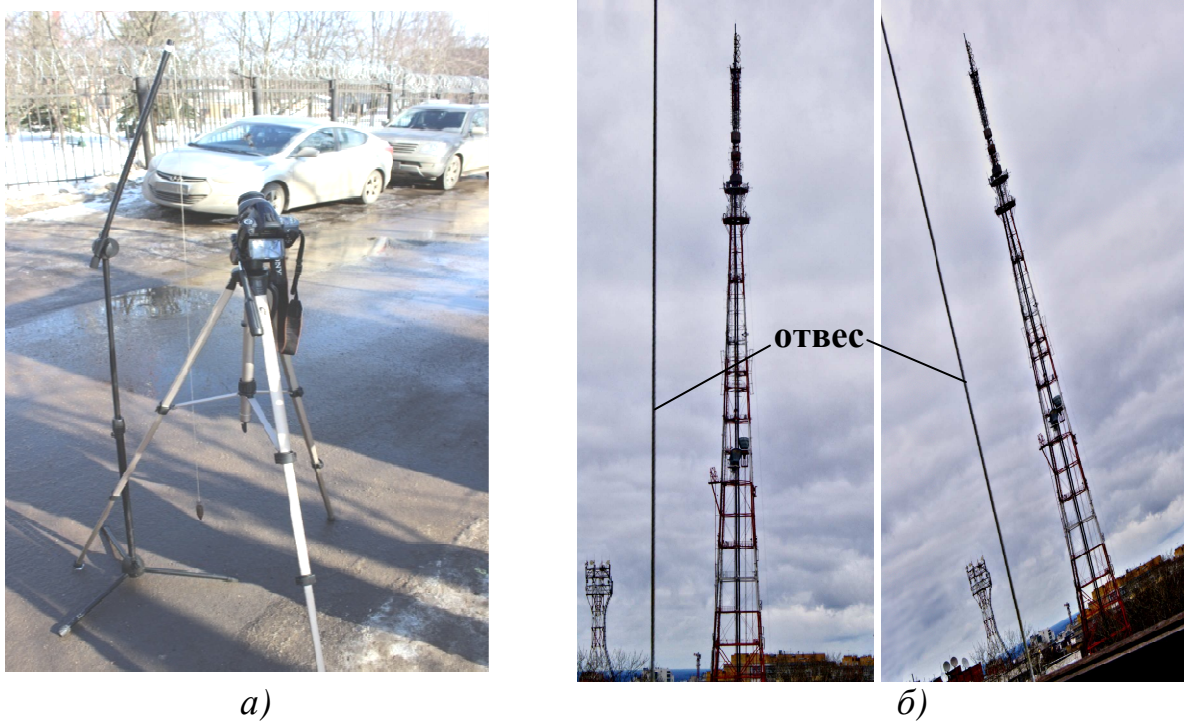


Рис. 3. Фотографии телебашни (б) с отвесом перед объективом (а)

Как показывает практика, нить отвеса рекомендуется располагать по оси контролируемого элемента сооружения или в непосредственной близости от неё и как можно дальше от объектива фотокамеры.

На (рис. 3б) приведены две фотографии телебашни и нити отвеса. Одна фотография выполнена при нормальном расположении сооружения, другая фотография специально выполнена при наклонном расположении изображения. Измеренные расстояния от отвеса до оси башни поверху и понизу в обоих случаях оказались попарно равными между собой. Это является одним из достоинств способа формирования с помощью отвеса вертикальной референтной прямой.

Другой отличительной особенностью способа является его универсальность и возможность получения максимума информации о пространственном положении как самого сооружения, так и любого его элемента.

В общем виде референтную прямую можно получить следующим образом. Покажем это на примере дымовой трубы (рис. 4).

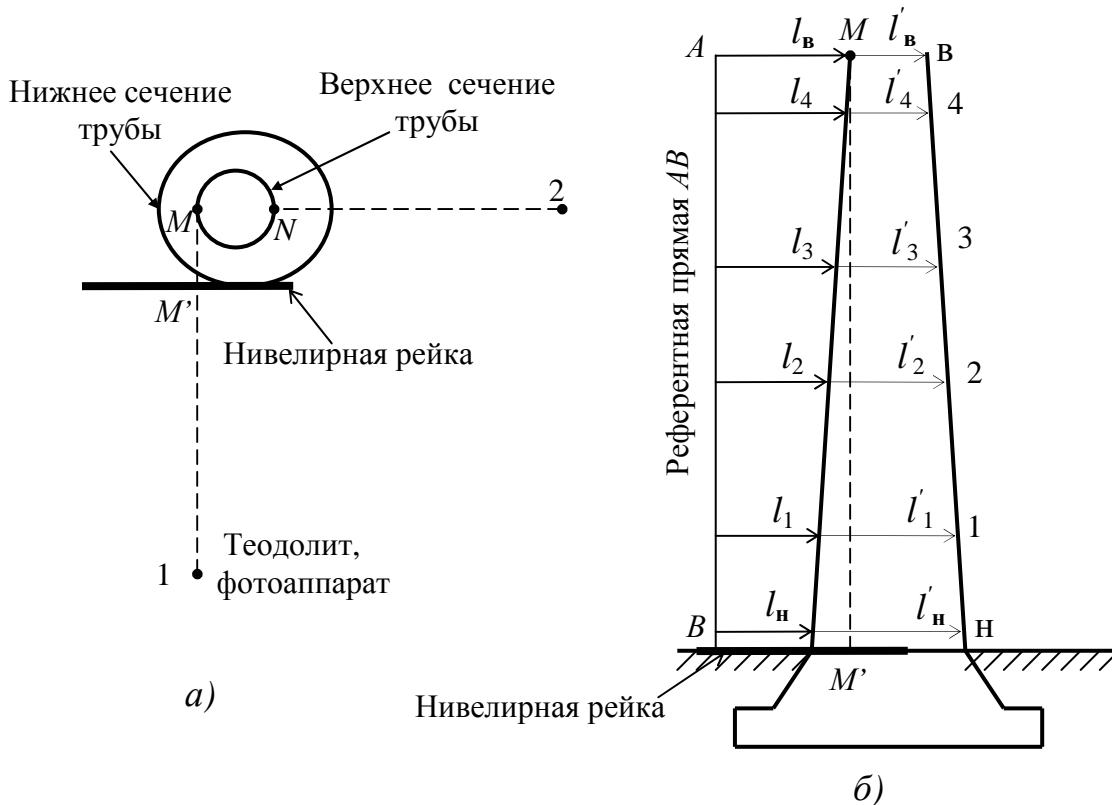


Рис. 4. Пример формирования вертикальной референтной линии

Устанавливают теодолит в точке 1 (рис. 4а) и производят вертикальное проектирование хорошо заметной верхней точки  $M$  на горизонтальную нивелирную рейку, закрепленную внизу трубы (рис. 4б). Фиксируют на рейке отсчёт  $M'$ . Затем сооружение фотографируют так, чтобы на фотографии были четко видны точка  $M$  и рейка.



Эту фотографию выводят на экран монитора и на ней проводят линию, соединяющую точки  $M$  и  $M'$  (рис. 4б). В дальнейшем все измерения можно производить от этой линии или от произвольной линии  $AB$ , ей параллельной.

Измерения заключаются в определении расстояний от референтной прямой  $AB$  до левого и правого края образующей трубы в верхнем  $l_{\text{в}}$ ,  $l'_{\text{в}}$ , нижнем  $l_{\text{н}}$ ,  $l'_{\text{н}}$  и любых других промежуточных сечений трубы 1, 2, 3 ... Нивелирная рейка, помимо прочего, служит для масштабирования снимка. Сами измерения  $l_i$  можно производить с помощью обычной линейки с миллиметровыми делениями, с помощью горизонтальной линейки на экране монитора или, при наличии программы редактирования фотографических изображений, с помощью стрелки-курсора.

Для каждого сечения вычисляют расстояние от референтной прямой до центра трубы  $l_{iu}$  по формуле

$$l_{iu} = l_i + 0,5(l'_i - l_i). \quad (1)$$

Сравнивая полученные расстояния между собой можно судить о крене трубы и об отклонениях её оси от вертикали по направлению, перпендикулярному направлению фотографирования. Для получения полного крена трубы и его направления надо все действия повторить с точки 2 .

Аналогичным образом можно произвести профилирование стен здания, фотографируя его с точек 1 и 2 (рис. 4а) и производя в дальнейшем измерения от референтных линий вверху  $l_{\text{в}}$ , внизу  $l_{\text{н}}$  и в любых других промежуточных точках 1, 2, 3 ... (рис. 4б).

Определение крена сооружения башенного типа треугольной формы описанным выше фотографическим способом в сочетании с вертикальным проектированием можно выполнить следующим способом.

Устанавливают теодолит на некотором расстоянии от башни и производят вертикальное проектирование теодолитом при двух положениях вертикального круга хорошо заметной верхней точки  $M_{\text{в}}$  сооружения на горизонтальную нивелирную рейку, закрепленную внизу сооружения. Фиксируют на рейке отсчёт  $M_{\text{н}}$  (рис. 5). Затем сооружение фотографируют так, чтобы на фотографии были четко видны точка  $M_{\text{в}}$  и рейка, которая в дальнейшем служит для масштабирования снимка. Эту фотографию выводят на экран монитора, где воображаемая линия  $M_{\text{в}}M_{\text{н}}$  будет являться референтной.

Программа редактирования фотографических изображений предусматривает наличие прямоугольной системы координат, пользовательское начало которой (0,0) может быть установлено в любой, например, в левой верхней точке снимка. Осью  $x$  является левый край снимка, а осью  $y$  – его верхний край. Подводя последовательно стрелку-

курсор к точкам  $M_B$  и  $M_H$ , сразу читают на экране монитора значения расстояний  $y_B$  и  $y_H$  в некоторых условных единицах (пикселях). Если эти расстояния одинаковы, то ось  $x$  (условная референтная прямая) параллельна  $M_B M_H$ .

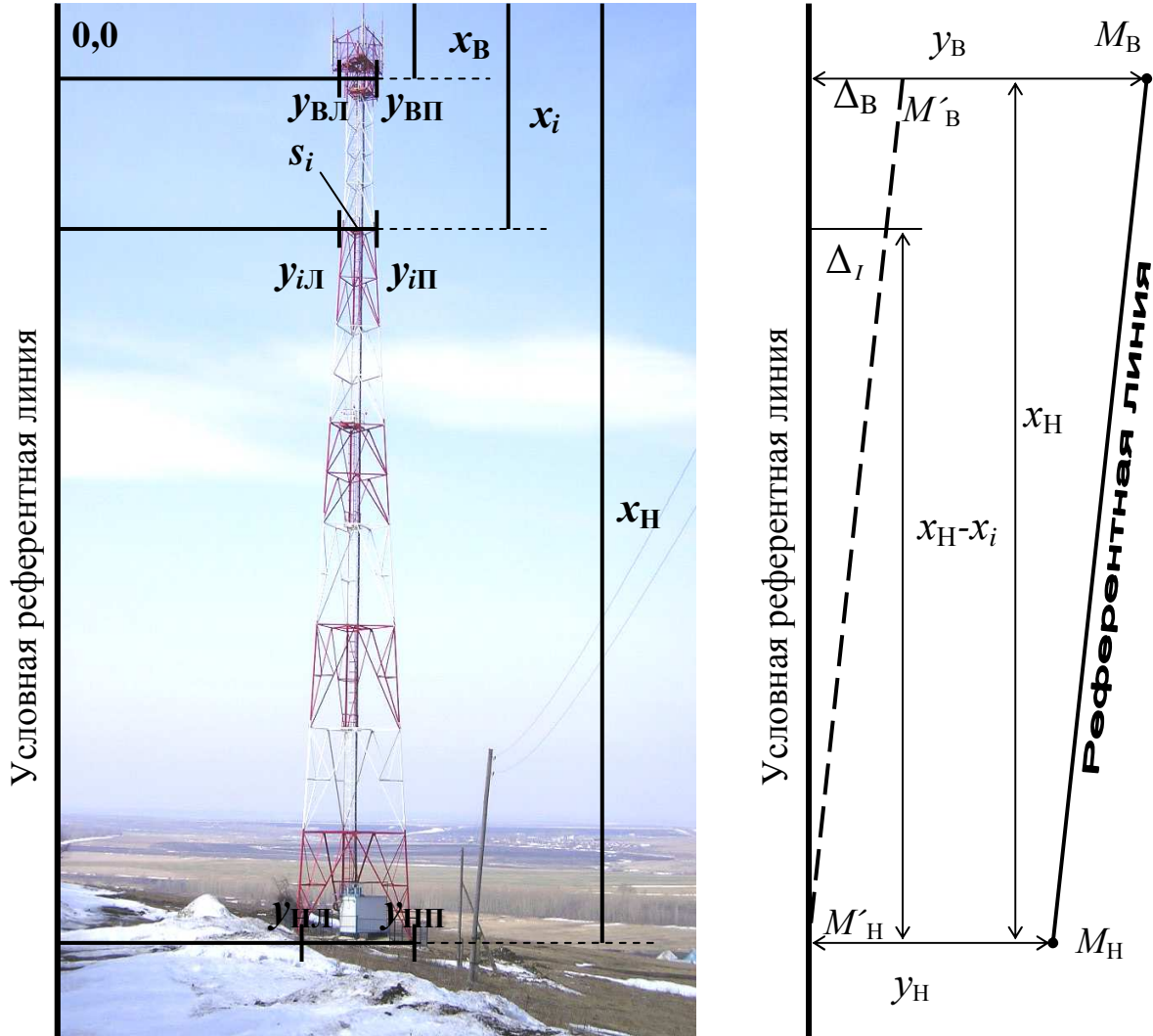


Рис. 5. Схема формирования и использования референтной линии

В дальнейшем все измерения производят от осей  $x$  и  $y$ . Измерения заключаются в определении расстояний от условной референтной линии до левого и правого края башни в верхнем  $U_{ВЛ}$ ,  $U_{ВП}$ , нижнем  $U_{НЛ}$ ,  $U_{НП}$  и любых других  $U_{iЛ}$ ,  $U_{iП}$  промежуточных сечений трубы. Одновременно с этим фиксируют вертикальные расстояния  $x_B, \dots, x_i, \dots, x_H$ . Результаты измерения фотографии башни (рис. 5) по 11 её сечениям, расположенным на разной высоте, представлены в табл. 2.

Для каждого сечения были подсчитаны разности ( $y_{\text{П}} - y_{\text{Л}}$ ) и найдены расстояния  $y_0$  от условной референтной прямой до оси сооружения по формуле

$$y_0 = y_{\text{Л}} + \frac{y_{\text{П}} - y_{\text{Л}}}{2} . \quad (2)$$

Т а б л и ц а 2

### Результаты измерения фотографии башни

Сечения	Отметка, м	$S_i$ , мм	$y_{\text{Л}}$	$y_{\text{П}}$	$x$	$y_{\text{П}} - y_{\text{Л}}$	$y_0$	Цена деления $l$ , мм
1	0	10500	289	424	925	135	356,5	77,78
2	8	9433	296	417	820	121	356,5	77,96
3	16	8367	304	411	718	107	357,5	78,20
4	24	7300	312	404	615	92	358,0	79,35
5	32	6233	320	398	514	78	359,0	79,91
6	40	5167	328	392	414	64	360,0	80,73
7	48	4100	336	386	318	51	360,5	80,39
8	56	3033	343	381	222	38	362,0	79,82
9	60	2500	347	378	178	31	362,5	80,64
10	65	2500	348	379	116	31	363,5	80,64
11	72,5	2500	347	379	68	31	363,5	80,64

Сравнивая полученные значения  $y_0$  между собой судят об отклонениях оси башни от вертикали на разных уровнях. В нашем примере общий крен башни составляет  $363,5(\text{сечение } 11) - 356,5(\text{сечение } 1) = 7$  условных единиц, умножив которые на цену одной условной единицы (цену деления), можно выразить его в миллиметрах.

Цену деления  $l$  можно определить, поделив известную длину отрезка в мм на её длину в условных единицах. В нашем примере отрезками известной длины были проектные длины сторон  $S_i$  треугольников разных сечений, поэтому  $l$  определялась по формуле

$$l = \frac{S}{y_{\text{П}} - y_{\text{Л}}} . \quad (3)$$

Результаты определения  $l$ , представленные в табл. 2, находятся в пределах  $77,78 - 80,64$  мм, то есть отличаются всего на  $2,86$  мм. Среднее значение цены деления составило  $79,64$  мм, поэтому общий крен башни в нашем примере будет равен  $7 \times 79,64 = 557,48$  мм.

Рассмотренный выше пример предусматривал параллельность референтной линии  $M_{\text{В}}M_{\text{Н}}$  левому краю фотографии (оси  $x$ ). Если на фотографии (рис. 5)  $y_{\text{В}}$  не равно  $y_{\text{Н}}$ , отличаясь на  $\Delta_{\text{В}} = y_{\text{В}} - y_{\text{Н}}$ , то в

результаты измерений  $y_{iЛ}$ ,  $y_{iП}$  необходимо вводить поправки  $\Delta_i$  со знаком, противоположным знаку  $\Delta_B$ , вычисляя их по формуле

$$\Delta_i = \Delta_B \frac{x_H - x_i}{x_H} . \quad (4)$$

К новейшим измерительным средствам можно отнести программу Plumb-bob. В процессе фотографирования сооружения на цифровой фотоаппарат, смартфон, планшет, ноутбук и др., снабжённые этой программой, на снимке всегда есть изображение вертикальной линии (рис. 6). Эту линию можно использовать в качестве вертикальной референтной прямой, от которой производить различные измерения.



Рис. 6. Фото с программой Plumb-bob

Перспективным способом створных измерений считаем применение цифровых фотокамер, основанное на использовании горизонтальных референтных линий. Здесь достаточно сфотографировать контрольные точки створа, располагая оптическую ось камеры вдоль него. В этом случае линию створа можно использовать в качестве референтной линии, от которой измерять отклонения контрольных точек, используя программы редактирования фотографических изображений.

Так, например, отцентрировав фотоаппарат в начальной точке 1 (рис. 7) и сфотографировав рельс по направлению на конечную точку  $n$ , можно сразу от этой референтной линии 1- $n$  определять отклонения оси рельса от прямой.

Протяженный створ 1- $n$  разбивается на примерно равные части. Фотографирование производится так, чтобы последняя измеряемая точка на снимке предыдущего частного створа являлась начальной точкой для последующего створа. При этом оптическая ось фотокамеры при съёмке всякий раз ориентируется на последнюю точку  $n$  общего створа.

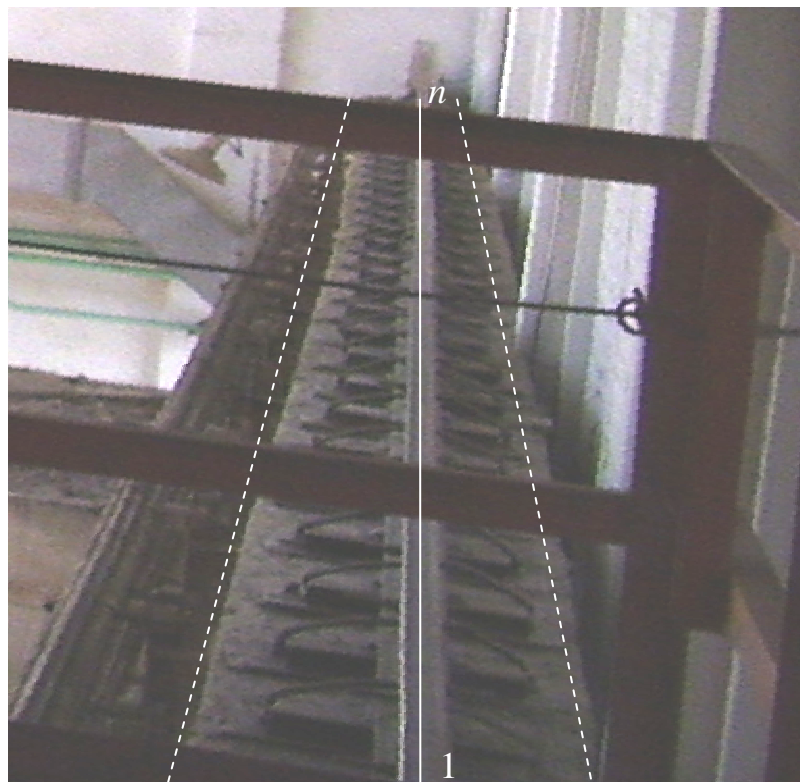


Рис. 7. Схема формирования горизонтальной референтной линии

На рис. 8 показана принципиальная схема фотографического способа определения прогибов ферм перекрытий с применением цифровых калиброванных фотоаппаратов и горизонтальной референтной линии.

В любом случае, измерив на фотографии отрезки  $O_1 \dots O_5$  (рис. 8) от произвольной референтной линии (нижний или верхний край фотографии), можно определить стрелу прогиба фермы в любом её месте, масштабируя снимок по горизонтальным и вертикальным размерам элементов фермы.

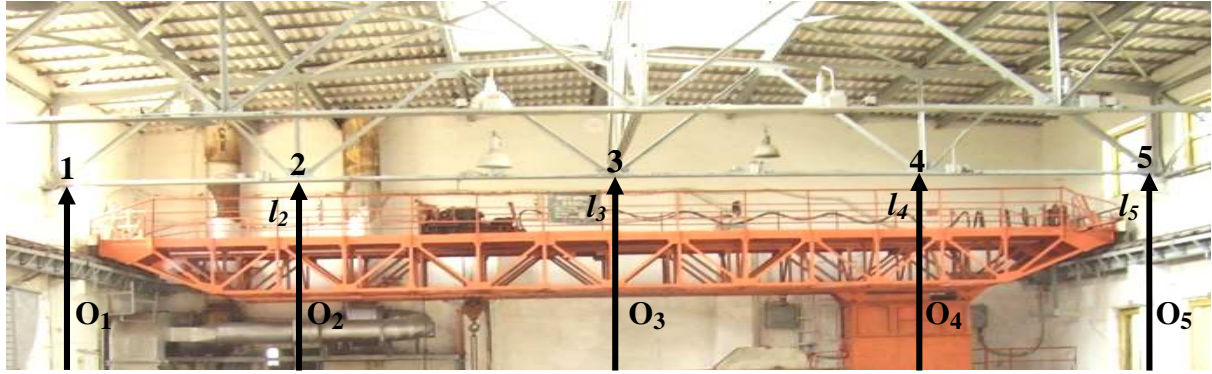


Рис. 8. Схема фотографического способа определения стрелы прогиба

Если нижний или верхний край фотографии не горизонтален, то в отсчёты  $O_i$  необходимо вводить поправки  $\Delta_i$  [3]:

$$\Delta_i = \frac{l_i}{l_n} \Delta_n, \quad (5)$$

где  $\Delta_n = O_1 - O_n$ , а знак поправок соответствует знаку разности  $(O_1 - O_n)$ .

Тогда формула для вычисления стрелы  $h$  прогиба фермы в любой точке замера примет вид:

$$h_i = O_1 - (O_i + \Delta_i). \quad (6)$$

Таким образом, контроль пространственного положения строительных конструкций инженерных сооружений фотографическим способом можно осуществлять с использованием вертикальных, горизонтальных и произвольно расположенных в пространстве референтных линий.

## Глава 2. ФОТОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЙ

В работах [2,3] приведены примеры использования цифровых фотокамер при определении деформаций инженерных сооружений с целью установления их промышленной безопасности. Исследуемый объект фотографируют с приложенной к нему горизонтально нивелирной рейкой. Изображение рейки на фотоснимке служит для его масштабирования с целью получения результатов измерений на нём в метрической системе. При этом, кроме фотографирования необходимо, как правило, определять расстояние от объекта до фотокамеры с помощью рулетки или дальномера. В данной главе рассматривается методика совмещения операций масштабирования снимка и определения расстояния до

исследуемого объекта путём выполнения соответствующей калибровки цифровой фотокамеры.

Под фотографическим способом измерения расстояний будем понимать определение разрешения снимка в зависимости от удаления цифровой фотокамеры от объекта съёмки. Эта задача решается путём измерений по снимку известной длины базиса в пикселях, выполненных в программе Paint, и сравнения её с реальной длиной базиса. Для этого необходимо предварительно выполнить соответствующую калибровку фотокамеры путём последовательного фотографирования базиса через определённый интервал. По полученным снимкам находят количество пикселей  $\Delta_i$  соответствующих длине базиса и его расстоянию  $d_i$  от камеры.

В такой постановке процесс калибровки камеры имеет целью исключение влияния дисторсии объектива, для чего необходимо, чтобы изображение рейки всегда занимало на снимке центральное положение. Поэтому, при базисе постоянной длины, погрешность за счёт дисторсии объектива абсолютно одинакова при всех расстояниях от базиса до камеры. Следовательно, она не влияет на точность проводимых измерений.

## 2.1 Калибровка цифровой камеры по горизонтальному базису с целью измерения расстояний

Предлагаемый порядок калибровки фотокамеры поясняется рис. 9 и заключается в следующем [4].

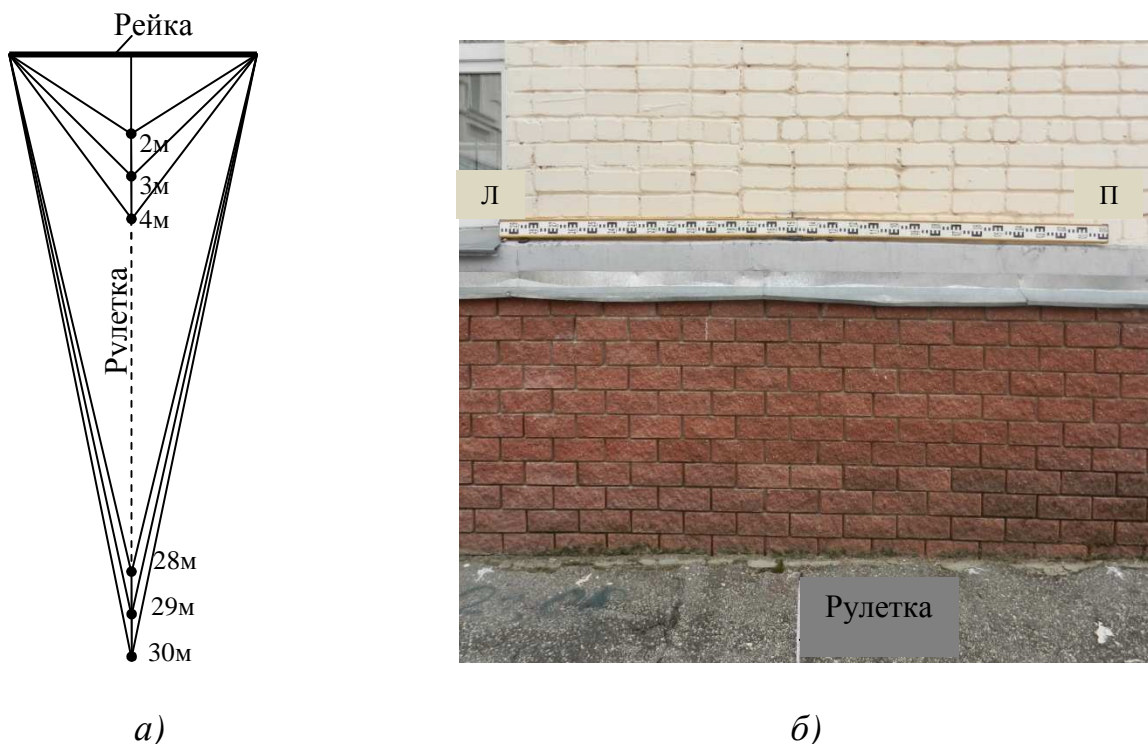


Рис. 9. Схема фотографирования (а) нивелирной рейки (б)

На местности на одной линии, в качестве которой была использована обычная рулетка, были намечены через 1 метр точки, отстоящие от горизонтально расположенной и перпендикулярной этой линии 3-метровой нивелирной рейки ( $b = 3$  м) на расстояниях  $d = 2, 3, 4, \dots, 30$  м. С каждой точки рейка фотографировалась «с руки» по два раза, а центрирование фотокамеры над каждой точкой осуществлялось с помощью шнуrowого отвеса.

Затем каждая фотография выводилась на экран монитора, файл открывался с помощью Paint, курсор подводился к левому и правому концам рейки и отсчитывалось количества пикселей  $L$  и  $P$  соответствующих каждому положению курсора. Находили разности количества пикселей соответствующих длине рейки  $\Delta_{1,2} = P - L$  и выводили средние их значения из двух выполненных на каждой точке экспозиций  $\Delta = (\Delta_1 + \Delta_2)/2$ . Результаты измерений и вычислений приведены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

### Результаты калибровки фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100*

Расстояния $d$ , м	$L$ , пкс	$P$ , пкс	$\Delta_{1,2}$ , пкс	$\Delta$ , пкс	$\delta$ , мм/пкс	$\Delta_0 = A/d$ , пкс	$P = \Delta_0 - \Delta$ , пкс
1	2	3	4	5	6	7	8
3	688	3542	2854	2851	1,1	2959,9	108,9
	745	3593	2848				
4	1128	3278	2150	2150	1,4	2219,9	69,9
	1086	3236	2150				
5	1228	2957	1729	1729	1,7	1775,9	46,9
	1241	2970	1729				
6	1304	2759	1455	1452	2,1	1479,9	27,9
	1344	2793	1449				
7	1462	2712	1250	1247	2,4	1268,5	21,5
	1403	2647	1244				
8	1386	2474	1088	1092	2,7	1110,0	18,0
	1464	2560	1096				
9	1515	2487	972	972	3,1	986,6	14,6
	1511	2485	974				
10	1608	2485	877	877	3,4	888,0	11,0
	1610	2487	877				
11	1607	2404	797	800	3,8	807,2	7,2
	1604	2407	803				
12	1629	2360	731	733	4,1	740,0	7,0
	1629	2364	735				
13	1669	2346	677	678,5	4,4	683,0	4,5
	1642	2322	680				
14	1738	2372	634	631	4,7	634,3	3,3
	1716	2344	628				



15	1721	2310	589	590	5,1	592,0	2,0
	1686	2277	591				
16	1734	2286	552	554	5,4	555,0	1,0
	1705	2261	556				
17	1739	2260	521	522	5,7	522,3	0,3
	1769	2292	523				
18	1754	2245	491	492	6,1	493,3	1,3
	1743	2236	493				
19	1755	2220	465	466,5	6,4	467,3	0,8
	1755	2223	468				
20	1765	2208	443	443	6,8	444,0	1,0
	1765	2208	443				
21	1801	2225	424	423	7,1	422,8	-0,2
	1792	2214	422				
22	1787	2190	403	403,5	7,4	403,6	0,1
	1814	2218	404				
23	1828	2215	387	387	7,6	386,1	-0,9
	1830	2217	387				
24	1833	2204	371	370,5	8,1	370,0	-0,5
	1832	2202	370				
25	1821	2177	356	356,5	8,4	355,2	-1,3
	1824	2181	357				
26	1825	2167	342	342	8,8	341,5	-0,5
	1830	2172	342				
27	1845	2174	329	329,5	9,1	328,9	-0,6
	1852	2182	330				
28	1838	2157	319	318,5	9,4	317,1	-1,4
	1851	2169	318				
29	1864	2173	309	307,5	9,8	306,2	-1,3
	1864	2172	306				
30	1858	2155	297	296,5	10,1	296,0	-0,5
	1878	2174	296				

По данным табл. 3 можно определить размер одного пикселя  $\delta = b/\Delta$ , соответствующий конкретному расстоянию  $d$  от фотокамеры до рейки. Проведённые исследования показали, что размер одного пикселя зависит только от расстояния  $d$  и не зависит от величины базиса  $b$ . Эта зависимость иллюстрируется графиком на рис. 10 и может быть выражена равенством:

$$\delta_i = \delta_H + \frac{(d_i - d_H)(\delta_K - \delta_H)}{(d_K - d_H)}, \quad (7)$$

где  $\delta_i$  – размер одного пикселя на расстоянии  $d_i$ ;  $\delta_H$  – размер пикселя на расстоянии  $d_H = 3$  м;  $\delta_K$  – размер пикселя на расстоянии  $d_K = 30$  м.

Так, например, при расстояниях 10 и 20 м размер пикселя  $\delta$  равен соответственно 3,4 и 6,8 мм/пкс, то есть тем же значениям, что и в табл. 3.

Поэтому на практике можно ограничиться тщательным определением размеров  $\delta_n$  и  $\delta_k$ , а любой другой размер пикселя  $\delta_i$  может быть найден по формуле (7). В дальнейшем теоретический размер пикселя  $\delta_i$  может использоваться, во-первых, для перевода пикселей в метрическую систему единиц и, во-вторых, для контроля правильности определения  $d_i$ .

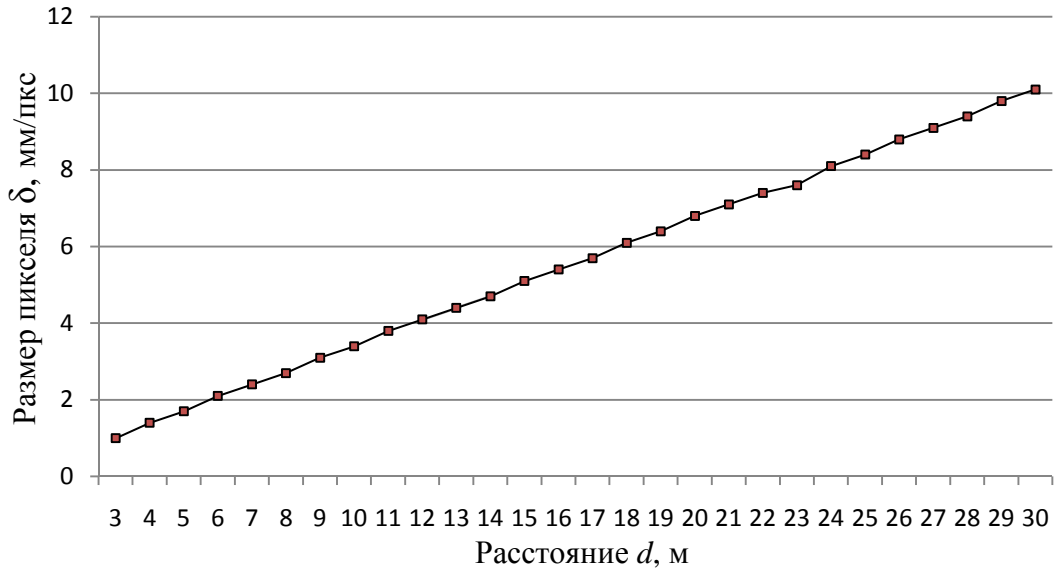


Рис. 10. График зависимости размера пикселя  $\delta$  от расстояния до рейки  $d$

В свою очередь размером пикселя  $\delta$  можно характеризовать точность определения  $\Delta$ , поскольку в процессе измерения снимков установлено, что отсчёты Л и П (графы 2, 3) можно брать с точностью до 1 пикселя.

На основании данных табл. 3 построен для фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100* график зависимости расстояний  $d$  от количества пикселей  $\Delta$ , приходящихся на базис длиной 3 м. По такому графику, вычерченному в крупном масштабе, можно определять графически расстояние  $d'$  в зависимости от количества пикселей  $\Delta'$  для применяемого базиса определённой длины (рис. 11).

Следует отметить, что в данной постановке процесс калибровки камеры имеет целью исключение влияния дисторсии объектива, поскольку, во-первых, изображение рейки должно всегда занимать на снимке центральное положение, а размер пикселя, определённый по изображению рейки, не применяется для других частей снимка. Действительно, если точки  $i$  и  $i+1$  (рис. 11) дают правильные расстояния  $d_i$   $d_{(i+1)}$  независимо от наличия или отсутствия дисторсии объектива, то и промежуточная точка  $i'$  также зафиксирует правильное расстояние  $d'$ . Поэтому для предлагаемой методики калибровки не требуется использование специальных цифровых фотограмметрических систем типа *ERDAS*, *ENVI*, *PHOTOMOD Lite*.

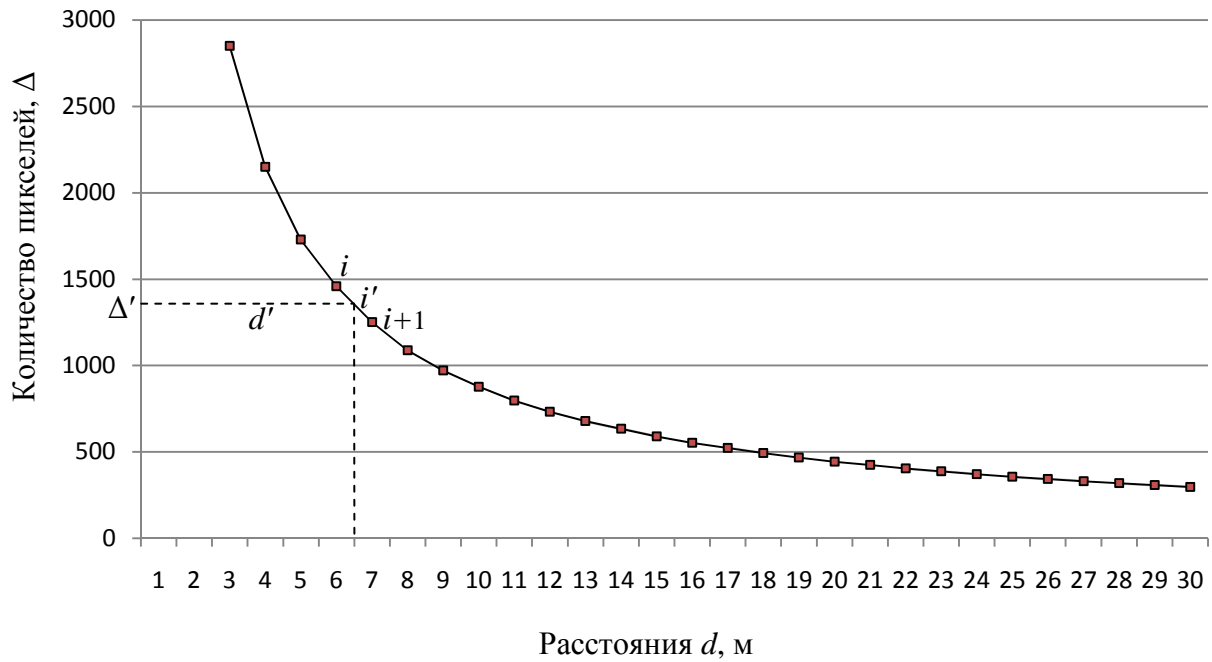


Рис. 11. Графики зависимости расстояния  $d$  от количества пикселей  $\Delta$  для базиса длиной 3 м

Аналитический путь определения расстояния  $d'$  заключается в том, что по измеренному значению  $\Delta'$ , соответствующему этому расстоянию, определяют одномерный интервал  $[d_i - d_{(i+1)}]$ , внутри которого располагается  $\Delta'$  (см. табл. 3).

Искомое расстояние находят путём интерполяции между крайними значениями  $\Delta_i$  и  $\Delta_{(i+1)}$  этого интервала (рис.12).

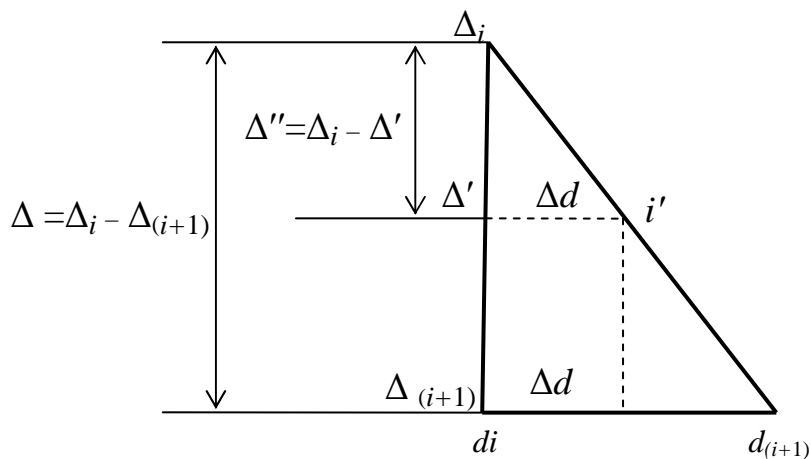


Рис. 12. Вычисление расстояния методом интерполяции

Согласно рис. 12 расстояние  $d'$  можно найти в общем виде по формуле

$$d' = d_i + \Delta d = d_i + \frac{[d(i+1) - di](\Delta i - \Delta')}{[(\Delta i - \Delta(i+1))]}, \quad (8)$$

но поскольку в нашем случае  $[d(i+1) - di] = 1$  м, то формула (8) примет вид:

$$d' = d_i + \frac{1 \times (\Delta i - \Delta')}{[(\Delta i - \Delta(i+1))]} = d_i + \frac{1 \times \Delta''}{\Delta}. \quad (9)$$

С целью проверки предлагаемой методики были выполнены контрольные измерения путём фотографирования «с руки» 3-метровой рейки с различных произвольных расстояний (графа 1, табл. 4). В результате измерений снимков были найдены  $\Pi'$  и  $\Delta'$  (графы 2, 3) и вычислены  $\Delta'_{1,2}$  и  $\Delta'$  (графы 4, 5).

Т а б л и ц а 4

### Результаты обработки контрольных измерений

<i>d</i> <sub>изм</sub> , м	Данные для 3-метровой рейки						<i>d</i> <sub>выч</sub> , м	<i>d</i> <sub>выч-изм</sub> , мм
	$\Pi'$	$\Delta'$	$\Delta'_{1,2}$	$\Delta'$	Интервал	$\Delta d$ , м		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,1	1063	3132	2069	2089	4-5	0,145	<u>4,145</u>	<u>+45(1,1%)</u>
	905	3014	2109				4,113	<u>+13(0,3%)</u>
7,6	1435	2585	1150	1150	7-8	0,574	<u>7,626</u>	<u>-26(0,3%)</u>
	1408	2558	1150				7,584	<u>-16(0,2%)</u>
13,3	1666	2329	663	663	13-14	0,326	<u>13,326</u>	<u>+26(0,2%)</u>
	1688	2351	663				13,309	<u>+9(0,1%)</u>
15,8	1713	2274	561	560	15-16	0,833	<u>15,833</u>	<u>+33(0,2%)</u>
	1726	2284	558				15,823	<u>+23(0,1%)</u>
19,2	1769	2231	462	462	19-20	0,191	<u>19,191</u>	<u>-9(0,1%)</u>
	1711	2173	462				19,195	<u>-5(0,03%)</u>
21,9	1774	2180	406	406	21-22	0,872	<u>21,872</u>	<u>-28(0,05%)</u>
	1789	2195	406				21,929	<u>+29(0,1%)</u>
26,6	1805	2141	336	335	26-27	0,560	<u>26,560</u>	<u>-40(0,15%)</u>
	1841	2175	334				26,590	<u>-10(0,04%)</u>

Затем по значениям  $\Delta'$  были определены однометровые интервалы (графа 6), внутри которых, согласно табл. 3, располагались  $\Delta'$ . Искомые расстояния  $d_{\text{выч}}$  (числитель графы 8) были найдены путём интерполяции между крайними значениями  $\Delta_i$  и  $\Delta_{i+1}$  этих интервалов (рис. 12), которым соответствуют свои значения  $(\Delta_i - \Delta_{i+1})$ .

Результаты вычислений по формуле (9) представлены в табл. 4. Расхождения между измеренными и вычисленными расстояниями оказались в пределах от  $-40$  до  $+45$  мм, а относительные ошибки в пределах от 0,0 до 1,1% (числитель графы 9 табл. 4). Следует сказать, что эти погрешности

обусловлены не влиянием дисперсии объектива, а ошибками центрирования фотокамеры и фотографирования «с руки», влияние которых особенно сказывается на коротких расстояниях.

Другой путь определения расстояния до объекта съёмки по его фотографии предусматривает выбор аналитической зависимости расстояния  $d$  от количества пикселей  $\Delta$ . Для этого были использованы данные, представленные в табл. 3. Выбор такой аналитической зависимости был осуществлён с использованием метода наименьших квадратов, причём в качестве базовой функции была выбрана функция вида:

$$d = \frac{A}{\Delta}. \quad (10)$$

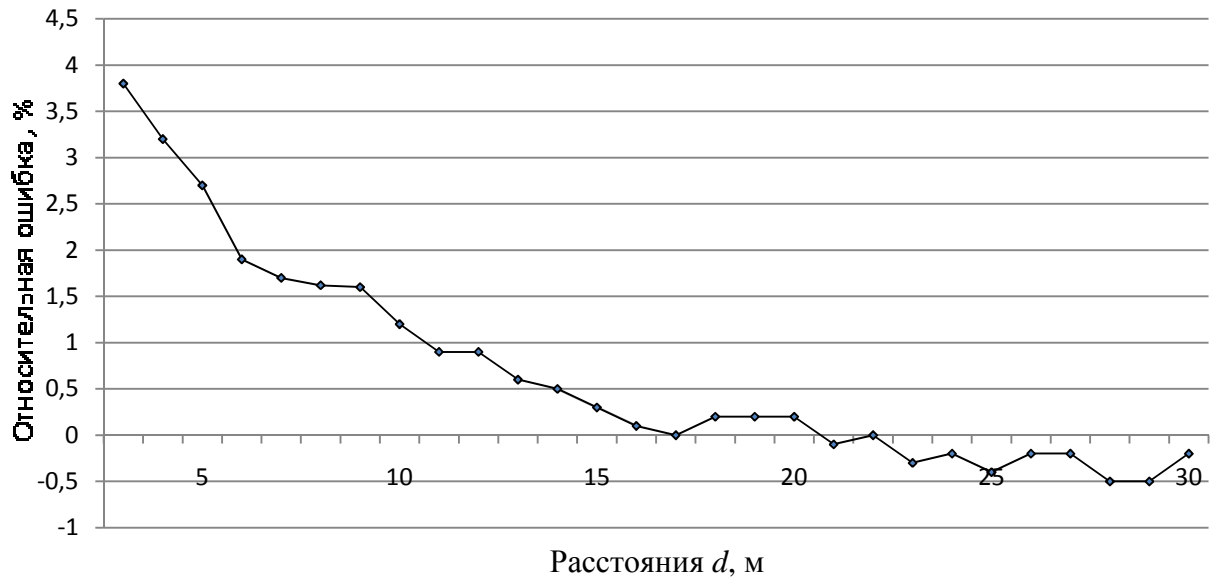
Принимая во внимание 28 контрольных точек в диапазоне величин от 3 м до 30 м, представленных в табл. 3, можно для нахождения коэффициента  $A$  на основе метода наименьших квадратов получить следующее соотношение:

$$A = \frac{\sum_{i=3}^n d_i / \Delta_i}{\sum_{i=3}^n 1 / \Delta_i^2}, \quad n = 28. \quad (11)$$

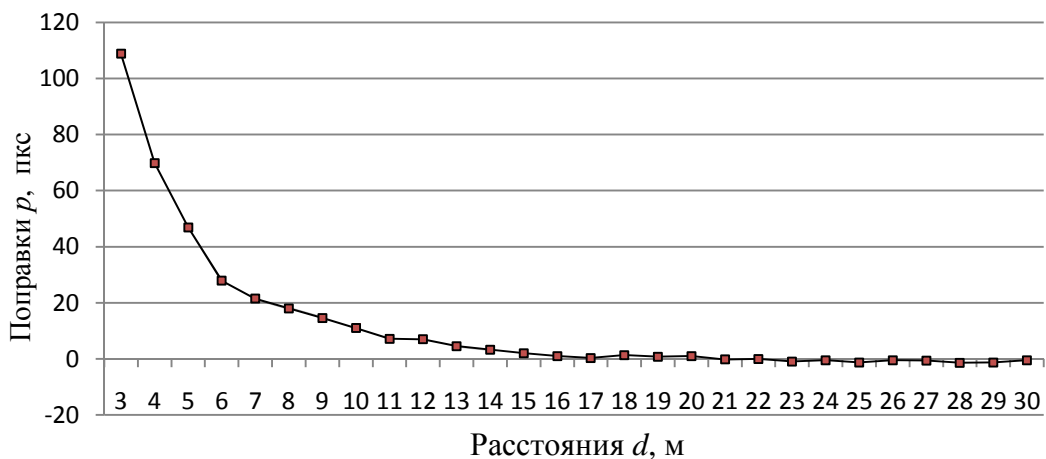
Подставляя последовательно в соотношение (11) данные из табл. 3, получим для коэффициента  $A$  величину 8879,6 м×пкс. Для контроля правильности выбора аналитического выражения (11) была выполнена проверка точности определения расстояний  $d$  от величин  $\Delta$  в диапазоне расстояний от 3 м до 30 м. Для этого с помощью формулы (10) были вычислены значения величин  $d_i$  в точках  $\Delta_i$ , заданных в табл. 3 и сравнены с соответствующими табличными значениями. По их разности были найдены относительные ошибки вычисленных значений  $d_i$  по отношению к табличным  $d$  и построен график (рис. 13).

Как следует из рис. 13, относительные ошибки величин  $d_i$  для обоих базисов в диапазоне от 3 до 10 м не превышают 3,8%. Максимальных значений они достигают при малых расстояниях от 3 до 10 метров. На расстояниях свыше 10 м ошибки остаются практически одинаковыми в пределах 0,5 – 1%, что, вообще говоря, при описанной методике калибровки соответствует точности нитяного дальномера геодезического прибора.

Для повышения точности определения расстояний предлагается методика введения в результаты измерений  $\Delta$  соответствующих поправок. Для этого по формуле (10) находим  $\Delta_0 = A/d$  количество пикселей, соответствующих расстояниям 3,4,5,...,29,30 м (графа 7 табл. 3).

Рис. 13. График зависимости ошибки вычисления величин  $d$ 

Разности  $p = \Delta_0 - \Delta$  (графа 8) являются поправками в измеренные значения пикселей  $\Delta$  (графа 5), характер изменения которых в зависимости от расстояния иллюстрируется на рис. 14. График наглядно показывает, как с увеличением расстояния величина поправки уменьшается и, начиная с некоторого момента (в нашем случае примерно с 15 м), остаётся постоянной и практически равной нулю.

Рис. 14. График зависимости поправок  $p$  от расстояния  $d$ 

Аналогичный график (рис. 15) показывает зависимость величины поправки  $p$  от количества измеренных пикселей  $\Delta$ . По такому графику, вычерченному в крупном масштабе, можно определять графически  $p'$  в зависимости от количества пикселей  $\Delta'$  для применяемого базиса определённой длины (рис. 15).

Аналитический путь определения поправки  $p'$  заключается в том, что по измеренному значению  $\Delta'$  определяют однометровый интервал с количеством пикселей  $\Delta_i$  и  $\Delta_{i+1}$ , внутри которого располагается  $\Delta'$  (см.

табл. 3). Искомую поправку находят путём интерполяции между крайними значениями  $\Delta_i$  и  $\Delta_{i+1}$  этого интервала (рис. 15). В этом случае формула (9) примет вид:

$$p' = p_i - \frac{1 \times (\Delta_i - \Delta')}{[\Delta_i - \Delta_{(i+1)}]} = p_i - \frac{1 \times \Delta''}{\Delta} . \quad (12)$$

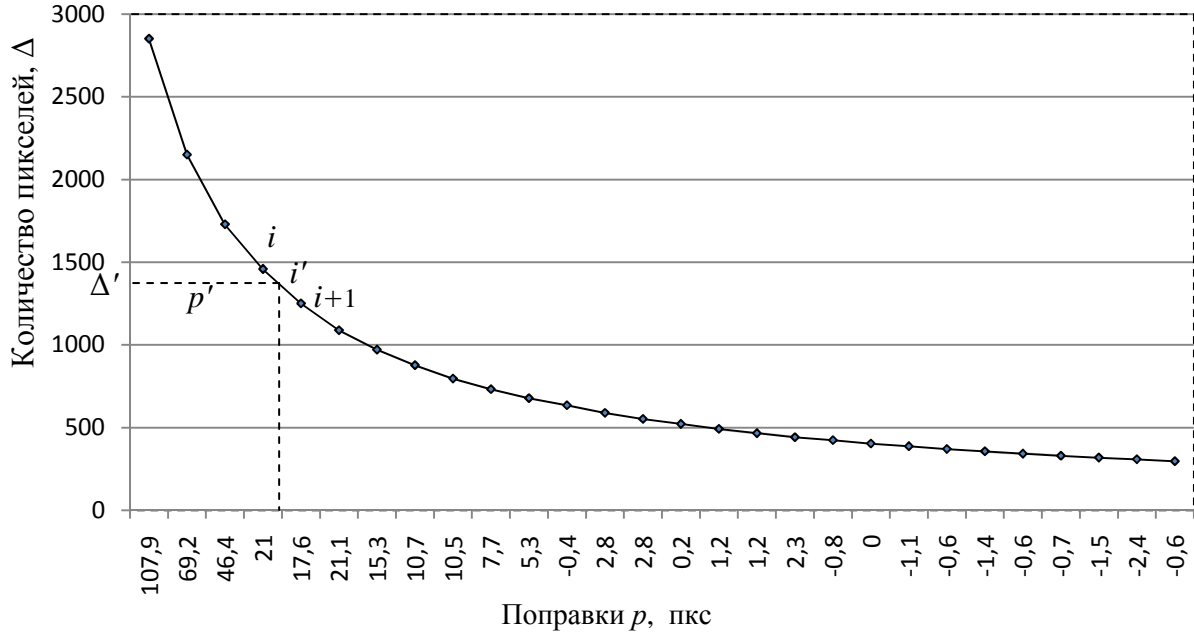


Рис. 15. График зависимости поправок  $p$  от количества пикселей  $\Delta$

Теперь, с учётом найденной поправки, искомое расстояние может быть вычислено по формуле

$$d' = \frac{A}{\Delta + p'} . \quad (13)$$

Для проверки предлагаемой методики были использованы результаты контрольных измерений (см. табл. 4). По значениям  $\Delta'$  были определены по формуле (12) поправки  $p_i$ , а искомые расстояния  $d_{\text{выч}}$  (знаменатель графы 9) были вычислены по формуле (13). Расхождения между измеренными и вычисленными расстояниями оказались в пределах от  $-16$  до  $+29$  мм, а относительные ошибки в пределах от  $0,04$  до  $0,3\%$ , что подтверждает эффективность использования предлагаемой методики введения поправок в результаты измерений.

С целью определения влияния величины базиса на точность аналитического способа вычисления расстояний, было выполнено соответствующее знаковое моделирование. Его сущность поясняется рис. 9 и заключается в следующем [5].

На местности на одной линии, в качестве которой использовалась обычная рулетка, были намечены через  $0,5$  метра точки, отстоящие от горизонтально расположенной и перпендикулярной этой линии  $3$ -х метро-

вой нивелирной рейки на расстояниях  $d = 3; 3,5; 4, \dots, 29; 29,5; 30$  м. С каждой точки рейка фотографировалась со штатива, высота которого соответствовала высоте расположения рейки над землёй. Центрирование фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100* над каждой точкой осуществлялось с помощью шнурового отвеса. Всего этой камерой было сделано около 60 фотографий.

Затем каждую фотографию выводили на экран монитора, открывали файл с помощью Paint, курсор подводили к левым  $L_{0,5;1;1,5;2;3}$  и правым  $P_{0,5;1;1,5;2;3}$  делениям рейки и отсчитывали количество пикселей, соответствующих каждому положению курсора. Таким образом выполнялась калибровка камеры при разных базисах  $b$ , равных 0,5; 1; 1,5; 2 и 3 м. Находили разности  $\Delta_{0,5;1;1,5;2;3} = P-L$  количества пикселей, соответствующих длине каждого базиса. Результаты измерений и вычислений приведены в табл. 5.

Т а б л и ц а 5

### Результаты калибровки фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100*

$d, \text{м}$	Правые и левые отсчёты по рейке, пкс										Разности П-Л, пкс				
	$P_3$	$P_2$	$P_{1,5}$	$P_1$	$P_{0,5}$	$L_3$	$L_2$	$L_{1,5}$	$L_1$	$L_{0,5}$	$\Delta_3$	$\Delta_2$	$\Delta_{1,5}$	$\Delta_1$	$\Delta_{0,5}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	11	12	13	14	15	16
1,0	-	-	3836	3227	2609	-	-	177	785	1388	-	-	3659	2442	1221
1,5	-	3741	3298	2864	2427	-	265	693	1124	1555	-	3476	2605	1740	872
2,0	-	3331	2991	2658	2321	-	643	976	1312	1648	-	2688	2015	1346	673
2,5	3646	3099	2819	2546	2268	346	895	1166	1442	1715	3300	2204	1653	1104	553
3,0	3416	2945	2707	2473	2236	609	1071	1301	1535	1766	2807	1874	1406	938	470
3,5	3209	2804	2599	2397	2193	781	1184	1382	1586	1786	2428	1620	1217	811	407
4,0	3101	2740	2560	2382	2201	960	1311	1487	1666	1842	2141	1429	1073	716	359
4,5	2979	2663	2500	2343	2184	1075	1389	1545	1705	1862	1904	1274	955	638	322
5,0	2873	2584	2438	2295	2149	1142	1429	1571	1717	1859	1731	1155	867	578	290
5,5	2780	2520	2388	2258	2125	1209	1471	1600	1732	1861	1571	1049	788	526	264
6,0	2718	2477	2355	2235	2112	1265	1506	1625	1748	1868	1453	971	730	487	244
6,5	2661	2439	2326	2216	2103	1323	1538	1655	1769	1878	1338	901	671	447	225
7,0	2606	2404	2299	2196	2091	1356	1573	1673	1782	1881	1250	831	626	414	210
7,5	2561	2369	2272	2176	2078	1398	1581	1688	1786	1882	1163	788	584	390	196
8,0	2540	2360	2267	2177	2085	1449	1630	1720	1813	1902	1091	730	547	364	183
8,5	2538	2366	2279	2194	2107	1509	1679	1762	1850	1933	1029	687	517	344	174
9,0	2479	2315	2233	2152	2070	1499	1662	1742	1825	1905	980	653	491	327	165
9,5	2479	2327	2246	2172	2093	1554	1708	1784	1863	1938	925	619	462	309	155
10,0	2444	2296	2222	2149	2075	1562	1709	1780	1855	1927	882	587	442	294	148
10,5	2439	2298	2227	2158	2087	1600	1739	1807	1878	1946	839	559	420	280	141
11,0	2404	2271	2203	2138	2070	1605	1737	1802	1870	1935	799	534	401	268	135
11,5	2382	2254	2190	2125	2060	1612	1740	1803	1869	1931	770	514	387	256	129
12,0	2361	2238	2177	2116	2054	1626	1748	1808	1869	1931	735	490	369	247	123
12,5	2344	2226	2167	2108	2049	1640	1754	1813	1873	1930	704	472	354	235	119
13,0	2341	2227	2170	2114	2057	1661	1775	1831	1887	1943	680	452	339	227	114
13,5	2334	2227	2172	2117	2063	1681	1789	1843	1900	1953	653	438	329	217	110
14,0	2304	2200	2148	2095	2042	1675	1780	1832	1886	1937	629	420	316	209	105
14,5	2280	2180	2129	2078	2028	1672	1773	1824	1875	1926	608	407	305	203	102
15,0	2297	2198	2150	2099	2051	1708	1805	1854	1904	1952	589	393	296	195	99
15,5	2279	2183	2136	2088	2041	1707	1803	1850	1898	1945	572	380	286	190	96
16,0	2293	2201	2155	2109	2063	1741	1833	1878	1924	1970	552	368	277	185	93
16,5	2265	2176	2131	2086	2041	1729	1817	1862	1907	1951	536	359	269	179	90
17,0	2272	2184	2140	2096	2053	1750	1837	1879	1923	1967	522	347	261	173	86
17,5	2269	2184	2142	2100	2058	1762	1846	1888	1931	1973	507	338	254	169	85
18,0	2253	2169	2129	2087	2047	1759	1841	1882	1923	1963	494	328	247	164	84
18,5	2254	2174	2134	2093	2054	1772	1853	1894	1934	1973	482	321	240	159	81



19,0	2236	2158	2119	2078	2040	1768	1846	1884	1924	1963	468	312	235	154	77
19,5	2249	2172	2134	2096	2058	1792	1868	1907	1944	1982	457	304	227	152	76
20,0	2233	2158	2121	2084	2047	1788	1862	1899	1936	1973	445	296	222	148	74
20,5	2224	2151	2115	2078	2043	1790	1862	1898	1934	1970	434	289	217	144	73
21,0	2229	2156	2122	2087	2051	1804	1875	1909	1944	1980	425	281	213	143	71
21,5	2217	2147	2113	2079	2044	1802	1872	1906	1940	1974	415	275	207	139	70
22,0	2201	2133	2098	2066	2031	1796	1863	1896	1930	1963	405	270	202	136	68
22,5	2216	2150	2117	2085	2050	1821	1886	1918	1952	1984	395	264	199	133	66
23,0	2208	2144	2111	2080	2047	1821	1886	1918	1950	1981	387	258	193	130	66
23,5	2208	2145	2113	2082	2049	1831	1894	1924	1956	1987	377	251	189	126	62
24,0	2175	2112	2081	2051	2020	1805	1866	1897	1926	1959	370	246	184	125	61
24,5	2194	2134	2103	2074	2043	1833	1892	1922	1953	1982	361	242	181	121	61
25,0	2179	2121	2090	2061	2031	1825	1884	1913	1942	1971	354	237	177	119	60
25,5	2184	2124	2097	2067	2037	1836	1893	1921	1951	1979	348	231	176	116	58
26,0	2194	2137	2108	2079	2051	1853	1909	1937	1965	1993	341	228	171	114	58
26,5	2127	2072	2044	2016	1988	1793	1848	1877	1904	1932	334	224	167	112	56
27,0	2180	2125	2097	2070	2041	1851	1906	1933	1961	1987	329	219	164	109	54
27,5	2181	2128	2100	2072	2045	1858	1912	1938	1965	1991	323	216	162	107	54
28,0	2222	2169	2141	2115	2089	1905	1957	1984	2010	2036	317	212	157	105	53
28,5	2158	2106	2079	2054	2028	1846	1899	1924	1949	1976	312	207	155	105	52
29,0	2204	2152	2126	2101	2075	1896	1948	1973	1999	2023	308	204	153	102	52
29,5	2208	2158	2131	2107	2082	1906	1957	1982	2006	2031	302	201	149	101	51
30,0	2211	2161	2136	2111	2086	1913	1964	1988	2013	2037	298	197	148	98	49

На основании полученных данных построены для фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100* графики зависимости расстояний  $d$  от количества пикселей  $\Delta$ , приходящихся на базисы различной длины  $b$  (рис. 16).

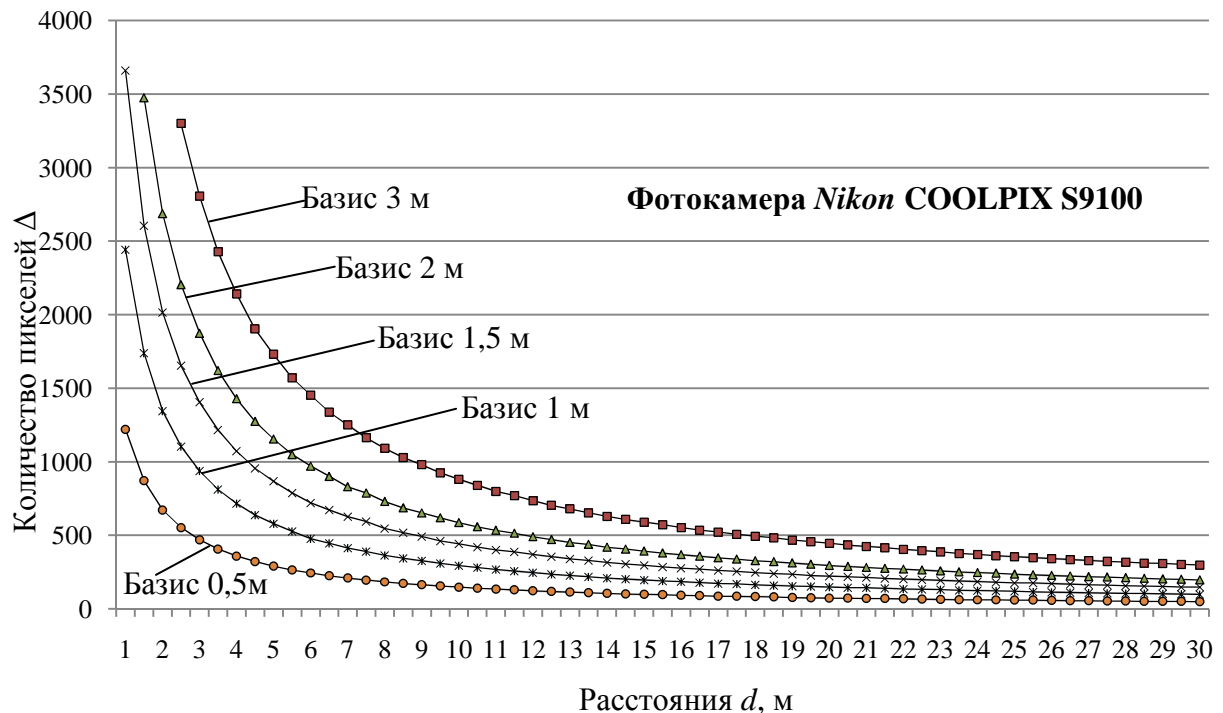


Рис. 16. Графики зависимости расстояния  $d$  от количества пикселей для базисов длиной 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 и 3,0 м

По таким графикам, вычерченным в крупном масштабе, можно определять графически расстояние в зависимости от количества пикселей для

применяемого базиса определённой длины. По этим данным можно, при необходимости, также определить размер одного пикселя  $\delta = b/\Delta$ , соответствующий конкретному расстоянию  $d$  от фотокамеры до рейки.

Аналитический путь определения некоторого расстояния  $d'$  заключается в том, что по измеренному значению  $\Delta'$ , соответствующему этому расстоянию, определяют 0,5-метровый интервал (табл. 5), внутри которого располагается  $\Delta'$ . Искомое расстояние находят путём интерполяции между крайними значениями  $\Delta_i$  и  $\Delta_{i+1}$  этого интервала.

Другой, рассмотренный выше, аналитический путь определения расстояния до объекта съёмки по его фотографии предусматривает выбор аналитической зависимости (10) расстояния  $d$  от количества пикселей  $\Delta$ . Для этого были использованы данные (табл. 5) для базисов 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 и 3,0 м.

Подставляя в соотношение (11) данные из табл. 5 последовательно для каждого базиса при  $n = 55$ , получим для коэффициента  $A$  следующие величины:  $A_3 = 8876,0$  для базиса 3,0 м;  $A_2 = 5913,6$  для базиса 2,0 м;  $A_{1,5} = 4432,1$  для базиса 1,5 м;  $A_1 = 2958,6$  для базиса 1,0 м и  $A_{0,5} = 1486,3$  для базиса 0,5 м. Размерность коэффициента  $A$  мхпкс.

Для контроля была выполнена проверка точности определения расстояний  $d$  от величин  $\Delta$  в диапазоне расстояний от 3 м до 30 м. Для этого с помощью формулы (10) при найденных коэффициентах  $A$  были вычислены значения величин  $d_i$  в точках  $\Delta_i$ , заданных в табл. 5 и сравнены с соответствующими табличными значениями. По их разности были найдены относительные ошибки вычисленных значений  $d_i$  по отношению к табличным  $d$  и построены графики (рис. 17).

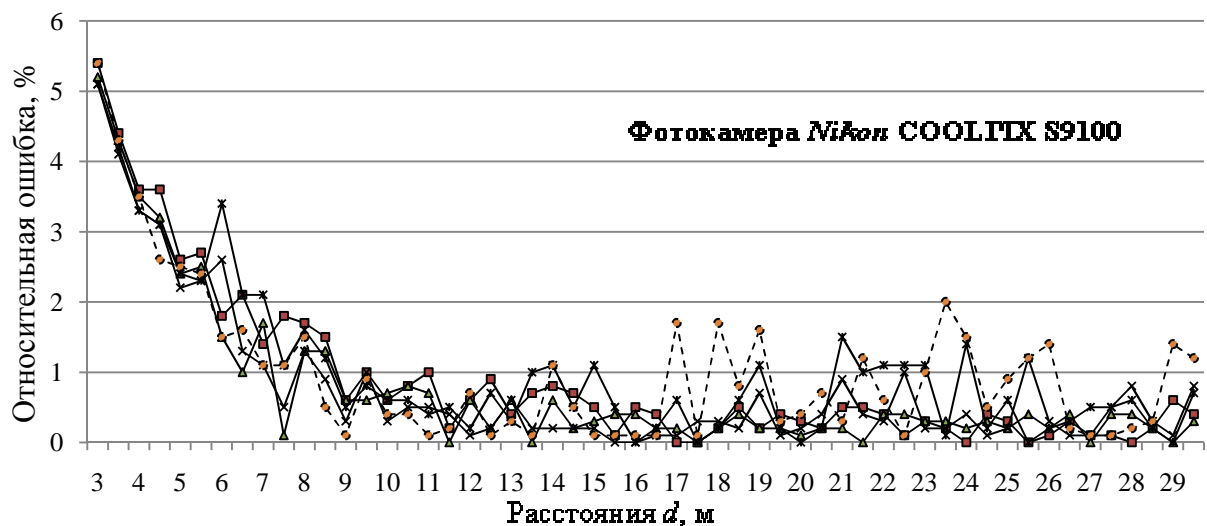


Рис. 17. Графики зависимости ошибки вычисления величин  $d$  для базисов длиной 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 и 3,0 м

Как следует из рис. 17, относительные ошибки вычисленных по формуле (10) величин  $d_i$  для всех базисов в диапазоне от 3 до 30 м не превышают 5%. Максимальных значений они достигают при малых расстояниях от 3 до 8 метров. На расстояниях свыше 8 м ошибки остаются практически одинаковыми в пределах 0 – 1%, за исключением ошибок для базиса 0,5 м (пунктирная линия на рис. 17). В среднем относительные ошибки для базисов 1,5; 2,0 и 3,0 м составили 0,4%, а для базисов 0,5 и 1,0 м они равны 0,6% или  $1/250$  и  $1/167$  величины измеряемого расстояния, что при описанной методике калибровки соответствует точности нитяного дальномера геодезического прибора.

Для выяснения степени влияния интервала калибровки на точность определения расстояния  $d$  были подсчитаны по изложенной выше методике для базисов 3,0 м и 1,0 м коэффициенты  $A$  при интервалах фотографирования 1 м, 2 м и 3 м и сравнены с таковыми, ранее найденными для интервала 0,5 м. Эти коэффициенты оказались практически равными между собой:  $A_{0,5} = 8876,0$ ,  $A_1 = 8881,4$ ,  $A_2 = 8882,1$ ,  $A_3 = 8892,9$  для базиса 3,0 м и  $A_{0,5} = 2958,6$ ,  $A_1 = 2957,8$ ,  $A_2 = 2958,1$ ,  $A_3 = 2956,4$  для базиса 1,0 м.

Подсчитанные по этим коэффициентам относительные ошибки представлены в виде графиков на рис. 18 и 19. Эти графики наглядно демонстрируют, что точность определения расстояния остаётся практически одинаковой при интервалах калибровки 0,5 – 3,0 м.

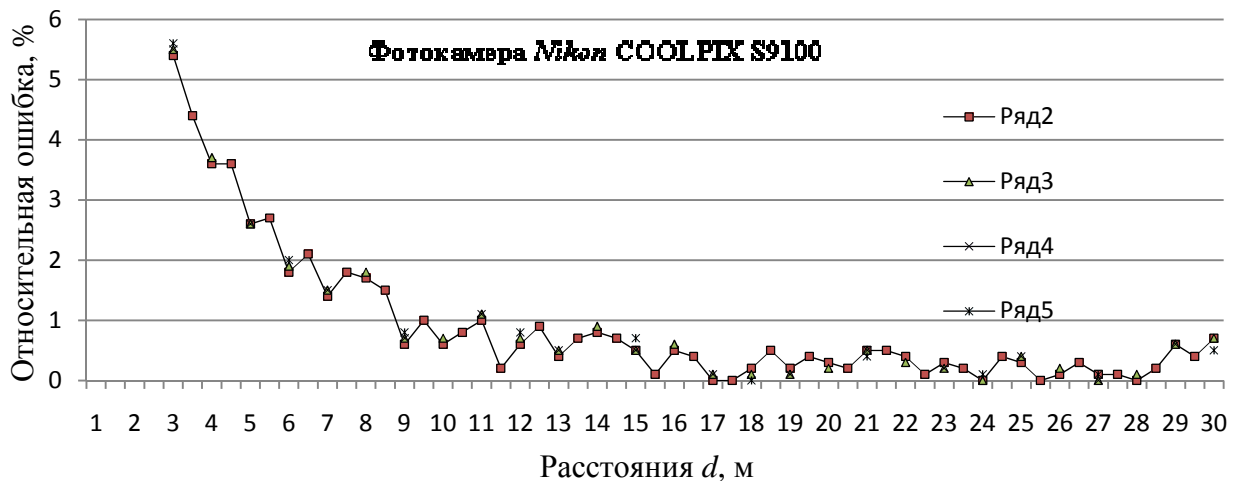


Рис. 18. Графики зависимости ошибки вычисления  $d$  по формуле (1) для базиса длиной 3,0 м и интервалов фотографирования 0,5; 1,0; 2,0 и 3,0 м

Описанным выше образом была также выполнена калибровка зеркальной фотокамеры Nikon D3100 и получены данные, аналогичные таковым в приведенной выше табл. 5. По этим данным построены графики зависимости расстояний  $d$  от количества пикселей, приходящихся на базисы различной длины (рис. 20), которые по своей конфигурации оказались полностью идентичными таковым на рис. 16.

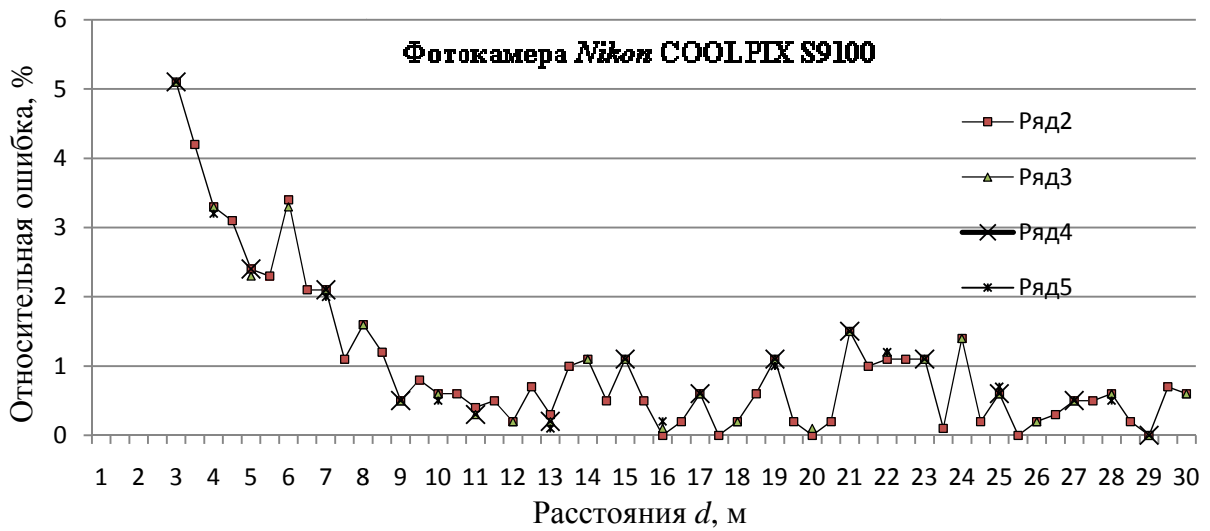


Рис. 19. Графики зависимости ошибки вычисления  $d$  по формуле (1) для базиса длиной 1,0 м и интервалов фотографирования 0,5; 1,0; 2,0 и 3,0 м

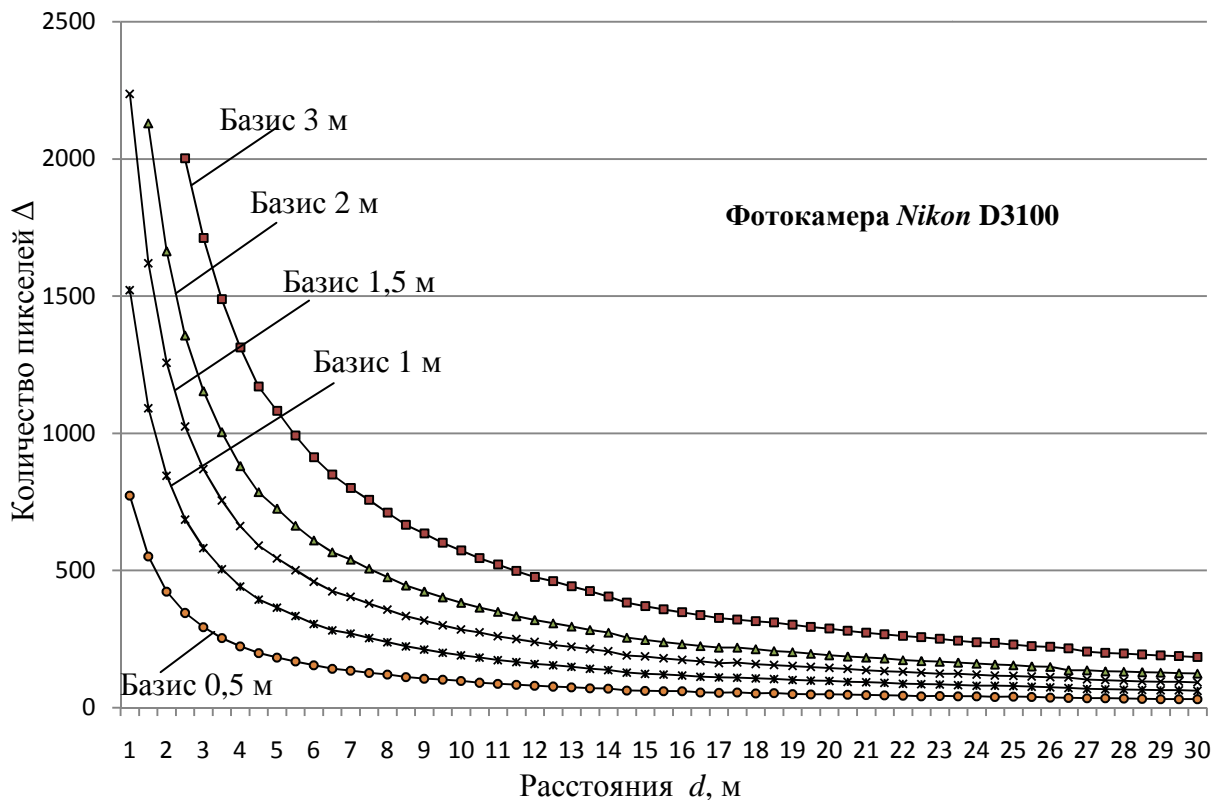


Рис. 20. Графики зависимости расстояния  $d$  от количества пикселей для базисов длиной 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 и 3,0 м

Затем для каждого базиса по формуле (11) были получены следующие коэффициенты  $A$ :  $A_3 = 5637,4$  для базиса 3,0 м;  $A_2 = 3758,9$  для базиса 2,0 м;  $A_{1,5} = 2822,8$  для базиса 1,5 м;  $A_1 = 1890,3$  для базиса 1,0 м и  $A_{0,5} = 947,7$  для базиса 0,5 м.

Далее с помощью формулы (10) по найденным коэффициентам  $A$  были вычислены значения величин  $d_i$  в точках  $\Delta_i$  и сравнены с соответствующими табличными значениями. По их разности были определены относительные ошибки вычисленных значений  $d_i$  по отношению к истинным  $d$  и построены графики (рис. 21).

Как следует из рис. 21, графики относительных ошибок, вычисленных по формуле (10) величин  $d_i$  для всех базисов в диапазоне от 3 до 30 м оказались совершенно идентичными таковым на рис. 17, но ошибки оказались примерно в 1,5 раза больше. Максимальных значений ошибки достигают при малых расстояниях от 3 до 6 метров. На расстояниях свыше 6 м ошибки остаются практически одинаковыми в пределах 1 – 2%, за исключением ошибок для базиса 0,5 м (пунктирная линия на рис. 21). В среднем относительные ошибки для базисов 1,0; 1,5; 2,0 и 3,0 м составили 1,8%, а для базиса 0,5 м они равны 2,1% или  $1/56$  и  $1/48$  величины измеряемого расстояния.

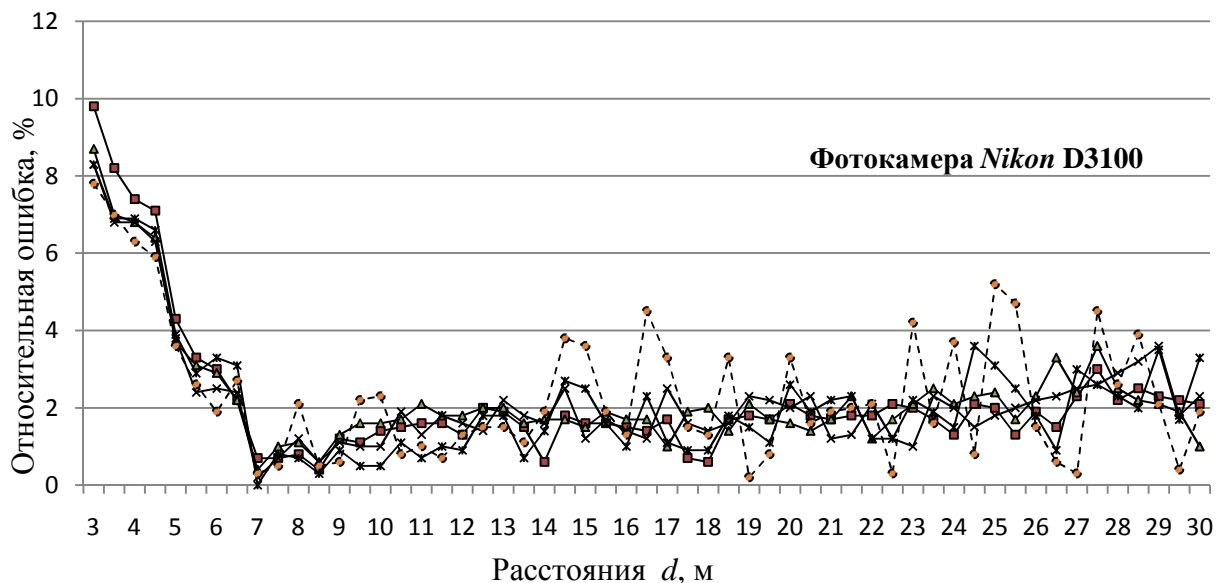


Рис. 21. Графики зависимости ошибки вычисления величин  $d$  для базисов длиной 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 и 3,0 м

Обратим внимание, что размер одного пикселя  $\delta$  зависит только от расстояния  $d$  и не зависит от величины базиса  $b$ . Так, например, для фотокамеры Nikon COOLPIX S9100 при расстояниях 3, 10, 20, 30 м цена деления  $\delta$  равна соответственно 1,1; 3,4; 6,8 и 10,1 мм/пкс, а для фотокамеры Nikon D3100 для тех же самых расстояний она оказалась равной соответственно 1,7; 5,2; 10,4 и 16,3 мм/пкс, то есть в 1,5 раза больше. Этим можно объяснить, что ошибки определения расстояний фотокамерой Nikon D3100 оказались в 1,5 раза больше таковых для фотокамеры Nikon

COOLPIX S9100. Как отмечалось выше, величиной  $\delta$  можно характеризовать точность определения разностей  $\Delta$ , поскольку в процессе измерения снимков установлено, что отсчёты Л и П по базисам можно брать с точностью до 1 пикселя.

Для контроля были выполнены контрольные измерения путём фотографирования «с руки» 3-метровой рейки с различных произвольных измеренных рулеткой расстояний 4,1; 7,6; 13,3; 15,8; 19,2; 21,9 и 26,6 м. В результате обработки снимков были найдены разности  $\Delta$ . Искомые расстояния были вычислены по формуле (10) при  $A_3 = 8876,0$  для базиса 3,0 м. Расхождения между измеренными и вычисленными расстояниями составили соответственно 3,6; 0,9; 0,7; 0,3; 0,1; 0,2; 0,4%, что лишний раз подтверждает возможность эффективного использования формулы (10) на практике.

В результате проведенных исследований можно констатировать, что начиная с некоторого момента (в нашем случае 6-8 м) относительная ошибка определения расстояний остаётся практически одинаковой для каждого базиса. Причём, чем меньше базис, тем она больше. А для повышения точности результатов калибровки необходимо концы базисов обозначать марками, чётко различимыми на фотографиях. Кроме того установлено, что чем меньше цена деления пикселя, тем результаты калибровки получаются точнее.

В данной постановке процесс калибровки камеры имеет целью исключение влияния дисторсии объектива, поскольку, во-первых, изображение рейки должно всегда занимать на снимке центральное положение, а размер пикселя, определённый по изображению рейки, не применяется для других частей снимка. Кроме того, при базисе постоянной длины погрешность за счёт дисторсии объектива абсолютно одинакова при всех расстояниях от базиса до камеры. Следовательно, она не влияет на точность проводимых измерений, поэтому не требуется для предлагаемой методики калибровки использование цифровых фотограмметрических систем *ERDAS*, *ENVI*, *PHOTOMOD Lite*.

Выполненное знаковое моделирование и контрольные измерения доказали состоятельность предлагаемой методики калибровки цифровой фотокамеры с целью определения расстояний фотографическим способом. При этом, для применяемой фотокамеры могут быть получены соответствующие данные как в графической, так и в аналитической форме, которые в дальнейшем могут быть использованы, например, при определении деформаций инженерных сооружений [3]. Отдельно следует подчеркнуть простоту и доступность предлагаемого фотографического способа измерения расстояний для исполнителей любой квалификации.

## 2.2 Калибровка цифровой камеры по вертикальному базису с целью измерения расстояний

В работах [4,5] описана методика калибровки цифровой фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100* по горизонтальному базису  $b$  (нивелирной рейке) с целью определения расстояний фотографическим способом. Полученные при этом снимки были в дальнейшем использованы для калибровки той же камеры по вертикальному базису. Для этого были измерены в месте расположения рейки расстояния  $b_1 = 2,58$  м,  $b_2 = 1,87$  м и  $b_3 = 1,48$  м, которые в дальнейшем играли роль трёх вертикальных базисов (рис. 22).

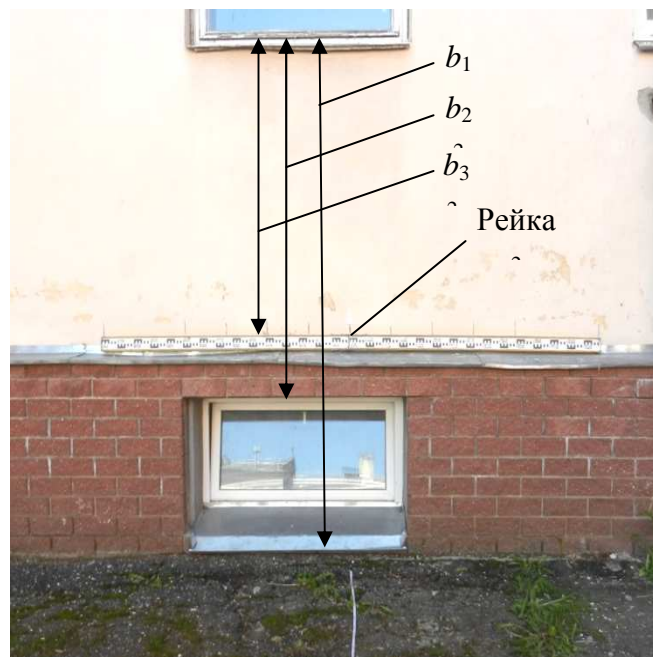


Рис. 22. Нивелирная рейка и расстояния на снимках, принятые в качестве вертикальных базисов

Каждую фотографию, соответствующую целому количеству метров начиная с 4 м, выводили на экран монитора и открывали файл с помощью Paint. Курсор подводили к верхним В и нижним Н концам базисов и отсчитывали количество пикселей соответствующих каждому положению курсора. Таким образом выполнялась калибровка камеры при разных базисах  $b$ , равных 2,58, 1,87 и 1,48 м. Находили разности  $\Delta = Н - В$  количества пикселей соответствующих длине каждого базиса. Результаты измерений и вычислений приведены в табл. 6. По этим данным можно определить размер одного пикселя  $\delta = b/\Delta$ , соответствующий конкретному расстоянию  $d$  от фотокамеры до базиса.

### Результаты калибровки фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100*

$d, \text{ м}$	Верхние В и нижние Н отсчёты, пкс				Разности $\Delta = H - B$ , пкс			Размер пикселя $\delta$ , мм		
	$B_{1,2,3}$	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	245	2147	1567	1333	1902	1322	1088	1,4	1,4	1,4
5	425	1960	1495	1305	1535	1070	880	1,7	1,7	1,7
6	545	1832	1444	1285	1287	899	740	2,0	2,1	2,0
7	653	1832	1475	1325	1100	822	672	2,3	2,3	2,2
8	793	1755	1465	1345	962	672	552	2,7	2,8	2,7
9	725	1586	1327	1221	861	602	496	3,0	3,1	3,0
10	829	1603	1371	1273	774	542	444	3,3	3,5	3,3
11	877	1584	1372	1289	707	495	412	3,6	3,8	3,6
12	985	1630	1437	1361	645	452	376	4,0	4,1	3,9
13	1205	1792	1613	1541	587	408	336	4,4	4,6	4,4
14	1203	1754	1587	1581	551	384	378	4,7	4,9	3,9
15	1346	1857	1701	1638	511	355	292	5,0	5,3	5,1
16	1331	1809	1664	1605	478	333	274	5,4	5,6	5,4
17	1358	1807	1670	1614	449	312	256	5,7	6,0	5,8
18	1308	1736	1607	1554	428	299	246	6,0	6,3	6,0
19	1365	1772	1649	1599	407	284	234	6,3	6,6	6,3
20	1276	1661	1545	1498	385	269	222	6,7	7,0	6,7
21	1310	1677	1566	1521	367	256	211	7,0	7,3	7,0
22	1385	1734	1628	1586	349	243	201	7,4	7,7	7,4
23	1326	1658	1558	1517	332	232	191	7,8	8,1	7,7
24	1524	1844	1747	1798	320	223	274	8,1	8,4	5,4
25	1435	1741	1648	1611	306	213	176	8,4	8,8	8,4
26	1341	1636	1548	1512	295	207	171	8,7	9,0	8,7
27	1416	1701	1615	1581	285	199	165	9,1	9,4	9,0
28	1422	1696	1613	1579	274	191	157	9,4	9,8	9,4
29	1200	1467	1386	1354	267	186	154	9,7	10,1	9,6
30	1277	1534	1457	1426	257	180	149	10,0	10,4	9,9

Проведенные исследования показали, что, как и в случае горизонтального базиса, размер одного пикселя зависит только от расстояния  $d$  и не зависит от величины базиса  $b$ . Эта зависимость может быть выражена равенством (7) и иллюстрируется графиком на рис. 23, который полностью идентичен таковому на рис. 10.

Поэтому на практике, как и в случае горизонтального базиса, можно ограничиться тщательным определением  $\delta_n$  и  $\delta_k$ , а любой размер пикселя  $\delta_i$  может быть найден по формуле (7). В дальнейшем теоретическая величина  $\delta_i$  может использоваться, во-первых, для перевода пикселей в метрическую систему единиц и, во-вторых, для контроля правильности опреде-



ления  $d_i$ . Для этого, определив  $\Delta_i$  и  $d_i$ , следует по формуле (7) вычислить фактическую величину  $\delta_\phi$  и сравнить с теоретическим её значением.

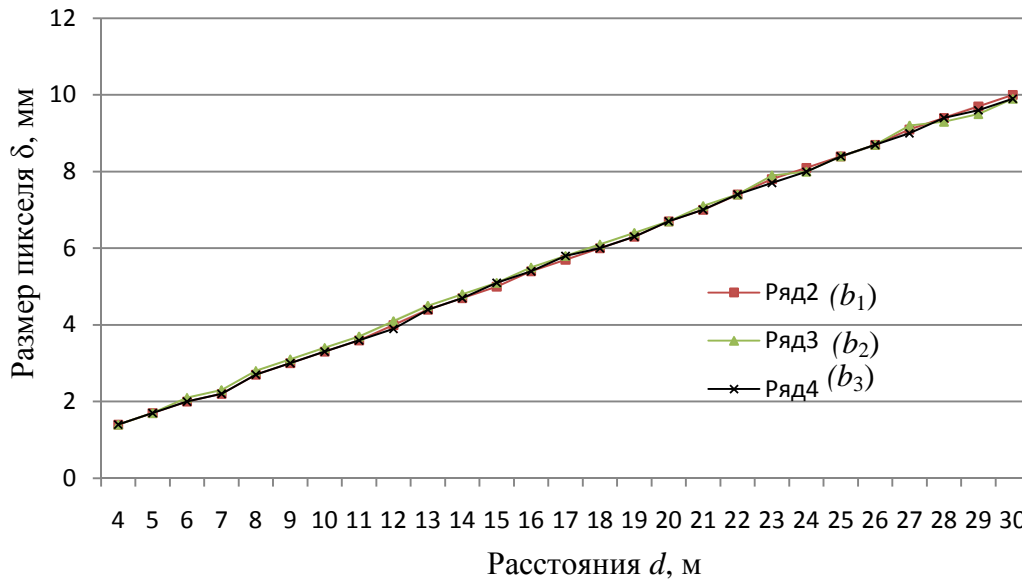


Рис. 23. График зависимости размера пикселя  $\delta$  от расстояния до базиса  $d$

На основании данных табл. 6 построены для фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100* графики зависимости расстояний  $d$  от количества пикселей  $\Delta$ , проходящих на базисы длиной  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  (рис. 24).

Эти графики полностью идентичны таковым (рис. 20), построенным по горизонтальному базису. По таким графикам, вычерченным в крупном масштабе, можно определять графически расстояния  $d'$  в зависимости от количества пикселей  $\Delta'$  для применяемого базиса определённой длины.

Следует отметить, что, как и в случае с горизонтальным базисом, в данной постановке процесс калибровки камеры имеет целью исключение влияния дисторсии объектива, поскольку, во-первых, изображение базиса должно всегда занимать на снимке центральное положение, а размер пикселя, определённый по изображению базиса, не применяется для других частей снимка. Действительно, если точки  $i$  и  $i+1$  (рис. 24) дают правильные расстояния  $d_i$  и  $d_{i+1}$  независимо от наличия или отсутствия дисторсии объектива, то и промежуточная точка  $i'$  также зафиксирует правильное расстояние  $d'$ .

Аналитический путь определения расстояния  $d'$  заключается в том, что по измеренному значению  $\Delta'$ , соответствующему этому расстоянию, определяют одномерный интервал ( $d_i - d_{i+1}$ ), внутри которого располагается  $\Delta'$  (см. табл. 6). Искомое расстояние находят по формулам (8) или (9) путём интерполяции между крайними значениями  $\Delta_i$  и  $\Delta_{i+1}$  этого интервала (см. рис. 12).

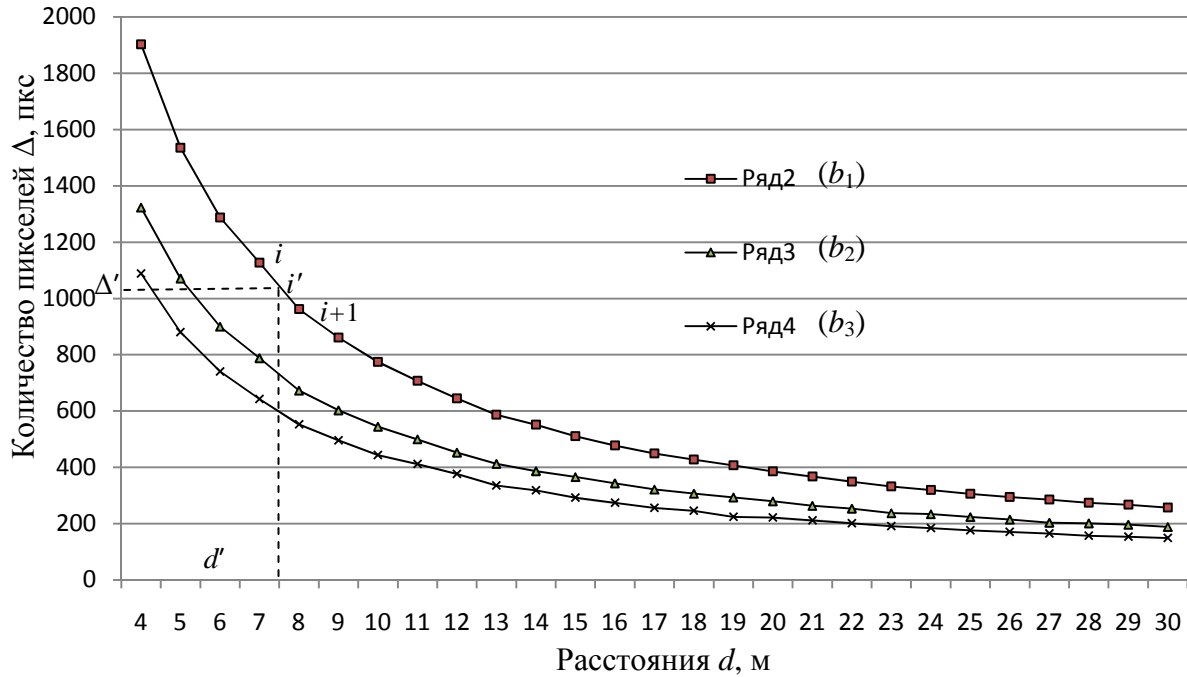


Рис. 24. Графики зависимости расстояния  $d$  от количества пикселей для базисов длиной  $b_1, b_2, b_3$

Другой, рассмотренный выше, аналитический путь определения расстояния до объекта съёмки по его фотографии предусматривает выбор аналитической зависимости (10) расстояния  $d$  от количества пикселей  $\Delta$ . Для этого были использованы данные (табл. 6) для базисов  $b_1 = 2,58$ ,  $b_2 = 1,87$  и  $b_3 = 1,48$  м.

Подставляя в соотношение (11) данные из табл. 6 последовательно для каждого базиса при  $n = 27$ , получим для коэффициента  $A$  следующие величины:  $A_1 = 7691,6$  для базиса  $b_1$ ;  $A_2 = 5367,9$  для базиса  $b_2$ ;  $A_3 = 4506,3$  для базиса  $b_3$ . Размерность коэффициента  $A$  м×пкс.

Для контроля правильности выбора коэффициентов  $A$  была выполнена проверка точности определения расстояний  $d$  от величин  $\Delta$  в диапазоне расстояний от 4 м до 30 м. Для этого с помощью формулы (10) при найденных коэффициентах  $A$  были вычислены значения величин  $d_i$  в точках  $\Delta_i$ , заданных в табл. 6 и сравнены с соответствующими табличными значениями. По их разности были найдены относительные ошибки вычисленных значений  $d_i$  по отношению к табличным  $d$  и построены графики (рис. 25).

Как следует из рис. 25, относительные ошибки вычисленных по формуле (10) величин  $d_i$  для базисов  $b_1$  и  $b_2$  (ряд 2 и 3) в диапазоне от 4 до 30 м находятся в пределах от +1,5 до –1,4%, а для базиса  $b_3$  (ряд 4) соответственно от +3,5 до –0,6%. В среднем относительные ошибки для бази-

сов  $b_1$  и  $b_2$  составили 0,003% и 0,012%, в то время как для базиса  $b_3$  она оказалась равной 1,860%.

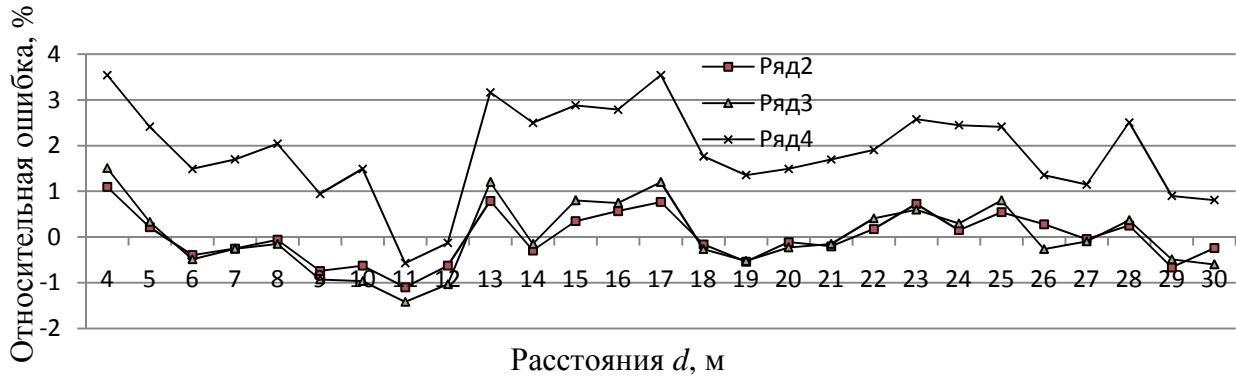


Рис. 25. Графики зависимости ошибки вычисления величин  $d$  по формуле (3) для базисов длиной  $b_1, b_2, b_3$

Для повышения точности определения расстояний предлагается использовать приведенную выше методику введения в результаты измерений  $\Delta$  соответствующих поправок  $p$  (графы 8, 9, 10 табл. 7).

Т а б л и ц а 7

### Поправки в измеренные значения $\Delta$ (камера Nikon COOLPIX S9100)

$d, \text{ м}$	Количество пикселей в базисах $b_1, b_2, b_3$			$\Delta_0 = A/d, \text{ пкс}$			$p = \Delta_0 - \Delta, \text{ пкс}$		
	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$A_1/d$	$A_2/d$	$A_3/d$	$p_1$	$p_2$	$p_3$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	1902	1322	1088	1922,9	1342,0	1126,6	20,9	20,0	38,6
5	1535	1070	880	1538,3	1073,6	901,3	3,3	3,6	21,3
6	1287	899	740	1281,9	894,7	751,1	-5,1	-4,3	11,1
7	1100	822	672	1098,8	816,8	662,8	-1,2	-5,2	9,2
8	962	672	552	961,5	671,0	563,3	-0,5	-1,0	11,3
9	861	602	496	854,6	596,4	500,7	-6,4	-5,6	4,7
10	774	542	444	769,2	536,8	450,6	-4,8	-7,2	6,6
11	707	495	412	699,2	488,0	409,7	-7,8	-11,0	-2,3
12	645	452	376	641,0	447,3	375,5	-4,0	-4,7	-0,5
13	587	408	336	591,7	412,9	346,6	4,7	0,9	10,6
14	551	384	378	549,4	383,4	321,9	-1,6	-2,6	3,9
15	511	355	292	512,8	357,9	300,4	1,8	-7,1	8,4
16	478	333	274	480,7	335,5	281,6	2,7	-7,5	7,6
17	449	312	256	452,4	315,8	265,1	3,4	-5,2	9,1
18	428	299	246	427,3	298,2	250,4	-0,7	-7,8	4,4
19	407	284	234	404,8	282,5	237,2	-2,2	-10,5	3,2
20	385	269	222	384,6	268,4	225,3	-0,4	-10,6	3,3
21	367	256	211	366,3	255,6	214,6	-0,7	-7,4	3,6
22	349	243	201	349,6	244,0	204,8	0,6	-9,0	3,8
23	332	232	191	334,4	233,4	195,9	2,4	-3,6	4,9
24	320	223	274	320,5	223,7	187,8	0,5	-9,3	3,8

25	306	213	176	307,7	214,7	180,3	1,7	-8,3	4,3
26	295	207	171	295,8	206,5	173,3	0,8	-7,5	2,3
27	285	199	165	284,9	198,8	166,9	-0,1	-4,2	1,9
28	274	191	157	274,7	191,7	160,9	0,7	-9,3	3,9
29	267	186	154	265,2	185,1	155,4	-1,8	-10,9	1,4
30	257	180	149	256,4	178,9	150,2	-0,6	-9,1	1,2

Характер изменения поправок в зависимости от расстояния иллюстрируется на рис. 26. График наглядно показывает, как с увеличением расстояния величина поправки уменьшается и, начиная с некоторого момента (в нашем случае примерно с 15 м), остаётся постоянной и для базиса  $b_1$  практически равной нулю.

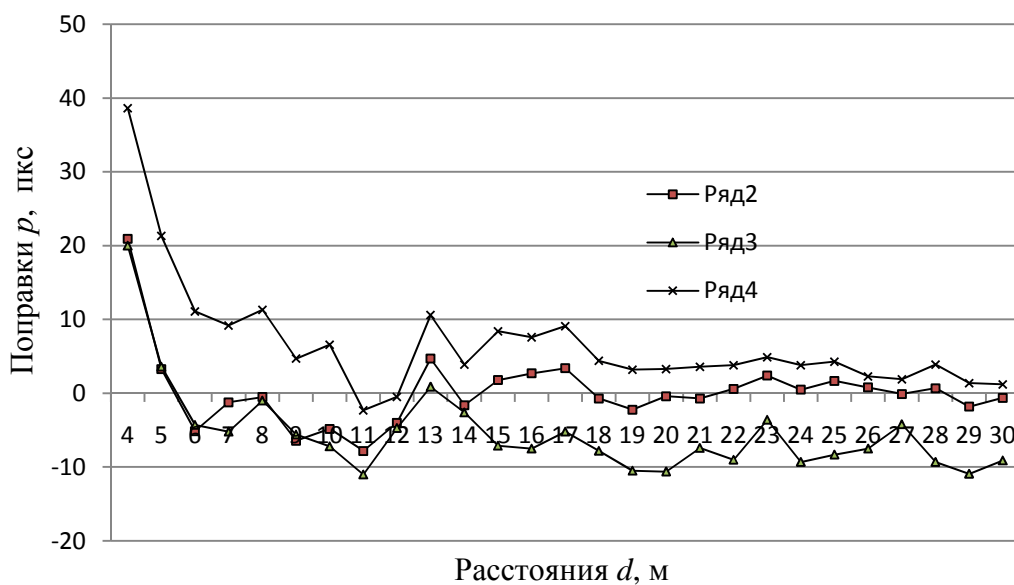


Рис. 26. График зависимости поправок  $p$  от расстояния  $d$

Аналогичным образом могут быть построены графики, показывающие зависимость величины поправки  $p$  от количества измеренных пикселей  $\Delta$ . По таким графикам, вычерченным в крупном масштабе, можно определять графически  $p'$  в зависимости от количества пикселей  $\Delta'$  для базиса определённой длины по схеме на рис. 12 с использованием формулы (8) или (9).

В заключение отметим, что знаковое моделирование показало состоятельность предлагаемой методики калибровки цифровой фотокамеры по вертикальному базису с целью определения расстояний фотографическим способом. При этом, для применяемой фотокамеры могут быть получены соответствующие данные как в графической, так и в аналитической форме. Причём установлено, что точность измерений существенно зависит от величины и расположения на снимке изображения базиса, которое должно находиться в центральной части снимка. Наконец, совместное использование горизонтального и вертикального базисов открывает новые возможно-

сти фотографического способа контроля, например, планово-высотного положения подкрановых рельсов и др.

Отдельно следует подчеркнуть простоту и доступность предлагаемого фотографического способа измерения расстояний для исполнителей любой квалификации.

### Глава 3. ФОТОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМЕЩЕНИЙ ОПОРНЫХ УЗЛОВ ФЕРМ НА ОГОЛОВКАХ КОЛОНН

Как правило, эта задача решается путём маркировки на уровне оголовка колонны её осевой риски и осевой риски нижнего пояса фермы с последующим прямым измерением расстояния между этими рисками с помощью линейки с миллиметровыми делениями. Такие непосредственные измерения труднодоступны даже с тормозных площадок крана, когда до оголовка колонны расстояние может превышать 2 и более метров, небезопасны, трудоёмки и малопроизводительны. Поэтому были разработаны и опробованы различные дистанционные способы, в том числе и фотографический [7].

Он выполняется с помощью цифровых фотокамер, совместимых с персональным компьютером и позволяет получать максимум информации о положении опорного узла фермы на оголовке колонны.

Для его осуществления достаточно сфотографировать рейку (рулетку), горизонтально приложенную на удлинительной штанге к оголовку колонны (рис. 27а). По отсчётам  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$  по шкале рейки (рулетки), соответствующим положению боковых граней фермы и колонны, нетрудно определить величину и направление смещения опорного узла фермы по формуле, приведенной в работе [7]:

$$c = 0,5[(l_2 + l_3) - (l_1 + l_4)]. \quad (14)$$

Так, в нашем примере (рис. 27а) отсчёты по шкале рулетки равны  $l_1 = 0$  мм,  $l_2 = 65$  мм,  $l_3 = 393$  мм,  $l_4 = 408$  мм. Следовательно, согласно формуле (14), смещение  $c$  опорного узла данной фермы на оголовке колонны составляет + 25 мм. Знак «плюс» означает смещение опорного узла вправо, что чётко видно на фотографии.

Вообще говоря, можно ограничиться фотографией только оголовка колонны и нижнего пояса фермы (рис. 27б). Зная ширину колонны или размер опорной плиты, достаточно масштабировать снимок и все последующие измерения выполнять с помощью обычной линейки с миллиметровыми делениями или горизонтальной линейки на экране монитора.

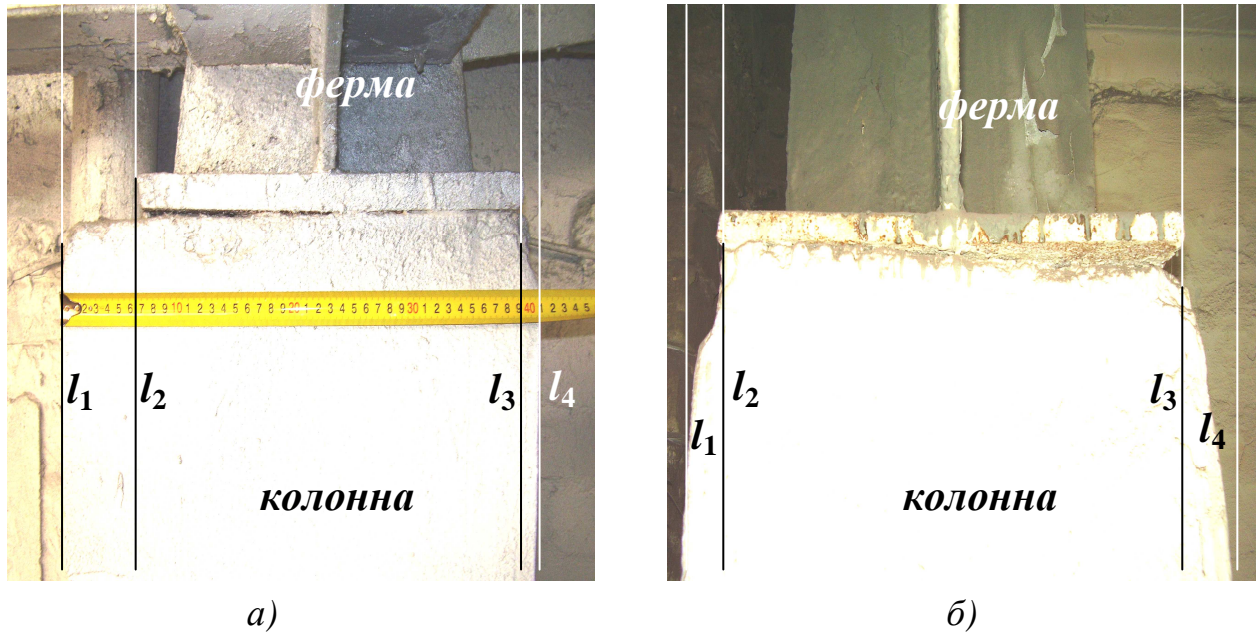


Рис. 27. Фотографический способ определения положения опорного узла фермы на оголовке колонны

Например, измерения на фотографии (рис. 27а) дали следующие результаты:  $l_1 = 0$  мм,  $l_2 = 35$  мм,  $l_3 = 210$  мм,  $l_4 = 218$  мм. Подсчитанное по формуле (14) смещение в масштабе снимка оказалось равным +13,5 мм, что при ширине колонны 408 мм составит в действительности  $(408:218) \times 13,5 = +25$  мм, то есть получили то же значение  $c$ , что и по отсчётам по рулетке.

Аналогичные измерения на фотографии (рис. 27б) дали следующие результаты:  $l_1 = 0$  мм,  $l_2 = 17$  мм,  $l_3 = 225$  мм,  $l_4 = 250$  мм, ширина колонны 400 мм. Подсчитанная по формуле (14) величина смещения опорного узла фермы составила в масштабе снимка  $-4$  мм, причем знак «минус» соответствует смещению опорного узла влево. Действительное смещение будет равно  $(400:250) \times 4 = -6$  мм.

Наконец, третий способ измерений фотографии заключается в использовании программ редактирования фотографических изображений Paint, ArchiCAD 11 и др., позволяющих фиксировать величину горизонтальных перемещений стрелки-курсора от некоторой начальной точки. Такой точкой, в используемой нами программе Paint, являлась точка  $O$  на левом краю фотографии (рис. 28).

Подводя последовательно стрелку-курсор к точкам 1, 2, 3 и 4 сразу читают на экране монитора значения расстояний  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  и  $l_4$  в пикселях (рис. 29). Такие измерения можно выполнять в различных масштабах снимка (25, 50, 75, 100, 150, 200% и др.), причем масштаб снимка не влияет на величину измеряемых расстояний  $l_i$ . По результатам измерений вычисляют по формуле (14) значение смещения  $c$ .

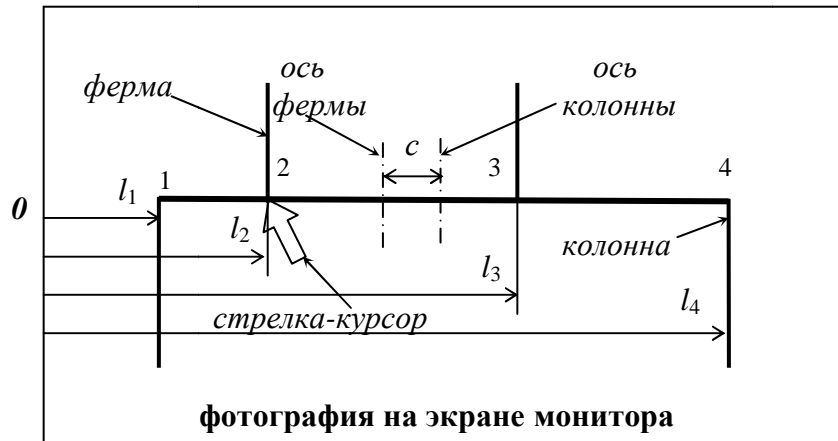


Рис. 28. Схема измерений фотографии с помощью стрелки-курсора

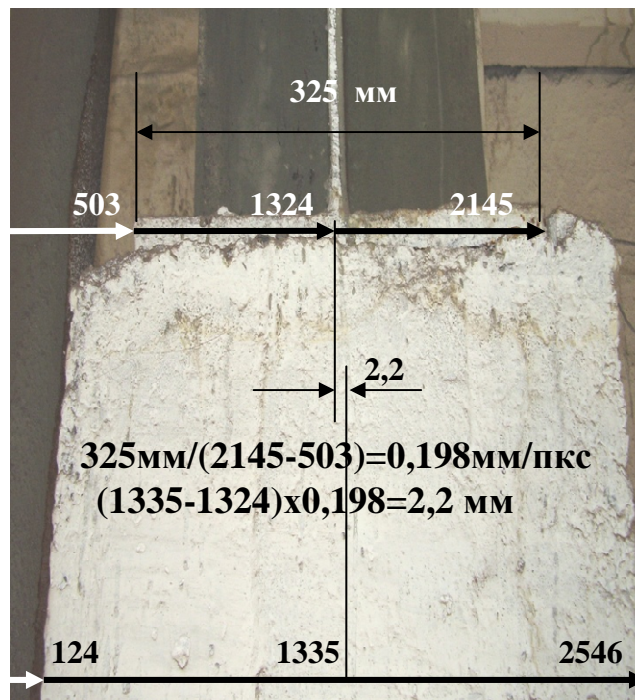


Рис. 29. Пример обработки снимка в программе Paint

В работе [7] приведены разработанные авторами цитируемой статьи новые способы определения смещений опорных узлов ферм на оголовках колонн: лазерно-зеркальный, угломерный и фотографический. С целью сравнения этих способов между собой с точки зрения их точности, производительности и др. было выполнено соответствующее моделирование [8]. В качестве модели фигурировало изображение оголовка колонны и опорного узла фермы шириной 400 мм и 200 мм соответственно. Такие размеры имеют колонны и фермы ряда производственных цехов ОАО НАЗ «Сокол»

г. Нижнего Новгорода. Средняя высота колонн  $H$  была принята равной 10 м, а смещение  $c$  равнялось 20 мм.

Точность лазерно-зеркального способа оказалась равной 0,25 мм, угломерного с использованием теодолита 4Т30П и электронного тахеометра SET530R составила соответственно 0,28 мм и 0,24 мм.

Для исследования фотографического способа было сфотографировано цифровым фотоаппаратом изображение оголовка колонны и опорного узла фермы (рис. 28). Эта фотография была выведена на экран монитора. Вначале обычной линейкой с миллиметровыми делениями были измерены непосредственно на экране расстояния  $l_1 = 48,8$  мм,  $l_2 = 86,3$  мм,  $l_3 = 181,3$  мм и  $l_4 = 238,2$  мм. Подсчитанная по формуле (14) величина смещения опорного узла фермы составила в масштабе снимка – 9,7 мм, причем знак «минус» соответствует смещению опорного узла влево. Действительное смещение будет равно  $400:(238,2-48,8) \times 9,7 = -20,5$  мм.

Аналогичные измерения были произведены с помощью горизонтальной линейки на экране монитора. По полученным результатам  $l_1 = 4,20$ ,  $l_2 = 6,02$ ,  $l_3 = 10,77$  и  $l_4 = 13,60$  (в делениях линейки) было подсчитано смещение, которое в масштабе снимка составило – 0,505. Действительное смещение будет равно  $400:(13,60-4,20) \times 0,505 = -21,5$  мм.

Наконец, третий способ измерений заключался в использовании программы Paint, позволяющей фиксировать величину горизонтальных перемещений стрелки-курсора (рис. 28, табл. 8).

Т а б л и ц а 8

**Определение  $c$  на фотографии по курсору при ширине колонны  
400 мм**

$M$ -б, %	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$(l_2+l_3)/2$	$(l_1+l_4)/2$	$c'$ , пкс	$c$ , мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9
25	288	747	1965	2678	1356	1483	-127	-21,3
50	286	748	1966	2681	1357	1483,5	-126,5	-21,1
75	287	747	1965	2680	1356	1483,5	-127,5	-21,3
100	288	748	1966	2679	1357	1483,5	-126,5	-21,2
150	286	746	1965	2678	1355,5	1482	-126,5	-21,2
200	288	748	1966	2680	1357	1484	-127	-21,2

Подводя последовательно стрелку-курсор к точкам 1, 2, 3 и 4, читали на экране монитора значения расстояний  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  и  $l_4$  в пикселях. Такие измерения были выполнены в масштабах снимка 25, 50, 75, 100, 150 и 200%, причем масштаб снимка не влияет на величину измеряемых расстояний.

По результатам измерений были вычислены значения смещения  $c$ , которые оказались в пределах 20,1 – 21,3 мм, а среднее значение  $c = 21,2$  мм отличается от истинного на 1,2 мм.

Проведенные исследования показали, что фотографический способ может с успехом применяться для определения смещений опорных узлов



ферм на оголовках колонн. Он даёт практически одинаковые результаты по сравнению с обычными, отличается высокой производительностью и обеспечивает надежную безопасность работ.

#### Глава 4. ФОТОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ НАБЛЮДЕНИЯ ЗА ТРЕЩИНАМИ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

Наблюдения за трещинами предусматривают периодическую фиксацию длины и ширины трещины различными способами.

Наблюдения за раскрытием температурно-осадочных швов и трещин на вертикальных или горизонтальных поверхностях сооружений можно производить по различным схемам, одна из которых представлена на рис. 30 и может быть адаптирована к фотографическому способу. Её сущность заключается в том, что по обе стороны шва или трещины закрепляют три марки *A*, *B* и *C* и измеряют между ними расстояния *a*, *b* и *c*, а также превышения  $h_{AC}$  и  $h_{BC}$ . Вычисляют исходные условные координаты и отметку марки *C* по формулам:

$$X_C = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c}, \quad Y_C = \sqrt{b^2 - X_C^2}, \quad H_C = H_A + h_{AC} = H_A + h_{AB} - h_{BC}. \quad (15)$$

В последующих циклах измеряют расстояния *a*, *b* и *c*, превышения  $h_{AC}$  и  $h_{BC}$  и вновь вычисляют отметку и условные координаты марки *C* по формулам (15). Изменения координат и отметки точки *C* между циклами наблюдений характеризуют величину и направление подвижки наблюдаемых элементов сооружения.

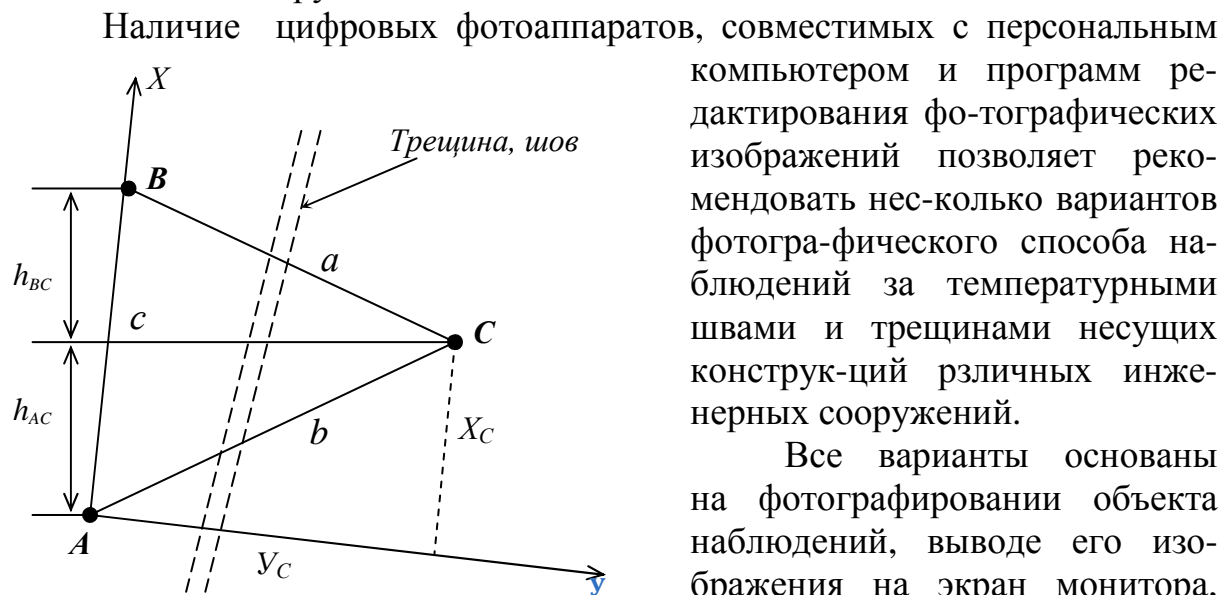


Рис. 30. Схема наблюдения за швами и трещинами на вертикальных или горизонтальных поверхностях сооружений

Все варианты основаны на фотографировании объекта наблюдений, выводе его изображения на экран монитора, выполнении линейных измерений в пикселях с последующим переводом результатов измере-

ний в метрическую систему единиц (миллиметры).

#### 4.1 Способ горизонтальной базы

Один из вариантов [9], названный способом горизонтальной базы, поясняется рис. 31 и заключается в следующем. По обе стороны температурно-осадочного шва или трещины закрепляют на одной горизонтальной линии три наблюдательных марки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , где отрезок  $AB$  известной длины играет роль вспомогательной базы-эталона, а отрезок  $BC$  – рабочая база, величину которой необходимо определять в каждом цикле наблюдений.

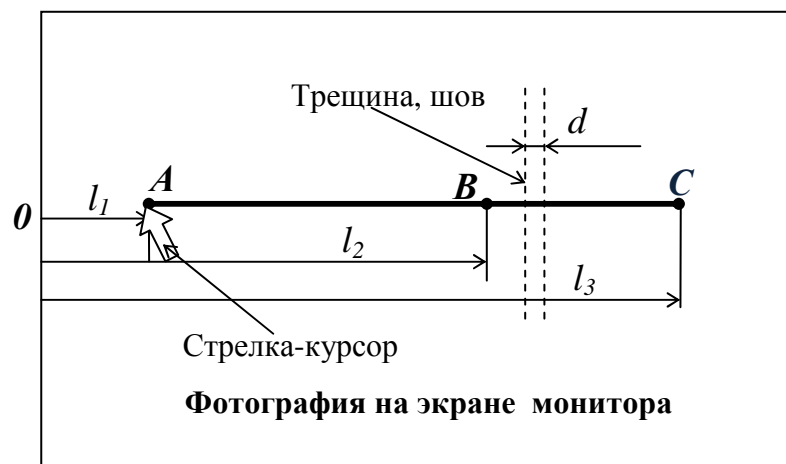


Рис. 31. Схема использования горизонтальной базы  $AB$

Для этого в каждом цикле фотографируют наблюдательные марки, выводят фотографию на экран монитора, файл открывают с помощью Paint и, подводя последовательно стрелку-курсор к точкам  $A$ ,  $B$  и  $C$ , сразу читают на экране монитора значения расстояний  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  в пикселях. По результатам измерений вычисляют длину рабочей базы по формуле

$$BC = AB(l_3 - l_2)/(l_2 - l_1), \quad (16)$$

где  $BC$  – длина рабочей базы, мм;  $AB$  – длина базы-эталона, мм;  $(l_3 - l_2)$  – длина базы  $BC$  в пикселях;  $(l_2 - l_1)$  – длина базы  $AB$  в пикселях.

Сравнивая между собой длины рабочей базы в разных циклах наблюдений, судят об изменениях ширины  $d$  шва или трещины за период времени между этими циклами.

Отметим, что измерения расстояний  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  можно выполнять при различных увеличениях снимка (от 25% и менее до 200% и более). При этом размер снимка не влияет на величину измеряемых расстояний  $l_i$  и

значения вычисляемой по формуле (16) длины рабочей базы. Это подтверждается результатами моделирования способа горизонтальной базы при произвольно принятых значениях  $AB = 280$  мм,  $BC = 119$  мм, которые представлены в табл. 9.

Т а б л и ц а 9

### Результаты моделирования способа горизонтальной базы

Размер снимка, %	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_3 - l_2$	$AB(l_3 - l_2)$	$l_2 - l_1$	$BC$ , мм
1	2	3	4	5	6	7	8
Одна фотография							
25	288	1965	2678	713	199640	1677	119,0
50	286	1966	2681	715	200200	1680	119,2
75	287	1965	2680	715	200200	1678	119,3
100	288	1966	2679	713	199640	1678	119,0
150	286	1965	2678	712	199360	1679	118,8
200	288	1966	2680	714	199920	1678	119,1
Фотографии с разных точек							
25	908	1788	2161	373	104440	880	118,7
25	1124	1736	1996	260	72800	612	119,0
25	1134	1820	2112	292	81760	686	119,2

Как видно из табл. 9 полученные значения рабочей базы при обработке одной фотографии разных размеров находятся в пределах 118,8 – 119,3 мм и в среднем составляют 119,1 мм, отличаясь от истинного значения всего на 0,1 мм. При обработке фотографий, выполненных с разных точек, получаем практически одинаковые результаты 118,7 – 119,2 мм. Средний результат 119,0 мм равен истинному значению  $BC$ . На основании этого можно сделать вывод, что фотографирование точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  не обязательно выполнять со строго определенной точки, а в обработке могут участвовать снимки любого удобного размера.

#### 4.2 Способ вертикальной базы

Другой вариант [9], названный способом вертикальной базы, поясняется рис. 32. Его сущность заключается в том, что по обе стороны шва или трещины закрепляют три наблюдательных марки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . При этом отрезок  $AB$  располагают вертикально, а точку  $C$  закрепляют так, чтобы треугольник  $ABC$  был равносторонним или близким к нему, хотя это условие и не имеет решающего значения.

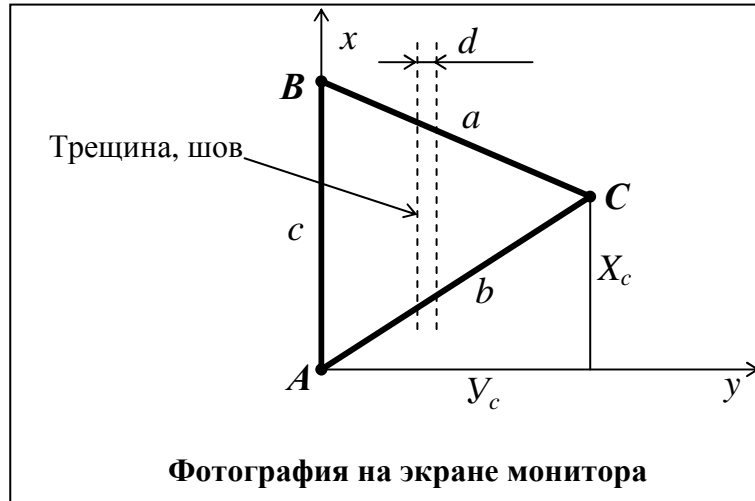


Рис. 32. Схема использования вертикальной базы  $AB$

Измеряют в мм стороны треугольника  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и вычисляют в принятой прямоугольной условной системе  $xAy$  исходные координаты точки  $C$  по формулам (15).

Затем в каждом цикле фотографируют наблюдательные марки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , выводят фотографию на экран монитора, открывают файл с помощью Paint и измеряют расстояния  $a$ ,  $b$ ,  $c$  в пикселях. Снимок масштабируют по эталону  $AB$ , переводя результаты измерений в метрическую систему единиц (миллиметры) и вычисляют по формулам (15) координаты точки  $C$ . Сравнивая эти координаты с первоначальным их значением, судят о горизонтальных и вертикальных смещениях марки  $C$  и об изменениях ширины  $d$  шва или трещины за период времени между этими циклами.

Одним из достоинств представленной на рис. 32 схемы измерений является то, что даже при отклонении на снимке оси  $x$  от вертикали в любом цикле наблюдений, будут получены координаты марки  $C$  в той же прямоугольной системе  $xAy$ , что и в первоначальном цикле, то есть всегда будем получать во всех циклах соизмеримые между собой величины. Во-вторых, фотографирование в каждом цикле наблюдений можно производить примерно с одного и того же места, а не со строго фиксированной точки.

Точность способа вертикального базы зависит, во-первых, от точности определения эталона  $AB$  (рис. 32). Так, например, при  $a = 39$  мм,  $b = 53$  мм,  $c = 42$  мм, координаты точки  $C$  будут равны  $X_c = 36,3$  мм,  $Y_c = 38,6$  мм. Предположим, что длина  $c$  определена с ошибкой 2 мм ( $c = 44$  мм), то в этом случае  $X_c = 36,6$  мм,  $Y_c = 38,3$  мм, то есть отличаются от истинного значения на 0,3 мм.

Предположим, что при  $a = 390$  мм,  $b = 530$  мм,  $c = 420$  мм, координаты точки  $C$  равны  $X_c = 363,3$  мм,  $Y_c = 385,9$  мм. Если длина  $c$  будет оп-

ределена с ошибкой 2 мм ( $c = 422$  мм), то  $X_c = 363,6$  мм,  $Y_c = 385,6$  мм, то есть отличаются от истинного значения на те же 0,3 мм.

В общем виде точность способа вертикальной базы (точность определения координат точки  $C$ ) зависит от точности измерения сторон треугольника  $a, b, c$ . Найдём среднюю квадратическую ошибку  $m_x$  координаты  $X_c$  точки  $C$ , используя формулу (15), в которой  $a$  и  $b$  являются независимыми переменными, а  $c$  – постоянная величина – эталон. Согласно известного из теории ошибок выражения для ошибки функции общего вида имеем:

$$m_x^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 m_b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 m_a^2, \quad (17)$$

где выражения в скобках представляют собой частные производные, а  $m_a$  и  $m_b$  – средние квадратические ошибки измерения  $a$  и  $b$ .

Примем  $m_a = m_b = m$ , в результате чего, после соответствующих преобразований, получим:

$$m_x = m \sqrt{\frac{b^2 + a^2}{c^2}}. \quad (18)$$

Если треугольник  $ABC$  равносторонний, то при  $a = b = c$  формула (18) примет вид:

$$m_x = m\sqrt{2}. \quad (19)$$

Согласно формулы (15), среднюю квадратическую ошибку  $m_y$  координаты  $Y_c$  точки  $C$  найдём по аналогии с  $m_x$  (17):

$$m_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 m_b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 m_x^2. \quad (20)$$

Помня, что  $m_b = m$ , а  $m_x = m\sqrt{2}$ , после соответствующих преобразований, получим:

$$m_y = m \sqrt{\frac{b^2 + 2X_c^2}{b^2 - X_c^2}}. \quad (21)$$

Если треугольник  $ABC$  равносторонний, то в этом случае  $X_c = b \sin 30^\circ = b/2$  и формула (21) примет вид, аналогичный формуле (19).

Если в треугольнике  $ABC$  произвольной формы сторона  $AC$  расположена под углом  $45^\circ$  к оси  $y$ , то  $X_c = b \sin 45^\circ = b \frac{\sqrt{2}}{2}$  и формула (21) примет вид:  $m_y = 2m$ . Если сторона  $AC$  расположена под углом  $60^\circ$  к оси  $y$ , то  $X_c = b \sin 60^\circ = b \frac{\sqrt{3}}{2}$  и формула (21) примет вид:  $m_y = m\sqrt{2}$ . Как видим, наблюдается тенденция к уменьшению ошибки  $m_y$  с уменьшением угла между стороной  $AC$  и осью  $y$ . Наименьшего значения  $m_y = m$  эта ошибка достигает при угле равном  $0^\circ$ , то есть при  $X_c = 0$  мм.

Следует сказать, что приведенными примерами не исчерпываются возможности фотографического способа наблюдений за трещинами. Так, например, программы ArchiCAD 11, 12 и др. позволяют формировать на снимке любую систему прямоугольных координат, определять в этой системе координаты любой точки, измерять наклонные длины сторон и углы их наклона и др. Всё это может служить основой для разработки других фотографических способов наблюдений за трещинами.

Что касается ошибки  $m_x$ , то здесь имеет место обратная тенденция к её уменьшению с увеличением угла между стороной  $AC$  и осью  $y$ . Таким образом, оптимальной формой, обеспечивающей равноточное определение координат точки  $C$  с ошибкой, вычисляемой по формуле (19), является равносторонний треугольник  $ABC$ .

## Глава 5. ФОТОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАДИУСА СООРУЖЕНИЙ КРУГЛОЙ ФОРМЫ

Необходимость определения радиусов может возникнуть при обмерах сооружений, имеющих форму тела вращения: дымовые и вентиляционные трубы, градирни, ректификационные колонны, грануляционные башни, копры над стволами шахт, водонапорные башни, радиотелевизионные антенные опоры, силосные башни, колонны зданий, различные резервуары, купола исторических памятников и др. Кроме того, радиус необходим для определения координат центра сооружения.

В работах [10, 11, 12, 13] рассматривается несколько вариантов фотографического способа определения радиуса сооружений круглой формы.

### 5.1 Первый вариант фотографирования из одной точки

В общем виде математическая постановка задачи по определению радиуса  $R$  поперечного сечения сооружения фотографическим способом поясняется рис. 33 и заключается в следующем: на поперечном сечении сооружения имеются три точки, одна из которых  $3$  находится на линии  $\Phi_1 O$ , а две другие точки  $1$  и  $2$  лежат на касательных, проведенных к ок-

ружности из некоторой точки  $\Phi_1$ . Величины расстояний  $\Phi_1-3 = d$ ,  $O_1-2 = (1-2)/2 = h$ ,  $\Phi_1-2 = l$ . Требуется определить радиус сечения  $R$ .

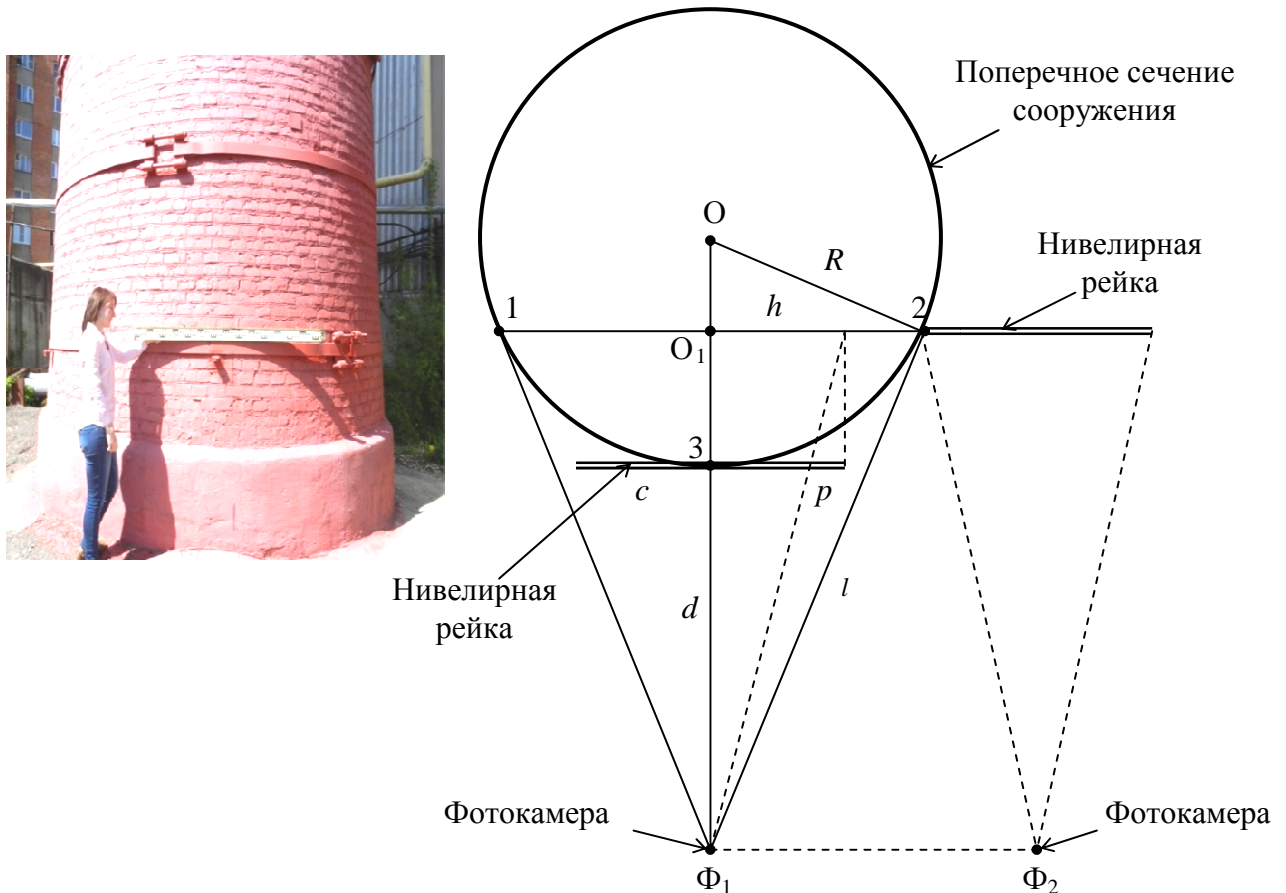


Рис. 33. Схема к определению радиуса сооружения фотографическим способом

Способ, описанный в работах [10, 11], предусматривает фотографирование сооружения с приложенной к нему нивелирной рейкой из точки  $\Phi_1$  (рис. 33). Рейка в дальнейшем служит для масштабирования снимка с целью получения результатов измерений на нём в метрической системе.

Следует сказать, что изображение на снимке воображаемой хорды 1-2 не соответствует диаметру  $2R$  поперечного сечения сооружения, а всегда меньше его. Поэтому в результаты измерений на снимке величины этой хорды необходимо вводить соответствующую поправку.

Из подобия треугольников  $O\Phi_1 2$  и  $O_1\Phi_1 2$  имеем  $R/\Phi_1-O = h/l$ , отсюда выразим  $l = \Phi_1-O h/R$ . Примем  $\Phi_1-O = nR$  (где  $n$  – число укладываемых радиуса в расстоянии  $\Phi_1-O$ ), тогда  $l = nh$ . Из треугольника  $O\Phi_1 2$  найдём  $R^2 = (nR)^2 - l^2$  и после соответствующих преобразований получим формулу

$$R = \frac{h}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} . \quad (22)$$

В этой формуле единица делённая на корень квадратный представляет поправочный коэффициент к измеренной на снимке (с использованием программы редактирования фотографических изображений) величине  $h$ . Для значений  $n$ , равных 1,5; 2; 4; 6; 8; 10; 15 и 20 были подсчитаны эти коэффициенты, которые оказались равными соответственно 1,342; 1,155; 1,033; 1,014; 1,008; 1,005; 1,002; 1,001.

Анализ формулы (22) с позиций «Теории ошибок» позволяет констатировать, что точность определения радиуса сооружения предлагаемым способом в основном зависит от точности измерения на снимке величины хорды 1-2, поскольку поправочный коэффициент даже при  $n = 2$  составляет всего 1,155 и с увеличением  $n$  стремится к единице. В то же время увеличение расстояния фотографирования может отрицательно сказаться на точности измерения хорды 1-2. Поэтому, в каждом конкретном случае следует выбирать оптимальное соотношение между расстоянием фотографирования и погрешностью измерения снимка, обеспечивающее заданную точность определения радиуса сооружения.

Если поправочный коэффициент разложить в степенной ряд Тейлора и ограничиться одним слагаемым этого ряда, то можно получить приближённую формулу

$$R \approx h \left( 1 + \frac{1}{2n^2} \right) . \quad (23)$$

Что касается масштабирования снимка по нивелирной рейке, расположенной в точке 3 на расстоянии  $O_1-3$  от хорды 1-2, то в данном случае в её длину  $2c$  необходимо вводить поправку  $2p$ .

Из подобия треугольников вытекает соотношение  $p/c = O_1-3/O_1-\Phi_1$ , следовательно  $p = cO_1-3/O_1-\Phi_1$ . Найдём  $O_1-3 = R - \sqrt{R^2 - h^2}$ , а после подстановки в подкоренное выражение значения  $h$  из формулы (22), получим  $O_1-3 = R \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$ . В свою очередь  $O_1-\Phi_1 = O-\Phi_1 - \sqrt{R^2 - h^2}$ , но  $O-\Phi_1 = nR$ , поэтому  $O_1-\Phi_1 = R \left( n - \frac{1}{n} \right)$ . Подставив полученные значения в выражение для  $p$ , получим в окончательном виде формулу поправки:

$$p = c \frac{n-1}{n^2-1} . \quad (24)$$

Для принятых выше значений  $n$ , равных 1,5; 2; 4; 6; 8; 10; 15 и 20 были подсчитаны коэффициенты при  $c$ , которые оказались равными соответственно 0,400; 0,333; 0,200; 0,143; 0,111; 0,091; 0,062; 0,048. Как следует



из формулы (24), точность определения поправки  $p$  зависит только от точности  $n$ , то есть от точности определения расстояния  $\Phi_1$ -О от фотокамеры до оси сооружения.

## 5.2 Вариант фотографирования с двух точек

Недостатком рассмотренного способа является необходимость знания числа укладываний радиуса  $R$  в расстоянии  $\Phi_1$ -О и довольно сложный переход от метрической величины поправки  $p$  к пикселям. Избежать этого можно, если определить положение точки касания, например, 2 с помощью специального устройства, разработанного на кафедре инженерной геодезии ННГАСУ. Затем, расположив рейку вдоль хорды 1-2, фотографируют её из точки  $\Phi_2$ . Измерив на первом снимке количество пикселей, приходящихся на хорду 1-2, а на втором снимке количество пикселей, приходящихся на длину рейки, можно непосредственно определить  $O_1$ -2 =  $h$  в метрической системе единиц. В этом случае, в отличие от приведенных выше формул, радиус  $R$  можно вычислить по значениям только  $d$  и  $h$ .

Действительно, из подобия треугольников  $\Phi_1 O_2$  и  $\Phi_1 O_1 2$  ет:  $\frac{R}{d+R} = \frac{\sqrt{R^2-h^2}}{R}$ . Отсюда имеем:  $R^2 = (d+R)\sqrt{R^2-h^2}$ . Возведём полученное выражение в квадрат  $R^4 = (d+R)^2(R^2-h^2)$  и, раскрыв скобки, имеем после соответствующих преобразований:

$$2dR^3 + (d^2 - h^2)R^2 - 2dRh^2 - d^2h^2 = 0.$$

Поделим это выражение на  $2d$  и получим уравнение третьей степени относительно  $R$ :

$$R^3 + \frac{d^2-h^2}{2d}R^2 - h^2R - \frac{dh^2}{2} = 0. \quad (25)$$

Для исключения в этом уравнении слагаемого второй степени введём переменную:  $y = R + \frac{d^2-h^2}{6d}$ , тогда  $R = y - \frac{d^2-h^2}{6d}$ . Ещё обозначим  $t^2 = d^2 - h^2$ , предполагая, что  $d > h$ , тогда

$$R = y - \frac{t^2}{6d}, \quad (26)$$

и уравнение третьей степени  $R^3 + \frac{t^2}{2d}R^2 - h^2R - \frac{dh^2}{2} = 0$  примет вид  $y^3 - y\left(\frac{t^4}{12d^2} + h^2\right) + \left(\frac{t^6}{3 \cdot 6^2 d^3} + \frac{h^2 t^2}{6d} - \frac{dh^2}{2}\right) = 0$ , а в соответствии со стандартным видом уравнения третьей степени  $y^3 + 3py + 2q$  обозначим:

$$p = -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{12}\frac{t^4}{d^2} + h^2\right), \quad (27)$$

$$q = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3 \cdot 6^2}\frac{t^6}{d^3} + \frac{h^2 t^2}{6d} - \frac{dh^2}{2}\right), \quad (28)$$

и вычислим некоторую вспомогательную величину

$$D = q^2 + p^3. \quad (29)$$

При  $D > 0$  будем иметь один вещественный корень уравнения третьей степени (другие 2 корня – мнимые, и они не рассматриваются).

Этот корень  $y = u + v$ , где

$$u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{D}}, \quad (30)$$

$$v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}}. \quad (31)$$

Таким образом, предлагаемое аналитическое решение поставленной задачи осуществляется в следующей последовательности: по известным значениям  $d$  и  $h$  находят  $t^2 = d^2 - h^2$ ; затем по формулам (27, 28, 29) вычисляют  $p$ ,  $q$  и  $D$ ; по формулам (30, 31) вычисляют  $u$  и  $v$  и их сумму  $y = u + v$ ; по формуле (26) находят значение радиуса  $R$ .

С целью проверки предложенной методики и определения пределов её работоспособности было проведено соответствующее моделирование. В качестве моделей фигурировали окружности радиуса 2, 5 и 10 условных единиц. Для различных расстояний  $d$  были определены соответствующие отрезки  $h$  в тех же условных единицах. Полученные результаты приведены в табл. 10.

Т а б л и ц а 10

**Результаты моделирования по значениям  $d$  и  $h$**

$d$	$h$	$p$	$q$	$D$	$u$	$v$	$y$	$R$
2	1,73	-1,00	-1,37	0,86	1,3199	0,7612	2,08	2,00
4	1,89	-1,46	-2,51	3,19	1,6253	0,8976	2,52	2,01
6	1,94	-2,06	-3,24	1,82	1,6619	1,2373	2,90	2,00
7	1,96	-2,44	-3,41	-2,81	-	-	-	-
5	4,33	-6,29	-21,47	211,90	3,3029	1,9053	5,21	5,00
10	4,71	-9,08	-38,89	764,87	4,0524	2,2398	6,29	5,00
15	4,84	-12,82	-50,38	428,50	4,1423	3,0961	7,24	5,00
16	4,86	-13,73	-51,71	83,91	3,9337	3,4911	7,42	5,00
17	4,87	-14,67	-52,36	-415,18	-	-	-	-
10	8,66	-25,17	-171,79	13561,62	6,6057	3,8107	10,42	10,00
20	9,42	-36,31	-311,15	48951,74	8,1048	4,4797	12,58	9,99
30	9,68	-51,30	-403,02	27423,98	8,2847	6,1921	14,48	10,00
32	9,71	-54,88	-412,46	4873,44	7,8421	6,9976	14,84	10,00
33	9,72	-56,72	-415,45	-9893,57	-	-	-	-

Данные табл. 10 свидетельствуют, что пользоваться формулами (26) – (31) можно, когда величина  $d$  не превышает трёх  $R$ . В противном случае величина  $D$  будет отрицательной, в то время как в формулах (30) и (31) из неё необходимо извлекать корень квадратный.

### 5.3 Второй вариант фотографирования из одной точки

К недостаткам рассмотренного выше способа следует отнести необходимость определения точек касания 1 и (или) 2 и выполнение фотографирования с двух точек  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  (рис. 33).

Для исключения этих недостатков можно ограничиться измерением расстояния  $d$  и фотографированием сооружения только из одной точки  $\Phi_1$  (рис. 34).

Теперь, если определить отрезок ЛП в метрической системе, то можно вычислить угол  $\beta$ :

$$\beta = \text{arctg} [(ЛП)/2d] , \quad (32)$$

а по значениям  $d$  и  $\beta$  найти радиус  $R$  наблюдаемого сечения [11]:

$$R = \frac{d \sin \beta}{1 - \sin \beta} . \quad (33)$$

Решение поставленной задачи заключается в определении на фотографии количества пикселей, приходящихся на длину рейки и количества пикселей приходящихся на отрезок 1-2 (рис. 34). Умножив величину 1-2 в пикселях на отношение длины рейки в метрах на длину рейки в пикселях, получают приблизительное значение ЛП в метрах.

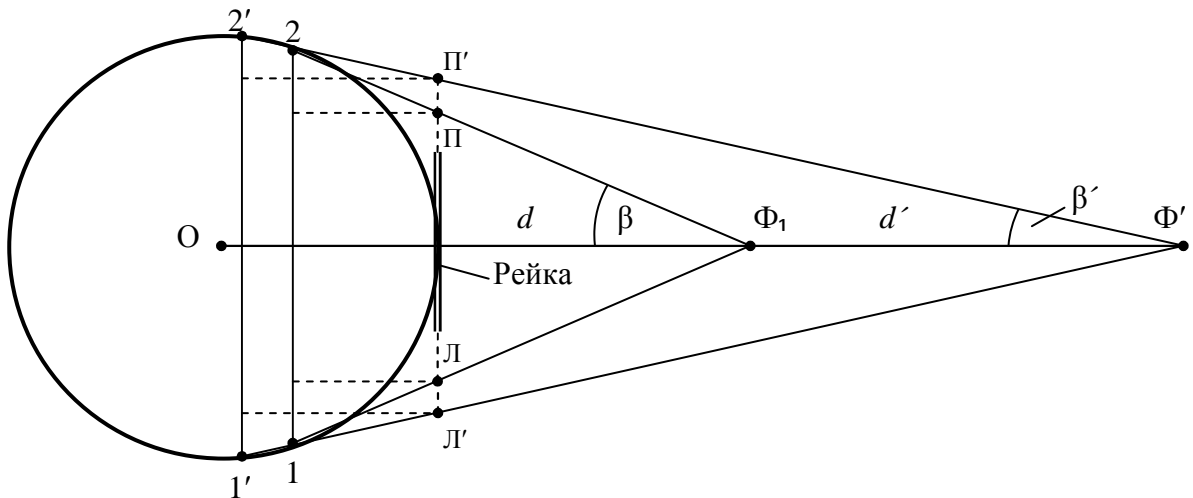


Рис. 34. Схема к определению радиуса путём фотографирования из одной точки

Как следует из схемы на рис. 34, с увеличением расстояния  $d$  угол  $\beta$  уменьшается, хорда 1-2 приближается к диаметру сечения, а отрезок ЛП приближается к величине хорды 1-2. Поэтому, для обеспечения требуемой точности определения  $R$  необходимо определить такое расстояние  $d'$ , при котором ошибка определения радиуса не превысит ошибок определения  $d$  и ЛП. Для этого, используя формулу (32), найдём среднюю квадратическую ошибку  $m_\beta$  определения угла  $\beta$  на основе известного из теории ошибок выражения для ошибки функции общего вида. После взятия частных производных по всем входящим в эту формулу аргументам и соответствующих преобразований получим:

$$m_\beta^2 = \left( \frac{\rho^2}{1 + \text{ЛП}^2 / 4d^2} \right)^2 \left( \frac{1}{4d^2} m_{\text{ЛП}}^2 + \frac{\text{ЛП}^2}{4d^4} m_d^2 \right), \quad (34)$$

где  $m_{\text{ЛП}}$  и  $m_d$  – средние квадратические ошибки измерения ЛП и  $d$ ,  $\rho = 206265''$ .

В свою очередь, используя формулу (33), найдём среднюю квадратическую ошибку радиуса  $m_R$ :

$$m_R^2 = \frac{1}{(1 - \sin \beta)^2} \left[ \sin^2 \beta m_d^2 + \frac{d^2 \cos^2 \beta}{\rho^2 (1 - \sin \beta)^2} m_\beta^2 \right], \quad (35)$$

где  $m_d$  и  $m_\beta$  – средние квадратические ошибки измерения  $d$  и  $\beta$ .

Результаты вычислений по формулам (34, 35) сведены в табл. 11. В ней расстояния  $d$  взяты в некоторых условных единицах, равных от 1 до 12 значений радиуса, для того, чтобы полученные результаты можно было распространить на сооружения любого радиуса. Ещё отметим, что в формуле (35) в качестве  $m_\beta$  фигурирует переменная величина, соответствующая конкретному значению  $d$  (табл. 11).

Т а б л и ц а 11

**Ошибки  $m_\beta$  и  $m_R$ , подсчитанные при  $m_{\text{ЛП}} = m_d = 5$  мм**

$d = nR$	$\text{Sin}\beta = R/(d+R)$	$\beta, ^\circ$	$\text{tg}\beta$	$\text{ЛП} = \text{tg}\beta * 2d$	$m_\beta, ''$	$m_R, \text{м}$
1	0,500000	30,00000	0,577350	1,155	591	0,0111
2	0,333333	19,47122	0,353553	1,414	281	0,0063
3	0,250000	14,47751	0,258199	1,549	181	0,0048
4	0,200000	11,53696	0,204124	1,633	134	0,0042
5	0,166667	9,594068	0,169031	1,690	106	0,0038
6	0,142857	8,213211	0,144338	1,732	88	0,0035
7	0,125000	7,180756	0,125988	1,764	75	0,0034
8	0,111111	6,379370	0,111803	1,789	65	0,0032
9	0,100000	5,739170	0,100504	1,809	58	0,0032
10	0,090909	5,215909	0,091287	1,826	52	0,0031
11	0,083333	4,780192	0,083624	1,840	47	0,0030
12	0,076923	4,411726	0,077152	1,852	43	0,0030

Данные табл. 11 позволяют констатировать, что точность определения угла  $\beta$ , а соответственно и точность определения радиуса  $R$  повышается с увеличением расстояния  $d$ , что наглядно иллюстрируется графиками на рис. 35 и 36. На этих графиках представлены кривые, соответствующие ошибкам определения  $m_{\text{ЛП}} = m_d = m = 5, 10, 15$  мм.

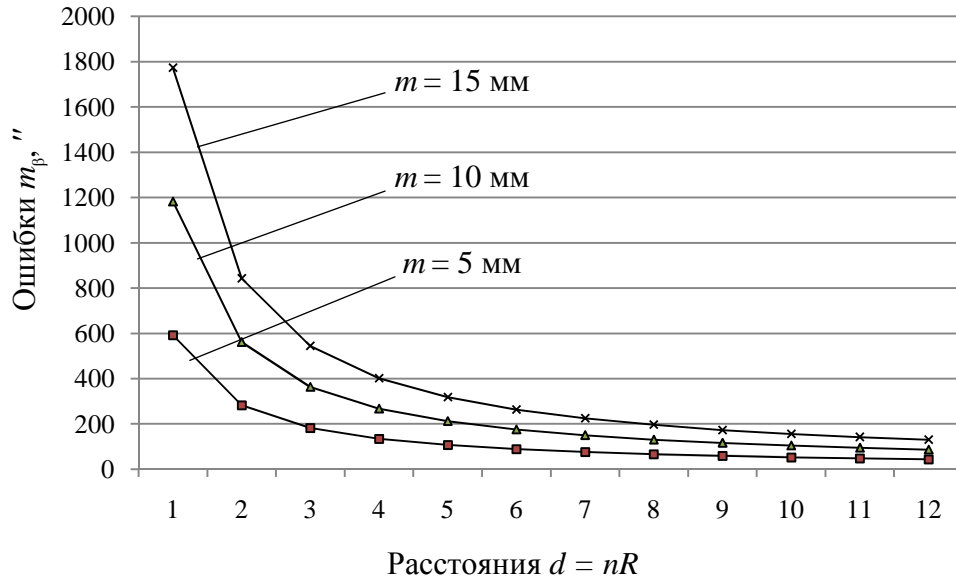


Рис. 35. График зависимости ошибки  $m_\beta$  от ошибок  $m_{\text{ЛП}}$  и  $m_d$

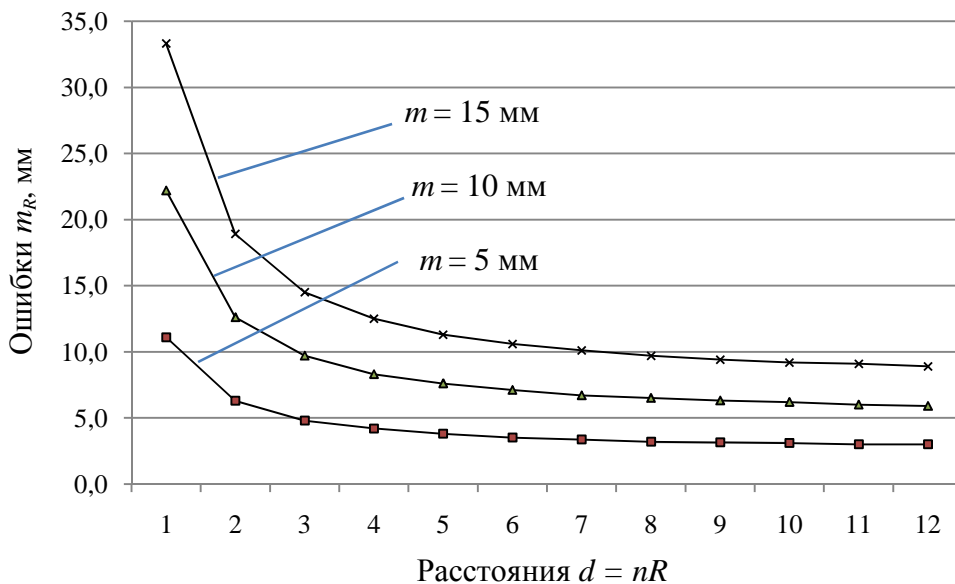
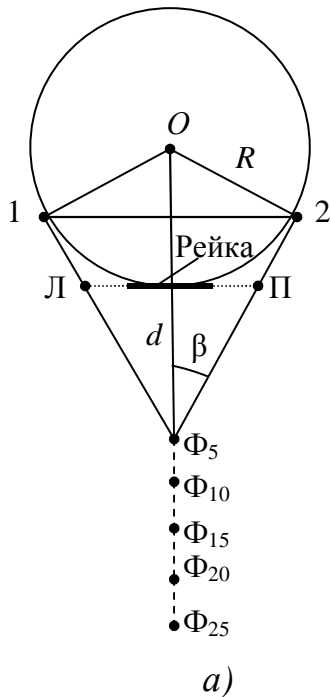


Рис. 36. График зависимости ошибки  $m_R$  от ошибок  $m_d$  и  $m_\beta$

Из этих графиков видно, что начиная с  $n = 5$  и более, ошибка  $m_R$  определения радиуса остаётся практически одной и той же независимо от расстояния  $d$ .

Предлагаемый способ был опробован путём фотографирования дымовой трубы с приложенной к ней 3-метровой нивелирной рейкой (рис. 37).



а)

б)

Рис. 37. Схема фотографирования (а) дымовой трубы (б)

Фотографирование осуществлялось с пяти точек, расположенных на расстоянии  $d$ , равных примерно 5, 10, 15, 20 и 25 м, что соответствует величине  $n$  от 1 до 12.

Радиус исследуемого сечения трубы  $R_0$  был определён непосредственно путём измерения периметра  $2\pi R_0$  этого сечения и оказался равным 1,983 м.

Т а б л и ц а 12

### Результаты фотографирования дымовой трубы

Расстоян. $d$ , м	Колич. пикселей		ЛП, м	$\text{tg}\beta$	$\beta$ , °	$R$ , м	$R - R_0$ , мм
	ЛП	Рейка					
5,109	1079	1094	2,959	0,28957	16,1496	1,969	-14
10,161	1439	1290	3,346	0,16467	9,3512	1,971	-12
15,163	1248	1065	3,515	0,11592	6,6124	1,973	-10
20,084	1394	1158	3,611	0,0899	5,1375	1,975	-8
24,834	1027	838	3,677	0,0740	4,23352	1,979	-4

Фотографирование выполнялось с помощью аппарата *Nikon D3100*. Полученные снимки выводились на экран монитора и с помощью программы *ArchiCAD 18* выполнялся подсчёт количества пикселей, приходящихся на длину рейки и количество пикселей приходящихся на отрезок 1-2. Результаты измерений и вычислений представлены в табл. 12.

Полученные в результате измерений данные подтверждают возможность использования рассматриваемой методики для фотографического способа определения радиуса сооружения круглой формы.

#### 5.4 Третий вариант фотографирования из одной точки

Следует отметить, что одним из путей дальнейшего развития фотографического способа может являться калибровка цифровой камеры с целью определения расстояния  $d$  непосредственно по количеству пикселей, соответствующих длине базиса, например, нивелирной рейки приложенной к исследуемому сооружению.

Третий вариант поясняется рис. 38 и заключается в измерении двух расстояний  $d_1$  и  $d_2$  путём фотографирования базисов только из одной точки  $\Phi_1$ .

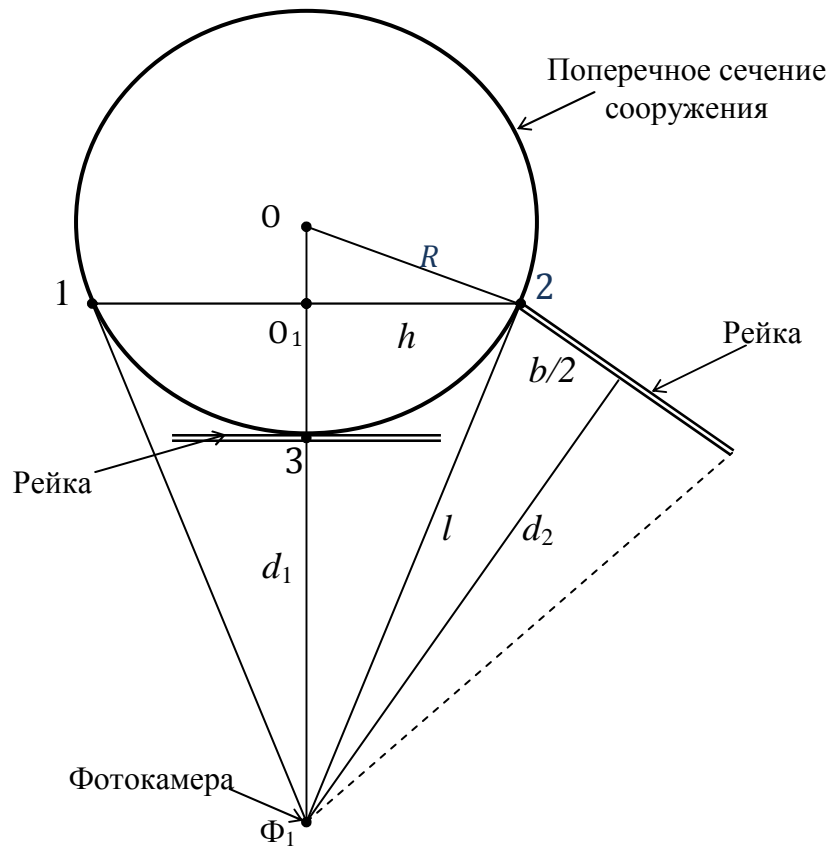


Рис. 38. Схема определения радиуса по двум расстояниям  $d_1$  и  $d_2$

Вначале фотографируют базис в точке 3. Затем устанавливают его в точке касания 1 или 2, располагая рейку горизонтально и перпендикулярно оптической оси фотокамеры. Этого можно достичь с помощью любого визирного приспособления, закреплённого в середине рейки и перпендикулярно ей.

Измеряют на снимках количество пикселей  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ , приходящихся на длину рейки в первом и втором положении. По этим данным определяют два расстояния  $d_1$  и  $d_2$  и, вычислив  $l^2 = d_2^2 + b^2/4$ , находят радиус по формуле

$$R = \frac{l^2 - d_1^2}{2d_1}. \quad (36)$$

Вообще говоря, расстояние  $l$  можно определить по фотографии рейки, расположенной вертикально в точке касания 2, для чего необходимо предварительно выполнить соответствующую калибровку фотокамеры. Причём ошибка  $l$  в основном будет зависеть от точности определения положения точки касания 2, которое может быть определено

с помощью

действующего макета устройства проф. Шеховцова Г. А.

Наконец, если по изложенной выше методике определить  $h$ , то в таком способе радиус может быть вычислен по формуле

$$R = \frac{d_1 h}{l - h}. \quad (37)$$

## Глава 6. ФОТОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ КОНТРОЛЯ ПЛАНОВО-ВЫСОТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПУТЕЙ МОСТОВОГО КРАНА

По информативности все методы геодезического контроля надземных подкрановых путей мостовых кранов подразделяются на три группы: методы контроля планового положения путей; методы контроля путей по высоте; методы комплексного (одновременного) контроля путей в плане и по высоте.

В соответствии с этим для геодезического контроля пространственного положения подкрановых путей могут применяться различные способы определения их геометрических параметров. Одними из основных недостатков существующих способов является необходимость выхода исполнителей на подкрановый путь и многократное задействование мостового крана.



Применение любительских цифровых неметрических камер в сочетании с компьютерной техникой и программ редактирования фотографических изображений может кардинально изменить технологию такого контроля. В частности, можно совместить три операции: определение ширины колеи и прямолинейности подкрановых рельсов, а также нивелирование подкранового пути. При этом предусматривается одновременное использование двух базисов: горизонтального и вертикального.

В данной главе предлагается методика совмещения операций масштабирования снимков и определения расстояния до исследуемого объекта путём выполнения калибровки цифровой фотокамеры одновременно по горизонтальному и вертикальному базисам. Описаны теоретические основы использования цифровых камер с целью определения ширины колеи, прямолинейности подкрановых рельсов и нивелирования подкранового пути [14].

### 6.1 Калибровка цифровой камеры по горизонтальному и вертикальному базисам

Измерения выполнялись цифровой камерой *Nikon S9100*. В качестве базисов использовались две нивелирные 1,5 – метровые рейки, скреплённые между собой в центральной их части в виде креста (рис. 39). Фотокамера была установлена на высоте равной половине рейки и ориентирована так, чтобы крест занимал на снимке центральное положение. При неподвижном положении фотокамеры фотографировали базисы, отстоящие от неё на расстояниях  $d = 30, 29, 28, \dots, 5, 4, 3$  м.

Каждую фотографию выводили на экран монитора и открывали файлы с помощью Paint. Курсор подводили к левому Л, правому П и верхнему В, нижнему Н концам реек и отсчитывали количества пикселей, соответствующих каждому положению курсора. Находили разности количества пикселей соответствующих длине  $b$  горизонтальной и вертикальной рейки  $\Delta_{\Gamma} = \text{П} - \text{Л}$  и  $\Delta_{\text{В}} = \text{В} - \text{Н}$ . По этим данным определяли размер одного пикселя  $\delta = b/\Delta$  соответствующий конкретному расстоянию  $d$  от фотокамеры до базисов.

Было установлено равенство  $\Delta_{\Gamma} = \Delta_{\text{В}}$  (табл. 13), что также иллюстрируется графиками на (рис. 40), слившимися в одну кривую для обоих базисов. По этим графикам, вычерченным в крупном масштабе, можно определять графически расстояния  $d'$  в зависимости от количества пикселей  $\Delta'$  по методике, изложенной в разделах 2.1 и 2.2 (рис. 11, 24).

Используя приведенные выше аналитические зависимости (10, 11) расстояния  $d$  от количества пикселей  $\Delta$  и значения  $\Delta_{\Gamma}$  и  $\Delta_{\text{В}}$ , получили практически одинаковые величины  $A_{\Gamma} = 5747,624$  м×пкс для горизонталь-

ного базиса и  $A_B = 5756,136$  м×пкс для базиса вертикального, которые отличаются друг от друга всего на 8,512 м×пкс.



Рис. 39. Горизонтальный и вертикальный базисы

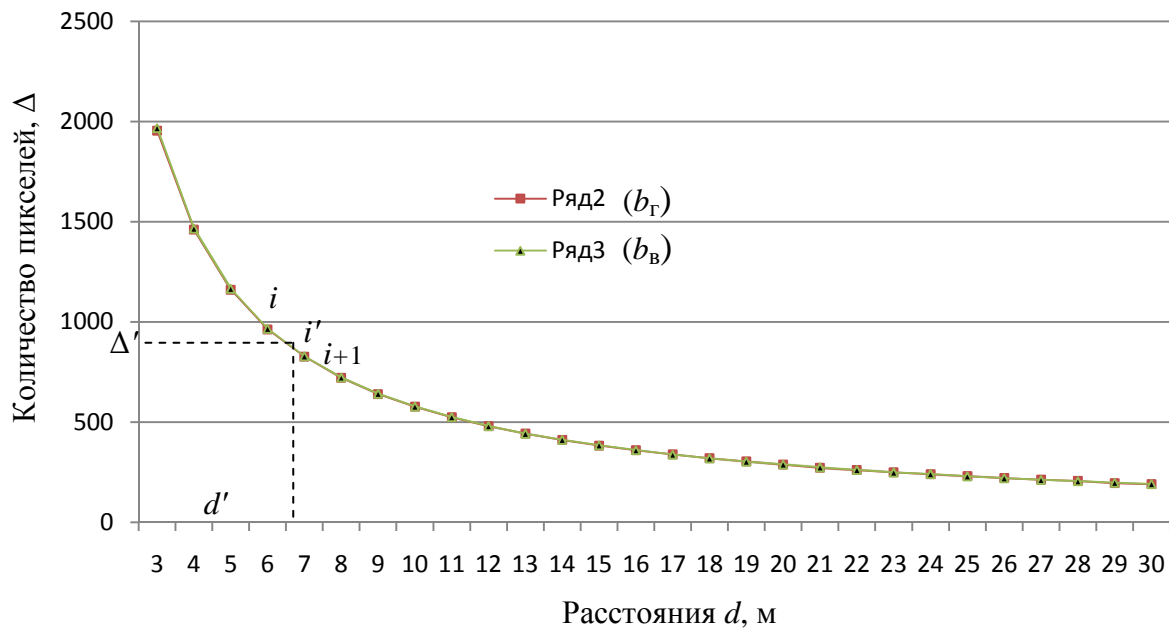


Рис. 40. Графики зависимости расстояния  $d$  от количества пикселей  $\Delta$

Была выполнена проверка точности определения расстояний  $d$  от величин  $\Delta$  в диапазоне расстояний от 3 м до 30 м. Для этого с помощью формулы (10) были вычислены значения величин  $d_i$  в точках  $\Delta_i$  и сравне-

ны с фактическими значениями. По их разности были найдены относительные ошибки вычисленных значений  $d_i$  по отношению к фактическим  $d$  и построены графики (рис. 41).

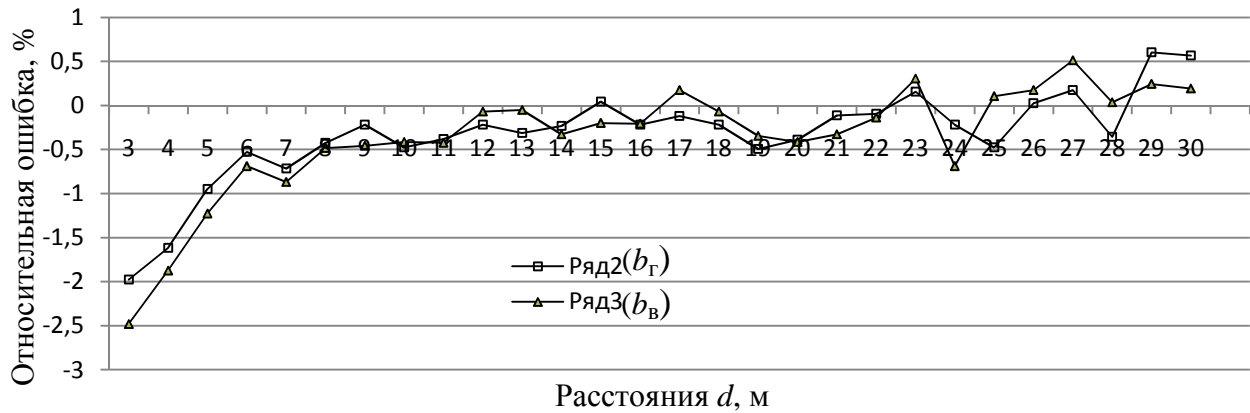


Рис. 41. Графики зависимости ошибки вычисления величин  $d$

Как следует из рис. 41, относительные ошибки величин  $d_i$  для обоих базисов в диапазоне от 3 до 30 м находятся в пределах от  $-2,5$  до  $+0,6\%$ . Максимальных значений они достигают при малых расстояниях от 3 до 6 метров. На расстояниях свыше 6 м ошибки остаются практически одинаковыми в пределах от  $-0,5$  до  $+0,6\%$ , что, вообще говоря, при описанной методике калибровки соответствует точности нитяного дальномера геодезического прибора.

Для повышения точности определения расстояний предлагается использовать приведенную в разделах 2.1 и 2.2 методику введения в результаты измерений  $\Delta$  соответствующих поправок. Для этого по формуле (10) находим  $\Delta_0 = A/d$  количество пикселей, соответствующих расстояниям 3,4,5,...,29,30 м (графы 3, 6 табл. 13).

Т а б л и ц а 13

### Поправки в результаты измерений

$d$ , м	Данные для горизонтального базиса $b_G$			Данные для вертикального базиса $b_B$		
	$\Delta$ , пкс	$\Delta_0 = A/d$	$p = \Delta_0 - \Delta$	$\Delta$ , пкс	$\Delta_0 = A/d$	$p = \Delta_0 - \Delta$
1	2	3	4	5	6	7
3	1954,5	1915,9	-38,63	1965,5	1918,7	-48,79
4	1460,5	1436,9	-23,6	1466,5	1439,0	-27,46
5	1160,5	1149,5	-10,98	1165,5	1151,2	-14,27
6	963	957,9	-5,06	966	959,4	-6,64
7	827	821,1	-5,91	829,5	822,3	-7,19
8	721,5	718,5	-3,05	723	719,5	-3,48
9	640	638,6	-1,38	642,5	639,6	-2,93

10	577,5	574,8	-2,74	578	575,6	-2,39
11	524,5	522,5	-1,99	525,5	523,3	-2,21
12	480	479,0	-1,03	480	479,7	-0,32
13	443,5	442,1	-1,38	443	442,8	-0,22
14	411,5	410,5	-0,96	412,5	411,2	-1,35
15	383	383,2	0,17	384,5	383,7	-0,76
16	360	359,2	-0,77	360,5	359,8	-0,74
17	338,5	338,1	-0,4	338	338,6	0,6
18	320	319,3	-0,69	320	319,8	-0,21
19	304	302,5	-1,49	304	303,0	-1,05
20	288,5	287,4	-1,12	289	287,8	-1,19
21	274	273,7	-0,3	275	274,1	-0,9
22	261,5	261,3	-0,24	262	261,6	-0,36
23	249,5	249,9	0,4	249,5	250,3	0,77
24	240	239,5	-0,52	241,5	239,8	-1,66
25	231	229,9	-1,1	230	230,2	0,25
26	221	221,1	0,06	221	221,4	0,39
27	212,5	212,9	0,37	212	213,2	1,19
28	206	205,3	-0,73	205,5	205,6	0,08
29	197	198,2	1,19	198	198,5	0,49
30	190,5	191,6	1,09	191,5	191,9	0,37

Разности  $p = \Delta_0 - \Delta$  (графы 4, 7) являются поправками в измеренные значения пикселей  $\Delta$  (графы 2, 5), характер изменения которых в зависимости от расстояния иллюстрируется на рис. 42. График наглядно показывает, как с увеличением расстояния величина поправки уменьшается и, начиная с некоторого момента (в нашем случае примерно с 8 м), остаётся постоянной и практически равной нулю.

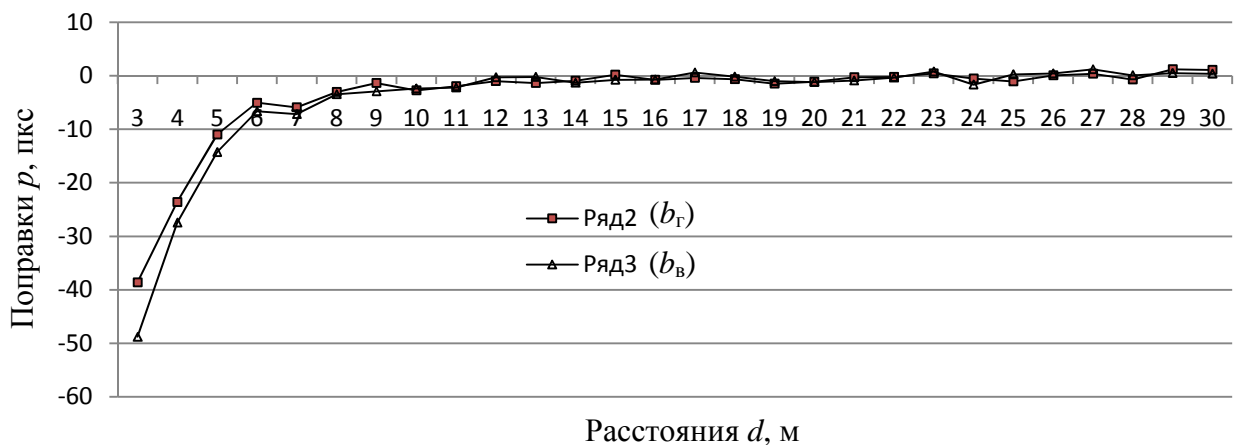


Рис. 42. Графики зависимости поправок  $p$  от расстояния  $d$

Аналитический путь определения поправки  $p'$  заключается в том, что по измеренному значению  $\Delta'$  определяют однометровый интервал с количеством пикселей  $\Delta_i$  и  $\Delta_{i+1}$ , внутри которого располагается  $\Delta'$  (см. табл. 13). Искомую поправку находят путём интерполяции между крайними значениями  $\Delta_i$  и  $\Delta_{i+1}$  этого интервала по формуле (12) и вычисляют искомое расстояние по формуле (13).

Было установлено, что размер одного пикселя  $\delta$  одинаков для горизонтального и вертикального базиса и зависит только от расстояния  $d$ , что наглядно иллюстрируется графиками на рис. 43 и может быть выражена равенством (7).

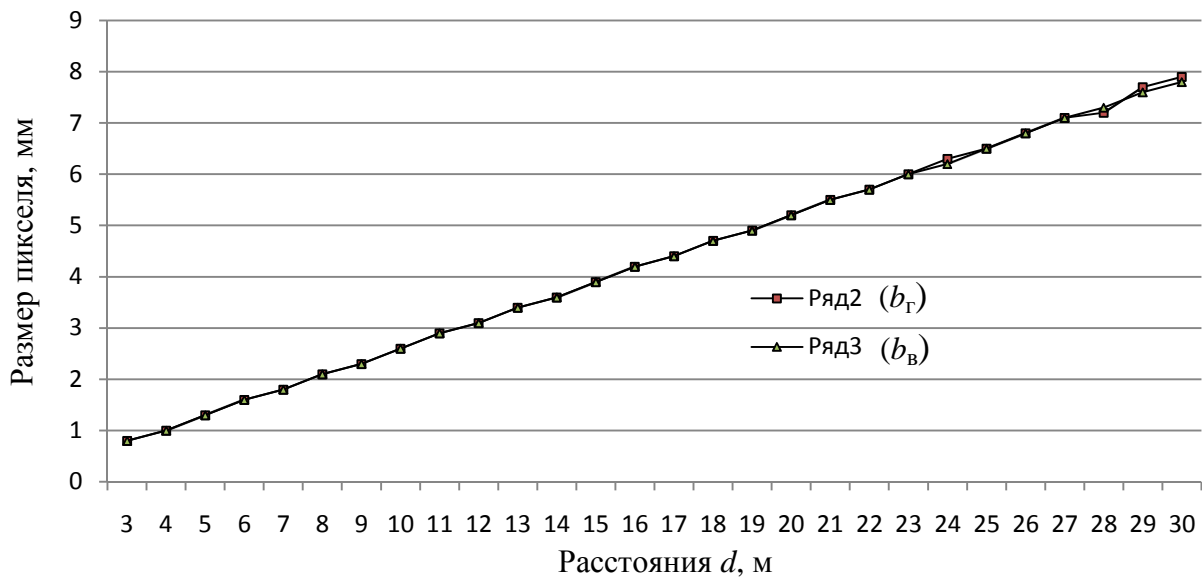


Рис. 43. Графики зависимости размера пикселя  $\delta$  от расстояния до рейки  $d$

Графики на рис. 43 иллюстрируют прямолинейную зависимость размера пикселя от расстояния. Поэтому, как было показано в разделах 2.1 и 2.2, на практике можно ограничиться тщательным определением  $\delta_3$  и  $\delta_{30}$ , а любой размер пикселя  $\delta_i$  может быть найден по формуле (7). В дальнейшем теоретический размер пикселя  $\delta_i$  можно использовать для перевода пикселей в метрическую систему единиц, для контроля правильности определения  $d_i$  и характеристики точности определения  $\Delta$ .

## 6.2 Фотографический способ нивелирования

Результаты измерений вертикального базиса  $b_B$  можно использовать для фотографического способа нивелирования (рис. 44). Так, установив фотокамеру в начальной точке  $O$  линии на высоте равной  $b_B/2$ , фотографируют установленный в конечной точке  $K$  этой линии вертикальный базис так, чтобы его изображение располагалось в центральной части снимка.

Затем, при неподвижном положении фотокамеры фотографируют базис, устанавливаемый последовательно в точках  $L, M, \dots$  этой линии.

Каждую фотографию выводят на экран монитора и, подводя курсор к верхнему и нижнему концам базиса, отсчитывают количество пикселей  $V_{K,L,M\dots}$  и  $H_{K,L,M\dots}$ , соответствующих каждому положению курсора.

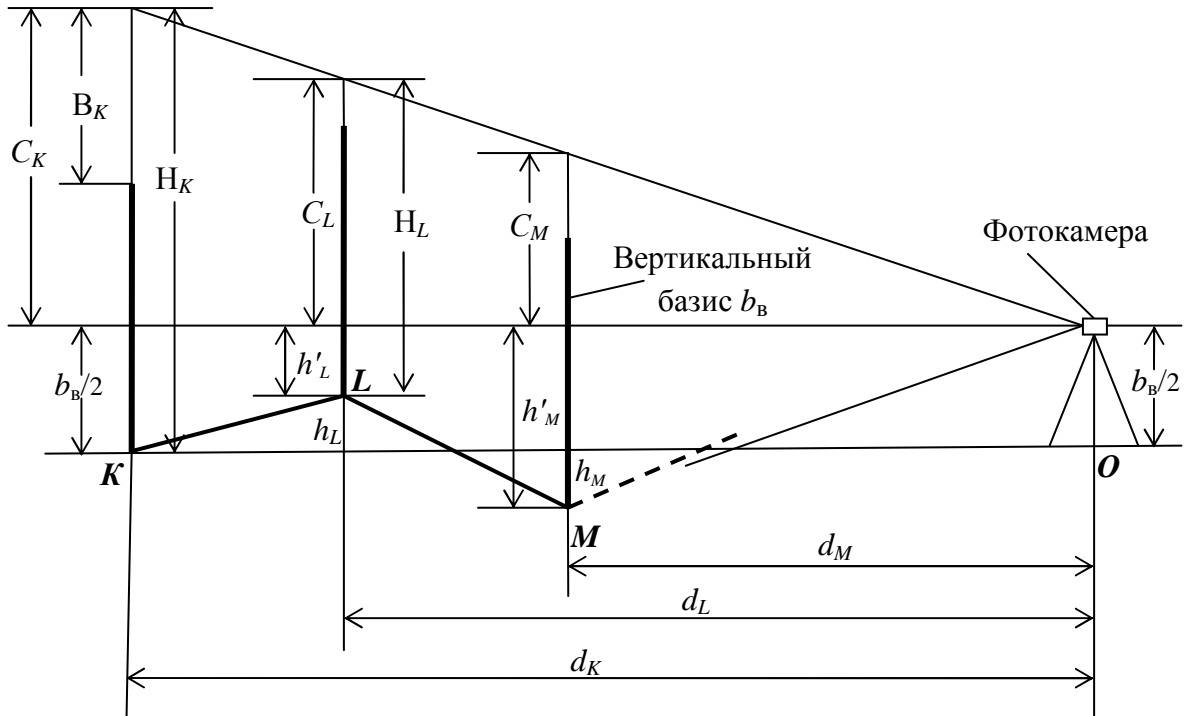


Рис. 44. Схема фотографического способа нивелирования

Находят количество пикселей соответствующих длине базиса  $\Delta_{K,L,M\dots} = H_{K,L,M\dots} - V_{K,L,M\dots}$  и определяют, во-первых, размер одного пикселя  $\delta_{K,L,M\dots} = b_B / \Delta_{K,L,M\dots}$  соответствующий конкретному расстоянию  $d$  от фотокамеры до вертикальной рейки. Во-вторых, находят  $C_K = (V_K + H_K) / 2$  и определяют расстояния  $d_K, d_L, d_M, \dots$ . Из схемы на рис. 44 видно, что  $h'_L = H_L - C_L$ . В свою очередь из подобия треугольников с основаниями  $C_K$  и  $C_L$  вытекает равенство  $C_L = d_L C_K / d_K$ , поэтому превышение  $h_L$  точки  $L$  над линией  $KO$  можно найти как разность  $b_B / 2 - h'_L$  или, выражая количество пикселей в метрической системе единиц, получим:

$$h_L = b_B / 2 - (H_L - d_L C_K / d_K) \delta_L . \quad (38)$$

Аналогичным образом можно вычислить превышение  $h_M$  точки  $M$  над линией  $KO$ , которое в соответствии с рис. 44 будет иметь знак минус:

$$H_M = b_B / 2 - (H_M - d_M C_K / d_K) \delta_M , \quad (39)$$

и так для всех нивелируемых точек.

По схеме приведенной на рис. 44 было выполнено фотографическое нивелирование линии в диапазоне 3-30 м, результаты которого были сравнены с результатами геометрического нивелирования с помощью нивелира 2Н-3Л (рис. 45).

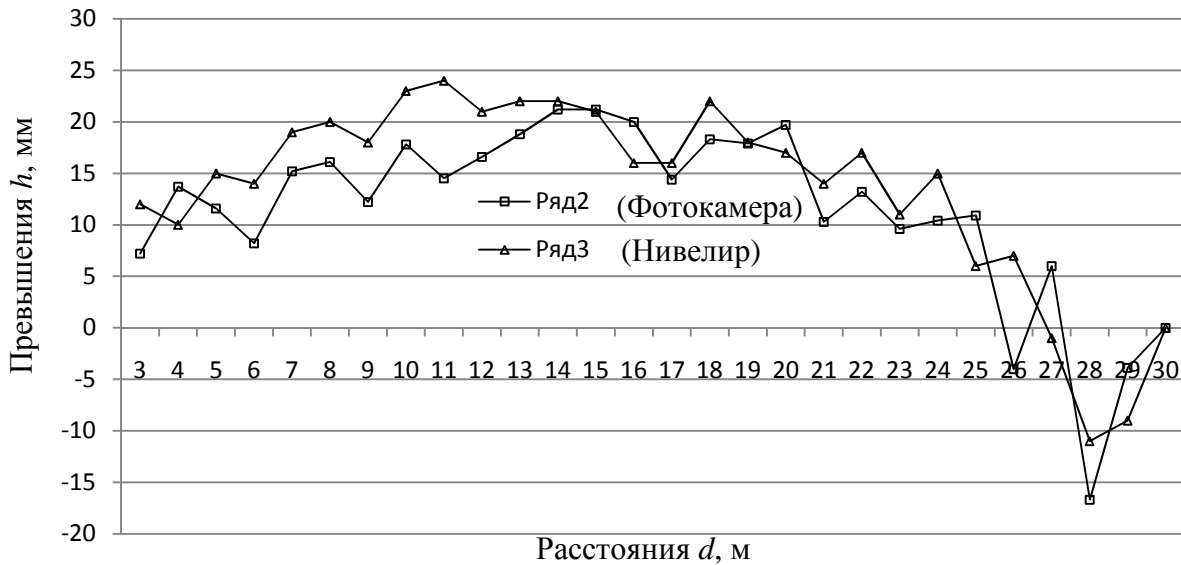


Рис. 45. Продольный профиль линии 3-30 м

Расхождения оказались в пределах от -9,5 до +7,0 мм. Это можно объяснить тем, что каждую фотографию выводили на экран монитора и открывают файлы с помощью Paint, без обработки снимков в специальном программном обеспечении Camera Raw и PhotoMod Lite.

С целью определения возможности использования и предварительной оценки точности была опробована другая методика фотографического способа нивелирования и выполнено соответствующее моделирование. В качестве модели выступали две параллельные полосы в коридоре третьего этажа 5 корпуса ННГАСУ. На левой (рис. 46 а) и правой (рис. 46б) линиях были закреплены по 9 точек через 5- метровый интервал.

Методика моделирования заключалась в следующем [15]. Фотоаппарат центрировали в начальной точке линии (станция 1). Определяли «высоту инструмента» от точки стояния до центра объектива. Устанавливали в конце линии (станция  $n$ ) вертикально нивелирную рейку, ориентировали оптическую ось фотоаппарата на отсчёт по рейке, равный «высоте инструмента» и фотографировали рейку.

Такое фотографирование при неизменном положении фотокамеры осуществляли, устанавливая последовательно рейку в заданных точках съёмки. Фотографирование выполнялось с помощью аппарата Canon PowerShot S2 IS. Полученные снимки обрабатывались на персональном компьютере с использованием программы Paint.NET.

Для перехода от значений в пикселях к метрической системе единиц необходимо произвести масштабирование каждого снимка следующим образом.



Рис. 46. Закрепление точек на линиях, имитирующих подкрановые рельсы

С помощью пункта меню **Вид** устанавливается режим **Пиксели**. На окне инструментов выбирается инструмент **Выбор прямоугольной области**. Лево́й кнопкой мыши выделяется часть нивелирной рейки с известным отсчётом (рис. 47). В строке состояния отобразится размер выделенной области (например: 53 \* 393, что соответствует 53 пикселям по горизонтали, 393 пикселям по вертикали). Чтобы определить масштаб, необходимо отсчёт по нивелирной рейке разделить на количество пикселей.

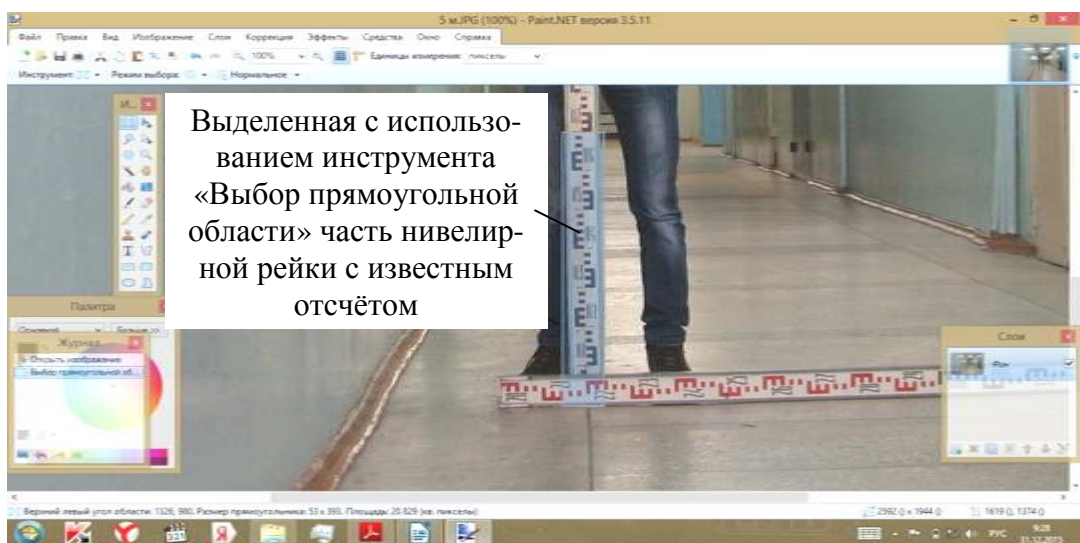


Рис. 47. Обработка фотографий в программе Paint.NET на этапе масштабирования



Результаты масштабирования снимков по вертикальной и (для сравнения) по горизонтальной рейкам представлены в табл. 14 и 15. На основании данных этих таблиц установлено, что размер пикселя  $\delta$  оказался практически одинаковым, не зависящим от размера базисов и их горизонтального или вертикального расположения.

Т а б л и ц а 14

**Масштабирование снимков по вертикальной рейке**

Расстояние, м	Левая линия			Правая линия		
	Отсчёт по рейке		$\delta$ , мм/пкс	Отсчёт по рейке		$\delta$ , мм/пкс
	пкс	мм		пкс	мм	
5	423	750	1,77	420	750	1,79
10	210	750	3,57	210	750	3,57
15	140	750	5,36	141	750	5,32
20	106	750	7,08	104	750	7,21
25	84	750	8,93	854	750	8,82
30	71	750	10,56	71	750	10,56
35	60	750	12,50	61	750	12,30
40	53	750	14,15	52	750	14,42

Т а б л и ц а 15

**Масштабирование снимков по горизонтальной рейке**

Расстояние, м	Левая линия			Правая линия		
	Отсчёт по рейке		$\delta$ , мм/пкс	Отсчёт по рейке		$\delta$ , мм/пкс
	пкс	мм		пкс	мм	
5	226	400	1,77	227	400	1,76
10	112	400	3,57	112	400	3,57
15	75	400	5,33	75	400	5,33
20	56	400	7,14	56	400	7,14
25	45	400	8,89	45	400	8,89
30	38	400	10,53	38	400	10,53
35	32	400	12,50	32	400	12,50
40	28	400	14,29	28	400	14,29

Методика осуществления фотографического способа нивелирования предусматривает закрепление вертикального базиса на снимке последней станции. Для этого на фотографии последней станции находим отсчёт, на который производилось ориентирование (рис. 48а). Выбираем инструмент **Линия** и проводим прямую (базис) на этом отсчёте, который в нашем случае был равен 750 мм (рис 48б).

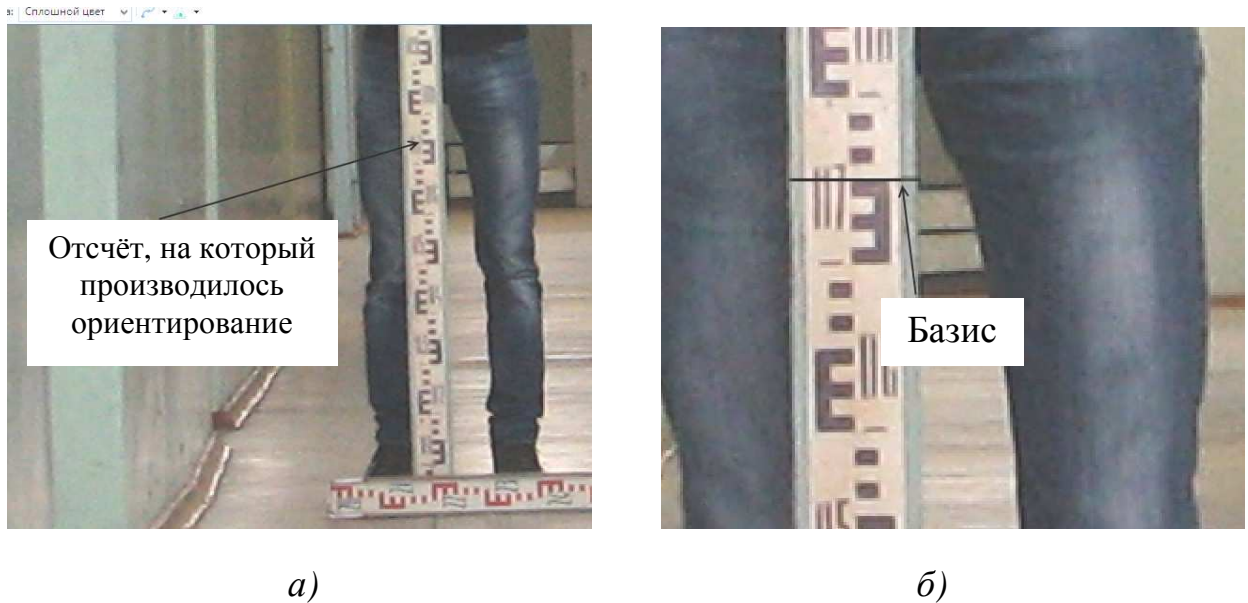


Рис. 48. Обработка фотографий в программе Paint.NET на этапе закрепления базиса

Затем производится последовательное наложение фотографий станций  $(n-1)$ ,  $(n-2)$  и т. д. на фотографию станции  $n$ . Наложение фотографий осуществляется следующим образом. В строке меню **Слой** необходимо выбрать пункт **Импорт из файла** (рис. 49а) и открыть требуемую фотографию. Затем в строке меню **Слой**, выбрав пункт **Свойства слоя** (рис. 49а), установить в открывшемся окне (рис. 49б) режим **Нормальный**, прозрачность слоя в интервале 100 – 130. В итоге на экране отобразятся обе фотографии.

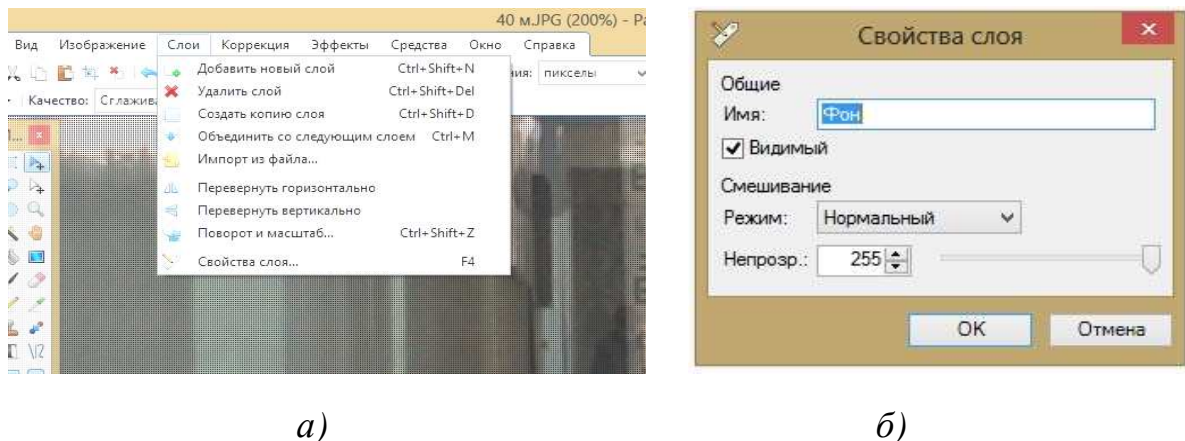


Рис. 49. Обработка снимков в программе Paint.NET на этапе наложения фотографий

Наконец, используя инструмент **Выбор прямоугольной области**, необходимо левой кнопкой мыши выделить часть нивелирной рейки от отсчёта, на который производилось ориентирование фотоаппарата, до закрепленного базиса. Полученное по вертикали число пикселей  $\Delta_B$  (рис. 50)

необходимо прибавить к отсчёту ориентирования, если базис выше его, или вычесть  $\Delta_B$  из отсчёта ориентирования, если базис ниже этого отсчёта.

Полученные таким образом данные заносят в таблицу, производят перевод полученных измерений в метрическую систему единиц и вычисляют превышения между нивелируемыми точками.

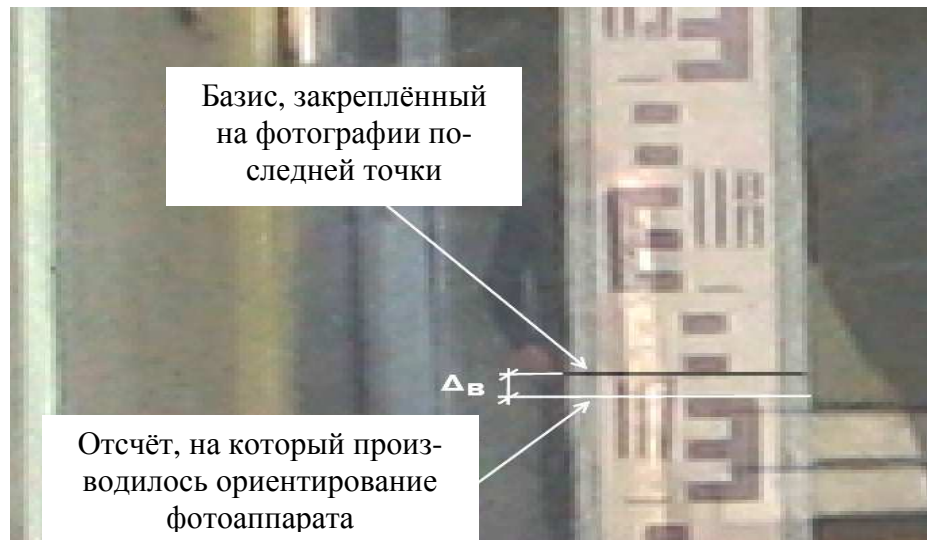


Рис. 50. Обработка снимков в программе Paint.NET на этапе определения превышения

По изложенной выше методике было выполнено фотографическое нивелирование точек левой и правой линий (табл. 16 и 17).

Т а б л и ц а 16

### Результаты нивелирования левой линии

Расстояние, м	Отсчёт (фото) $\Delta_B$		Отсчёт ориентирования	Отсчёт по рейке (фото), мм	Превышение (фото), мм	Отсчёт (нивелирование), мм	Превышение (нивелир), мм	$\Delta$ , мм
	пкс	мм						
0	-	-	750	750,00	0,00	1346	0	0,0
5	7	12,41	750	762,41	12,4	1357	11	1,4
10	7	25,00	750	775,00	12,6	1368	11	1,6
15	5	26,79	750	776,79	1,8	1371	3	-1,2
20	4	28,30	750	778,30	1,5	1377	6	-4,5
25	4	35,71	750	785,71	7,4	1383	6	1,4
30	1	10,56	750	760,56	-25,2	1354	-29	3,8
35	1	12,50	750	762,50	1,9	1358	4	-2,1
40	-	0,00	750	750,00	-12,5	1346	-12	-0,5

### Результаты нивелирования правой линии

Расстояние, м	Отсчёт (фото) $\Delta_B$		Отсчёт ориентирования	Отсчёт по рейке (фото), мм	Превышение (фото), мм	Отсчёт (нивелирование), мм	Превышение (нивелир), мм	$\Delta$ , мм
	пкс	мм						
0	-	-	750	750,00	0,00	1344	0	0,0
5	3	5,36	750	755,36	5,4	1348	4	1,4
10	3	10,71	750	760,71	5,4	1357	9	-3,6
15	3	15,96	750	765,96	5,2	1365	8	-2,8
20	3	21,63	750	771,63	5,7	1373	8	-2,3
25	1	8,82	750	758,82	-12,8	1361	-12	-0,8
30	0	0,00	750	750,00	-8,8	1351	-10	1,2
35	1	12,30	750	762,30	12,3	1358	7	5,3
40	-	0,00	750	750,00	-12,3	1344	-14	1,7

С целью контроля было произведено нивелирование этих точек с помощью нивелира 2Н-3Л. Для этого нивелир устанавливали в точке 1, измеряли «высоту инструмента» и наводили среднюю нить сетки на отсчёт по рейке, установленной в точке  $n$ , равный «высоте инструмента». Затем, при неизменном положении визирной оси нивелира, брали отсчёты по рейке, устанавливаемой последовательно в точках  $(n-1)$ ,  $(n-2)$  и т. д. Полученные данные представлены в табл. 16 и 17 и отражены на графиках (рис. 51 и 52).

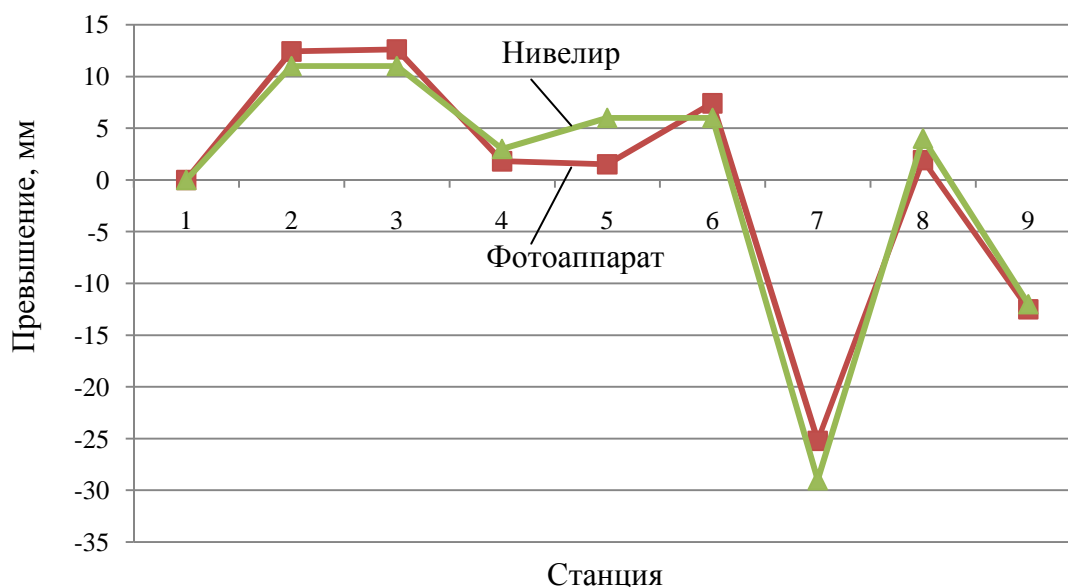


Рис. 51. Продольный профиль левой линии

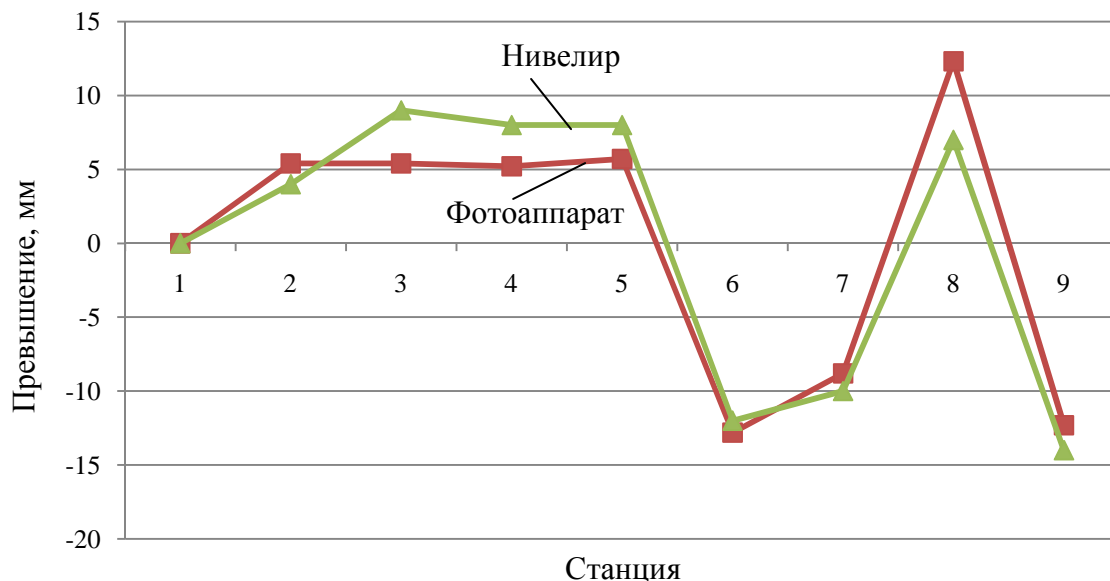


Рис. 52. Продольный профиль правой линии

Анализ данных табл. 16 и 17 и графиков (рис. 51 и 52) показывает хорошую сходимость результатов фотографического и геометрического способов нивелирования.

### 6.3 Фотографический способ определения прямолинейности

Результаты измерений горизонтального базиса  $b_T$  могут быть использованы для фотографического способа определения прямолинейности (рис. 53). Для этого устанавливают фотокамеру в начальной точке  $O$  линии. В конечной точке  $K$  этой линии помещают горизонтальный базис так, чтобы его середина располагалась над этой точкой. Ориентируют фотокамеру, располагая изображение базиса в центре снимка и фотографируют базис. Затем, при неподвижном положении фотокамеры, фотографируют базис, устанавливаемый последовательно в точках  $L, M, \dots$  этой линии.

Каждую фотографию выводят на экран монитора и, подводя курсор к левому и правому концам базиса, отсчитывают количество пикселей  $L_{K,L,M\dots}$  и  $P_{K,L,M\dots}$ , соответствующих каждому положению курсора.

Находят количество пикселей соответствующих длине базиса  $\Delta_{K,L,M\dots} = P_{K,L,M\dots} - L_{K,L,M\dots}$ . По этим данным определяют, во-первых, размер одного пикселя  $\delta_{K,L,M\dots} = b_V / \Delta_{K,L,M\dots}$  соответствующий конкретному расстоянию  $d$  от фотокамеры до рейки. Во-вторых, вычисляют  $C_K = B_K = (P_K + L_K) / 2$ ,  $B_L = (P_L + L_L) / 2$ ,  $B_M = (P_M + L_M) / 2, \dots$  и определяют расстояния  $d_K, d_L, d_M, \dots$

Из схемы на рис. 53 видно, что из подобия треугольников с основаниями  $C_K$  и  $C_L$  вытекает равенство  $C_L = d_L C_K / d_K$ , поэтому отклонение

$l_L$  точки  $L$  от линии  $KO$  можно найти как разность  $l_L = B_L - C_L$ . или, выражая количество пикселей в метрической системе единиц, получим:

$$l_L = \delta_L(\Pi_L + \mathbb{L}_L)/2 - \delta_K d_L(\Pi_K + \mathbb{L}_K)/2d_K. \quad (40)$$

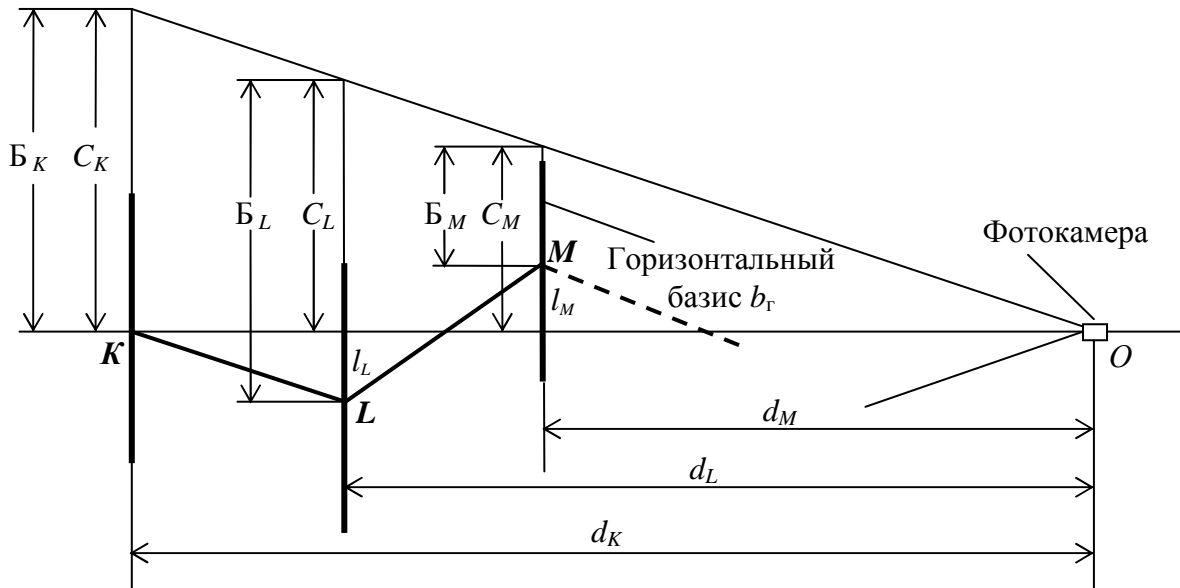


Рис. 53. Схема фотографического способа определения прямолинейности

Аналогичным образом можно вычислить отклонение  $l_M$  точки  $M$  от линии  $KO$ , которое в соответствии с рис. 53 будет иметь знак минус:

$$L_M = \delta_M(\Pi_M + \mathbb{L}_M)/2 - \delta_K d_L(\Pi_K + \mathbb{L}_K)/2d_K, \quad (41)$$

и так для всех контролируемых точек.

Для имитации фотографического способа был выполнен контроль прямолинейности одной из полос в коридоре 5 корпуса ННГАСУ. Для этого фотокамера центрировалась над полосой в её начале. Оптическая ось камеры ориентировалась вдоль этой полосы и последовательно при неподвижном положении фотокамеры фотографировали рейку через 5-метровый интервал, однообразно прикладываемую перпендикулярно к полосе. Затем на каждом снимке определяли количество пикселей  $\Delta$ , попадающих на длину 1,5-метрового базиса и брали отсчёт, соответствующий положению курсора в центре полосы. Величина  $\Delta$  используется для определения расстояния и размера одного пикселя, с помощью которой отсчёты переводили в метрическую систему единиц и находили разность каждого отсчёта с конечным отсчётом (на 45 м). Эти разности, характеризующие отклонение линии от прямой в мм, составили соответственно: 0 на 45 м; 2 на 40 м; 4 на 35 м; 3,2 на 30 м; 2 на 25 м; 1,1 на 20 м; 1,5 на 15 м; 1,2 на 10 м и 0,7 на 5 м. Результаты измерений и обработки снимков в программе Adobe Photoshop CS6 иллюстрируются графиком на рис. 54.

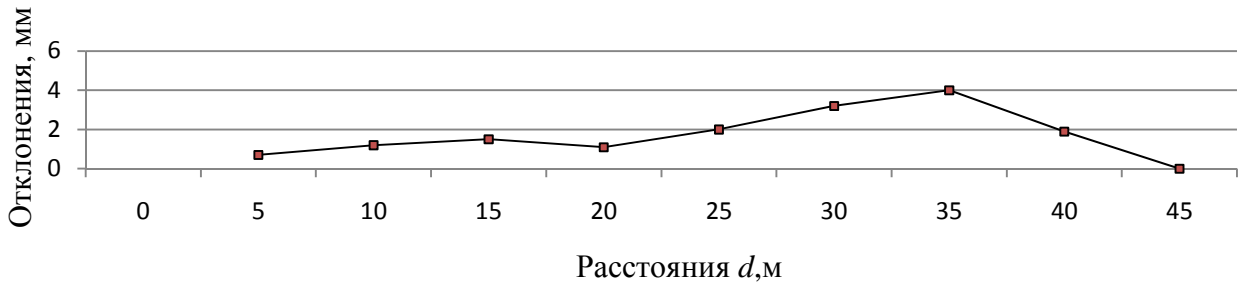


Рис. 54. Результаты контроля прямолинейности

Результаты проведенного здесь и ранее моделирования подтвердили возможность использования фотографического способа контроля планово-высотного положения путей мостового крана. Установлено, что точность измерений в значительной степени зависит от качества снимков. Значительно повысить точность получаемых результатов возможно путём использования снимков более высокого разрешения, для чего необходимо использовать фотоаппараты с более высоким разрешением матрицы.

#### 6.4 Фотографический способ определения ширины колеи

Если ширина колеи небольшая, то сущность предлагаемого фотографического способа её определения поясняется рис. 55 и заключается в следующем. Устанавливают, например, на неработающем кране фотокамеру, а на работающем кране закрепляют две марки 1 и 2, расстояние между которыми является базисом, длину которого  $S$  измеряют.

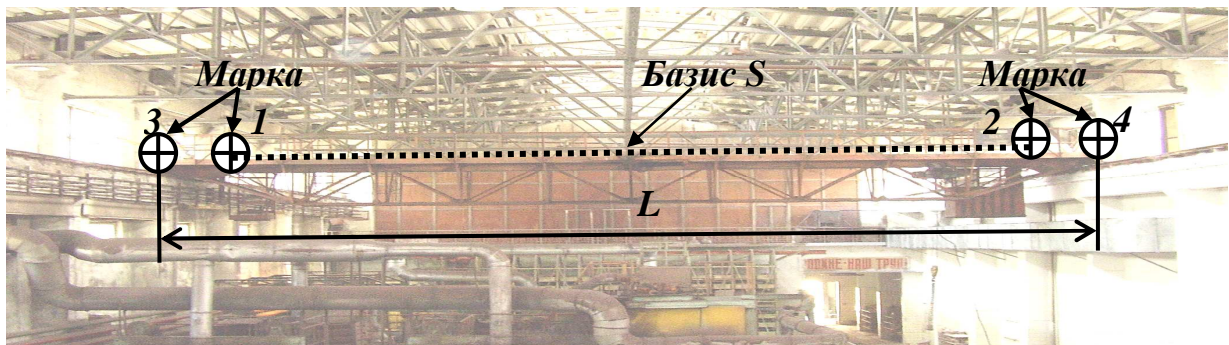


Рис. 55. Схема фотографического способа определения ширины колеи мостового крана

Перемещают кран, пока он не расположится в створе двух колонн в пролёте. В этом же створе устанавливают на рельсы две марки 3 и 4 и фотографируют все четыре марки. Базис в дальнейшем служит для масштабирования снимка с целью получения результатов измерения на нём в метрической системе.

Определяют на снимке сколько пикселей  $S_{\Pi}$  содержится в длине базиса 1-2 и сколько пикселям  $L_{\Pi}$  соответствует расстояние между марками 3-4. Вычисляют ширину колеи  $L$  по формуле:

$$L = \frac{S}{S_{\Pi}} L_{\Pi}, \quad (42)$$

где  $S/S_{\Pi}$  – размер одного пикселя.

В подтверждение сказанному было выполнено моделирование фотографического способа определения ширины колеи, в качестве которой выступали две параллельные полосы толщиной 5 мм каждая в коридоре 5 корпуса ННГАСУ (рис. 56). Фотографирование выполнялось с помощью аппарата *Nikon D3100* с зафиксированным фокусным расстоянием 55 мм.

Процесс измерений заключался в фотографировании 1,5 м рейки, которая последовательно укладывалась на пролётах 1-1', 2-2', ..., 14-14' на расстояниях  $d_1, d_2, \dots, d_{14}$  от точки  $\Phi$ . Истинная ширина пролётов  $L_{\text{ист}}$  и расстояния  $d_{\text{ист}}$  были измерены лазерной рулеткой HD150.

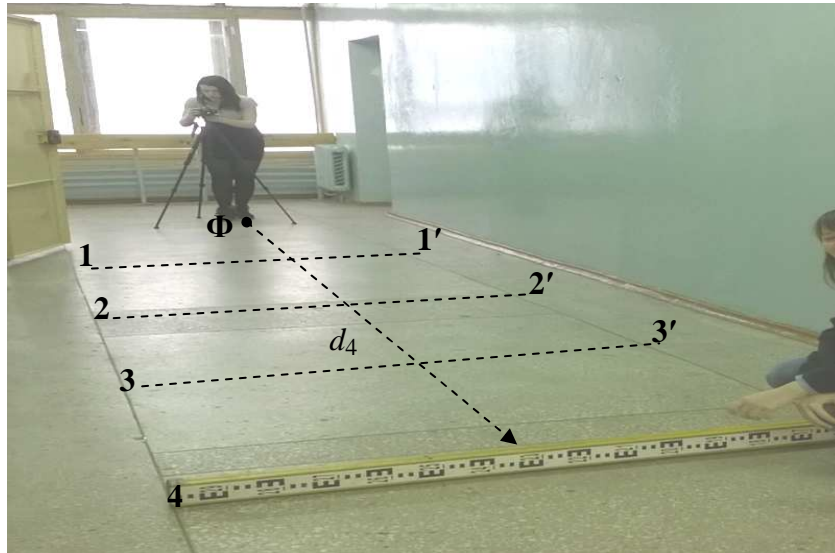


Рис. 56. Схема моделирования фотографического способа определения ширины колеи

Полученные снимки выводились на экран монитора и с помощью программы *ArchiCAD 18* выполнялся подсчёт количества пикселей приходящихся, во-первых, на ширину пролётов и, во-вторых, количество пикселей, приходящихся на рейку длиной  $b_{1,2,3} = 1,5; 1,0; 0,5$  м соответственно. Результаты измерений и вычислений представлены в табл. 18.

Сравнение результатов измерений ширины пролётов (графы 11, 12, 13) с их истинными значениями (графа 3) показали, что ошибки определений фотографическим способом находятся в пределах от  $-3$  до  $+3$  мм для рейки 1,5 м, от  $-3$  до  $+4$  мм для рейки 1,0 м и от  $-5$  до  $+5$  мм для рейки 0,5 м. Эти данные позволяют сделать вывод, во-первых, о том, что фотографический способ позволяет обеспечивать требуемую точность измерений, и,



во-вторых, подтверждается сделанный ранее вывод о том, что чем больше величина базиса  $b$ , тем точность измерений выше.

Т а б л и ц а 18

**Результаты моделирования фотографического способа  
определения ширины колеи**

Пролёты	Расстояние $d_{ист}$ , м	Ширина пролёта, $L_{ист}$ , мм	Количество пикселей в пролёте и рейке				Размер пикселя $\delta$ , мм/пкс	Расстояние $d_{изм}$ , м	$d_{изм} - d_{ист}$ , см	Измеренная ширина пролёта $L_{изм}$ , мм			$L_{изм} - L_{ист}$ , мм		
			Пролёт	$b_1$	$b_2$	$b_3$				$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1-1'	7,94	1487	1061	1071	714	356	1,4	7,92	-2	1486	1486	1490	-1	-1	+3
2-2'	9,61	1483	867	881	586	293	1,7	9,62	+1	1480	1480	1480	-3	-3	-3
3-3'	10,21	1486	820	828	552	276	1,8	10,24	+3	1486	1486	1486	0	0	0
4-4'	12,10	1485	691	698	465	233	2,2	12,14	+4	1485	1486	1483	0	+1	-2
5-5'	13,91	1482	604	610	407	204	2,5	13,90	-1	1485	1484	1480	+3	+2	-2
6-6'	15,61	1487	539	543	362	181	2,8	15,61	0	1489	1489	1489	+2	+2	+2
7-7'	16,21	1487	520	523	349	175	2,9	16,21	0	1486	1490	1486	-1	+3	-1
8-8'	18,12	1488	469	468	315	158	3,2	18,11	-1	1487	1489	1484	-1	+1	-4
9-9'	19,93	1499	423	424	282	141	3,5	19,94	+1	1496	1500	1500	-3	+1	+1
10-10'	21,69	1495	388	391	260	130	3,8	21,68	-1	1492	1492	1492	-3	-3	-3
11-11'	22,23	1501	380	382	253	127	3,9	22,19	-4	1500	1502	1496	-1	+1	-5
12-12'	24,12	1499	351	352	234	117	4,3	24,08	-4	1496	1500	1500	-3	+1	+1
13-13'	25,83	1500	328	328	219	109	4,6	25,84	+1	1500	1498	1505	0	-2	+5
14-14'	27,97	1506	308	303	204	102	4,9	27,9	0	1505	1510	1510	-1	+4	+4

По значениям  $d_{ист}$  и количеству пикселей для базиса 1,5 м (графы 2 и 5) были подсчитаны коэффициенты  $A_i = d_i \times \Delta_i$  и найдено их среднее значение равное 8476,1 мхпкс. По формуле (10) были вычислены расстояния  $d_{изм}$  (графа 9), отклонение которых от истинного значения составили от  $-4$  до  $+4$  см, что позволяет наряду со строгим способом определения коэффициента  $A$  по формуле (11) равного 8478,1 мхпкс рекомендовать его упрощенный вариант.

Считаем перспективным совмещение рассмотренных выше операций по определению ширины колеи и прямолинейности подкрановых рельсов, а также нивелирование подкранового пути. Сущность такого совмещения поясняется рис. 57 и заключается в следующем. На работающем кране закрепляют две марки 1 и 2, расстояние между которыми  $S$  измеряют. На кране имеются два вертикальных и два горизонтальных базиса известной длины  $b_v$  и  $b_r$ , скреплённые попарно между собой под прямым углом. Кран перемещают в конец цеха, пока он не расположится в створе двух колонн в пролёте. В этом же створе устанавливают на рельсы два вертикальных (со скреплёнными с ними горизонтальными) базиса.

В начале кранового пути центрируют над левым и правым рельсами две фотокамеры и измеряют их «высоту инструмента» над головкой рельса. Ориентируют оптическую ось каждой фотокамеры вдоль рельса, направляя её на «высоту инструмента» на вертикальном базисе. Фотографи-

руют базы при неподвижном положении фотокамер, последовательно перемещая кран и устанавливая базы в створе других колонн в пролёте.



Рис. 57. Мостовой кран с марками 1, 2 и горизонтальными и вертикальными базами

Полученные снимки выводят на экран монитора и с помощью одной из программ редактирования фотографических изображений выполняют подсчёт количества пикселей  $\Delta_B$  и  $\Delta_G$ , приходящихся, во-первых, на длину вертикальных и горизонтальных базисов. Во-вторых, определяют количество пикселей  $L$  и  $\Pi$  между вертикальными базами и марками 1 и 2 и берут отсчёт, соответствующий положению курсора в центре рельса.

Величины  $\Delta_G$  используют для определения размера одного пикселя  $\delta_G = b_G/\Delta_G$ , с помощью которой отсчёты на центр рельса переводят в метрическую систему единиц и находят разность каждого отсчёта с начальным отсчётом. Эти разности, характеризуют отклонение оси рельса от прямой.

Количество пикселей  $\Delta_G$  или  $\Delta_B$  можно использовать для различных целей, в том числе и для определения расстояний от фотокамеры до базисов, по методикам, изложенной в разделах 2.1, 2.2 и 6.1.

Для определения ширины  $L$  колеи необходимо количество пикселей  $L$  и  $\Pi$  перевести в метрическую систему  $L' = \delta_G L$  и  $\Pi' = \delta_G \Pi$ , тогда ширина колеи будет равна:

$$L = S + L' + \Pi'. \quad (43)$$

Проведенное знаковое моделирование и контрольные измерения доказали состоятельность предлагаемого фотографического способа контроля плано-высотного положения путей мостовых кранов.

## **Глава 7. ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ КОНТРОЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ БАШЕННОГО ТИПА**

К сооружениям башенного типа относятся: трубы дымовые и вентиляционные, градирни, ректификационные колонны, грануляционные башни, силосные башни, радиотелевизионные антенные опоры, копры над стволами шахт, водонапорные башни, и др. Контроль пространственного положения таких сооружений предусматривает определение абсолютной величины крена и его направления, приращение крена и изменение его направления, скручивание сооружения и др.

Анализ научно-технической литературы позволил установить, что существует большое количество способов определения крена высоких сооружений башенного типа: нивелирование осадочных марок; вертикальное проектирование; способы горизонтальных углов, произвольных направлений или магнитных азимутов, прямоугольных координат (засечек).

Из других, менее известных способов определения крена, можно отметить способ малых углов, способ горизонтальных и вертикальных углов, способ фоторегистрации, различные способы использования приборов вертикального проектирования. Известны предложения по использованию наклономеров, микронивелиров, маятниковых кренометров, систем видеоизмерения, телевидения, GPS-приемников и электронных тахеометров. Причём номенклатура способов имеет постоянную тенденцию к своему пополнению. Из всех известных обобщений способов определения крена сооружений башенного типа их наиболее полный перечень существующих и описание новых способов приведены в работе [3].

Практически всем известным способам определения крена высоких зданий и сооружений присущи недостатки, связанные с их зависимостью от застроенности территории, что затрудняет выбор точек стояния применяемого прибора для производства наблюдений в двух или более направлениях. Исключить этот недостаток можно, применяя так называемые «перспективные» способы, среди которых выгодно выделяется фотографический способ с использованием любительских цифровых фотокамер.

Наличие таких камер, совместимых с персональным компьютером, и программ редактирования фотографических изображений позволило разработать различные варианты фотографического способа контроля вертикальности зданий и сооружений башенного типа.

### 7.1 Теоретические основы фотографического способа определения крена сооружений башенного типа

Для определения крена достаточно сфотографировать сооружение и вывести его изображение на экран монитора ПК. При этом на снимке должна присутствовать вертикальная референтная линия и обеспечена возможность масштабирования снимка для получения результатов измерений в метрической системе единиц.

В главе 1 рассмотрены различные способы формирования референтных прямых. Наиболее просто использовать в качестве вертикальной референтной прямой нить шнурового отвеса, расположенного на некотором расстоянии перед объективом фотокамеры. Этот отвес фотографируют на фоне исследуемого объекта, причем отвес в общем случае может занимать произвольное положение относительно оси трубы, возможные варианты которого показаны на (рис. 58).

Выводят фотографию трубы на экран монитора и открывают файл, например, с помощью Paint. Подводят курсор последовательно к левому краю, отвесу и правому краю трубы на уровне её верхнего и нижнего сечений и берут отсчёты  $L$ ,  $O$  и  $P$ , соответствующие каждому положению курсора.

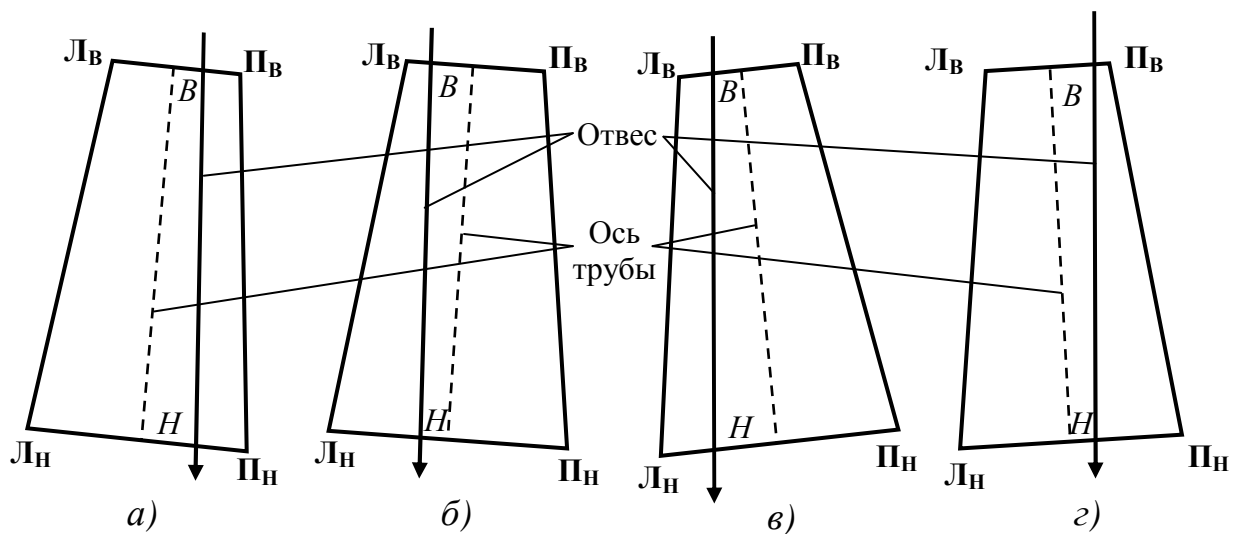


Рис. 58. Схемы к определению крена трубы

Определяют в пикселях (пкс) расстояния  $L_B$ ,  $P_B$  и  $L_H$ ,  $P_H$  от отвеса до верхних и нижних краёв трубы как разность отсчётов по курсору  $O-L$  и  $O-P$ . При расположении отвеса внутри контура трубы (рис. 58) все  $L_B$  и  $L_H$  будут положительными, а  $P_B$  и  $P_H$  отрицательными. Вычисляют в пикселях расстояния от отвеса до оси трубы поверху  $B = -(L_B + P_B)/2$  и

понизу  $H = - (L_H + P_H)/2$ , причём в этих выражениях необходимо учитывать знаки  $L_B, P_B$  и  $L_H, P_H$ .

Крен трубы  $K$  в пикселях будет равен разности  $B$  и  $H$  (с учётом их знака), а его знак будет означать направление крена вправо (рис. 58а, б) или влево (рис. 58в, г). В метрической системе единиц крен будет равен:

$$K = B\delta_B - H\delta_H, \quad (44)$$

где  $\delta_B$  и  $\delta_H$  – размер одного пикселя соответственно для верхнего и нижнего сечения трубы, мм/пкс.

С целью определения степени влияния местоположения отвеса на снимке относительно оси сооружения на точность определения его крена было выполнено фотографирование дымовой трубы высотой 30 м и радиусами: поверху 1,3 м, понизу 2,0 м (рис. 59) [21].



Рис. 59. Исходное расположение отвеса по оси трубы

Труба фотографировалась при неподвижном положении фотокамеры при различных вариантах расположения нити шнурового отвеса относи-

тельно оси трубы: по центру верхнего сечения (вариант 1), слева (варианты 2, 3, 4) и справа (варианты 5, 6, 7) от неё (рис. 59, 60).

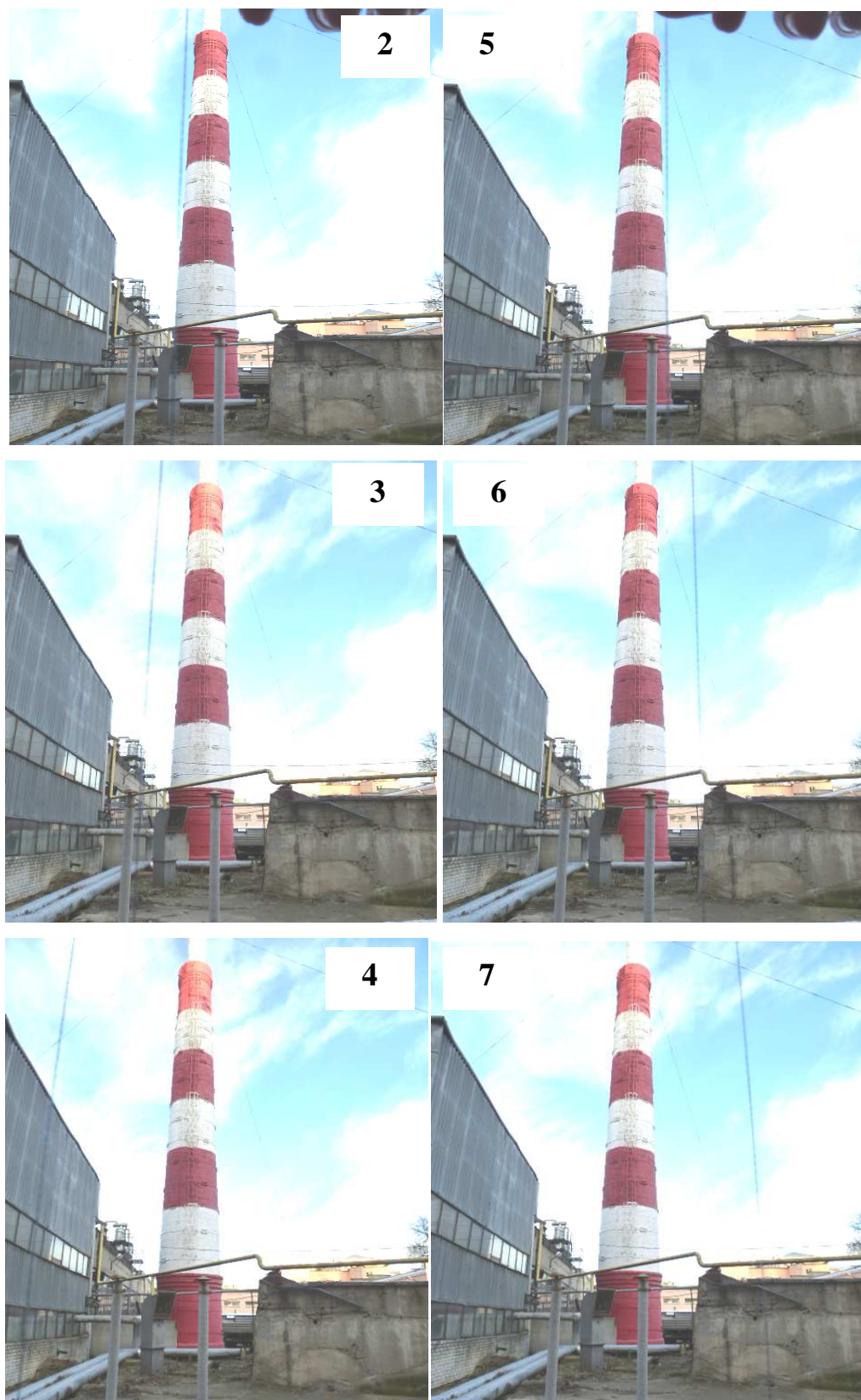


Рис. 60. Различные варианты расположения отвеса относительно оси трубы

Измерения выполнялись цифровой камерой *Nikon S9100* так, чтобы изображение трубы располагалось в центральной части снимка. Положение отвеса в первом варианте в центральной части снимка (рис. 59) исключало влияние подушечной или бочкообразной дисперсии на результаты измерений.

Обработка снимка каждого варианта заключалась в следующем. Подводили курсор к левому краю, отвесу и правому краю трубы на уровне её верхнего и нижнего сечений и брали отсчёты в пикселях Л, О и П, соответствующие каждому положению курсора (табл. 19, графы 2...7).

Т а б л и ц а 19

### Результаты обработки снимков

Варианты	Верхние отсчёты, пкс			Нижние отсчёты, пкс			Верх $V$ , пкс		Низ $H$ , пкс		К, пкс
	Л	О	П	Л	О	П	Лв	Пв	Лн	Пн	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	205	222	240	183	219	250	17	-18	36	-31	3
2	205	194	240	183	183	250	-11	-46	0	-67	-5
3	205	171	240	183	150	250	-34	-69	-33	-100	-15
4	205	115	240	183	80	250	-90	-125	-103	-170	-29
5	205	250	240	183	251	250	45	10	68	1	7
6	205	280	240	183	288	250	75	40	105	38	14
7	205	307	240	183	328	250	102	67	145	78	27

Находили расстояния  $L_v$ ,  $P_v$  и  $L_n$ ,  $P_n$  (графы 8...11) от отвеса до верхних и нижних краёв трубы как разности соответствующих отсчётов О и отсчётов Л и П. Эти разности для первого варианта оказались по модулю практически одинаковыми, что свидетельствует о почти симметричном расположении отвеса относительно верхнего сечения трубы. Отклонение от симметрии составило всего  $(205+240)/2 - 222 = 0,5$  пкс.

Вычисляли расстояния от отвеса до оси трубы поверху  $V$  и понизу  $H$  и находили крен трубы  $K$  в пикселях (графа 12).

По данным табл. 19 построены графики, характеризующие ошибки крена  $S_2...S_7$  в зависимости от местоположения отвеса относительно оси трубы.

Анализ табличных данных и графиков на рис. 61 позволяет констатировать, что местоположение отвеса относительно оси трубы оказывает большое влияние на точность определения её крена, особенно если отвес располагается в непосредственной близости от объектива фотокамеры. Причём, одинаковые расположения нити шнурового отвеса слева или справа относительно оси трубы вызывают практически одинаковые ошибки крена по модулю и разные по знаку относительно этой оси.

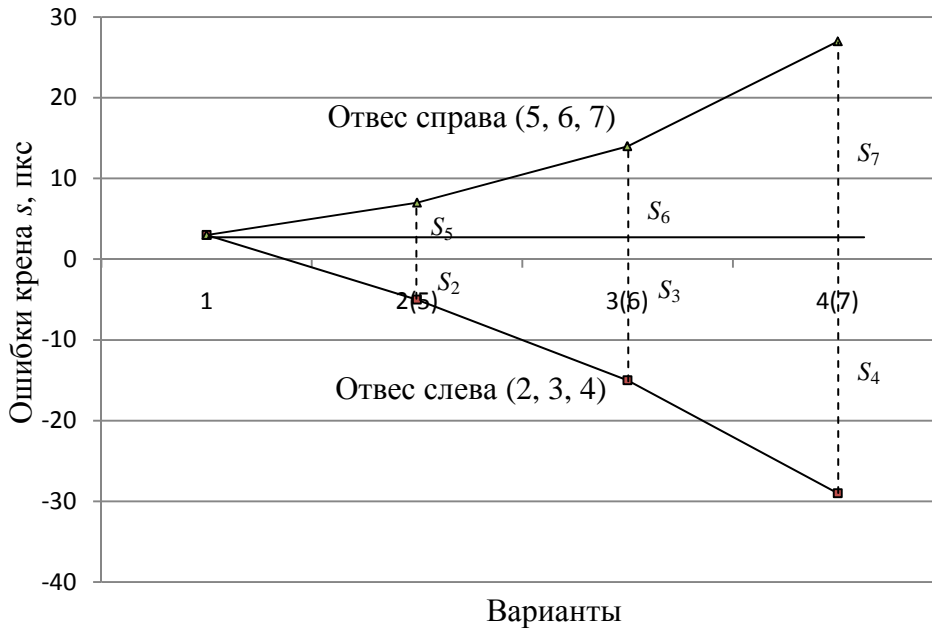


Рис. 61. Графики зависимости ошибок определения крена от местоположения отвеса относительно оси трубы

Обратим внимание, что если изображение отвеса на снимке не располагается по центру верхнего сечения трубы, то её крен определяется по формуле (44) и ошибка определения крена  $m_K$ , помимо прочего, будет зависеть как от величин  $B$ ,  $H$  и ошибок  $m_B$ ,  $m_H$  их определения, так и от размеров пикселя  $\delta_B$  и  $\delta_H$  и ошибок  $m_{\delta_B}$ ,  $m_{\delta_H}$  их определения:

$$m_K^2 = \delta_B^2 m_B^2 + B^2 m_{\delta_B}^2 + \delta_H^2 m_H^2 + H^2 m_{\delta_H}^2. \quad (45)$$

Если изображение отвеса располагается по центру верхнего сечения трубы (рис. 59), то расстояние от отвеса до оси трубы  $B$  поверху будет равно нулю и в обработке снимка будет участвовать только нижнее сечение трубы, в результате чего формула (44) примет вид:

$$K = H\delta_H. \quad (46)$$

В этом случае ошибка крена будет зависеть от величины  $H$  и ошибки её определения и от размера пикселя  $\delta_H$  и ошибки его определения:

$$m_K^2 = \delta_H^2 m_H^2 + H^2 m_{\delta_H}^2. \quad (47)$$

Расположение отвеса относительно центра верхнего сечения можно проконтролировать по верхним отсчётам Л, О и П по формуле

$$(Л - П)/2 - О = С, \quad (48)$$



где  $C$  – смещение отвеса относительно центра верхнего сечения, пкс;  $L$ ,  $O$  и  $\Pi$  – отсчёты на уровне верхнего сечения, пкс (с учётом их знаков).

Если подсчитанное по формуле (48) смещение  $C$  оказалось со знаком плюс, то отвес смещен в левую сторону от оси трубы, со знаком минус – в правую. С учётом смещения  $C$  крен будет вычисляться по формуле

$$K = (H - C)\delta_H. \quad (49)$$

Следует сказать, что основное влияние на точность определения крена фотографическим способом при оптимальном расположении отвеса по центру верхнего сечения трубы оказывает размер пикселя  $\delta_H$ , который зависит от качества фотокамеры и расстояния до снимаемого объекта.

В главе 5 разработана методика масштабирования снимка с целью определения размеров одного пикселя для верхнего и нижнего сечений трубы, от чего, в основном, зависит точность определения крена.

Проведенные нами исследования фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100* показали, что размер пикселя  $\delta$  может находиться в пределах от 1 до 10 мм/пкс в диапазоне 3-30 м [6]. Для уменьшения влияния размера пикселя на точность определения крена можно поступать следующим образом. Вначале необходимо сфотографировать всю трубу с отвесом (рис. 59) и отметить проекцию отвеса на нижнем сечении трубы, например, взяв отсчёт по горизонтально приложенной к этому сечению нивелирной рейке. Переместить фотокамеру по направлению на эту метку и сфотографировать нижнее сечений с близкого расстояния. Обработка первого снимка будет заключаться в определении  $C$ , а второго снимка – в определении  $H$ . В этом случае влияние размера пикселя может быть сведено до минимума, а также открыта видимость всей нижней части трубы (рис. 62), что позволит реализовать рассмотренный далее новый двухэтапный фотографический способ определения крена.



Рис. 62. Фотография трубы с расстояния 3 м

Так, на этой фотографии трубы, обработанной в Paint, отсчёт по левому концу рейки составил 1241 пкс, по правому отсчёт равен 4266 пкс, длина рейки 3000 мм, следовательно размер одного пикселя будет равен  $3000/(4266 - 1241) = 0,992$  мм/пкс.

На рис. 63а показана возможность определения крена путём фотографирования изображения трубы с отвесом в плоском зеркале, установленном в непосредственной близости от трубы. Рис. 63б наглядно демонстрирует, что с помощью фотографического способа с отвесом можно надёжно и просто получить максимум информации об искривлении ствола трубы без каких-либо материальных затрат и решения организационных вопросов.



Рис. 63. Фотография изображения трубы в плоском зеркале (а) и искривлённой трубы (б)

В последующих разделах будет показано, что хорошие результаты даст сочетание способа вертикального проектирования с помощью тахеометра средней точки верхнего сечения на низ трубы с последующим фотографированием с близкого расстояния нижнего сечения с проекцией этой точки. Перспективной является также методика фотографирования ствола

трубы с отвесом по частям с одной точки стояния фотокамеры при разных углах наклона её оптической оси.

Следует также отметить простоту исполнения и обработки результатов фотографического способа с отвесом, который можно применять не только для одноразового контроля, но и для мониторинга вертикальности различных высоких зданий и сооружений, получая при этом максимум информации об исследуемом объекте. Для этого достаточно в каждом цикле наблюдений центрировать отвес и фотокамеру над одними и теми же точками и использовать одну и ту же камеру.

## 7.2 О фотографическом способе мониторинга крена высоких сооружений башенного типа

Сущность фотографического способа мониторинга крена, например, дымовой трубы заключается в следующем (рис. 64а) [22].

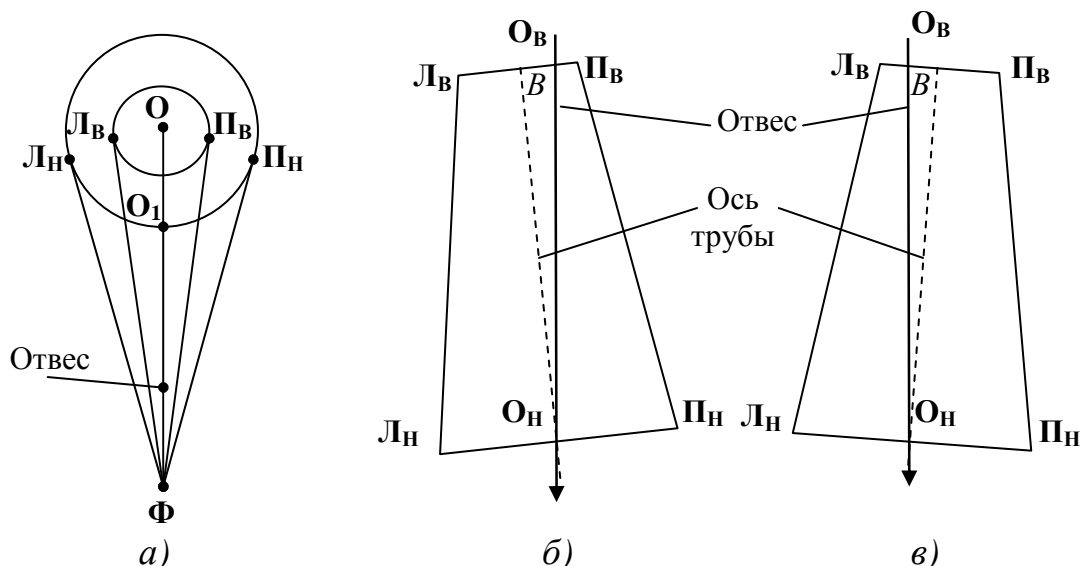


Рис. 64. Схемы к производству мониторинга крена дымовой трубы

В точке  $\Phi$  устанавливают фотокамеру на таком расстоянии  $\Phi-O$ , чтобы на будущей фотографии разместилось изображение всей трубы. Ориентируют оптическую ось фотокамеры на отмеченную заранее точку  $O_1$ , фиксирующую направление на центр нижнего поперечного сечения трубы. На некотором расстоянии от фотокамеры располагают на линии  $\Phi-O$  шнуровой отвес так, чтобы нить отвеса проектировалась на всю высоту трубы.

Этот отвес фотографируют на фоне исследуемого объекта. Выводят фотографию трубы на экран монитора и открывают файл, например, с помощью Paint. Дальнейшая обработка снимка заключается в следующем. Подводят курсор к левому краю, отвесу и правому краю трубы на уровне

его верхнего и нижнего сечений и берут отсчёты в пикселях (пкс)  $L$ ,  $O$  и  $P$ , соответствующие каждому положению курсора.

Определяют в пикселях расстояния  $L_B$ ,  $P_B$  и  $L_H$ ,  $P_H$  от отвеса до верхних и нижних краёв трубы как разность отсчётов по курсору  $O-L$  и  $O-P$  (рис. 64б, в). Вычисляют в пикселях расстояние от отвеса до оси трубы поверху:

$$B = - (L_B + P_B)/2, \quad (50)$$

причём в этих выражениях необходимо учитывать знаки  $L_B$  и  $P_B$ .

Крен трубы  $K$  в пикселях равен величине  $B$ . В метрической системе единиц крен будет равен:

$$K = B\delta_B, \quad (51)$$

где  $\delta_B$  – размер одного пикселя для верхнего сечения трубы, мм/пкс.

Для контроля можно проверить расположение отвеса относительно центра нижнего сечения по нижним отсчётам  $L_H$ ,  $O_H$  и  $P_H$  по формуле

$$(L_H + P_H)/2 - O_H = \Delta, \quad (52)$$

где  $\Delta$  – смещение отвеса относительно центра нижнего сечения, пкс, которое теоретически должно быть равно нулю;  $L_H$ ,  $O_H$  и  $P_H$  – отсчёты на уровне нижнего сечения, пкс.

Если подсчитанная по формуле (52) величина  $\Delta$  не равна нулю и оказалась со знаком плюс, то отвес смещён в левую сторону от центра нижнего сечения, со знаком минус – в правую. В этом случае к отсчёту  $O_B$  необходимо прибавить поправку  $\Delta$  с учётом её знака и вычислить правильную величину  $B$ .

Такой мониторинг крена высоких сооружений башенного типа с помощью фотографического способа может осуществляться дискретно или непрерывно. Методика дискретного мониторинга заключается в периодическом расположении в постоянных точках фотокамеры и отвеса и фотографировании объекта с последующей обработкой снимка. Сравнение результатов, полученных в разных циклах, позволит судить о стабильном положении сооружения или нет. Методика непрерывного мониторинга может осуществляться с использованием, например, стационарно установленных видеокамеры и отвеса.

В результате экспериментальных исследований было установлено, что для максимального исключения влияния дисторсии объектива на получаемые результаты, необходимо стремиться к тому, чтобы отвес располагался как можно дальше от фотокамеры. Однако выполнение этого условия может привести к тому, что нить отвеса не будет распространяться на всю высоту трубы, а только на некоторую её часть.

В этом случае необходимо на снимке наложить на нить отвеса линию и продлить её на всю высоту трубы. что позволит реализовать рассмотренный далее новый фотографический способ продолженного отвеса. После этого, по изложенной выше методике, можно получить максимум информации о пространственном положении трубы на любом её уровне по высоте. В этом заключается одно из основных достоинств фотографического способа.

Обратим внимание, что в формуле (51) участвует величина  $\delta_B$  – размер одного пикселя для верхнего сечения трубы, мм/пкс. Как уже было сказано, размер одного пикселя можно определить как частное от деления известной длины некоторого базиса на снимке (мм) на количество пикселей содержащихся в этом базисе (пкс). На рис. 65 представлена схема к определению размера одного пикселя при расположении фотокамеры на некотором расстоянии от оси трубы  $\Phi-O = nR$  (где  $n$  – число укладываний радиуса  $R$  в расстоянии  $\Phi-O$ ).

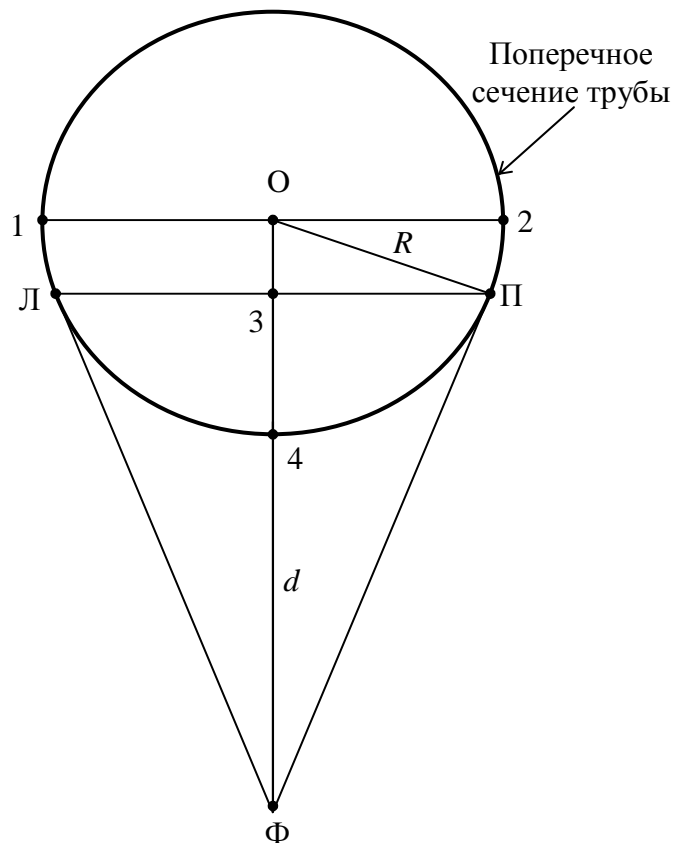


Рис. 65. Схема к определению размера одного пикселя

При фотографировании трубы полученное на снимке изображение хорды (Л-П) не соответствует диаметру (1-2) её поперечного сечения, а всегда меньше его. Поэтому размер одного пикселя в метрической системе единиц для верхнего сечения трубы предлагается определять по формуле

$$\delta_B = (Л-П)_B / (Л_B + П_B), \quad (53)$$

где  $(Л-П)_B$ , и  $(Л_B + П_B)$  – длина хорды Л-П верхнего сечения трубы соответственно в метрической системе единиц и в пикселях (рис. 65).

Длину хорды Л-П можно определить следующим образом. Из подобия треугольников  $\Phi-O-\Pi$  и  $O-3-\Pi$  имеем  $R/(\Phi-O) = (3-\Pi)/(\Phi-\Pi)$ . Заменяя  $\Phi-O$  на  $nR$ , выразим  $(\Phi-\Pi) = n(3-\Pi)$ . Из прямоугольного треугольника  $\Phi-O-\Pi$  найдём  $R^2 = (\Phi-O)^2 - (\Phi-\Pi)^2 = (nR)^2 - [n(3-\Pi)]^2$  и после соответствующих преобразований получим формулу

$$(Л - П) = 2R \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = 2cR. \quad (54)$$

В этой формуле корень квадратный представляет поправочный коэффициент  $c$  к радиусу сечения трубы и эта формула справедлива для любого сечения трубы:

$$c = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}, \quad (55)$$

Для значений  $n$ , равных 2, 3, ..., 19, 20, были подсчитаны эти коэффициенты, характер изменения которых иллюстрируется графиком на рис. 66.

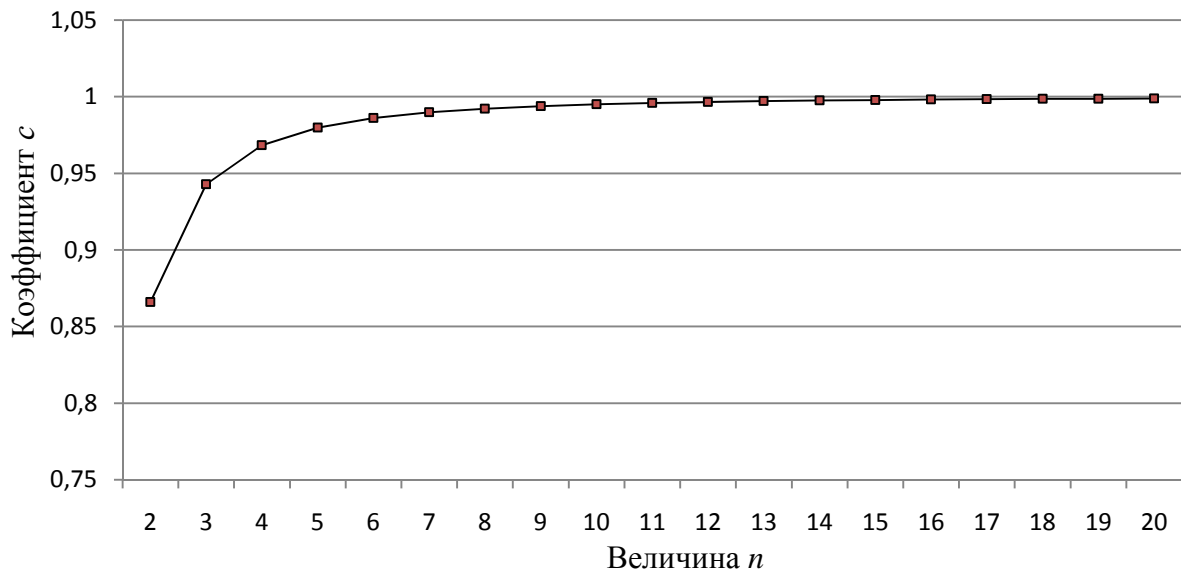


Рис. 66. График зависимости коэффициента  $c$  от  $n$

Анализ формулы (54) позволяет констатировать, что точность определения хорды Л-П предлагаемым способом в основном зависит от точности определения поправочного коэффициента  $c$  к радиусу сооружения  $R$ , то есть, согласно известного из теории ошибок выражения для ошибки

функции общего вида имеем:  $m_{Л-П}^2 = (2c)^2 m_R^2 + (2R)^2 m_c^2$ , откуда получим:

$$m_{Л-П} = 2\sqrt{c^2 m_R^2 + R^2 m_c^2}. \quad (56)$$

В свою очередь для формулы (6):  $m_c^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial n}\right)^2 m_n^2$ , откуда будем иметь среднюю квадратическую ошибку поправочного коэффициента:

$$m_c = \frac{1}{n^3 \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} m_n, \quad (57)$$

характер изменения которого при принятых значениях  $m_n$  равных 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 иллюстрируется графиками на рис. 67.

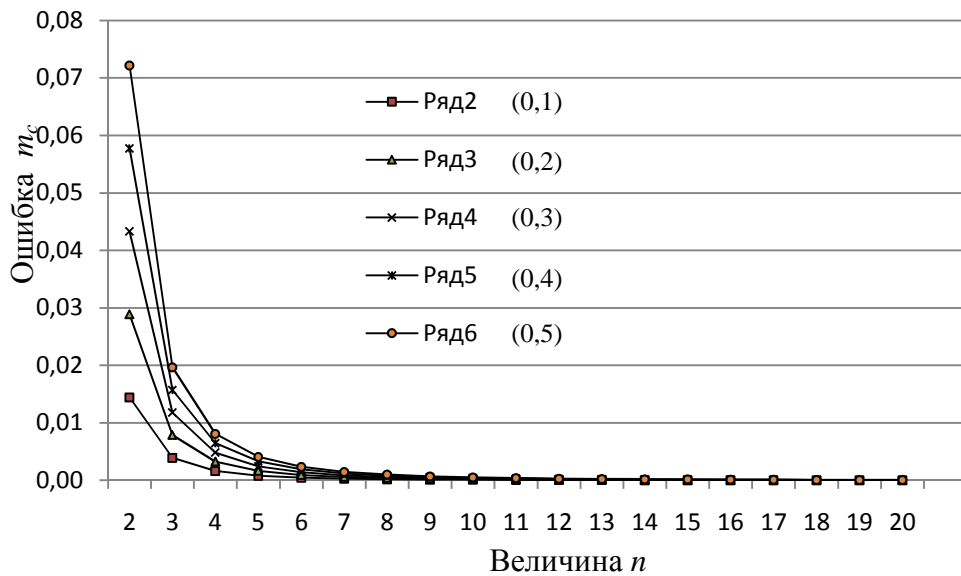


Рис. 67. Графики зависимости ошибки  $m_c$  от величины  $n$

На основании этих графиков можно констатировать, что при  $n$  равном 7 и более значения ошибки  $m_c$  практически равны нулю. Поэтому формулу (56) можно представить в сокращенном виде:

$$m_{Л-П} = 2cm_R. \quad (58)$$

В то же время увеличение расстояния фотографирования может отрицательно сказаться на точности измерения на снимке хорды Л-П, то есть на точности определения количества пикселей Л и П. А это, в свою очередь, влияет на точность определения размера одного пикселя  $\delta$ .

На рис. 68 представлены подсчитанные по формуле (58) графики зависимости ошибки  $m_{Л-П}$  от  $c$  и  $m_R$ . Анализ этих графиков позволяет конста-

тировать, что начиная с  $n$  равном 7 и более значения ошибки  $m_{Л-П}$  практически равны удвоенной ошибке  $m_R$ , то есть  $m_{Л-П} = 2m_R$ .

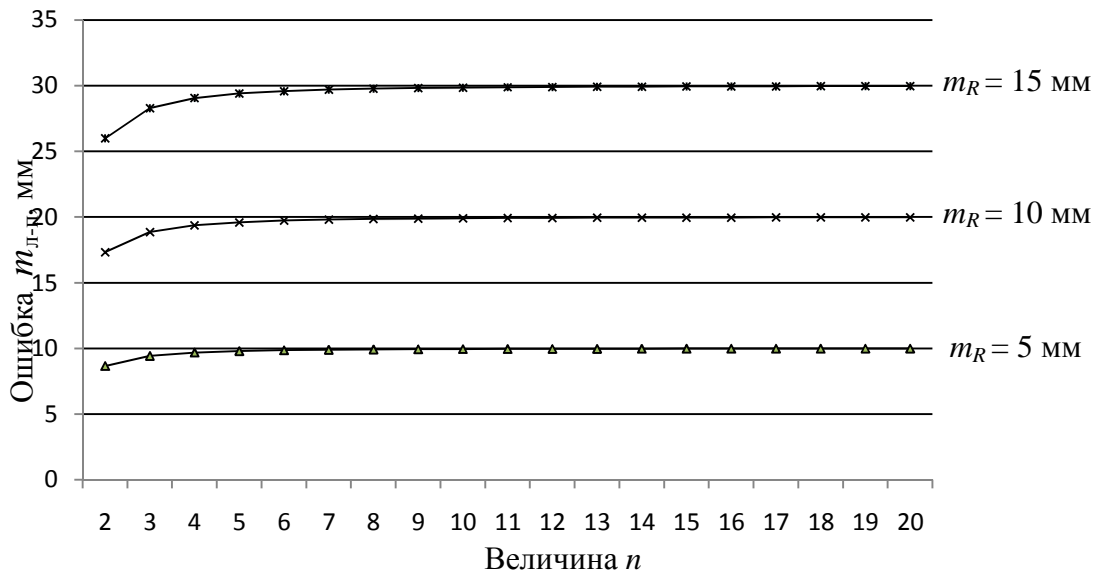


Рис. 68. Графики зависимости ошибки  $m_{Л-П}$  от  $s$  и  $m_R$

Согласно формулы (53) средняя квадратическая ошибка  $m_{\delta_B}$  определения размера одного пикселя поверху  $\delta_B$  будет равна:

$$m_{\delta_B} = \frac{1}{(Л_B + П_B)} \sqrt{m_{(Л-П)_B}^2 + \frac{(Л - П)_B^2}{(Л_B + П_B)^2} m_{(Л_B + П_B)}^2} = \quad (59)$$

$$= \frac{1}{(Л_B + П_B)} \sqrt{4m_R^2 + \delta_B^2 m_{(Л_B + П_B)}^2},$$

где  $m_R$ ,  $m_{(Л-П)_B}$  и  $m_{(Л_B + П_B)}$  — соответственно средние квадратические ошибки определения радиуса и хорды (Л-П) в мм и её же в пикселях.

Проведенные нами исследования фотокамер *Nikon D3100*, *Nikon COOLPIX S9100*, *Sony Exmor R*, *Canon PowerShot S2 IS* показали, что размер одного пикселя  $\delta$  зависит только от расстояния до объекта съёмки и может находиться в пределах от 1-2 до 8-15 мм/пкс в диапазоне 3-30 м.

Установлено также, что отсчёты Л, О, П можно брать с точностью до 1 пикселя. Тогда ошибка  $m_{(Л_B + П_B)}$  в зависимости от ошибок отсчёта поверху  $m_{O_B}$  будет равна:

$$m_{(Л_B + П_B)} = m_{O_B} \sqrt{2}, \quad (60)$$

где ошибка  $m_{O_B}$  может быть принята равной 1 пкс.

Теперь, в соответствии с выражением (60) формула (59) примет вид:



$$m_{\delta_B} = \frac{1}{(L_B + \Pi_B)} \sqrt{4m_R^2 + 2\delta_B^2}. \quad (61)$$

Проведенные нами исследования трёх фотокамер показывают (рис. 69), что  $\delta$  зависит только от расстояния до объекта съёмки и для рассмотренных фотокамер может находиться в пределах от 1-2 до 8-15 мм в диапазоне 3-30 м.

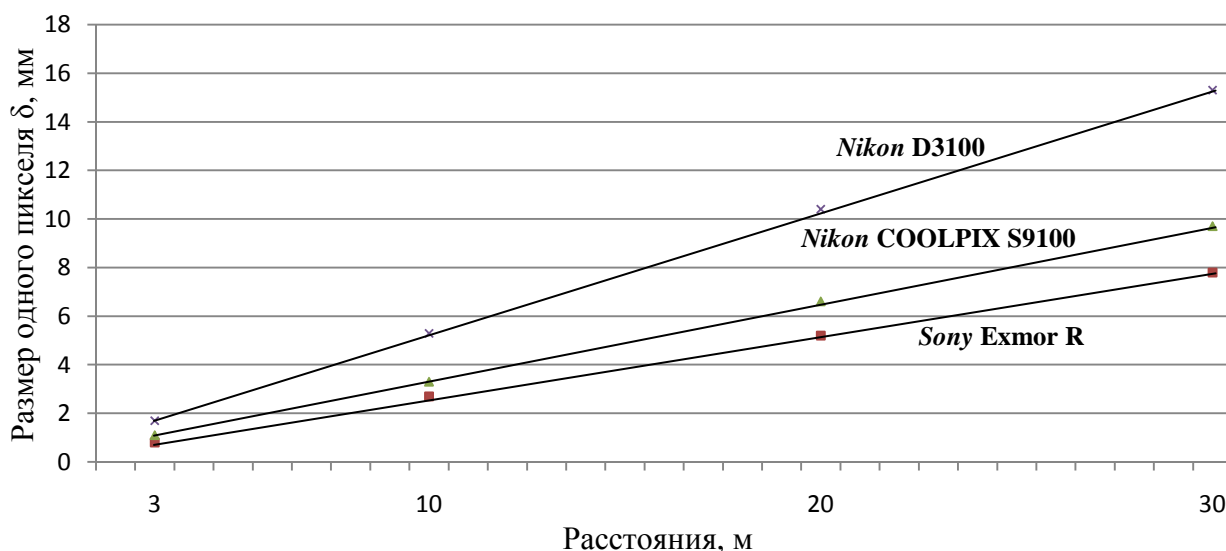


Рис. 69. Графики зависимости размера пикселя от расстояния съёмки для различных фотокамер

В работах [5, 6] приведены результаты калибровки цифровой фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100*, на основании которых составлена табл. 20 для базиса равного 3 м, что в нашем случае соответствует радиусу трубы 1,5 м поверху. Используя данные этой таблицы были подсчитаны по формуле (61) средние квадратические ошибки  $m_{\delta_B}$  для  $n = 5, 10, 15, 20$  и  $m_R = 5, 10, 15$  мм. Полученные результаты иллюстрируются графиками на рис. 70.

Т а б л и ц а 20

### Некоторые результаты калибровки фотокамеры *Nikon COOLPIX S9100*

$n$	5	10	15	20
$(L_B + \Pi_B)$ , пкс	1163	589	395	298
$\delta_B$	2,6	5,1	7,6	10,1

На основании этих графиков можно констатировать, что даже при  $n = 20$  ошибка  $m_{\delta_B}$  составит всего 0,058, 0,082, 0,112 при различных значениях  $m_R$ .

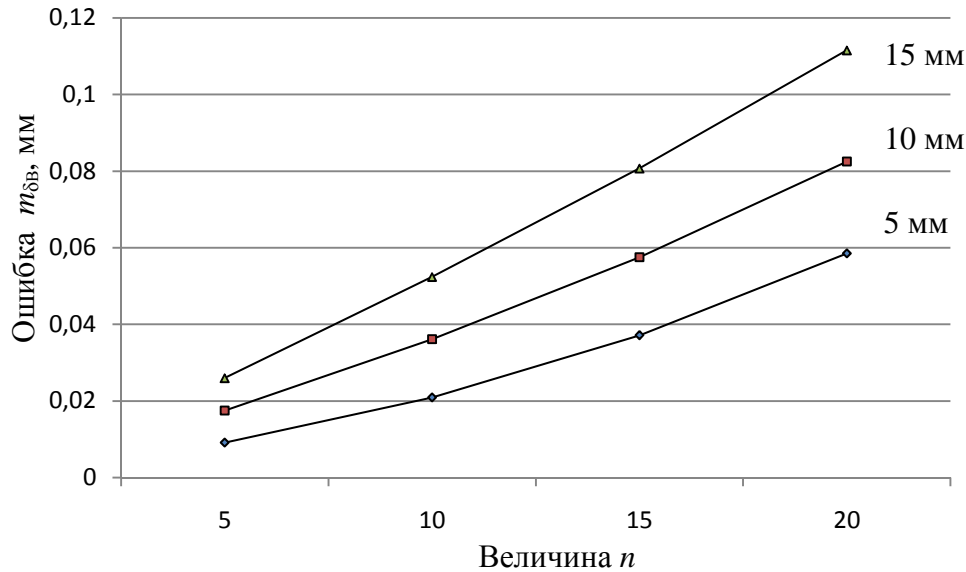


Рис. 70. Графики зависимости ошибки  $m_{\delta B}$  от  $n$  и  $m_R$

Следует отметить, что приведенным вариантом методики мониторинга крена не ограничиваются схемы его исполнения. Они могут быть самые различные. Во-вторых, вообще можно ограничиться только измерениями  $L_B$ ,  $P_B$  и  $L_H$ ,  $P_H$  и определить величину крена в относительной мере. Для этого следует найти количество пикселей  $N$ , приходящихся на всю высоту трубы, и вычислить крен в относительной мере  $B/N$ , который согласно СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений» не должен превышать 0,005 для труб высотой  $< 100$  м и  $1/2N$  – для труб большей высоты.

В нашей работе [6] и разделе 6.1 приведены результаты сравнения калибровки цифровой камеры *Nikon COOLPIX S9100* по горизонтальному и вертикальному базисам. В частности установлено, что размеры одного пикселя (зависящие от расстояния между фотокамерой и объектом) в диапазоне измеряемых расстояний 3...30 м оказались совершенно одинаковыми как для горизонтального, так и для вертикального базиса, что подтверждает правомерность вычисления относительной величины крена  $B/N$  в пикселях.

### 7.3 Фотографический способ контроля вертикальности промышленных дымовых труб

Предлагаемая методика фотографического способа контроля вертикальности промышленных дымовых была опробована при определении крена дымовой трубы высотой 30 м и радиусами: поверху 1,3 м, понизу 2,0 м. Труба была сфотографирована с расположенной на некотором расстоянии от объектива фотокамеры нитью шнурового отвеса и приложенной к трубе 3-метровой нивелирной рейкой (рис. 71а). Измерения выполнялись циф-

ровой камерой *Nikon S9100*. Размер матрицы составляет 1/2,3", эквивалентное фокусное расстояние объектива 25-450 мм. Наличие низкодисперсных линз в объективе способствует снижению остаточных хроматических aberrаций и дисторсии.



а)

б)

Рис. 71. Формирование вертикальной референтной прямой (а) и схема координатных измерений трубы (б)

Изображение рейки на снимке было использовано для определения расстояния от фотокамеры до трубы, которое оказалось равным 18,546 м. Это позволило определить расстояние до центра трубы  $(18,546 + 2,000) \text{ м} = 20,546 \text{ м}$ , что соответствует числу укладываний  $n$  нижнего радиуса в этом расстоянии равному  $20,546 : 2 = 10,282$  и верхнего радиуса соответственно  $20,546 : 1,3 = 15,818$ . Этим значениям  $n$  соответствуют, согласно формулы (55), поправочные коэффициенты  $c$  для нижнего радиуса 0,995 и для верхнего радиуса 0,998 (графа 6 табл. 21).

Обработка снимка (рис. 71а) заключалась в определении расстояний от изображения отвеса до левого  $L$  и правого  $P$  краёв трубы в верхнем  $B$ , двух промежуточных 1, 2 и нижнем  $H$  её сечениях (графы 2, 3). Находили их полусуммы (графа 4) и расстояния от отвеса до оси трубы (графа 5).

## Результаты определения крена дымовой трубы

Сечение	Количество пикселей				с	Размеры радиуса, пикселя, крена, мм		
	Л	П	(Л+П)/2	(Л+П)/2-Л		R	δ	К
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Верхнее	176	132	154	-22	0,998	1304	8,5	17/12/18
Среднее 1	220	173	196,5	-23,5	0,997	1523	7,7	21/22/26
Среднее 2	274	218	246	-28	0,996	1761	7,1	3/2/3
Нижнее	326	266	296	-30	0,995	2009	6,8	0/0/0

В работе [16] с помощью электронного тахеометра *SET 530R/R3* были измерены в произвольной системе прямоугольные координаты точек на четырех сечениях трубы (рис. 71б) и вычислены радиусы каждого сечения. Одновременно эти радиусы были получены в результате линейно-угловых измерений (графа 7). По этим радиусам с использованием формулы (54) определяли длину хорды Л-П (рис. 65), а по формулам (62) вычисляли размер одного пикселя (графа 8):

$$\delta_B = (Л-П)_B / (П_B \pm Л_B), \quad \delta_H = (Л-П)_H / (П_H \pm Л_H), \quad (62)$$

где  $(Л-П)_B$  и  $(Л-П)_H$  – длина хорды Л-П верхнего и нижнего сечений трубы в метрической системе единиц, причём знак «минус» соответствует положению отвеса рис. 72а, в, а знак «плюс» положению рис. 72б.

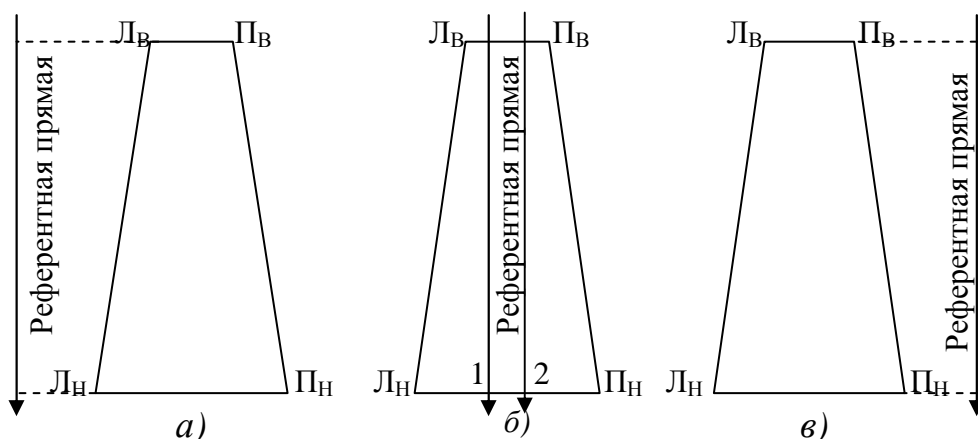


Рис. 72. Варианты расположения референтной прямой относительно трубы

И наконец по формуле (44) вычисляли частные и общий крен трубы (первые значения графы 9) которые показали хорошую сходимость с тако-

выми, полученными в результате координатных и линейно-угловых измерений [16] (вторые и третьи значения графы 9).

#### 7.4 О точности фотографического способа контроля вертикальности промышленных дымовых труб

Крен трубы в метрической системе единиц согласно формулы (44) равен  $K = B\delta_B - H\delta_H$ ,  $\delta_B$  и  $\delta_H$  – размер одного пикселя соответственно для верхнего и нижнего сечения трубы, мм/пкс;  $B$  и  $H$  расстояния от отвеса до оси трубы поверху и понизу, пкс.

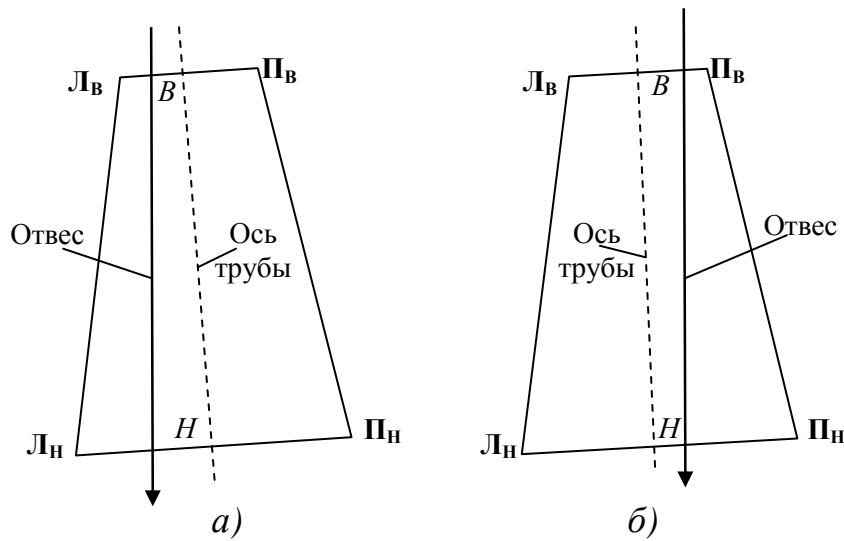


Рис. 73. Схемы к определению крена трубы

Найдём среднюю квадратическую ошибку крена  $m_K$ , используя формулу (44). Согласно известного из теории ошибок выражения для ошибки функции общего вида имеем:

$$m_K^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2 m_B^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \delta_B}\right)^2 m_{\delta_B}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial H}\right)^2 m_H^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \delta_H}\right)^2 m_{\delta_H}^2, \quad (63)$$

где выражения в скобках представляют собой частные производные, а  $m_B$ ,  $m_H$ ,  $m_{\delta_B}$ ,  $m_{\delta_H}$  – средние квадратические ошибки измерения расстояний от отвеса до оси трубы и определения размера одного пикселя соответственно поверху и понизу.

После взятия частных производных формула (63) примет вид:

$$m_K^2 = \delta_B^2 m_B^2 + B^2 m_{\delta_B}^2 + \delta_H^2 m_H^2 + H^2 m_{\delta_H}^2. \quad (64)$$

Таким образом ошибка крена в метрической системе единиц будет зависеть от ошибок определения расстояний  $B$  и  $H$  и ошибок определения размера одного пикселя поверху и понизу.

Поскольку  $B = 0,5\Pi_B - 0,5Л_B$ ,  $H = 0,5\Pi_H - 0,5Л_H$  (рис. 73а) или  $B = 0,5Л_B - 0,5\Pi_B$ ,  $H = 0,5Л_H - 0,5\Pi_H$  (рис. 73б), то по аналогии с предыдущим можно написать:

$$m_B^2 = 0,25(m_{Л_B}^2 + m_{\Pi_B}^2), m_H^2 = 0,25(m_{Л_H}^2 + m_{\Pi_H}^2), \quad (65)$$

где в скобках представлены средние квадратические ошибки определения  $Л_B$ ,  $\Pi_B$  и  $Л_H$ ,  $\Pi_H$ , пкс.

Примем  $m_{Л_B} = m_{\Pi_B} = m_1$  и  $m_{Л_H} = m_{\Pi_H} = m_2$ , тогда:

$$m_B = m_1\sqrt{0,5}, m_H = m_2\sqrt{0,5}. \quad (66)$$

В свою очередь  $Л_B$ ,  $\Pi_B$  и  $Л_H$ ,  $\Pi_H$  можно представить как разность отсчётов по курсору в пикселях на отвес  $O$  и левый край трубы  $O_L$  или отсчёт  $O_{\Pi}$  на правый край трубы и отвес  $O$ . Тогда ошибки  $m_1$  и  $m_2$  в зависимости от ошибок отсчёта поверху  $m_{O_B}$  и понизу  $m_{O_H}$  будут равны:

$$m_1 = m_{O_B}\sqrt{2}, m_2 = m_{O_H}\sqrt{2}. \quad (67)$$

С учётом (67) выражения (66) примут вид:

$$m_B = m_{O_B}, m_H = m_{O_H}, \quad (68)$$

подставив которые в формулу (64), получим:

$$m_K^2 = \delta_B^2 m_{O_B}^2 + B^2 m_{\delta_B}^2 + \delta_H^2 m_{O_H}^2 + H^2 m_{\delta_H}^2. \quad (69)$$

В процессе измерения снимков, выполненных различными фотокамерами (*Nikon D3100*, *Nikon COOLPIX S9100*, *Sony Exmor R*, *Canon PowerShot S2 IS*) установлено, что отсчёты  $O_L$ ,  $O$ ,  $O_{\Pi}$  можно брать с точностью до 1 пикселя. Поэтому формулу (69) можно упростить:

$$m_K^2 = \delta_B^2 + B^2 m_{\delta_B}^2 + \delta_H^2 + H^2 m_{\delta_H}^2. \quad (70)$$

Таким образом, ошибка определения крена будет зависеть от размеров пикселей поверху и понизу, ошибки их определения и расстояний от отвеса до оси трубы поверху и понизу.

На рис. 65 представлена схема к определению размера одного пикселя при расположении фотокамеры на некотором расстоянии от оси трубы  $\Phi\text{-}O = nR$  (где  $n$  – число укладываний радиуса  $R$  в расстоянии  $\Phi\text{-}O$ ).

В соответствии с этим размер одного пикселя в метрической системе единиц для верхнего и нижнего сечений трубы можно определять по формулам

$$\delta_{\text{В}} = (\text{ЛП})_{\text{В}} / (\text{Л}_{\text{В}} + \text{П}_{\text{В}}), \quad \delta_{\text{Н}} = (\text{ЛП})_{\text{Н}} / (\text{Л}_{\text{Н}} + \text{П}_{\text{Н}}), \quad (71)$$

где  $(\text{ЛП})_{\text{В}}$ ,  $(\text{ЛП})_{\text{Н}}$  и  $(\text{Л}_{\text{В}} + \text{П}_{\text{В}})$ ,  $(\text{Л}_{\text{Н}} + \text{П}_{\text{Н}})$  – длина хорды (ЛП) верхнего или нижнего сечений трубы соответственно в метрической системе единиц и в пикселях (рис. 65).

В общем виде средняя квадратическая ошибка размера одного пикселя  $m_{\delta}$  будет равна:

$$m_{\delta}^2 = \frac{m_{(\text{ЛП})}^2}{(\text{Л} + \text{П})^2} + \frac{(\text{ЛП})^2 m_{(\text{Л} + \text{П})}^2}{(\text{Л} + \text{П})^4}, \quad (72)$$

где  $m_{(\text{ЛП})}$  и  $m_{(\text{Л} + \text{П})}$  – средние квадратические ошибки определения хорды (ЛП) верхнего или нижнего сечений трубы соответственно в метрической системе единиц и в пикселях.

Длину хорды (ЛП) в метрической системе единиц можно определить по формуле (54), в которой корень квадратный представляет собой поправочный коэффициент  $c$  к радиусу верхнего или нижнего сечения трубы. Для различных значений  $n$  эти коэффициенты приведены в табл. 22.

Т а б л и ц а 22

### Поправочные коэффициенты $c$

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$c$	0,866	0,943	0,968	0,980	0,986	0,990	0,992	0,994	0,995	0,996	0,996	0,997	0,997	0,998	0,998	0,998	0,998	0,999	0,999

Анализ формулы (54) позволяет констатировать, что точность определения хорды (ЛП) предлагаемым способом в основном зависит от точности определения радиуса сооружения  $R$ , поскольку поправочный коэффициент  $c$  даже при  $n = 2$  составляет всего 0,866 и с увеличением  $n$  стремится к единице, достигая уже при  $n = 10$  значения 0,995. В то же время увеличение расстояния фотографирования может отрицательно сказаться на точности определения на снимке количества пикселей в хорде (ЛП), что повлияет на точность определения размера одного пикселя  $\delta$ .

На основании формулы (54) можно написать:

$$m_{(\text{ЛП})}^2 = 4(R^2 m_c^2 + c^2 m_R^2), \quad (73)$$

где  $m_c$  и  $m_R$  – средние квадратические ошибки определения поправочного коэффициента  $c$  и радиуса трубы  $R$  поверху или понизу.

В свою очередь  $m_{(ЛВ+ПВ)}^2 = m_{ЛВ}^2 + m_{ПВ}^2 = 2m_1^2$  и  $m_{(ЛН+ПН)}^2 = m_{ЛН}^2 + m_{ПН}^2 = 2m_2^2$ , поэтому в соответствии с условием (67) получим:

$$m_{(ЛВ+ПВ)} = 2m_{ОВ} = 2\text{пкс}, \quad m_{(ЛН+ПН)} = 2m_{ОН} = 2\text{ пкс}. \quad (74)$$

Представим формулу (72) в виде:

$$m_{\delta}^2 = \frac{1}{(Л+П)^2} \left[ m_{(ЛП)}^2 + \frac{(ЛП)^2}{(Л+П)^2} m_{(Л+П)}^2 \right] = \frac{1}{(Л+П)^2} \left[ m_{(ЛП)}^2 + \delta^2 m_{(Л+П)}^2 \right], \quad (75)$$

где  $\delta$  – размер одного пикселя поверху или понизу, мм/пкс.

Тогда с учётом (73) и (74) окончательно получим:

$$m_{\delta}^2 = \frac{4}{(Л+П)^2} \left[ R^2 m_c^2 + c^2 m_R^2 + \delta^2 \right]. \quad (76)$$



Рис. 74. Схема использования отвеса в качестве референтной прямой

Представленная на рис. 74 дымовая труба была сфотографирована с расположенной на некотором расстоянии от объектива фотокамеры нитью шнурового отвеса и приложенной к трубе 3-метровой нивелирной рейкой. Измерения выполнялись цифровой камерой *Nikon S9100*.



Изображение рейки на снимке было использовано для определения расстояния Ф-4 (рис. 65), которое оказалось равным 18,546 м. Это позволило определить число укладываний  $n_B = 15,8$  верхнего радиуса в расстоянии Ф-О и  $n_H = 10,3$  нижнего радиуса. Этим значениям  $n$  соответствуют, согласно табл. 17, поправочные коэффициенты  $c$  для верхнего радиуса 0,998 и для нижнего радиуса 0,995. Из этого следует, что при  $n > 10$  изменение его значения на  $15,8 - 10,3 = 5,5$  вызывает изменение поправочного коэффициента  $c$  всего на  $0,998 - 0,995 = 0,003$ . На основании данных табл. 17 в формуле (76) средняя квадратическая ошибка  $m_c$  может быть принята равной 0,001.

Обработка снимка (рис. 74) показала что  $(Л_B+П_B) = 308$  пкс и  $(Л_H+П_H) = 592$  пкс. По значениям радиусов  $R_B$  и  $R_H$  с использованием формулы (54) определяли длину хорды (ЛП), а по формулам (71) вычисляли размеры одного пикселя в метрической системе единиц, которые оказались равными  $\delta_B = 8,5$  мм,  $\delta_H = 6,8$  мм. Подставив в формулу (76) соответствующие значения, получим при  $m_R = 5; 10; 15$  мм ошибку  $m_\delta = 0,06; 0,09; 0,11$  мм поверху и  $m_\delta = 0,03; 0,04; 0,06$  мм понизу. Это говорит о том, что решающее влияние на  $m_\delta$  оказывает размер пикселя.

При обработке снимка (рис. 74) были найдены  $B = 22$  пкс и  $H = 30$  пкс, подставив которые и другие найденные ранее значения  $\delta_B = 8,5$  мм,  $\delta_H = 6,8$  мм,  $m_\delta = 0,06; 0,09; 0,11$  мм,  $m_\delta = 0,03; 0,04; 0,06$  мм в формулу (70), получим  $m_K = 11,0; 11,1; 11,3$  мм. Таким образом, средняя квадратическая ошибка крена зависит в основном от размеров пикселей поверху и понизу. Действительно, если принять:  $m_K^2 = \delta_B^2 + \delta_H^2$ , то  $m_K$  будет равна 10,9 мм, то есть практически такой, что и по строгой формуле (70).

Таким образом, если при фотографическом способе определения крена дымовой трубы её радиусы поверху и понизу известны с ошибкой 5 – 15 мм, поправочный коэффициент  $c$  найден с ошибкой 0,001, точность отсчёта по курсору при обработке снимка равна 1 пкс, то среднюю квадратическую ошибку крена можно определить по простой формуле

$$m_K = \sqrt{\delta_B^2 + \delta_H^2}, \quad (77)$$

где  $\delta_B, \delta_H$  – размер одного пикселя соответственно поверху и понизу, мм.

Особый интерес представляет случай, когда референтная прямая располагается по центру верхнего сечения трубы (рис. 75).

Здесь расстояние от отвеса до оси трубы поверху  $B$  будет равно нулю и формула (44) примет вид:

$$K = H\delta_H. \quad (78)$$

В этом случае в обработке снимка будет участвовать только нижнее сечение трубы, а средняя квадратическая ошибка крена с учётом выше приведенных выкладок будет равна:

$$m_K = \delta_H. \quad (79)$$

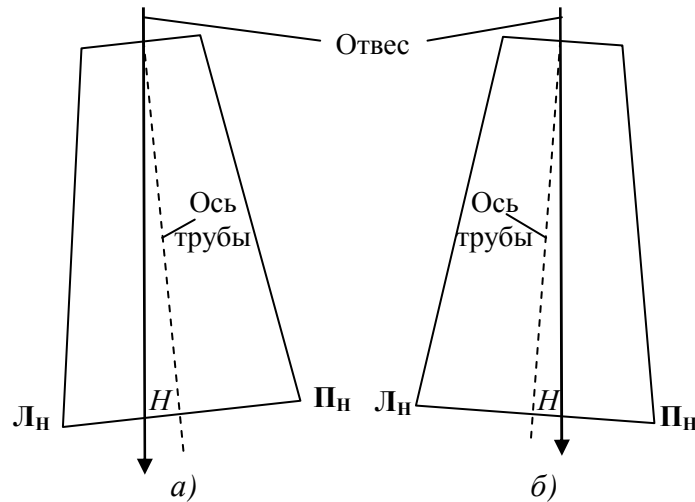


Рис. 75. Частный случай расположения референтной прямой

Представим величину  $n = (\Phi - O)/R$ , фигурирующую в формуле (54), и найдём её среднюю квадратическую ошибку  $m_n$  в зависимости от ошибок  $m_{\Phi-O}$  и  $m_R$  по формуле:

$$m_n^2 = \frac{1}{R^2} (m_{\Phi-O}^2 + n^2 m_R^2), \quad (80)$$

Результаты вычислений по формуле (80) приведены в табл. 23 и иллюстрируются графиками на рис. 76.

Т а б л и ц а 23

### Средняя квадратическая ошибка $m_n$

$n$	$R$ , мм	$m_{\Phi-O}$ , мм	$m_R$ , мм	$m_n$
5	2000	50	5; 10; 15	0,03; 0,04; 0,05
10	2000	50	5; 10; 15	0,04; 0,06; 0,08
15	2000	50	5; 10; 15	0,05; 0,08; 0,12
20	2000	50	5; 10; 15	0,06; 0,10; 0,15

Данные табл. 23 свидетельствуют, что даже при значительных ошибках  $m_{\Phi-O}$  и  $m_R$  ошибки  $m_n$  в соответствии с данными табл. 22 не окажут влияния на точность определения поправочного коэффициента  $s$ , тем более, что они имеют тенденцию к уменьшения с увеличением радиуса трубы  $R$ .

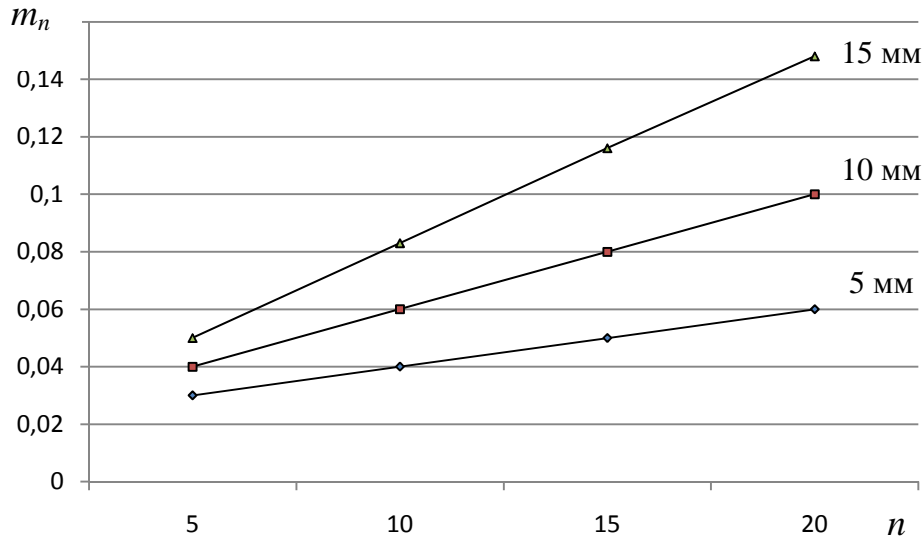


Рис. 76. Графики зависимости ошибки  $m_n$  от ошибок  $m_{\Phi-O}$  и  $m_R$

Обработка снимка трубы (рис. 59) показала что  $(Л+П) = 592$  пкс. По значению нижнего радиуса 2,0 м с использованием формулы (54) определяли длину хорды (ЛП), а по формуле (71) вычисляли размер одного пикселя в метрической системе единиц, который оказался равным  $\delta_H = 6,8$  мм. По перечисленным выше данным были подсчитаны по формуле (76) средние квадратические ошибки  $m_\delta$  при различных ошибках радиуса  $m_R = 5; 10; 15$  мм и  $m_c = 0,001; 0,002; 0,003$  (табл. 24).

Т а б л и ц а 24

#### Средняя квадратическая ошибка $m_\delta$ размера одного пикселя

(Л+П), пкс	R, мм	c	$m_R$ , мм	$m_c$	$\delta_H$ , мм/пкс	$m_\delta$ , мм/пкс
592	2000	0,995	5;10;15	0,001;0,002;0,003	6,8	0,03;0,04;0,06

Данные табл. 24 свидетельствуют о том, что даже при  $m_R = 15$  мм и  $m_c = 0,003$  ошибка  $m_\delta$  не превысит 0,1 мм/пкс.

В процессе измерения снимков, выполненных различными фотокамерами (*Nikon D3100*, *Nikon COOLPIX S9100*, *Sony Exmor R*, *Canon PowerShot S2 IS*) установлено, что отсчёты  $O_L$ ,  $O$ ,  $O_P$  можно брать с точностью до 1 пикселя. Поэтому формулу (47) можно упростить, приняв  $m_{O_H} = 1$  пкс:

$$m_K^2 = \delta_H^2 + H^2 m_{\delta_H}^2, \quad (81)$$

имея в виду, что теперь  $\delta_H$  имеет размерность в мм/пкс.

По формуле (81) были подсчитаны средние квадратические ошибки  $m_K$  при различных значениях  $\delta_H = 5; 10; 15$  мм и  $H = 20; 40; 60$  мм/пкс (табл. 25).

Т а б л и ц а 25

**Средняя квадратическая ошибка определения крена  $m_K$** 

$\delta_H$ , мм/пкс	$H$ , пкс	$m_\delta$ , мм/пкс	$m_K$ , мм
5	20; 40; 60	0,1	5,4; 6,4; 7,8
10	20; 40; 60	0,1	10,2; 10,8; 11,7
15	20; 40; 60	0,1	15,1; 15,5; 16,1

Данные табл. 25 свидетельствуют о том, что при постоянном значении  $m_\delta$  размеры  $H = 20; 40; 60$  пкс не оказывают заметного влияния на величину  $m_K$ , которая получается практически равной размеру одного пикселя  $\delta_H$ , поэтому с некоторой долей приближения можно вторым слагаемым в формуле (81) пренебречь.

Наконец, в работе [16] приведены результаты определения крена дымовой трубы (рис. 74) координатным и линейно-угловым способами, значения которых оказались равными соответственно 12 и 18 мм. Те же измерения, выполненные фотографическим способом, дали результат 17 мм, то есть показали хорошую сходимость с другими способами, не выходящую за пределы его точности.

### 7.5 Двухэтапный фотографический способ определения крена сооружений башенного типа

Практически всем известным способам определения крена высоких зданий и сооружений присущи недостатки, связанные с их зависимостью от застроенности территории, что затрудняет выбор точек стояния применяемого прибора для производства наблюдений в двух или более направлениях. Исключить этот недостаток можно, применяя так называемые односторонние способы, выполняемые с одной точки стояния прибора [3]. Разработанные на кафедре инженерной геодезии ННГАСУ координатные, линейно-угловые, фотографические способы контроля вертикальности сооружений башенного типа предусматривают соответствующие измерения верхнего, нижнего (а при необходимости и средних) наблюдаемых сечений.

Однако на практике зачастую нижняя часть сооружения (рис. 74, 77, 79, 87) бывает закрыта посторонними предметами (здания, сооружения, деревья, транспорт и т. п.). Вследствие этого наблюдатели ограничиваются определением крена только верхней видимой части сооружения с последующей экстраполяцией крена на всю высоту сооружения, что может отрицательно сказаться на точности получаемых результатов.



Рис. 77. Фотография телебашни

Для устранения этого недостатка предлагается, названный нами, двухэтапный способ определения крена. Его сущность поясняется рис. 78а и заключается в следующем.

Из точки Т производят линейно-угловые или координатные измерения верхнего сечения 1-2-3 сооружения по методике описанной в работах [3, 16]. Путём вертикального проектирования отмечают на нижнем сечении сооружения точку  $O_1$  по направлению линии Т- $O_1$ . Переносят прибор в точку  $T_1$ , расположенную на линии Т- $O_1$  и производят линейно-угловые или координатные измерения нижнего невидимого ранее сечения сооружения. По результатам измерений можно определить частные крены одновременно по осям  $x$  и  $y$  условной системы координат, общий крен и его направление.

Считаем перспективным применение такой двухэтапной методики определения крена с помощью фотографического способа с применением неметрических фотокамер. Сущность способа поясняется рис. 78а,б и заключается в следующем. Из точки Т фотографируют всё сооружение с отвесом, расположенным на некотором расстоянии перед объективом фотокамеры. Причём отвес, во-первых, должен располагаться по центру верх-

него сечения и, во-вторых, для исключения влияния дисторсии объектива отвес и сооружение должны располагаться в центральной части снимка.

Отмечают на нижнем сечении сооружения точку  $O_1$  по направлению линии  $T-O$  (рис. 78а). Переносят фотокамеру в точку  $T_1$ , расположенную на линии  $T-O_1$  и фотографируют нижнюю невидимую ранее часть сооружения с точкой  $O_1$ .

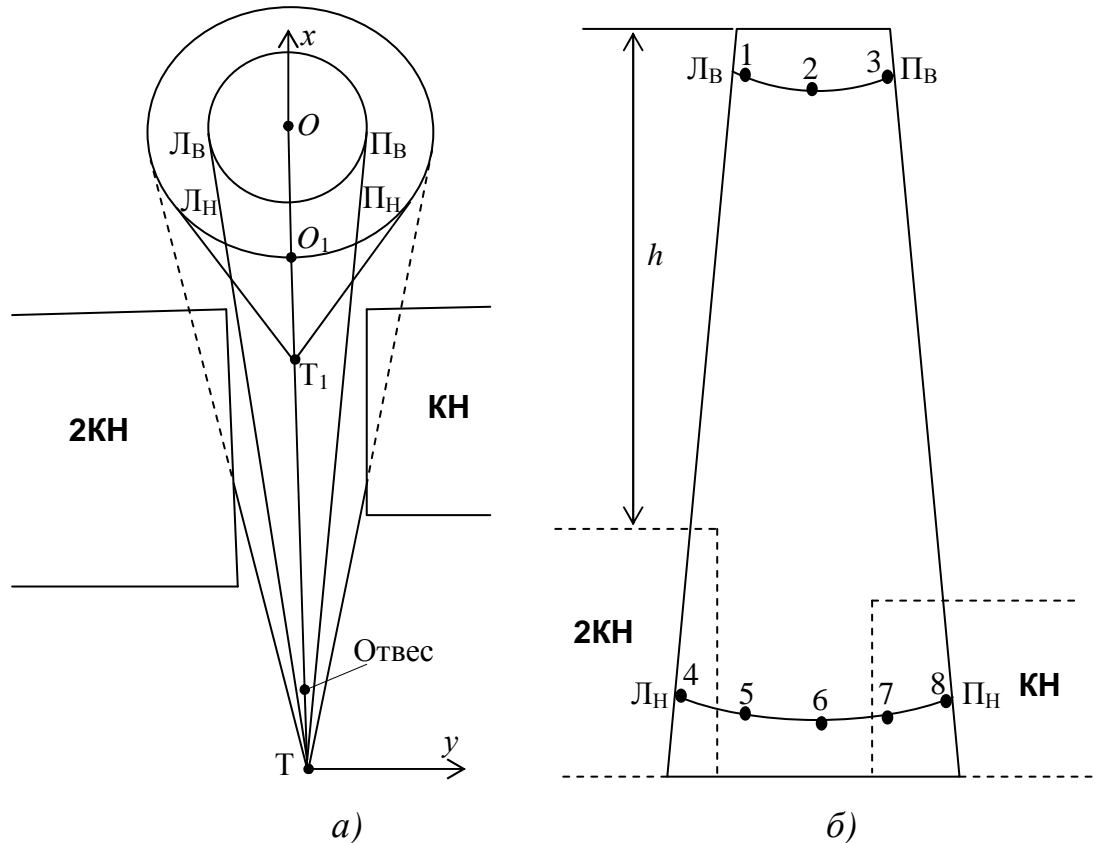


Рис. 78. Схемы выполнения линейно-угловых, фотографических (а) и координатных (б) измерений дымовой трубы

Предлагаемая методика была опробована на дымовой трубе высотой 30 м и радиусами поверху 1,3 м и понизу 2,0 м, левая нижняя часть которой была закрыта транспортным средством.

Вначале был осуществлён первый этап, который заключался в том, что с точки  $T$  была сфотографирована цифровой фотокамерой вся труба с горизонтально расположенной на нижнем сечении трубы рейкой (рис. 79а) с расстояния 11,1 м при расположении отвеса в 3 м от фотокамеры. В качестве точки  $O_1$  фигурировал взятый по отвесу отсчёт по рейке, равный 1500 мм, отмеченный также на трубе белой чертой. Затем фотокамеру перенесли в точку  $T_1$ , расположенную на линии  $T-O_1$  (рис. 78а) на расстоянии 3,6 м от трубы, и сфотографировали нижнюю невидимую ранее часть трубы (рис. 79б).



Рис. 79. Фотографии трубы с точки Т (а) и с точки Т<sub>1</sub> (б)

Обработка обоих снимков, открытых в Paint, заключалась в следующем. Подводили курсор к левому краю, отвесу и правому краю трубы на уровне её верхнего 1-2-3 и нижнего 4-5-6-7-8 сечений и брали отсчёты в пикселях Л, О и П, соответствующие каждому положению курсора. Результаты измерений приведены в табл. 26 (графы 1...6).

Т а б л и ц а 26

### Результаты обработки фотоснимков трубы

Верхние отсчёты, пкс			Нижние отсчёты, пкс			Верх		Низ		В пкс	Н пкс	К <sub>у</sub> , пкс
Л	О	П	Л	О	П	Л <sub>в</sub> П <sub>в</sub>	Л <sub>н</sub> П <sub>н</sub>					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
1330	1450	1605	545	1449	2350	120 -155	904 -901	17,5	-1,5	19		

Находили в пикселях расстояния Л<sub>в</sub>, П<sub>в</sub> и Л<sub>н</sub>, П<sub>н</sub> (графы 7, 8) от отвеса до верхних и нижних краёв трубы как разности соответствующих отсчётов О – Л и О – П. Вычисляли в пикселях расстояния от отвеса до оси сооружения поверху  $V = -(Л_в + П_в)/2 = -(120 - 155)/2 = 17,5$  пкс и понизу  $H = -(Л_н + П_н)/2 = -(904 - 901)/2 = -1,5$  пкс (графы 9, 10), причём в этих выражениях необходимо учитывать знаки Л<sub>в</sub>, П<sub>в</sub> и Л<sub>н</sub>, П<sub>н</sub>.

Крен сооружения в пикселях, в данном случае по оси  $y$  (рис. 78а), будет равен  $K_y = B - H = 17,5 + 1,5 = 19$  пкс (графа 11), а в метрической системе единиц крен будет равен произведению  $K_y$  на размер одного пикселя.

Для определения размера одного пикселя необходимо известную длину отрезка разделить на количество содержащихся в нём пикселей. В результате измерений снимка на рис. 79а установлено, что в 1,5-метровой рейке содержится 1119 пкс, следовательно  $\delta = 1500/1119 = 1,340$  мм/пкс.

Поэтому крен трубы в метрической системе равен  $K_y = 19 \times 1,340 = 25$  мм.

В своё время [16] были выполнены координатные (рис. 78б) и линейно-угловые (рис. 78а) измерения этой же трубы с одной точки Т. Были получены значения частных кренов по осям координат, причём частный крен  $K_y$  составил соответственно 24 мм и 15 мм (фотографическим способом 25 мм). В силу разных причин (неидеальность реального объекта, несовпадение наблюдаемых сечений, погрешности измерений и т.п.) расхождения в значениях частных кренов  $K_y$  составили соответственно 1 мм 10 мм, что, на основании исследований, приведенных в работе [17], вполне возможно. Кроме того, согласно «Руководства по определению кренов инженерных сооружений башенного типа геодезическими методами. – М., – 1981, –55 с.», допустимые погрешности измерения крена таких сооружений высотой до 100 м не должны превышать 30 мм, что и соблюдается в нашем случае.

Если референтная прямая (отвес) располагается строго по центру верхнего сечения сооружения (рис. 79а), то расстояние от отвеса до оси сооружения  $B$  поверху будет равно нулю и в обработке снимка будет участвовать только нижнее сечение трубы, в результате чего частный крен  $K_y = H\delta$ . Теперь достаточно на втором снимке (рис. 79б) определить  $L_H$  и  $P_H$  и вычислить крен  $K_y$ . Причём, масштабирование снимка (определение  $\delta$ ) можно выполнить двояко. Для этого можно размер нижнего сечения в мм поделить на количество пикселей, содержащихся в нём, или по рейке, которую при необходимости можно использовать также для определения расстояния Т-О<sub>1</sub> фотографическим способом.

Так, например, на рис. 79б отсчёт по левому краю 3-метровой рейки составил 490 пкс, по правому краю 2359 пкс, откуда  $\delta = 3000/(2359 - 490) = 1,6$  мм/пкс. Следовательно, крен  $K_y$  будет в метрической системе единиц равен  $19 \text{ пкс} \times 1,6 \text{ мм/пкс} = 30$  мм.

Расположение отвеса относительно центра верхнего сечения можно проконтролировать по верхним отсчётам  $L_B$ ,  $O_B$  и  $P_B$  (с учётом их знака) по формуле (48)  $C = (L_B + P_B)/2 - O_B$ , где  $C$  – смещение отвеса относительно центра верхнего сечения, пкс.

Если подсчитанное по формуле (48) смещение  $C$  оказалось со знаком плюс, то отвес смещён в левую сторону от центра верхнего сечения, со



знаком минус – в правую. С учётом смещения  $C$  и его знака можно в положение точки  $O_1$  ввести эту поправку и отсчёт  $O_H$  брать по положению курсора в откорректированной точке  $O_1$ . Либо к отсчёту  $O_H$  прибавить эту поправку с учётом её знака или крен вычисляться по формуле (49)  $K = (H - C)\delta_H$ .

Представляет интерес степень влияния погрешности центрирования фотокамеры в точке  $T_1$  на точность определения крена сооружения  $AB$  (рис. 80).

Действительно, если точка расположения фотокамеры  $T_1$  сместится с линии  $T-O_1$  на некоторую величину  $T_1T'_1 = l$  (нестворность фотокамеры), то вместо правильных значений  $L_H$  и  $\Pi_H$  будут на снимке измерены неправильные значения  $L'_H$  и  $\Pi'_H$ . В результате этого вместо правильного значения крена  $H = -(L_H + \Pi_H)/2$  будет определено его неправильное значение  $H = -(L'_H + \Pi'_H)/2$ , отличающееся на величину  $\Delta'$ .

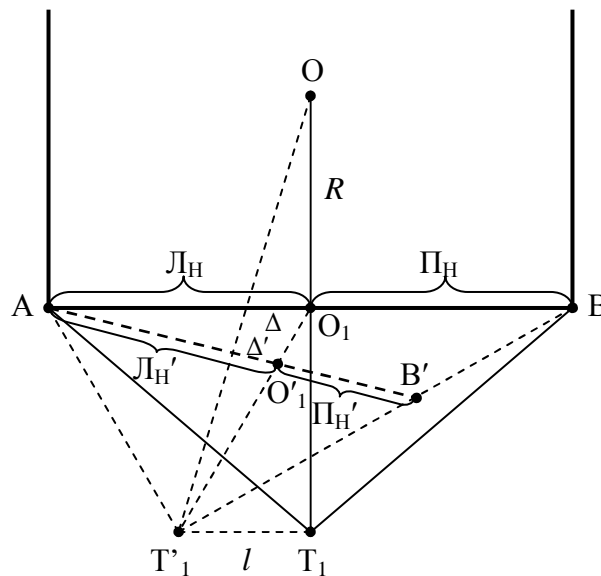


Рис. 80. Схема к определению влияния нестворности фотокамеры

Ввиду малости угла  $T'_1OT_1$  примем с некоторой незначительной долей приближения  $\Delta' \approx \Delta$ , тогда из подобия соответствующих треугольников получим:

$$\Delta = \frac{lR}{OT_1} = lk, \quad (82)$$

где  $k = R/OT_1$  – коэффициент, характеризующий величину отстояния фотокамеры от сооружения, причём, чем он меньше, тем меньше влияние величины  $l$  на  $\Delta$ . Для различных значений  $l = 5; 10; 15; 20$  мм и  $k = 1/2; 1/3; 1/4; 1/5$  вычислены погрешности  $\Delta$  (табл. 27).

### Погрешности $\Delta$ в зависимости от $l$ и $k$

$l$ , мм	Погрешность $\Delta$ , мм			
	$k = 1/2$	$k = 1/3$	$k = 1/4$	$k = 1/5$
1	2	3	4	5
5	2,5	1,7	1,2	1
10	5	3,3	2,5	2
15	7,5	5	3,8	3
20	10	6,7	5	4

По данным табл. 27 построены графики зависимости погрешности  $\Delta$  от величины нестворности  $l$  и коэффициента  $k$ , наглядно иллюстрирующие, как с увеличением расстояния  $T_1O_1$  от  $1R$  до  $4R$  погрешность  $\Delta$  уменьшается от 2,5 – 10 мм до 1 – 4 мм при величине нестворности 5 – 20 мм.

На основании рис. 81 можно констатировать, что при точности центрирования фотокамеры в точке  $T_1$  равной 5 мм погрешность определения крена не превысит 1-2 мм.

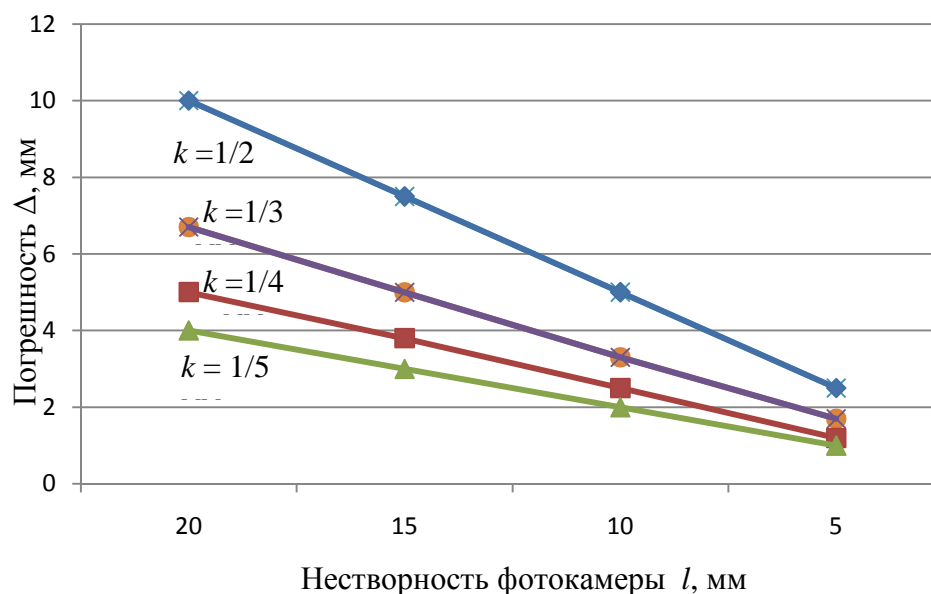


Рис. 81. Графики зависимости погрешности  $\Delta$  от  $l$  и  $k$

Таким образом, проведенные экспериментальные исследования подтвердили состоятельность предлагаемого двухэтапного способа определения крена сооружений башенного типа.

В заключение можно рекомендовать комбинированный способ, включающий проектирование с помощью, например, теодолита с точки  $T$  средней точки верхнего сечения на горизонтальную рейку внизу

сооружения с последующим отмечанием точки  $T_1$  и фотографированием с этой точки нижней ранее закрытой части сооружения с рейкой.

Рассмотренную двухэтапную методику можно применять для контроля пространственного положения сооружений башенного типа практически любыми способами, описанными в работе [3].

### 7.6 Фотографический способ продолженного отвеса

Непрерывным условием использования в качестве вертикальной референтной прямой нити свободно висящего перед объективом фотокамеры шнурового отвеса, сфотографированного на фоне исследуемого сооружения, является его распространение на всю высоту сооружения (рис. 82а).

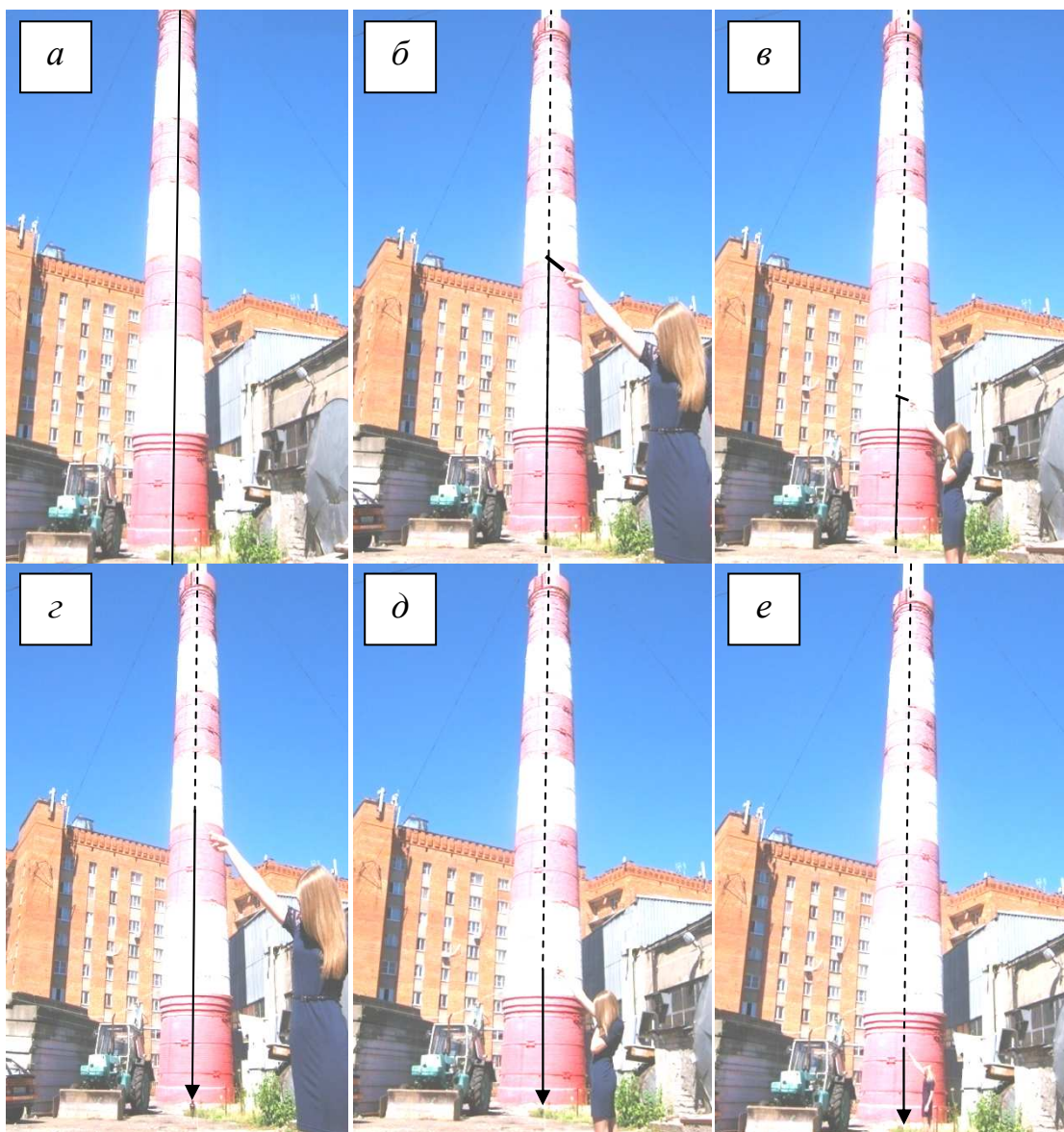


Рис. 82. Фотографии к способу продолженного отвеса

Кроме того, для максимального исключения влияния дисторсии объектива на получаемые результаты, необходимо стремиться к тому, чтобы отвес располагался по оси сооружения и как можно дальше от фотокамеры. Однако выполнение второго условия об увеличении расстояния от отвеса до фотокамеры может привести к тому, что отвес не будет распространяться на всю высоту сооружения, а только на некоторую его часть (рис. 82б, в).

В этом случае необходимо на снимке наложить на нить отвеса линию (пунктирная на рис. 82г, д, е) и продлить её на всю высоту трубы. Опыт показывает, что операцию по совмещению этих двух линий можно производить с достаточно высокой степенью точности. После этого, по изложенной в предыдущих разделах монографии методике, можно получить максимум информации о пространственном положении трубы на любом её уровне по высоте. В этом заключается одно из достоинств фотографического способа.

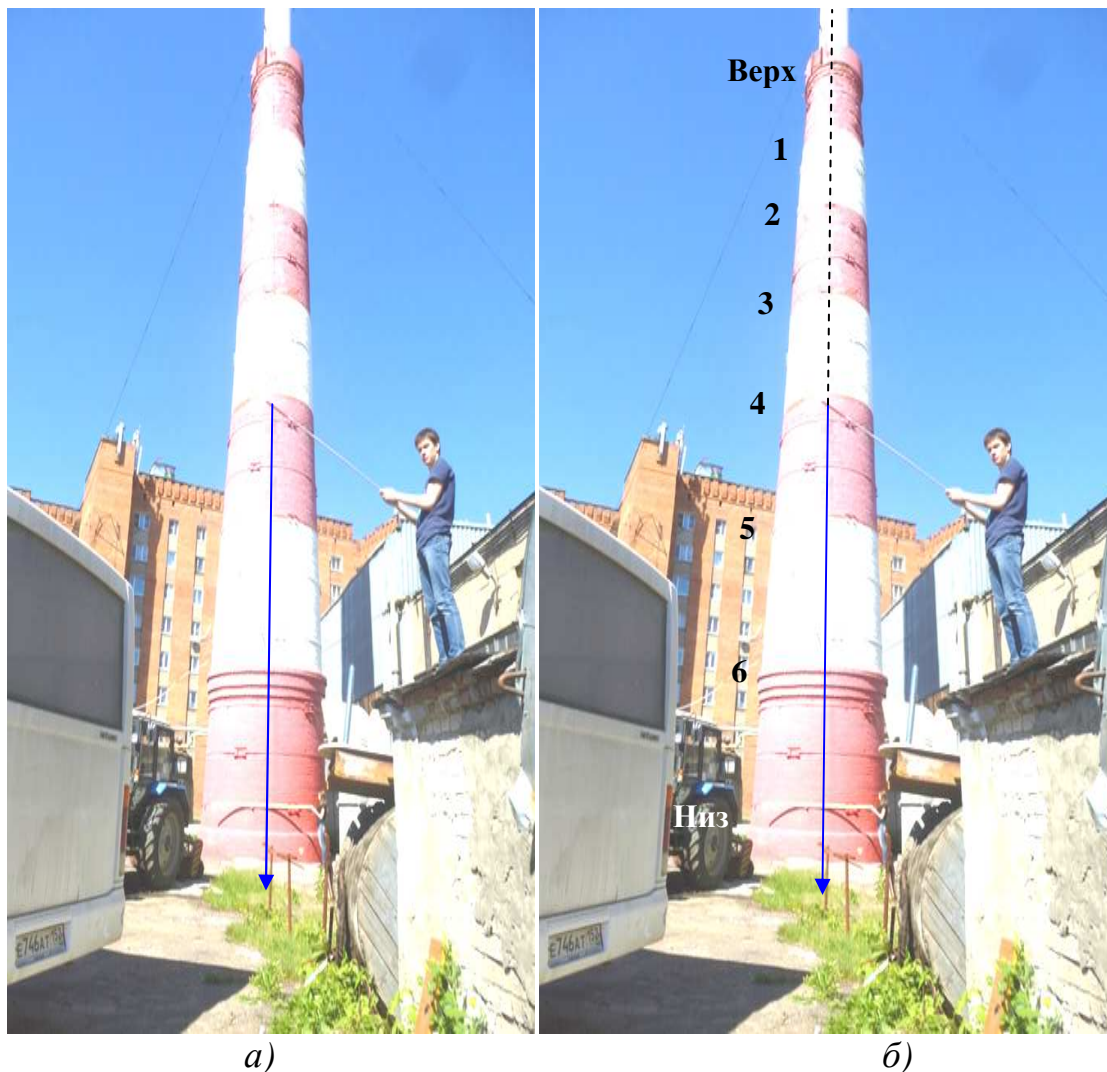


Рис. 83. Фотография трубы с отвесом (а) и полной референтной прямой (б)

Вообще говоря, обработку снимка можно производить по-разному, используя, например, различные программы редактирования фотографических изображений. А можно просто вывести снимок на бумажный носитель, провести на нём полную референтную прямую и определять крен и искривления ствола с помощью обычного циркуля-измерителя и масштабной линейки.

Проведенные нами экспериментальные исследования с использованием фотокамеры *Panasonic DMC-TZ25* заключались в фотографировании дымовой трубы (рис. 83а) с последующим продолжением проекции отвеса на всю высоту трубы (рис. 83б).

Затем фотография на рис. 83б была обработана в системе Paint. В табл. 28 представлены результаты определения общего и шести частных кренов в пикселях.

Т а б л и ц а 28

#### Результаты определения крена по продолженному отвесу

Сечения	Л	О	П	Лв,с,н	Пв,с,н	Вв,с,Н	К=В-Н
Верх	857	915	997	58	-82	12	14
1	847	911	997	64	-86	11	13
2	828	907	1004	79	-97	9	11
3	809	902	1010	93	-108	7,5	9,5
4	794	899	1015	105	-116	5,5	7,5
5	764	890	1025	126	-135	4,5	6,5
6	733	882	1034	149	-152	1,5	3,5
Низ	701	875	1045	174	-170	-2	0

В процессе экспериментальных исследований была также опробована программа *Plumb-bob*. Её сущность заключается в том, что в процессе фотографирования сооружения на смартфон или планшет, снабженные этой программой, на снимке всегда есть изображение вертикальной линии (рис. 84).

Рис. 84. Образец программы *Plumb-bob*

Такая фотография части трубы, выполненная на планшет, представлена на рис. 85а. Дальнейшая задача заключается в продолжении этой вертикальной линии на всю высоту трубы. Её можно решать двояко. Во-первых, можно на рис. 85а измерить положение этой линии относительно левого и правого краев трубы и перенести эти размеры на фотографию всей трубы (рис. 85б) с учётом разности масштабов обоих снимков.

Нами был опробован второй путь, который заключался в том, что фотографию части трубы (рис. 85а) накладывали на фотографию всей трубы (рис. 85б), добиваясь совмещения всех одноименных контуров сооружения на обеих фотографиях.

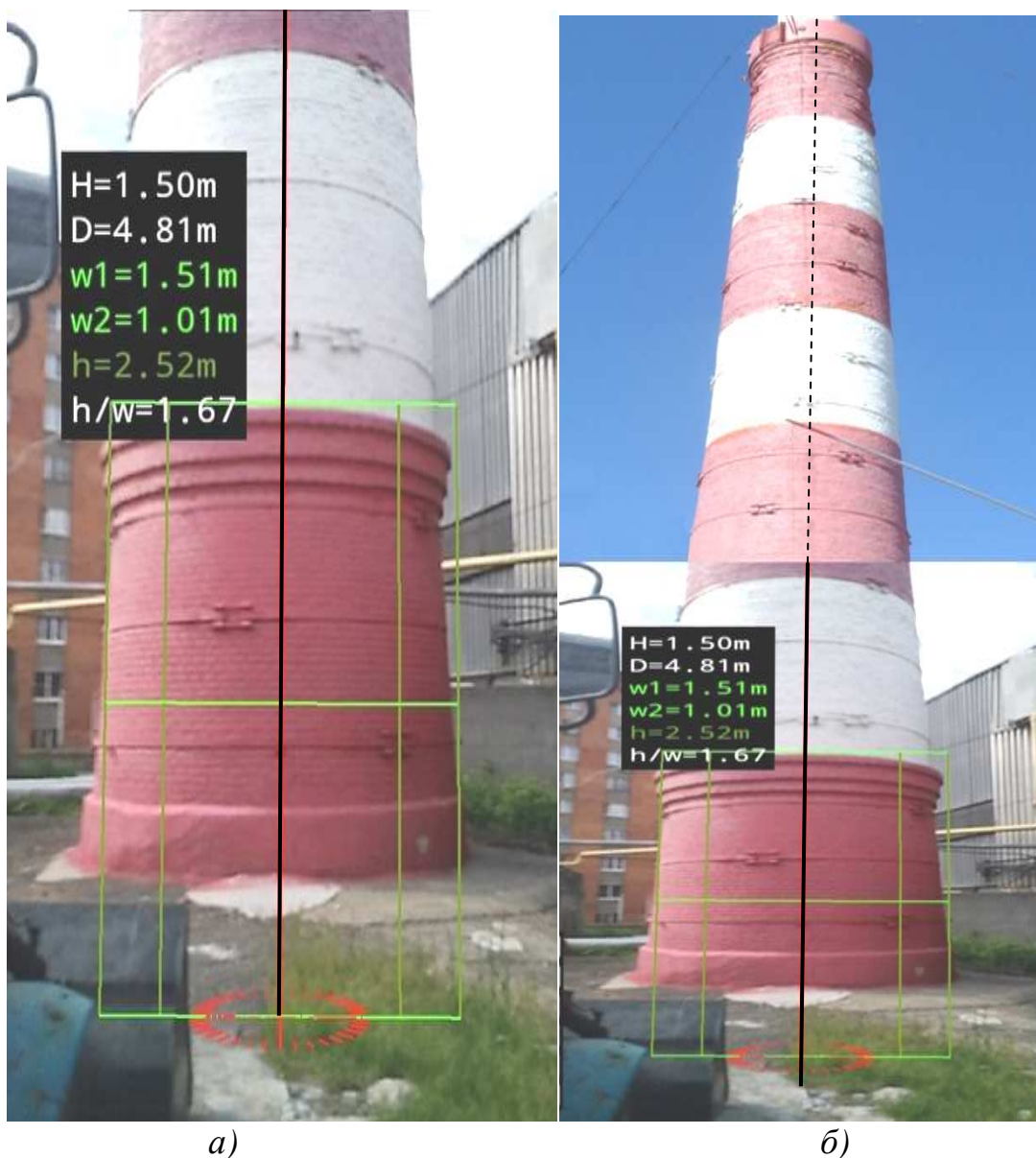


Рис. 85. Фотография трубы с Plumb-bob (а) и полной референтной прямой (б)

Фотография на рис. 85б была также обработана в системе Paint. В табл. 29 представлены результаты определения общего и шести частных кренов в пикселях.

Т а б л и ц а 29

### Результаты определения крена по про программе Plumb-bob

Сечения	Л	О	П	Лв,с,н	Пв,с,н	Вв,с,Н	К=В-Н
Верх	361	427	515	66	-88	11	10
1	356	426	518	70	-92	11	10
2	338	425	529	87	-104	8,5	7,5
3	321	424	540	103	-116	6,5	5,5
4	304	422	551	118	-129	5,5	4,5
5	281	422	571	141	-149	4	3
6	238	421	607	183	-186	1,5	0,5
Низ	228	420	614	192	-194	1	0

По данным табл. 28 и 29 построены графики, характеризующие частные и общий крен трубы. На основании этих графиков можно констатировать, что обе кривые являются конгруэнтными, а их несовпадение (расхождение составило в среднем 3 пкс) можно объяснить в первую очередь неточностью совмещения фотографии на рис. 85а с фотографией на рис. 85б.

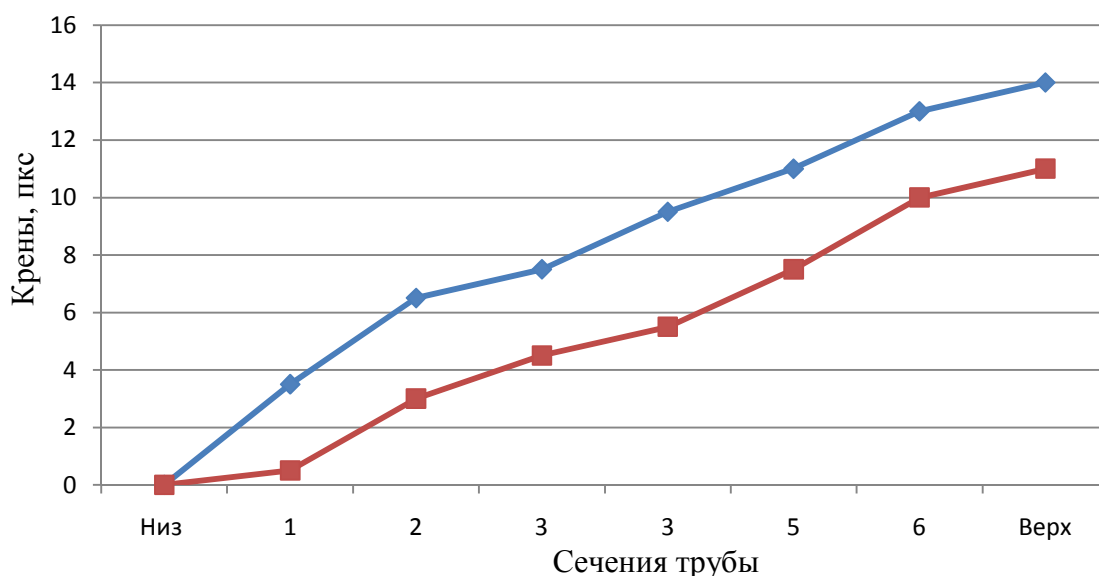


Рис 86. Частные и общий крен трубы

Считаем перспективными дальнейшие работы по совершенствованию предлагаемой методики выполнения способа «продолженного отвеса».

### 7.7 Фотографический способ одновременного определения крена куста промышленных дымовых труб

В настоящее время широкое распространение получили металлические трубы постоянного диаметра, расположенные в ряд (рис. 87) или в виде четырёхугольника.

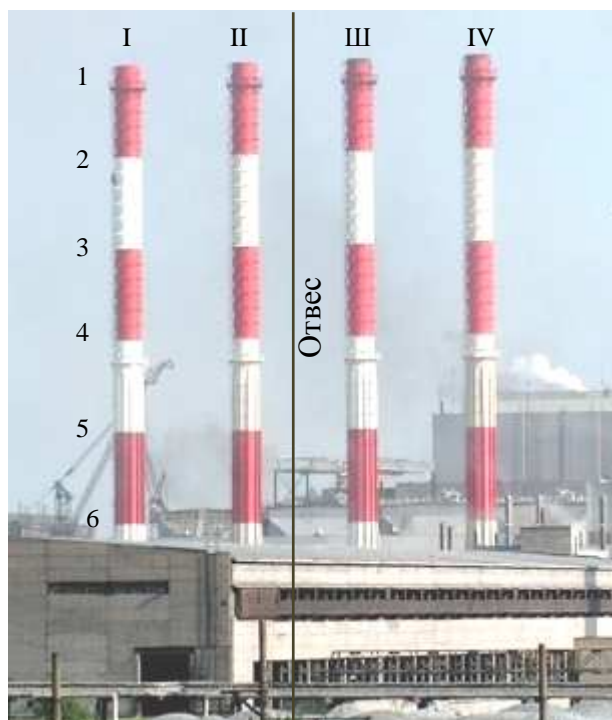


Рис. 87. Фотография отвеса на фоне куста дымовых труб

Обработка в системе Paint фотографии на рис.87 заключалась в определении расстояний от отвеса до оси каждой трубы. Для этого подвели курсор к левому, правому краю каждой трубы и отвесу на уровне верхнего 1, средних 2, 3, 4, 5 и нижнего 6 сечений, беря соответствующие отсчёты  $L_i$ ,  $P_i$ ,  $O_i$  в пикселях.

Вычисляли в пикселях расстояния от отвеса до оси каждой трубы на уровне каждого сечения как разности  $S_i = [O_i - (L_i + P_i)/2]$ . При расположении труб I и II слева от отвеса (рис. 87) все  $S_i$  будут положительными, а для труб III и IV – отрицательными.

Общий и промежуточные крены трубы  $K_i$  в пикселях будут равны разности  $K_{1,2,3,4,5} = S_{1,2,3,4,5} - S_6$  (с учётом их знака). Если эта разность положительна, то крен трубы влево, если она отрицательная – вправо. В метрической системе единиц крен будет равен  $K_{мм} = K_{пкс} \delta$ , где  $\delta$  – размер



одного пикселя, мм/пкс, который будет равен частному от деления известного диаметра трубы на разность  $(\Pi_i - \text{Л}_i)$ .

Результаты обработки полученных данных, с учётом того, что отсчёты  $O_i$  на всех сечениях оказались равными 146 пкс, представлены в табл. 30.

Т а б л и ц а 30

### Результаты определения крена куста труб

Сече- ния	Труба I			Труба II			Труба III			Труба IV		
	Л	П	К	Л	П	К	Л	П	К	Л	П	К
1	53	66	1	112	124	1,5	169	181	2	228	241	1,5
2	53	66	1	112	124	1,5	168	181	2,5	228	241	1,5
3	53	66	1	113	125	0,5	168	182	2	228	242	1
4	53	67	0,5	113	125	0,5	169	182	1,5	228	242	1
5	53	68	0	112	125	1	169	184	0,5	228	243	0,5
6	53	68	0	113	126	0	170	184	0	229	243	0

Согласно табл. 30, полученные значения общего крена труб составили 1-2 пкс, что, вообще говоря, соответствует точности взятия отсчётов  $\text{Л}_i$ ,  $\text{П}_i$ ,  $O_i$ .

Фотографирование куста труб (рис. 88), расположенных в виде четырёхугольника, следует производить с четырёх сторон. В этом случае крен каждой трубы можно определить в двух взаимно перпендикулярных направлениях.



Рис. 88. Фотография четырёхугольного куста дымовых труб

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует сказать, что приведёнными в монографии методами контроля пространственного положения и формы строительных конструкций не исчерпываются возможности использования цифровых неметрических фотокамер, совместимых с компьютерной техникой. Например, использование цифровой фотограмметрии дает возможность помимо прочего контролировать вибрации любых инженерных объектов, учитывать динамические деформации, которые проявляются в виде колебаний или периодических движений и др.

Наряду с этим, необходимо развивать новые перспективные способы, которые основываются или будут основаны на новейших достижениях науки и техники. К таким способам, в частности, определения крена можно отнести следующие:

**Вертикальное проектирование** с помощью специальных приборов. Такие приборы предназначены для формирования в пространстве отвесной визирной оси (приборы типа Зенит-ОЦП, ПОВП, ПВП-Т, ПВП-В, PZL) или отвесного лазерного луча (лазерные ОЦП типа ЛЗЦ-1, LL-132, APLO-КРЗ). При благоприятных условиях наблюдений оптические приборы вертикального проектирования обеспечивают точность 1-2 мм на 100 м. Точность лазерных приборов составляет в среднем 15 мм на 300 м, а дальность проектирования может достигать 600 м и более. Из современных приборов вертикального проектирования назовём оптический прибор *FG-L100* и лазерный прибор *LV1*.

**Спутниковые методы** предусматривают использование GPS-приемников при строительстве и эксплуатации зданий и сооружений башенного типа.

**Наземное лазерное сканирование** позволяет получать изображение сооружения и определять координаты любой его точки. Применение для этих целей НЛС поможет сократить не только затраты труда, но и получить бесконтактным способом информацию о большом числе точек сооружения в один физический момент, что имеет значение при определении динамических деформаций.

**Программа Plumb-bob** предусматривает в процессе фотографирования на смартфон, планшет, ноутбук и др. всегда получать на снимке изображение вертикальной линии. Эту линию можно использовать в качестве вертикальной референтной прямой, от которой производить все необходимые измерения.

**Использование беспилотных летательных аппаратов**, основанное на принципах аэрофотосъёмочных работ, а также дальнейшее совершенствование фотографических способов можно считать одним из перспективных направлений развития способов контроля вертикальности сооружений башенного типа.

**Применение видеоизмерительных систем**, основанное на компьютерной обработке видеоизображения контролируемого объекта.

В заключение следует сказать, что при организации работ по контролю пространственного положения и формы строительных конструкций, необходимо, во-первых, руководствоваться требованиями обеспечения безопасности геодезических измерений. Во-вторых, эти требования должны учитываться при разработке новых методов, приборов и систем, обеспечивающих высокие технологии таких измерений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шеховцов, Г. А. Новые способы формирования и использования вертикальных референтных прямых / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъёмка, 2014, №6. с. 22-27.
2. Шеховцов, Г. А. Перспективы использования фотографического способа определения пространственного положения строительных конструкций инженерных сооружений / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Ю. Н. Раскаткин // Промышленная безопасность. Сб. статей. Н.Новгород: ННГАСУ, 2012, с. 35-38.
3. Шеховцов, Г. А. Геодезические работы при экспертизе промышленной безопасности зданий и сооружений: монография, изд. 2-е доп. / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова // Н.Новгород: ННГАСУ, 2014, 176 с.
4. Шеховцов, Г. А. Калибровка цифровой фотокамеры с целью измерения расстояний / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Е. В. Попов, Ю. Н. Раскаткин // Приволжский научный журнал. Н.Новгород: ННГАСУ, 2015, №4, с. 131-140.
5. Шеховцов, Г. А. О методике и результатах калибровки фотокамер с целью измерения расстояний / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Ю. Н. Раскаткин // Геодезия и картография. – 2016. – №2. – С. 46-53.
6. Шеховцов, Г. А. Калибровка цифровой камеры по вертикальному базису с целью измерения расстояний / Г. А. Шеховцов, О. В. Раскаткина // Материалы VII междунар. науч.-практ. конф: Приоритетные направления развития науки и образования. Чебоксары, 04 декаб., 2015 г. - №4 (7). - С. 216-222.
7. Шеховцов, Г. А. Новые способы определения смещений опорных узлов ферм на оголовках колонн / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова // Промышленная безопасность. Сб. статей. Н.Новгород: ННГАСУ, 2009, с. 99-106.
8. Шеховцов, Г. А. Некоторые результаты моделирования новых способов определения смещений опорных узлов ферм на оголовках колонн / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, В. В. Фатеев // Промышленная безопасность. Сб. статей. Н.Новгород: ННГАСУ, 2009, с. 93-98.
9. Шеховцов, Г. А. О фотографическом способе наблюдений за трещинами несущих конструкций инженерных сооружений / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Ю. Н. Раскаткин // Промышленная безопасность. Сб. статей. Н.Новгород: ННГАСУ, 2012, с. 39-45.
10. Шеховцов, Г. А. Определение радиуса сооружений круглой формы фотографическим способом / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Ю. Н. Раскаткин // Промышленная безопасность. Сб. статей. Н.Новгород: ННГАСУ, 2012, с. 46-49.
11. Шеховцов, Г. А. Новые способы определения радиуса сооружений круглой формы / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Ю. Н. Раскаткин // Приволжский научный журнал. Н.Новгород: ННГАСУ, 2015, №1, с. 131-137.
12. Шеховцов, Г. А. Теоретические основы фотографического способа определения радиуса сооружений круглой формы / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Ю. Н. Раскаткин // Приволжский научный журнал. Н.Новгород: ННГАСУ, 2015, №3, с.198-205.
13. Шеховцов, Г. А. О косвенных способах определения радиуса сооружений круглой формы и некоторые результаты их моделирования / Г. А.

Шеховцов, Ю. Н. Раскаткин // Материалы междунар. науч.-практ. конф: Научное и образовательное пространство: перспективы развития. Чебоксары, 29 нояб., 2015 г.- С. 193-204.

14. Шеховцов, Г. А. Теоретические основы применения цифровых фотокамер для контроля пространственного положения строительных конструкций / Г.А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, Д. П. Ивенин, О. В. Раскаткина // Приволжский научный журнал. Н.Новгород: ННГАСУ, 2016, №2, с. 41-64.

15. Шеховцов, Г. А. О фотографическом способе нивелирования строительных конструкций / Г. А. Шеховцов, Р. П.Шеховцова, О. В. Раскаткина, А. М. Анущенко // Приволжский научный журнал. Н.Новгород: ННГАСУ, 2016, №3, с.24-32.

16. Шеховцов, Г.А. Экспериментальные исследования координатного способа определения крена промышленных дымовых труб / Г.А. Шеховцов, Р.П.Шеховцова, Д.П. Ивенин, О.В. Раскаткина // Приволжский научный журнал. Н.Новгород: ННГАСУ. –2016. –№1. –С. 58-64.

17. Шеховцов, Г. А. Результаты моделирования координатного способа определения центра и радиуса сечений сооружений круглой формы / Г. А. Шеховцов, Р. П. Шеховцова, О.В. Раскаткина // Материалы VII междунар. науч.-практ. конф: Научные исследования: от теории к практике. Чебоксары, 13 март. –2016 г. – №1 (7). – С. 179-187.

18. Раскаткина, О.В. Об определении положения и радиуса сечений сооружений круглой формы координатным способом / О.В. Раскаткина // Сб. трудов аспирантов, магистрантов и соискателей / Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т. – Н.Новгород, – 2016. С.207-213.

19.Раскаткина, О. В. Методические и классификационные аспекты контроля пространственного положения сооружений башенного типа / О.В. Раскаткина // Третья междунар. науч.-практ. конф «Фундаментальные и прикладные исследования: новое слово в науке», г. Москва, 16 мая 2016 г. [Текст]: сб. науч. докл. – С. 58-77.

20. Раскаткина, О. В. Об оптимизации фотографического способа контроля вертикальности промышленных дымовых труб / О.В. Раскаткина // Третья междунар. науч.-практ. конф «Фундаментальные и прикладные исследования: новое слово в науке», г. Москва, 16 мая 2016 г. [Текст]: сб. науч. докл. – С. 78-91.

21. Раскаткина, О. В. Влияние местоположения отвеса на точность определения крена дымовой трубы фотографическим способом / О.В. Раскаткина // Геодезия и картография. – 2017. – №1. – С. 55-59.

22. Раскаткина, О. В. Теоретические основы фотографического способа мониторинга крена высоких сооружений башенного типа / О.В. Раскаткина // Приволжский научный журнал. Н.Новгород: ННГАСУ. –2017. –№2. – С. 53-62.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	3
Глава 1. <b>СПОСОБЫ ФОРМИРОВАНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕФЕРЕНТНЫХ ПРЯМЫХ</b> .....	5
Глава 2. <b>ФОТОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ РАССТОЯНИЙ</b> .....	13
2.1 Калибровка цифровой камеры по горизонтальному базису с целью измерения расстояний.....	14
2.2 Калибровка цифровой камеры по вертикальному базису с целью измерения расстояний.....	30
Глава 3. <b>ФОТОГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМЕЩЕНИЙ ОПОРНЫХ УЗЛОВ ФЕРМ НА ОГОЛОВКАХ КОЛОНН</b> .....	36
Глава 4. <b>ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ НАБЛЮДЕНИЯ ЗА ТРЕЩИНАМИ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ</b> .....	40
4.1 Способ горизонтальной базы .....	41
4.2 Способ вертикальной базы.....	42
Глава 5. <b>ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАДИУСА СООРУЖЕНИЙ КРУГЛОЙ ФОРМЫ</b> .....	45
5.1 Первый вариант фотографирования из одной точки.....	45
5.2 Вариант фотографирования с двух точек.....	48
5.3 Второй вариант фотографирования из одной точки.....	50
5.4 Третий вариант фотографирования из одной точки.....	54
Глава 6. <b>ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ КОНТРОЛЯ ПЛАНОВО-ВЫСОТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПУТЕЙ МОСТОВОГО КРАНА</b> .....	55
6.1 Калибровка цифровой камеры по горизонтальному и вертикальному базисам.....	56
6.2 Фотографический способ нивелирования.....	60
6.3 Фотографический способ определения прямолинейности.....	68
6.4 Фотографический способ определения ширины колеи.....	70
Глава 7. <b>ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ КОНТРОЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ БАШЕННОГО ТИПА</b> .....	74
7.1 Теоретические основы фотографического способа определения крена сооружений башенного типа.....	75
7.2 О фотографическом способе мониторинга крена высоких сооружений башенного типа.....	82
7.3 Фотографический способ контроля вертикальности промышленных дымовых труб.....	89

7.4 О точности фотографического способа контроля вертикальности промышленных дымовых труб.....	92
7.5 Двухэтапный фотографический способ определения крена сооружений башенного типа .....	99
7.6 Фотографический способ продолженного отвеса.....	106
7.7 Фотографический способ одновременного определения крена куста промышленных дымовых труб.....	111
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>113</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>115</b>

Шеховцов Геннадий Анатольевич  
Раскаткина Ольга Валерьевна

Контроль пространственного положения и формы строительных  
конструкций с помощью неметрических цифровых камер

Монография

Редактор:  
П.В. Сидоренко

Подписано в печать . Формат 60x90/16. Бумага газетная. Печать трафаретная.  
Уч. изд. л.6,9. Усл. печ. л. 7,3. Тираж 500 экз. Заказ № .

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»  
603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.

Полиграфический центр ННГАСУ, 603950, Нижний Новгород, ул. Ильинская, 65.  
<http://www.nngasu.ru>, [srec@nngasu.ru](mailto:srec@nngasu.ru)