

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ” (ННГАСУ)**

Кафедра общенаучных дисциплин

**КОНТРОЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Нижний Новгород

ННГАСУ

2011

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ” (ННГАСУ)

Кафедра общенаучных дисциплин

КОНТРОЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО МАТЕМАТИКЕ

Нижний Новгород

ННГАСУ

2011

УДК 51(075)

Д30

Контрольные материалы по математике. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2011

Данное пособие содержит контрольные материалы по математике для иностранных слушателей, обучающихся в Центре предвузовской подготовки и обучения иностранных граждан ННГАСУ по направлениям «Строительство» и «Архитектура». Издание включает упражнения с ответами и охватывает разделы «Тождественные преобразования алгебраических выражений», «Уравнения», «Неравенства», «Задачи на проценты», «Прогрессии».

Составитель: Н.Е. Демидова

© Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет,
2011

1. Арифметические, иррациональные, показательные, логарифмические выражения

1. Вычислить

$$1.1. \frac{5,48 + 8,02}{(7,97 + 8,77) : 3,72}; \quad 1.2. \frac{20,88 : 18 + 45 : 0,36}{19,59 + 11,95};$$

$$1.3. 23,276 : 2,3 - 3,6 \cdot (17,2 \cdot 0,125 + 0,005 : 0,1) + 6,25 \cdot 3,2;$$

$$1.4. 9,25 \cdot 1,04 - (6,372 : 0,6 + 1,125 \cdot 0,8) : 1,2 + 0,16 \cdot 6,25.$$

2. Вычислить

$$2.1. \frac{\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}}{4 - \sqrt{3}} - \sqrt{3};$$

$$2.2. \sqrt[3]{38 + \sqrt{1445}} + \sqrt[3]{38 - \sqrt{1445}};$$

3. Вычислить

$$3.1. \left(625^{-\frac{1}{4}} \cdot 75^{0,5} - 8,7^0 \right) \cdot \left(\frac{1}{3^{-0,5}} + 1 \right);$$

$$3.2. \left(\frac{15 \cdot 5^{\frac{1}{2}}}{125^{-\frac{1}{3}}} - 2 \cdot 7^{\frac{1}{2}} \cdot 49^{\frac{1}{4}} \right) \cdot \left(\left(\frac{1}{81} \right)^{-\frac{1}{4}} + 45^{\frac{1}{2}} \right) - 183\sqrt{5}.$$

4. Вычислить

$$4.1. \left(2^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \right)^{\sqrt{8}}; \quad 4.2. \left(2^{\sqrt{27}} \right)^{\sqrt{3}} \cdot 2^{-3}; \quad 4.3. \left(3^{1-\sqrt{3}} \right)^{1+\sqrt{3}}; \quad 4.4. \left(5^{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \right)^{\sqrt{5}-\sqrt{3}}.$$

5. Вычислить

$$5.1. \log_8 \sqrt{2}; \quad 5.2. \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{32}; \quad 5.3. 5^{2+\log_5 2};$$

$$5.4. \left(\sqrt{3} \right)^{2-\log_{\sqrt{3}} 7}; \quad 5.5. \log_3 \frac{9}{\sqrt[5]{3}} + \log_6 \sqrt[5]{36}; \quad 5.6. 16^{0,5 \log_4 10 + 1}.$$

6. Упростить

$$6.1. \frac{2^{\sqrt{4\sqrt{2}}}}{\sqrt[4]{8\sqrt[3]{4}}}; \quad 6.2. \left(\frac{\sqrt[3]{9\sqrt{3}}}{\sqrt{3\sqrt[3]{3}}} \right)^3;$$

$$6.3. 3\sqrt{\frac{5}{9}} - \frac{1}{2}\sqrt{20} + 3\sqrt{180} - 4\sqrt{\frac{125}{4}};$$

$$6.4. \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}};$$

ОТВЕТЫ: **1.1.** 3; **1.2.** 4; **1.3.** 22,2; **1.4.** 1,02. **2.1.** 2; **2.2.** 4. **3.1.** 2; **3.2.** 1083.
4.1. 4; **4.2.** 64; **4.3.** $\frac{1}{9}$; **4.4.** 25. **5.1.** $\frac{1}{6}$; **5.2.** -10; **5.3.** 50; **5.4.** $\frac{3}{7}$; **5.5.** 2,4; **5.6.**
 160. **6.1.** $\sqrt[3]{2}$; **6.2.** $\sqrt{3}$; **6.3.** $8\sqrt{5}$; **6.4.** 0;

2. Алгебраические выражения

1. Упростить

$$1.1. \frac{a^2 + 3a + 2}{a^2 - 25} \cdot \frac{10 - 2a}{a + 2}; \quad 1.2. \frac{b^2 - 1}{b^2 + 2b - 3} \cdot \frac{2b + 1}{b + 1} + \frac{b + 2}{b + 3};$$

$$1.3. \frac{a + 2}{a - 2} \cdot \left(\frac{2a^2 - a - 3}{a^2 + 5a + 6} : \frac{2a - 3}{a - 2} \right); \quad 1.4. \left(2 + \frac{1}{b} \right) : \frac{8b^2 + 8b + 2}{b^2 - 4b} \cdot \frac{2b + 1}{b}.$$

2. Упростить

$$2.1. \left(\frac{1 + 2m}{1 + m} + \frac{1}{m} \right) : \left(\frac{1 + 2m}{m} - \frac{1}{1 + m} \right);$$

$$2.2. \left(\frac{a^2}{2b^2} - 4 + \frac{8b^2}{a^2} \right) : \left(\frac{a}{2b} - \frac{2b}{a} \right);$$

$$2.3. \frac{1}{b(abc + a + c)} - \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} : \frac{1}{a + \frac{1}{b}};$$

$$2.4. \frac{1}{a^2 + 5a + 6} + \frac{2a}{a^2 + 4a + 3} + \frac{1}{(a + 1)^2 + a + 1} - \frac{2}{a + 3}.$$

3. Упростить

$$3.1. \frac{1}{4 + 4\sqrt{a}} - \frac{1}{2 - 2a} + \frac{1}{4 - 4\sqrt{a}}; \quad 3.2. \frac{a\sqrt{2} + a - \sqrt{2} - 1}{a\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} + 2a}.$$

4. Упростить

$$4.1. \left(\frac{a + \sqrt{ab}}{\sqrt{a^2 + ab}} - \frac{\sqrt{b^2 + ab}}{b + \sqrt{ab}} \right)^{-2} - \frac{\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3}}{2ab};$$

$$4.2. (\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-2} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + \frac{2\left(a^{-\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}\right)}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^3};$$

$$4.3. \left(\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{b}}; \quad 4.4. \left(\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a-b}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{ab}}.$$

5. Упростить

$$5.1. \frac{(ab^{-2} + a^{-2}b)^{-1} \cdot (b^{-3} + a^{-3})}{\left(\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}}}\right)^{-10}}; \quad 5.2. \left(\frac{9a - 25a^{-1}}{3a^{\frac{1}{2}} - 5a^{-\frac{1}{2}}} - \frac{a + 7 + 10a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}} + 2a^{-\frac{1}{2}}}\right)^4.$$

6. Упростить

$$6.1. \frac{a^{\frac{4}{5}} - a^{\frac{3}{5}}b^{\frac{1}{5}} - a^{\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{5}} + a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{3}{5}}}{a^{\frac{4}{5}} - 2a^{\frac{3}{5}}b^{\frac{1}{5}} + a^{\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{5}}};$$

$$6.2. \left(\frac{3\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{b^4} - 9\sqrt[3]{b}} + \frac{1}{\sqrt{b} - \frac{9}{\sqrt{b}}}\right)^{-2} - (b^2 + 18b + 81)^{0.5};$$

$$6.3. \frac{a-1}{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{4}}} \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} + 1} \cdot a^{\frac{1}{4}} + 1; \quad 6.4. \frac{\left(\sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3} \cdot \frac{\left(\sqrt{a^3 \sqrt{a^2 b}}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{a\sqrt{b}}\right)^6}.$$

ОТВЕТЫ: 1.1. $-\frac{2(a+1)}{a+5}$; 1.2. $\frac{3(b+1)}{b+3}$; 1.3. $\frac{a+1}{a+3}$; 1.4. $\frac{b-4}{2b}$. 2.1. 2.2.

$\frac{a^2 - 4b^2}{ab}$; 2.3. -1 ; 2.4. 0 . 3.1. 0 ; 3.2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. 4.1. $\frac{(a+b)^2}{4ab}$; 4.2. $\frac{1}{ab}$; 4.3.4.4.

$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$. 5.1. 5.2. $16a^2$. 6.1.6.2. $-6\sqrt{b}$; 6.3. 6.4. $\sqrt[12]{a^{-2}b}$.

3. Тригонометрические выражения

1. Вычислить

$$1.1. \arccos\left(\cos\frac{\pi}{4}\right); \quad 1.2. \sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right); \quad 1.3. \cos\left(\arcsin\frac{1}{2}\right);$$

$$1.4. \operatorname{ctg}(\operatorname{arctg}2); \quad 1.5. \sin\left(2\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \quad 1.6. \operatorname{tg}(2\operatorname{arctg}3).$$

2. Упростить

$$2.1. 2\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\alpha; \quad 2.2. \frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}; \quad 2.3. \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}};$$

$$2.4. \frac{2\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2}}; \quad 2.5. \frac{1-\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{1+\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}; \quad 2.6. \frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}.$$

3. Упростить

$$3.1. \frac{1+\cos 2\alpha}{2\cos\alpha}; \quad 3.2. \frac{\operatorname{tg}\alpha-\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha+\sin\alpha};$$

$$3.3. \frac{\sin\alpha+\sin\beta}{\cos\alpha+\cos\beta}; \quad 3.4. \frac{\cos^2(\alpha+\beta)-\cos^2(\alpha-\beta)}{\sin 2\beta};$$

$$3.5. \frac{\sin\alpha+\sin 3\alpha+\sin 5\alpha}{\cos\alpha+\cos 3\alpha+\cos 5\alpha}; \quad 3.6. \frac{2\sin 2\alpha+\sin 4\alpha}{2\sin 2\alpha+\sin 4\alpha}.$$

4. Упростить

$$4.1. 1-\sin\left(\frac{\alpha}{2}-3\pi\right)-\cos^2\frac{\alpha}{4}+\sin^2\frac{\alpha}{4};$$

$$4.2. \frac{1+\sin 2\alpha}{\cos(2\alpha-2\pi)\cdot\operatorname{ctg}\left(\alpha-\frac{5\pi}{4}\right)}+\cos^2\alpha;$$

$$4.3. \cos^2(\alpha+2\beta)+\sin^2(\alpha-2\beta)-1;$$

$$4.4. \sin^2(\alpha+2\beta)+\sin^2(\alpha-2\beta)-1.$$

5. Доказать тождество

$$5.1. \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \alpha + \cos \alpha);$$

$$5.2. \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha - \sin \alpha);$$

$$5.3. \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \cos \alpha;$$

$$5.4. \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \sqrt{3} \cos \alpha.$$

6. Доказать тождество

$$6.1. \frac{2}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = \sin \alpha; \quad 6.2. \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha} = \cos 2\alpha;$$

7. Доказать тождество

$$7.1. (1 + \cos \alpha) \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha; \quad 7.2. 1 + \sin \alpha = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right);$$

$$7.3. 1 - \sin \alpha = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right); \quad 7.4. \sqrt{3} + \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{\cos \alpha}.$$

8. Доказать тождество

$$8.1. 1 - \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\cos^2 \alpha}; \quad 8.2. 1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{-\cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

9. Доказать тождество

$$1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha = 4 \cos \alpha \cdot \cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right).$$

10. Вычислить

$$10.1. \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha} \text{ при } \operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{5}; \quad 10.2. \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} \text{ при } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5};$$

$$10.3. \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \text{ при } \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4};$$

$$10.4. \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \text{ если } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}.$$

ОТВЕТЫ: 1.1. $\frac{\pi}{4}$; 1.2. 0,5; 1.3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1.4. 0,5; 1.5. $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 1.6. $-\frac{3}{4}$. 2.1. $\sin 2\alpha$; 2.2. $\sin \alpha$; 2.3. $\cos \alpha$; 2.4. $\sin \alpha$; 2.5. $\sin 2\alpha$; 2.6. $\operatorname{tg} \alpha$. 3.1. $\cos \alpha$; 3.2. $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$; 3.3. $\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}$; 3.4. $-\sin 2\alpha$; 3.5. $\operatorname{tg} 3\alpha$; 3.6. $\operatorname{tg}^2 \alpha$. 4.1. $1 + \sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}$; 4.2. $-\sin^2 \alpha$; 4.3. $-\sin 2\alpha \sin 4\beta$; 4.4. $-\cos 2\alpha \cos 4\beta$. 10.1. $\frac{25}{7}$; 10.2. $-\frac{3}{7}$; 10.3. $\frac{12}{25}$; 10.4. $-\frac{4}{9}$.

4. Уравнения

1. Решить уравнения

$$1.1. \frac{2x+4}{5} = 2 - \frac{6-7x}{15}; \quad 1.2. 1,5 - \frac{x}{3} = \frac{2x-5}{6} - \frac{x-4}{3};$$

$$1.3. \frac{3x-16}{12} + 1 = \frac{x+6}{4} - \frac{x+3}{6};$$

$$1.4. \frac{5}{3}(x-7) - 3x - \frac{6(x-8)}{7} = -\left(x + \frac{43}{3}\right).$$

2. При каком значении a уравнение $a(x-3)+8=13(x+2)$ имеет корень равный 0?

3. При каком значении b уравнение $1-b(x+4)+8=2(x-8)$ имеет корень равный 1?

4. Решить уравнения

$$4.1. x(x+1) - (x+2)(x+3) + 9 = x(x+4) - (x+5)(x+2);$$

$$4.2. 2(x+1)(x+3) + 8 = (2x+1)(x+5).$$

5. Решить уравнения

$$5.1. \frac{3x}{x+1} + \frac{x-1}{x-2} = 4;$$

$$5.2. \frac{3x}{x+5} - 1 = \frac{2x+5}{x};$$

$$5.3. \frac{5}{3x+7} = \frac{7}{5x+9};$$

$$5.4. \frac{4x^2-1}{4x^2-16x+7} - 1 = \frac{2}{2x-1} + \frac{2}{2x-7};$$

$$5.5. \frac{3}{x+3} - \frac{2}{x-3} = \frac{4}{x^2-9};$$

$$5.6. \frac{5}{x-2} + \frac{2}{x-4} = \frac{11}{x^2-6x+8}.$$

6. Решить уравнения

6.1. $(a-b)x = a^2 + (a+b)x$; 6.2. $a^2x = a + b + b^2x$.

7. Решить уравнения

7.1. $x^2 - 2x - 15 = 0$; 7.2. $3x^2 + 4x - 4 = 0$;

7.3. $7x^2 + 4x = 0$; 7.4. $12x^2 - 4x = 0$;

7.5. $2x^2 - x = 1$; 7.6. $4x^2 - 100 = 0$.

8. Решить уравнения

8.1. $\frac{x^2}{12} = \frac{7x}{12} - 1$; 8.2. $2x - \frac{10}{3} = \frac{x^2}{6}$;

8.3. $(x-3)(x-2) = 6(x-3)$; 8.4. $x^2 - \frac{11x}{6} + \frac{1}{2} = 0$.

9. Решить уравнения

9.1. $x - 1 = \frac{1}{x-1}$; 9.2. $\frac{x^2 + 12}{x-3} = \frac{7x}{x-3}$;

9.3. $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 0$; 9.4. $\frac{3x^2}{3x-1} - 2 = \frac{2x+1}{3x+1}$.

10. Решить уравнения

10.1. $\frac{3x-1}{x+2} - \frac{7}{2+x} = \frac{7x^2+28}{x^2-4} + \frac{18}{2-x}$; 10.2. $\frac{x+1}{x+3} - \frac{12}{x^2-9} = \frac{2-x}{3-x}$.

11. Решить уравнения

11.1. $\frac{2x}{x-3} + \frac{1}{2x+3} + \frac{3x+9}{2x^2-3x-9} = 0$; 11.2. $\frac{4x^2}{x+2} - \frac{10}{x+2} + 4 = 0$.

12. Решить уравнения

12.1. $x - 4 + \frac{1}{x} = 0$; 12.2. $\frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2x-1}{x^3+1}$;

13. Решить уравнения

13.1. $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$; 13.2. $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$;

13.3. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; 13.4. $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$;

13.5. $x - 2\sqrt{x} = 15$; 13.6. $4\sqrt{x} + x - 5 = 0$.

14. Решить уравнения

14.1. $2x^{-2} - 4x^{-1} + 3 = 0$; 14.2. $(x^2 - x)^2 + 12 = 8(x^2 - x)$;

$$14.3. \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 3\left(\frac{x-1}{x}\right) + 2 = 0; \quad 14.4. \frac{3x^2}{(x-1)^2} - \frac{5x}{x-1} - 2 = 0.$$

15. Решить уравнения

$$15.1. x^2 - 3ax - b^2 + \frac{9a^2}{4} = 0; \quad 15.2. x^2 + ax - b^2 + \frac{a^2}{4} = 0;$$

$$15.3. \frac{x}{x-b} + \frac{2x}{x+b} = \frac{b^2}{4(x^2 - b^2)}; \quad 15.4. \frac{2x}{2x-a} - \frac{x}{2x+a} = \frac{5a^2}{4x^2 - a^2}.$$

16. При каком условии трёхчлен $ax^2 + bx + c$ является квадратом двучлена?

17. Доказать, что корни уравнения $ax^2 + bx + a = 0$ взаимно обратные числа.

Ответы: **1.1.** $x = 3$; **1.2.** $x = 3$; **1.3.** $x = -8$; **1.4.** $x = 8$. **2.** $a = -6$. **3.** $b = 3$.
4.1. $x = 13$; **4.2.** $x = 3$. **5.1.** $x = 3,5$; **5.2.** $x = -1,25$; **5.3.** $x = 1$; **5.4.** $x = -1$; **5.5.**
 $x = 19$; **5.6.** $x = 5$. **6.1.** $x = -\frac{a^2}{2b}$; **6.2.** $x = \frac{1}{a-b}$. **7.1.** $x_1 = -3, x_2 = 5$; **7.2.**
 $x_1 = -2, x_2 = \frac{2}{3}$; **7.3.** $x_1 = 0, x_2 = -\frac{4}{7}$; **7.4.** $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3}$; **7.5.** $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{2}$;
7.6. $x_{1,2} = \pm 5$. **8.1.** $x_1 = 3, x_2 = 4$; **8.2.** $x_1 = 2, x_2 = 10$; **8.3.** $x_1 = 3, x_2 = 8$; **8.4.**
 $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{1}{3}$. **9.1.** $x_1 = 0, x_2 = 2$; **9.2.** $x = 4$; **9.3.** $x = 0$; **9.4.** $x = 3$. **10.1.**
 $x_1 = 3, x_2 = -2$; **10.2.** Нет корней. **11.1.** $x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = -1$; **11.2.** $x = 2$. **12.1.**
 $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}$; **12.2.** $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$. **13.1.** $x_1 = \pm\sqrt{3}, x_2 = \pm\sqrt{4}$; **13.2.**
 $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}, x_{3,4} = \pm\sqrt{6}$; **13.3.** $x_1 = \pm 3, x_2 = \pm 2$; **13.4.** $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}, x_{3,4} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$;
13.5. $x = 25$; **13.6.** $x = 1$. **14.1.** Нет действительных корней. **14.2.**
 $x_{1,2} = \pm 2, x_3 = -1$; **14.3.** $x = -1$; **14.4.** $x_1 = 2, x_2 = 0,25$. **15.1.** $x_{1,2} = \frac{3a}{2} \pm b$; **15.2.**
 $x_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm b$; **15.3.** $x_1 = -\frac{b}{6}, x_2 = \frac{b}{2}$; **15.4.** $x_1 = a, x_2 = -2,5a$. **16.** $a > 0, b^2 = 4ac$.

18. Решить уравнения

18.1. $|2x - 3| = 7$; 18.2. $|x + 6| = 2x$;

18.3. $\left|\frac{x}{2} - \frac{5}{4}\right| = x - 1$; 18.4. $2x - 7 = |x - 4|$.

19. Решить уравнения

19.1. $|6 - 2x| = 3x + 1$; 19.2. $2|x - 2| = |x| - 1$;

19.3. $|3x - 1| + |4 - x| = 5$; 19.4. $\left|\frac{x - 1}{x + 1}\right| = x - 1$.

20. Найти наименьший корень уравнения $|x^2 - 3x - 6| = 2x$.

21. Найти наибольший рациональный корень уравнения

$|x^2 - 8x + 5| = 2x$.

Ответы: **18.1.** $x_1 = -2, x_2 = 5$; **18.2.** $x = 6$; **18.3.** $x = \frac{3}{2}$; **18.4.** $x = \frac{11}{3}$. **19.1.**

$x = 1$; **19.2.** $x_1 = 3, x_2 = \frac{5}{3}$; **19.3.** $x_1 = 0, x_2 = 1$; **19.4.** $x = 1$. **20.** $x = 3$. **21.** $x = 5$.

22. Решить уравнения

22.1. $\sqrt{2x + 7} = x + 2$; 22.2. $x = 2 - \sqrt{2x - 5}$;

22.3. $\sqrt{2x + 3} - \sqrt{x + 1} = 1$; 22.4. $\sqrt{x + 2} + \sqrt{3 - x} = 3$;

22.5. $\frac{6 - x}{\sqrt{x + 9}} = \sqrt{8 - 3x}$; 22.6. $\frac{2 - x}{2 - \sqrt{x}} = \sqrt{\frac{2 - x}{2}}$.

23. Решить уравнения

23.1. $3^{x-7} = 81$; 23.2. $2^{x^2 - 5x + 6,5} = \sqrt{2}$;

23.3. $\left(\frac{4}{5}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{4}\right)^{3x-7}$; 23.4. $\left(\frac{1}{4} \cdot 4^x\right)^x = 2^{2x+6}$.

24. Решить уравнения

24.1. $9^{5x} - 9^{5x-1} = 8$; 24.2. $2^{x+4} - 2^x = 120$;

24.3. $4^{x-1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{2-x} + \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3-x}{2}} = 208$; 24.4. $4^x - 4^{x-1} + 4^{x-2} = 52$.

25. Решить уравнения

25.1. $5^{2x+5} \cdot 7^{3x+1} = 35^{\frac{1}{2}(5x+6)}$; 25.2. $(0,2)^{x^2} \cdot 5^{2x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$.

26. Решить уравнения

$$26.1. 2\lg x - \lg 5 = 5 + 3\lg 2; \quad 26.2. 1 - \lg 2 = \frac{1}{2} \left(\lg \frac{1}{3} + \lg x + \frac{1}{2} \lg 3 \right);$$

$$26.3. \lg \left(\frac{1}{2} + x \right) = \lg \frac{1}{2} - \lg x; \quad 26.4. 2\lg x = -\lg \frac{1}{6 - x^2}.$$

27. Решить уравнения

$$27.1. \log_2(2x - 18) + \log_2(x - 9) = 5; \quad 27.2. \lg(x^2 + 19) - \lg(x + 1) = 1.$$

28. Решить уравнения

$$28.1. 5^{\log_3 x^2} - 6 \cdot 5^{\log_3 x} + 5 = 0; \quad 28.2. 25^{\log_3 x} - 4 \cdot 5^{\log_3 x + 1} = 125;$$

$$28.3. \log_4(x + 3) - \log_4(x - 1) = 2 - \log_4 8; \quad 28.4. \lg 10 + \frac{1}{3} \lg(271 + 3^{\sqrt{2x}}) = 2.$$

29. Решить уравнения

$$29.1. \lg(3^{x-2} - 2) = 0; \quad 29.2. \sqrt{x^{\lg \sqrt{x}}} = 10;$$

$$29.3. x^{\lg x} = 10; \quad 29.4. x^{\log_3 x} = 9x;$$

$$29.5. x^{\lg x} - 1 = 10(1 - x^{-\lg x}); \quad 29.6. x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}.$$

ОТВЕТЫ: **22.1.** $x = 1$; **22.2.** Нет корней; **22.3.** $x_1 = -1, x_2 = 3$; **22.4.** $x_1 = 2, x_2 = -1$; **22.5.** $x_1 = -4, x_2 = \frac{9}{4}$; **22.6.** $x_1 = 0, x_2 = \frac{16}{9}; x_3 = 2$. **23.1.** $x = 11$; **23.2.** $x_1 = 2, x_2 = 3$; **23.3.** $x = \frac{7}{3}$; **23.4.** $x_1 = -1, x_2 = 3$. **24.1.** $x = \frac{1}{5}$; **24.2.** $x = 3$. **24.3.** $x = 5$; **24.4.** $x = 3$. **25.1.** $x = 4$; **25.2.** $x_1 = -2, x_2 = 4$. **26.1.** $x = 2000$; **26.2.** $x = 25\sqrt{3}$; **26.3.** $x = \frac{1}{2}$; **26.4.** $x = \sqrt{3}$. **27.1.** $x = 13$; **27.2.** $x_1 = 1, x_2 = 9$. **28.1.** $x_1 = 1, x_2 = 3$. **28.2.** $x = 9$; **28.3.** $x = 5$; **28.4.** $x = 18$. **29.1.** $x = 3$; **29.2.** $x_1 = 0,01, x_2 = 100$; **29.3.** $x_1 = 0,1; x_2 = 10$; **29.4.** $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 9$. **29.5.** $x_1 = 0,1; x_2 = 10; x_3 = 1$; **29.6.** $x_1 = 1, x_2 = 4$.

30. Решить уравнения

$$30.1. \sin 2x = 3 \cos x;$$

$$30.2. \sin 4x = \cos^4 x - \sin^4 x;$$

$$30.3. 2 \cos^2 x = 1 + \sin 4x;$$

$$30.4. 2 \cos 2x + 2 \cos x \cdot \sin^2 x = \cos x;$$

$$30.5. \sin 2x + 2 \sin x - 3 \cos x = 3;$$

$$30.6. 2 \cos x + \cos 2x = 2 \sin x.$$

31. Решить уравнения

31.1. $\sin^3 x \cdot \cos x + \cos^3 x \cdot \sin x = 2 \cos x$;

31.2. $\cos^2 x + 7 \sin^2 x = 8 \cos x \cdot \sin x$;

31.3. $9 \sin x \cdot \cos x + 5 \sin^2 x = 7$;

31.4. $2 + \cos^2 x + 3 \cos x \cdot \sin x = \sin^2 x$.

32. Решить уравнения

32.1. $\sin 5x = \sin 3x$; 32.2. $\sin 3x + \cos 7x = 0$;

32.3. $\cos 6x + \cos 2x = 0$; 32.4. $\sin x = \cos 5x$.

33. Решить уравнения

33.1. $\sin\left(x + \frac{5\pi}{12}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{3}$;

33.2. $\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}$;

33.3. $\sin x + \sin 5x = \sin 3x$; 33.4. $\cos 7x - \cos 3x = 3 \sin 5x$.

34. Решить уравнения

34.1. $5 + \sin 2x = 5(\sin x + \cos x)$;

34.2. $\sin 2x = (\sqrt{2} - 1)(1 + \sin x + \cos x)$;

34.3. $5 + \sin x + 2 \sin x \cdot \cos x = \cos x$;

34.4. $2 + 2 \cos x = 3 \sin x \cdot \cos x + 2 \sin x$.

35. Решить уравнения

35.1. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$;

35.2. $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$.

36. Решить уравнения

36.1. $\operatorname{tg}^2 3x - 4 \sin^2 3x = 0$; 36.2. $\sin x \cdot \operatorname{tg} x = \cos x + \operatorname{tg} x$;

36.3. $\operatorname{ctg} x \left(\operatorname{ctg} x + \frac{1}{\sin x} \right) = 1$; 36.4. $4 \operatorname{ctg}^2 x = 5 - \frac{9}{\sin x}$;

36.5. $\operatorname{ctg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2$; 36.6. $\sin x \cdot \operatorname{ctg} 3x = \cos 5x$.

37. Решить уравнения

37.1. $\operatorname{tg} 2x = 3 \operatorname{tg} x$; 37.2. $\operatorname{ctg} 2x = 2 \operatorname{ctg} x$;

37.3. $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2$; 37.4. $\operatorname{tg}(2x + 1) \cdot \operatorname{ctg}(x + 1) = 1$.

- ОТВЕТЫ: **30.1.** $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; **30.2.** $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$;
- 30.3.** $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$; **30.4.** $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$; **30.5.**
 $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; **30.6.** $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$. **31.1.** $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 31.2.** $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, x = \arctg \frac{1}{7} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; **31.3.** $x = \arctg 3 + \pi k, x = \arctg \frac{3}{2} + \pi k,$
 $k \in \mathbb{Z}$; **31.4.** Нет корней. **32.1.** $x = \pi k, x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$; **32.2.**
 $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$; **32.3.** $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$;
- 32.4.** $x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}, x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$; **33.1.** $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; **33.2.** $x = \frac{\pi}{8} + 2\pi k,$
 $k \in \mathbb{Z}$; **33.3.** $x = \frac{\pi k}{3}, x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; **33.4.** $x = \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$. **34.1.**
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ **34.2.** $x = \pi + 2\pi k, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 34.3.** Нет корней. **34.4.** $x = \pi + 2\pi k, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = \frac{\pi}{4} + (-1)^k \frac{1}{3\sqrt{2}} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.
- 35.1** $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \frac{2\pi k}{5}, x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; **35.2.** $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, x = \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$.
- 36.1.** $x = \frac{\pi k}{3}, x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; **36.2.** $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 36.3.** $x = \pi + 2\pi k, x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$; **36.4.** $x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; **36.5.**
 $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; **36.6.** $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6}, k \in \mathbb{Z}$. **37.1.** $x = 2\pi k,$
 $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; **37.2.** Нет корней; **37.3.** $x = \arctg \left(\frac{\pm \sqrt{17} - 3}{2} \right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
- 37.4.** $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

5. Неравенства

1. Решить неравенства

1.1. $x + 8 > 4 - 3x$;

1.2. $3x + 1 - 2(3 + x) < 4x + 1$;

1.3. $\frac{x+4}{4} < x - 1$;

1.4. $\frac{2x-5}{-3} < x$.

2. Решить неравенства

$$2.1. 1,5x + 3 < 4x + 0,6; \quad 2.2. \frac{3x-8}{4} - 9 > x - \frac{2x-37}{3};$$

$$2.3. 10x - \frac{6x-7}{2} < \frac{20x+1}{3}; \quad 2.4. \frac{7x-1}{9} - \frac{2+3x}{3} > 0;$$

$$2.5. \frac{4-3x}{8} - \frac{5-2x}{12} < 2; \quad 2.6. \frac{5x-7}{6} - \frac{x+2}{7} \geq 2.$$

3. При каких значениях x дроби положительны

$$3.1. \frac{2x-1}{7}; \quad 3.2. \frac{2x-1}{3x-2}; \quad 3.3. \frac{21x-5}{6-3x}; \quad 3.4. \frac{3-11x}{4};$$

$$3.5. \frac{5x-4}{7x+5}; \quad 3.6. \frac{3x+10}{40-x}; \quad 3.7. \frac{x+2}{5-4x}; \quad 3.8. \frac{8-x}{6+3x}?$$

4. При каких значениях x дроби отрицательны

$$4.1. \frac{11x-23}{7}; \quad 4.2. \frac{3-2x}{3x-2}; \quad 4.3. \frac{4x+9}{2x-5};$$

$$4.4. \frac{10-4x}{9x+2}; \quad 4.5. \frac{6-5x}{x^2}; \quad 4.6. \frac{18-7x}{-4x^2-1}?$$

5. Решить неравенства

$$5.1. \frac{3x+2}{x-1} < 2; \quad 5.2. \frac{5x+4}{x-3} < 4; \quad 5.3. \frac{3}{2x+3} \geq \frac{2}{3};$$

$$5.4. \frac{2}{x-4} < 1; \quad 5.5. \frac{2}{x-1} < \frac{3}{x-4}; \quad 5.6. \frac{2}{x+3} \leq 4.$$

6. Решить неравенства

$$6.1. x^2 - 3x - 4 > 0; \quad 6.2. x^2 - 6x \geq 8x - 45;$$

$$6.3. x^2 - 8x + 7 \leq 0; \quad 6.4. 4x + 21 - x^2 > 0;$$

$$6.5. 26 - 11x - x^2 < 0; \quad 6.6. 3x^2 - 2x + 7 > 0;$$

$$6.7. 3x^2 + 4x - 4 \geq 0; \quad 6.8. -\frac{1}{2}x^2 + x - 5 > 0;$$

$$6.9. 8x^2 - 2x - 1 < 0; \quad 6.10. 5x^2 + 7x \leq 0.$$

7. Решить неравенства

$$7.1. \frac{x^2-9}{x^2-4} < 0; \quad 7.2. (2x^2+3)(x+4)^3 > 0.$$

8. Решить неравенства

$$8.1. \frac{3x-6}{2x^2+5x-3} < 0; \quad 8.2. \frac{3x-15}{x^2+5x-14} \geq 0; \quad 8.3. \frac{5x^2+4x-1}{6-2x} \leq 0;$$

$$8.4. \frac{x-1}{x^2+4x+2} < 0; \quad 8.5. \frac{x^2+5x+4}{x^2-5x-6} < 0; \quad 8.6. \frac{x^2+2x-8}{x^2-2x-3} > 0.$$

9. При каких значениях x выражение $\lg(x^2 + 8x + 15)$ не имеет смысла?

10. При каком наименьшем целом значении параметра a уравнение $(a-1)x^2 - 2(a+1)x + a - 3 = 0$ имеет два различных действительных корня?

11. При каких целых значениях параметра a уравнение $(a-7)x^2 + 2(a-7)x + 3 = 0$ не имеет действительных корней?

12. При каком наибольшем целом значении x выражение $\frac{\frac{x^2}{2} + 3}{x^2 - 9x + 14}$ принимает отрицательное значение?

13. При каком наименьшем целом значении x выражение $\frac{x^2 - x - 6}{-7 - x^2}$ принимает положительное значение?

14. Решить неравенства

$$14.1. |x-3| < 6; \quad 14.2. |x-3,4| > 0,6; \quad 14.3. |x-7| > 2;$$

$$14.4. |2x-3| < 0,5; \quad 14.5. |2x-3| < x; \quad 14.6. |4-x| > x;$$

$$14.7. |x^2 - 7x + 12| \leq 6; \quad 14.8. |x^2 - 3x - 4| > 6; \quad 14.9. |2x^2 - x - 1| \geq 5;$$

$$14.10. |3x^2 - x - 4| < 2.$$

15. Решить неравенства

$$15.1. 2^{-x+5} < \frac{1}{4}; \quad 15.2. \left(\frac{1}{3}\right)^{|x-2|} > \frac{1}{27};$$

$$15.3. 4^{x^2+x-12} > 1; \quad 15.4. 3^{\frac{2}{3}x-1} \leq \frac{1}{\sqrt[3]{81}}.$$

16. Решить неравенства

$$16.1. 3^{x+1} \cdot 9^{x-\frac{1}{2}} \geq \sqrt[3]{3}; \quad 16.2. 3^{x+1} + 3^{x-1} < 10.$$

17. Решить неравенства

$$17.1. 2^{2x} - 4^{x-1} + 8^{\frac{2}{3}x} \cdot 2^{-4} > 52; \quad 17.2. 2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}.$$

18. Решить неравенства

$$18.1. 3^{\log_2 \frac{x-1}{x+2}} < \frac{1}{9};$$

$$18.2. 5^{\log_2(x^2-4x+3,5)} > \frac{1}{5}.$$

19. Решить неравенства

$$19.1. \log_6(2-x) < \log_6(2x+5); \quad 19.2. \log_{\frac{1}{3}}(x^2-2) \geq -1.$$

20. Решить неравенства

$$20.1. 4^{\log_{0,25}(3-2x)} < 2; \quad 20.2. \frac{\log_3(x-1)}{2x-1} < 0;$$

$$20.3. \sqrt{\lg x} < \frac{1}{2}; \quad 20.4. \log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}}(2x+6) + 2.$$

21. Решить неравенства

$$21.1. \log_{\frac{1}{2}} \left(\log_{\frac{1}{2}} \frac{3x+1}{x-1} \right) \leq 0; \quad 21.2. \log_{\frac{1}{3}} (\log_4(x^2-5)) > 0;$$

$$21.3. \log_{\pi}(x+27) - \log_{\pi}(16-2x) < \log_{\pi} x.$$

22. Решить неравенства

$$22.1. \cos(-3x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 22.2. \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) < -\frac{1}{2};$$

$$22.3. 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{4}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{4}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

23. Решить неравенства

$$23.1. \sin x < \frac{1}{4}; \quad 23.2. \sin x > -\frac{1}{4};$$

$$23.3. \operatorname{tg} x - 3 \leq 0; \quad 23.4. \cos x > \frac{1}{3}.$$

Ответы: **1.1.** $x > -1$; **1.2.** $x > -2$; **1.3.** $x > \frac{8}{3}$; **1.4.** $x > 1$; **2.1.** $x > 0,96$; **2.2.**

$x > 56$; **2.3.** $x < 9,5$; **2.4.** $x < 0,1$; **2.5.** $x > -0,92$; **2.6.** $x > 5$. **3.1.** $x > \frac{1}{2}$; **3.2.**

$x < \frac{1}{2}, x > \frac{2}{3}$; **3.3.** $\frac{5}{21} < x < 2$; **3.4.** $x < \frac{3}{11}$; **3.5.** $x < -\frac{5}{7}, x > \frac{4}{5}$; **3.6.** $-\frac{10}{3} < x < 40$;

3.7. $-2 < x < \frac{5}{4}$; **3.8.** $-2 < x < 8$. **4.1.** $x < \frac{23}{11}$; **4.2.** $x < \frac{2}{3}, x > \frac{3}{2}$; **4.3.**

$-\frac{9}{4} < x < \frac{5}{2}$; **4.4.** $x < -\frac{2}{9}, x > \frac{5}{2}$; **4.5.** $x > \frac{6}{5}$; **4.6.** $x < \frac{18}{7}$. **5.1.** $-4 < x < 1$; **5.2.**

- $-16 < x < 3$; **5.3.** $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{4}$; **5.4.** $x < 4, x > 6$; **5.5.** $-5 < x < 1, x > 4$; **5.6.** $x < -3, x \geq -\frac{5}{2}$. **6.1.** $x < -1, x > 4$; **6.2.** $x \leq 5, x \geq 9$; **6.3.** $1 \leq x \leq 7$; **6.4.** $-3 < x < 7$; **6.5.** $x < -13, x > 2$; **6.6.** $x \in \mathbb{R}$; **6.7.** $x \leq -2, x \geq \frac{2}{3}$; **6.8.** нет действительных решений; **6.9.** $-\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$; **6.10.** $-\frac{7}{5} \leq x \leq 0$; **7.1.** $-3 < x < -2; 2 < x < 3$; **7.2.** $x > -4$. **8.1.** $x < -3, \frac{1}{2} < x < 2$; **8.2.** $-7 < x < 2, x \geq 5$; **8.3.** $-1 \leq x \leq \frac{1}{5}, x > 3$; **8.4.** $x < -2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2} < x < 1$; **8.5.** $-4 < x < -1; -1 < x < 6$; **8.6.** $x < -4, -1 < x < 2, x > 3$. **9.** $-5 \leq x \leq -3$. **10.** $a=2$. **11.** $a=8; a=9$. **12.** $x=6$. **13.** $x=-1$. **14.1.** $-3 < x < 9$; **14.2.** $x < 2,8, x > 4$; **14.3.** $x < 5, x > 9$; **14.4.** $1,25 < x < 1,75$; **14.5.** $1 < x < 3$; **14.6.** $x < 2$; **14.7.** $1 \leq x \leq 6$; **14.8.** $x < -2, 1 < x < 2, x > 5$, **14.9.** $x \leq -\frac{3}{4}, x \geq 2$; **14.10.** $\frac{1-\sqrt{73}}{6} < x < -\frac{2}{3}, 1 < x < \frac{1+\sqrt{73}}{6}$. **15.1.** $x > 7$; **15.2.** $-1 < x < 5$; **15.3.** $x < -4, x > 3$; **15.4.** $-1,5 < x \leq 0,9$. **16.1.** $x \geq \frac{1}{9}$; **16.2.** $x < 1$. **17.1.** $x > 3$; **17.2.** $x > 0$. **18.1.** $1 < x < 2$; **18.2.** $x < 1, x > 3$. **19.1.** $-1 < x < 2$; **19.2.** $-\sqrt{5} \leq x < -\sqrt{2}, \sqrt{2} < x \leq \sqrt{5}$. **20.1.** $x < \frac{5}{4}$; **20.2.** $1 < x < 2$; **20.3.** $1 \leq x < \sqrt[4]{10}$; **20.4.** $x > 3$. **21.1.** $-\frac{1}{3} < x < 1$; **21.2.** $-3 < x < -\sqrt{6}, \sqrt{6} < x < 3$; **21.3.** $0 < x < 8$; **22.1.** $-\frac{\pi}{18} - \frac{2\pi k}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{18} - \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$; **22.2.** $\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; **22.3.** $\frac{\pi}{2} + 4\pi k \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$; **23.1.** $-\pi - \arcsin \frac{1}{4} + 2\pi k < x < \arcsin \frac{1}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; **23.2.** $-\arcsin \frac{1}{4} + 2\pi k < x < \arcsin \frac{1}{4} + \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; **23.3.** $\frac{\pi}{2} + \pi k < x \leq \operatorname{arctg} 3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; **23.4.** $-\arccos \frac{1}{3} + 2\pi k < x < \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

6. Системы уравнений и неравенств

1. Решить системы уравнений

$$1.1. \begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 6x + 2y = 7; \end{cases} \quad 1.2. \begin{cases} 5x - 7y = 3, \\ 6x + 5y = 17; \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} 3x - 3y - 1 = 0, \\ x + 3y - 5 = 0; \end{cases} \quad 1.4. \begin{cases} 2x - y - 13 = 0, \\ x + 2y + 1 = 0. \end{cases}$$

2. Решить системы уравнений

$$2.1. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1, \\ y = \frac{x}{2} - 3; \end{cases} \quad 2.2. \begin{cases} \frac{x-y}{5} - \frac{x+y}{2} = 10, \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 10; \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} \frac{9x-y}{7} - 2y = 3, \\ \frac{12x+5y}{3} - 3x = 3; \end{cases} \quad 2.4. \begin{cases} \frac{x-y}{3} + \frac{x+y}{2} = 6, \\ \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 0; \end{cases}$$

3. Найти действительные решения систем уравнений

$$3.1. \begin{cases} y + 5 = x^2, \\ x^2 + y^2 = 25; \end{cases} \quad 3.2. \begin{cases} xy = 16, \\ \frac{x}{y} = 4; \end{cases} \quad 3.3. \begin{cases} x + y = 20, \\ xy = 96; \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} xy = 12, \\ x + y = 7; \end{cases} \quad 3.5. \begin{cases} xy = -30, \\ x - y = 11; \end{cases} \quad 3.6. \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 96, \\ x = 2y. \end{cases}$$

4. Найти действительные решения систем уравнений

$$4.1. \begin{cases} x^2 + x + y = 6, \\ y - x = 3; \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} x^2 - y^2 = 13, \\ x - y = 1; \end{cases}$$

$$4.3. \begin{cases} 2x + y = 4, \\ x^2 + x + y = 10; \end{cases} \quad 4.4. \begin{cases} x^2 - 3y = -5, \\ 7x + 3y = 23. \end{cases}$$

5. Найти действительные решения систем уравнений

$$5.1. \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{3}{2}, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases} \quad 5.2. \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}, \\ x^2 - y^2 = 8; \end{cases}$$

$$5.3. \begin{cases} x^2 = 13x + 4y, \\ y^2 = 4x + 13y; \end{cases} \quad 5.4. \begin{cases} 3x^2 + y^2 - 4x = 40, \\ 2x^2 + y^2 + 3x = 52. \end{cases}$$

6. Найти наименьшее и наибольшее целые решения системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{2} - \frac{3x+5}{3} - \frac{x}{6} < 3 - \frac{x+4}{2}, \\ 1 - \frac{2x-8}{3} + \frac{4-3x}{2} < 2x - \frac{x+2}{3}. \end{cases}$$

7. Решить системы неравенств

$$7.1. \begin{cases} 5(1-2x) > 12 - \frac{4x+3}{2}, \\ 1+x < \frac{8-x}{3} - \frac{2-x}{4}; \end{cases} \quad 7.2. \begin{cases} \frac{x+1}{5} - \frac{x+2}{4} < \frac{x-3}{3} + \frac{x-4}{2}, \\ \frac{x-2}{3} > 1 + \frac{x-5}{15}. \end{cases}$$

ОТВЕТЫ: **1.1.** $\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{2}\right)$; **1.2.** (2; 1); **1.3.** $\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{6}\right)$; **1.4.** (5; -3); **2.1.** (6;6); **2.2.** (-1200; 500); **2.3.** $\left(\frac{8}{3}; \frac{1}{5}\right)$; **2.4.** (7; 2); **3.1.** $(\pm 1; -5), (\pm 3; 4)$; **3.2.** $(\pm 8; \pm 2)$; **3.3.** (12;8), (8;12); **3.4.** (3; 4), (4; 3); **3.5.** (5;-6), (16;5); **3.6.** $(\pm 8; \pm 4)$. **4.1.** (-3;0), (1;4); **4.2.** (7; 6); **4.3.** (3;-2), (-2;8); **4.4.** (2; 3), $\left(-9; \frac{86}{3}\right)$. **5.1.** $(\pm 4; \pm 2), (\pm 2; \mp 4)$; **5.2.** $(\pm 3; \pm 1)$; **5.3.** (-3;12), (11;-2); **5.4.** (3; ± 5). **6.** 2; 12. **7.1.** $x < -\frac{11}{16}$; **7.2.** $x > 5$.

Решить системы уравнений (8-17)

$$8. \begin{cases} (x+0,2)^2 + (x+0,3)^2 = 1, \\ x+y = 0,9. \end{cases} \quad 9. \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{x+y} = \frac{10}{3}, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x^4 - y^4 = 15, \\ x^3y - xy^3 = 6. \end{cases} \quad 11. \begin{cases} x^2y^3 + x^3y^2 = 12, \\ x^2y^3 - x^3y^2 = 4. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \frac{1}{y-1} - \frac{1}{y+1} = \frac{1}{x}, \\ y^2 - x - 5 = 0. \end{cases} \quad 13. \begin{cases} 12(x+y)^2 + x = 2,5 - y, \\ 6(x-y)^2 + x = 0,125 + y. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 10, \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 4. \end{cases} \quad 15. \begin{cases} 2(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 3\sqrt{xy}, \\ x+y = 5. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} = 3. \end{cases} \quad 17. \begin{cases} \sqrt[3]{x}\sqrt{y} + \sqrt[3]{y}\sqrt{x} = 12, \\ xy = 64. \end{cases}$$

Ответы: **8.** (0,6;0,3),(0,4;0,5); **9.** (2;4),(4;2); **10.** (± 2 ; ± 1); **11.** (1; 2); **12.** (4; ± 3); **13.** $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{6}\right), \left(\frac{1}{12}; \frac{1}{3}\right), \left(-\frac{5}{24}; -\frac{7}{24}\right), \left(-\frac{3}{8}; -\frac{1}{8}\right)$; **14.** (1;81),(81;1); **15.** (1;4),(4;1); **16.** (1;8),(8;1); **17.** (1;64),(64;1).

7. Задачи на проценты

1. Найти 2,5% от числа 3,2.
2. Найти число, если 42% от него составляют 12,6.
3. Какой процент составляет число 1,3 от 39?
4. Сколько процентов составляет число 46,6 от 11,65?
5. Найти число, 175% которого составляют 78,75.
6. Найти 180% от 7,5.
7. Цена товара была снижена сначала на 24%, а затем на 50% от новой цены. Найти общий процент снижения цены товара.
8. В сплаве содержится 18 кг цинка, 6 кг олова и 36 кг меди. Каково процентное содержание составных частей сплава?
9. Высота пирамиды равна 5 см, а площадь её основания равна 4 см². На сколько процентов увеличится объём этой пирамиды, если площадь её основания и высоту увеличить на 10%?
10. При делении некоторого числа на 72 получается остаток, равный 68. Каким будет остаток, если это же число разделить на 12?
11. Сумма двух чисел равна 1100. Найти наибольшее из них, если 6% одного числа равны 5% другого.
12. По вкладу, вносимому на срок не менее года, сбербанк выплачивает 3% годовых. Вкладчик внёс в сбербанк вклад в размере 6000р. Какую сумму денег он получит в конце второго года со дня вклада? В конце третьего года со дня вклада?
13. По обычному вкладу сбербанк выплачивает 2% годовых. Вкладчик внёс 5000 р., а через месяц снял со счёта 1000 р. Какая сумма денег будет на его счёту по истечении года со дня выдачи ему 1000 р.?
14. Стоимость товара и перевозки составляет 39420 р., причём расходы по перевозке товара составляют 8% от стоимости самого товара. Какова стоимость товара без учёта стоимости перевозки?

Ответы: **1.** 0,08. **2.** 30. **3.** $\frac{10}{3}\%$. **4.** 400%. **5.** 45. **6.** 13,5. **7.** 62%. **8.** 30%, 10%, 60%. **9.** 21%. **10.** 8. **11.** 600. **12.** 6365р.40к. и 6556р.36к. **13.** 4088р.50к. **14.** 36500р.

8. Арифметическая и геометрическая прогрессии

1. Сумма первого и пятого членов арифметической прогрессии равна $\frac{5}{3}$,

а произведение третьего и четвертого её членов равно $\frac{65}{72}$. Найти сумму семнадцати первых её членов.

2. Найти три первые члена a_1, a_2, a_3 арифметической прогрессии, если известно, что $a_1 + a_2 + a_3 = -12$ и $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 80$.

3. Найти число членов арифметической прогрессии, у которой сумма всех членов равна 112, произведение второго члена и разности прогрессии равно 30, а сумма третьего и пятого членов равна 32. Определить три первых члена этой прогрессии.

4. При делении девятого члена арифметической прогрессии на второй член в частном получается 5, а при делении тринадцатого члена на шестой член в частном получается 2 и в остатке 5. Найти первый член и разность прогрессии.

5. Найти четыре числа, образующих геометрическую прогрессию, у которой сумма крайних членов равна -49 , а сумма средних членов равна 14.

6. Найти третий член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, сумма которой равна $\frac{8}{5}$, второй член равен $-\frac{1}{2}$.

7. Найти три первых члена бесконечно убывающей геометрической прогрессии, сумма которой равна 6, а сумма пяти первых членов равна $\frac{93}{16}$.

8. Сумма трёх чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 2, а сумма квадратов этих же чисел равна $\frac{14}{9}$. Найти эти числа.

9. Сумма третьего и девятого членов арифметической прогрессии равна 8. Найти сумму одиннадцати первых её членов.

10. Сумма первых трёх членов возрастающей арифметической прогрессии равна 15. Если от первых двух членов этой прогрессии отнять по 1, а к третьему члену прибавить 1, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найти сумму десяти первых арифметической прогрессии.

11. Известно, что при любом n сумма S_n членов некоторой арифметической прогрессии определяется формулой $S_n = 4n^2 - 3n$. Найти три первых члена этой прогрессии.

12. Вычислить

$$(1 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 + \dots + 199^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 + \dots + 200^2).$$

13. Найти четыре числа, образующих геометрическую прогрессию, у которой второй член меньше первого на 35, а третий больше четвертого на 560.

14. Найти четыре числа, образующих геометрическую прогрессию, у которой третий член больше первого на 9, а второй больше четвёртого на 18.

15. Знаменатель геометрической прогрессии равен $\frac{1}{3}$, четвёртый член этой прогрессии равен $\frac{1}{54}$, а сумма всех её членов равна $\frac{121}{162}$. Найти число членов прогрессии.

16. Найти первый член и знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что разность четвёртого и второго её членов равна $-\frac{45}{32}$, а разность шестого и четвёртого её членов равна $-\frac{45}{512}$.

17. Найти первый и пятый члены геометрической прогрессии, если известно, что её знаменатель равен 3, а сумма шести первых членов равна 1820.

18. Сумма эн первых членов арифметической прогрессии равна $S_n = 5n^2$. Найти прогрессию.

19. Произведение трёх первых членов геометрической прогрессии равно 1728, а их сумма равна 63. Найти первый член и знаменатель этой прогрессии.

20. Решить уравнение $2x + 1 + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{13}{6}$, где $|x| < 1$.

21. Решить уравнение $\frac{1}{x} + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{7}{2}$, где $|x| < 1$.

22. Первый член арифметической прогрессии равен 429, разность её равна -22 . Сколько нужно взять членов этой прогрессии, чтобы их сумма была равна 3069.

23. Сумма бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $|q| < 1$, равна 16, а сумма квадратов членов этой же прогрессии равна 153,6. Найти четвёртый член и знаменатель этой прогрессии.

24. Найти натуральные числа, образующие арифметическую прогрессию, если произведение трёх и четырёх её членов равны, соответственно 6 и 24.

25. Сумма третьего и девятого членов арифметической прогрессии равна 6, а их произведение равно $\frac{135}{16}$. Найти сумму пятнадцати первых членов этой прогрессии.

26. Найти число членов конечной геометрической прогрессии, у которой первый, второй и последний члены равны соответственно 3, 12, 3072.

27. Найти сумму всех чётных натуральных двузначных чисел, делящихся нацело на 3.

28. Найти знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой каждый член в 4 раза больше суммы всех её последующих членов.

29. Известно, что значения градусных мер внутренних углов некоторого выпуклого многоугольника, наименьший угол которого равен 120^0 , образуют арифметическую прогрессию с разностью 5^0 . Определить число сторон этого многоугольника.

30. Произведение третьего и шестого членов арифметической прогрессии равно 406. При делении девятого члена этой прогрессии на её четвёртый член в частном получается 2, а в остатке 6. Найти первый член и разность прогрессии.

31. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии с положительными членами сумма трёх первых членов равна 10,5, а сумма прогрессии равна 12. Найти прогрессию.

32. Сумма трёх последовательных членов геометрической прогрессии равна 65, а сумма их логарифмов по основанию 15 равна 3. Найти эти члены прогрессии.

33. Найти знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой каждый член относится к сумме всех последующих членов как 2:3.

Ответы: **1.** $\frac{119}{3}$. **2.** 1) 2, -1, -4; 2) -10, -7, -4. **3.** 1) 1,6,11; 2) 7,10,13. **4.** 3 и 4. **5.** 7, -14, 28, -56. **6.** $\frac{1}{8}$. **7.** $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}$. **8.** $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$. **9.** 44. **10.** 120. **11.** 1, 9, 17. **12.** -20100. **13.** 1) 7, -28, 112, -448; 2) $-11\frac{2}{3}, -46\frac{2}{3}, -186\frac{2}{3}, -746\frac{2}{3}$. **14.** 3, -6, 12, -24. **15.** 5. **16.** $\pm 6, \pm \frac{1}{4}$. **17.** 5 и 405. **18.** 5, 15, 25. **19.** 1) 3 и 4; 2) 48 и $\frac{1}{4}$. **20.** $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{7}{9}$. **21.** $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{2}{3}$. **22.** 9 или 31. **23.** $\frac{3}{16}$ и $\frac{1}{4}$. **24.** 1, 2, 3, 4. **25.** 37,5 и 52,5. **26.** 6. **27.** 810. **28.** $\frac{1}{5}$. **29.** 9. **30.** 4 и 5. **31.** $6, 3, \frac{3}{2}$. **32.** 1) 5, 15, 45; 2) 45, 15, 5. **33.** $\frac{3}{5}$.

Словарь

<i>русский</i>	<i>французский</i>	<i>английский</i>
Арифметический	Arithmétique	Arithmetic
Вклад	Le dépôt	Contribution
Выражение	L'expression	Expression
Вычислить	Calculer	To calculate
Геометрический	Géométrique	Geometrical
Доказать	Prouver	To prove
Иррациональный	Irrationnel	Irrational
Корень	La racine	Root
Логарифмический	Logarithmique	Logarithmic
Неравенство	L'inégalité	Inequality
Ответ	La réponse	Answer
Показательный	Exponentiel	Exponential
Последовательность	La succession	Sequence
Прогрессия	La progression	Progression
Процент	Le pour-cent	Percent
Решить	Résoudre	To solve
Система	Le système	System
Стоимость	Le coût	Cost
Сумма	La somme	Sum
Тождество	L'identité	Identity
Тригонометрический	Trigonométrique	Trigonometrical
Упростить	Simplifier	To simplify
Уравнение	L'équation	Equation
Цена	Le prix	Price
Член	Le membre	Member

Список литературы

1. Сборник задач по математике для поступающих во втузы / В. К. Егерев [и др.] ; под ред. М. И. Сканава. – М. : Высш. шк., 1994. – 528 с.
2. Козко, А. И. Математика : письменный экзамен, решение задач, методы и идеи : учеб. пособие / А. И. Козко, Ю. Н. Макаров, В. Г. Чирский. – М. : Экзамен, 2007. – 511 с.
3. Цыпкин, А. Г. Справочное пособие по математике с методами решения задач для поступающих в вузы / А. Г. Цыпкин, А. И. Пинский. – М. : Оникс 21 век : Мир и Образование, 2005. – 639 с.
4. Кожухов, И. Б. Математика. Полный справочник : все определения, правила, формулы, теоремы, образцы, решения задач : справочник поможет успешно сдать письменные и устные экзамены в школе и вузе / И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. – М. : Махаон, 2008. – 351 с. : ил. – (Серия "Для школьников и абитуриентов").
5. Promt Translate.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.translate.ru>.

Содержание

1.	Арифметические, иррациональные, показательные, логарифмические выражения	3
2.	Алгебраические выражения	4
3.	Тригонометрические выражения	6
4.	Уравнения	8
5.	Неравенства	14
6.	Системы уравнений и неравенств	18
7.	Задачи на проценты	21
8.	Арифметическая и геометрическая прогрессии	22
	Словарь	25

Наталья Евгеньевна Демидова

КОНТРОЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по математике

Подписано в печать _____ Формат 60*90 1/16 Бумага газетная. Печать трафаретная
Уч. изд. л. Уч. печ. л. Тираж 235 экз. Заказ № _____
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет»
603950, Н. Новгород, Ильинская, 65